

COMPENDIO DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA PARA TÉCNICOS

GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Segunda edición

B. LEIGHTON WELLMAN



EDITORIAL REVERTÉ

B. LEIGHTON WELLMAN

*Jefe de la Sección de Proyectos
Instituto Politécnico Worcester*

GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

COMPENDIO DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA PARA TÉCNICOS

Segunda edición



**EDITORIAL
REVERTÉ**

Barcelona · Bogotá · Buenos Aires · México

Título de la obra original:

Technical Descriptive Geometry

Edición original en lengua inglesa publicada por:

McGraw-Hill Book Company, Inc., Nueva York

© McGraw-Hill Book Company

Edición en papel:

© Editorial Reverté, S. A., 1987

ISBN 978-84-291-5090-2

Edición e-book (PDF):

© Editorial Reverté, S. A., 2021

ISBN 978-84-291-9119-6

Versión española por:

Ing. Máximo Conde

Propiedad de:

Editorial Reverté, S. A.

Loreto 13-15, Local B

08029 Barcelona

Tel.: (+34) 93 419 33 36

reverte@reverte.com

www.reverte.com

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, quedan rigurosamente prohibidos sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas por las leyes.

PROLOGO

Este libro ha sido escrito con el propósito de proporcionar a los dibujantes técnicos y a los estudiantes en general, un tratado moderno y completo de las cuestiones más importantes de la geometría descriptiva. Desde un punto de vista práctico, y sin olvidar el objetivo indicado, se exponen los diferentes asuntos en forma progresiva, empezando por los conceptos más elementales para llegar por un suave escalonamiento al planteamiento y resolución, de un modo lógico y natural, de los problemas más complejos de la práctica moderna. De acuerdo con la experiencia industrial, el método de proyecciones auxiliares se emplea constantemente en este texto. Las proyecciones se clasifican, principalmente, en *adyacentes y anexas*, debiéndose prestar atención a la dirección de los *rayos visuales*, con los que se observan estas proyecciones. Cada proyección muestra al objeto en sí mismo, por lo tanto no existen proyecciones ni planos imaginarios. La *línea de tierra*, o de referencia, no tiene ninguna significación espacial, sirviendo únicamente como un medio necesario para la construcción de nuevas proyecciones; y así, el dibujante, piensa sólo en ese objeto, y en la relación lógica entre las proyecciones. La importancia de los conceptos se basa en la *lógica* y no en la imaginación.

Tradicionalmente, la geometría descriptiva se ha enseñado, más bien, como un curso de visualidad; el entendimiento se basaba en la imaginación, y el estudiante que careciera suficientemente de ella estaba condenado al fracaso. Los años de experiencia del autor le han convencido que este sistema era defectuoso. La geometría descriptiva es una ciencia basada en hechos reales, por eso debe ser enseñada en un curso de razonamiento lógico. La visualidad debe seguir, pero no preceder al razonamiento; la imaginación siempre puede ayudar, mas no encuentra la solución.

Como se describe en el capítulo I, de este texto, la visualidad de un objeto, visto en dibujos de proyecciones, desde múltiples puntos de vista, estaría basada en lógicas conclusiones que se deducen de la observación y de un exacto juicio analítico. Debemos evitar las conjeturas y las fantasías de la imaginación. Al autor, frecuentemente, le han dicho los estudiantes: —“Si no puedo *imaginar* lo que esta nueva proyección parecería, ¿cómo dibujarla?”. Y la contestación ha sido casi siempre: —¡Por Dios! Si Vd. no tiene ideas preconcebidas podrá seguir adelante y dibujar la proyección sin prejuicios de ninguna clase. Siga exactamente las reglas y principios que Vd. aprenderá aquí; cuando la proyección esté acabada, verá perfectamente que lo que le parecía y conocía es lo correcto.

Con este método de enseñanza se le inculca al alumno a emplear, solamente, hechos comprobados; aprenderá a no seguir adelante cuando no tenga razones convincentes. Deberá resolver cada problema observando detenidamente los datos

seguros e innegables que le proporcionen; recordará los principios aprendidos y que realmente puede aplicar, y, entonces, siguiendo el razonamiento lógico llegará a la verdadera conclusión.

En esta segunda edición se ha intentado que el texto sea lo más ameno posible. Cada artículo ha sido examinado de nuevo, comprobado, y escrito con la máxima claridad. Para que la referencia sea más fácil, se han puesto los subtítulos en letra negrita, y las ideas claves están concisamente expresadas en letra cursiva, separadas a mayor espacio del texto adjunto. Cada artículo ha sido cuidadosamente estudiado, y los principios más importantes han quedado establecidos en forma de reglas, *no para ser aprendidos de memoria*, sino, más bien, para resumir con el mínimo de palabras posible lo establecido, y para encontrarlos fácilmente cuando los busquemos. En forma semejante se ha establecido el análisis completo de importantes problemas, con un breve resumen. Y en el apéndice se han adicionado algunas construcciones nuevas.

Muchos dibujos han sido incorporados, otros fueron ampliados o simplificados, y también otros fueron completamente dibujados de nuevo. Los dibujos difíciles, o complicados, que requieren una construcción en varias fases, se van indicando las mismas en forma progresiva, en dos o seis dibujos separados. Las ilustraciones gráficas se han empleado libremente, para mostrarnos los conceptos fundamentales. El esquema de notaciones es sencillo y fácil de recordar. Una característica singular es la que los puntos dados se designan con tipo de negritas, para distinguirlos de los puntos solicitados. Y como respuesta a muchas solicitudes, hemos agregado dos nuevos capítulos; que son el uso de estas proyecciones aplicadas a los Vectores, así como aplicaciones a la Geología y a la Minería. Para estos capítulos nuevos se aplican totalmente la teoría y los principios básicos que se establecen en el texto, y son explicados con grabados y ejemplos prácticos específicos. Se han agregado nuevos procedimientos gráficos para la solución de muchos problemas vectoriales, y el principio fundamental de la concurrencia de vectores ha tenido aplicación a ese problema general, que se presenta, de equilibrio en el espacio. Para los problemas de geología, el método corriente de proyecciones auxiliares se ha visto suplementado con otro más corto y sencillo de una sola proyección.

El disponer las diferentes materias en doce capítulos, con temas avanzados al final de cada uno de ellos, permitirá al profesor programar el curso a su deseo, con la amplitud que prefiera, y con la continuidad lógica con que los temas se van exponiendo. El capítulo 1, aunque elemental, es muy importante al ser una especie de introducción a los capítulos siguientes, no debiendo prescindirse de él. Los capítulos 2 al 12, pueden ser expuestos en su totalidad o en parte, según el alcance que tenga el curso y el criterio del profesor. Los capítulos 9 y 10 se pueden explicar como están expuestos, en orden inverso, o alternativamente. Los capítulos 11 y 12 deben ser enseñados, solamente, después de un adecuado estudio sobre los temas del punto, línea y plano, de los capítulos 2 y 5. Los temas más avanzados se pueden dejar para los últimos cursos. Sin embargo, bien se expliquen o no muchos de estos temas, son siempre interesantes y necesarios para los estudiantes más avanzados, y dignos de ser considerados.

Todos los problemas, dispuestos en grupos, constan al final del libro. Para simplificar las relación entre estos problemas y los dibujos, se han agregado 65 figu-

ras nuevas. Se establecen 1.692 problemas, de los cuales 1.532 están acondicionados a las dimensiones exactas de los datos que constan en sus figuras correspondientes. Los problemas que sólo se pueden resolver gráficamente, se han presentado de ese modo, ahorrando tiempo con esta característica, lo mismo al estudiante que al instructor. Estos problemas han sido cuidadosamente seleccionados, en escala, desde los más sencillos y en su mayoría implican pensamientos originales. Hay problemas suficientes, como para 4 ó 5 años. Las contestaciones numéricas se dan al final de cada problema, como solución, pero si lo deseara el profesor puede variar estos resultados con sólo cambiar un dato inicial.

El autor hace constar su agradecimiento por las valiosas y numerosas indicaciones que ha recibido, de aquellos que enseñaron o estudiaron la primera edición; esa amabilidad y crítica constructiva, han sido sinceramente apreciadas. Se siente especialmente en deuda con el Profesor John M. Coke, por sus sugerencias sobre aplicaciones a la Geología y Minerología; y al Profesor Frank A. Heacock por su revisión al capítulo de Vectores. Y también a su esposa, Marjorie, expresa su reconocimiento, por sus muchas horas de mecanografía y corrección paciente.

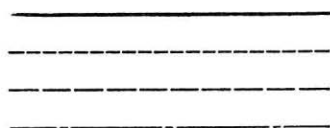
B. LEIGHTON WELLMAN.

INDICE DE MATERIAS

Prólogo	1
Representación de líneas y símbolos	7
Símbolos de corrección, para empleo del Profesor	8
Capítulo 1. Las proyecciones múltiples en los dibujos de Ingeniería	9
<i>Dibujos gráficos; Ventajas de los dibujos de proyecciones múltiples; Coordinación de las proyecciones; Afinidad entre las proyecciones; Líneas rectas; Superficies planas; Métodos de lectura y análisis de los dibujos de proyecciones múltiples.</i>	
Capítulo 2. Proyecciones auxiliares	33
<i>Lo que son las proyecciones auxiliares; Cómo se construyen; La línea de tierra, o de referencia; Proyecciones adyacentes a la proyección horizontal; Proyecciones adyacentes a la proyección vertical; Proyecciones auxiliares a otra auxiliar-adyacente; Aspecto de las proyecciones; Visibilidad.</i>	
Capítulo 3. Puntos y Líneas	48
<i>Situación de puntos y líneas; Pendiente y longitud verdadera de una línea; Línea que aparece como un punto; Proyecciones básicas; Líneas paralelas; Líneas que se cortan; Líneas perpendiculares; Problemas de líneas más cortas; Objetos con los ejes inclinados; Proyecciones auxiliares en dirección determinada; Proyecciones axonométricas y dibujos.</i>	
Capítulo 4. Superficies planas	86
<i>Situación de puntos y líneas en un plano; Rumbo o situación de un plano; Plano que se proyecta como una línea; Pendiente o inclinación de un plano; Problemas de distancias mínimas; Verdadero tamaño de un plano; Situación de una figura plana en un plano dado; Problemas de líneas oblicuas; Intersección de una línea y un plano; Intersección de dos planos; Poliedros; Líneas perpendiculares y planos; Proyecciones sobre un plano; Angulo diedro. Angulo entre una línea y un plano; Situación de un cuerpo sobre una superficie plana.</i>	
Capítulo 5. Giro o movimiento del objeto	144
<i>Principios fundamentales; Giro de puntos y líneas; Ejes supuestos; Problemas solucionados mediante giros; Contragiros; Cono engendrado por una línea; Situación de una línea que forma ángulos dados con otras líneas y planos.</i>	
Capítulo 6. Superficies de simple curvatura	169
<i>Clasificación de las superficies; Superficies de simple curvatura; Representación de conos y cilindros; Intersección de conos y cilindros por líneas o planos; Secciones cónicas; Líneas tangentes; Planos tangentes; Planos tangentes a conos y cilindros; Planos que forman ángulos dados con otros planos; La hélice; La convoluta helicoidal; Convolutas de planos tangentes con bases paralelas, y no paralelas.</i>	
Capítulo 7. Superficies alabeadas	210
<i>Lo que son las superficies alabeadas; Clasificación; La superficie alabeada</i>	

<i>en general; Directrices curvas; Intersección de una línea o un plano con superficies alabeadas; La superficie cónica alabeada; La superficie del cuerno de vaca; El paraboloide hiperbólico; El conoide; El cilindroide; La superficie helicoidal; Hiperboloide de revolución; Aplicaciones de las superficies alabeadas.</i>	
Capítulo 8. Superficies de doble curvatura	234
<i>Clasificación; Superficies de revolución; La esfera; Intersección de una línea o plano con una esfera; Plano tangente a la esfera; Cono envolvente de dos esferas; Intersección de una línea o plano con una superficie de revolución; Plano tangente a una superficie de revolución; Superficies de evolución; Superficies contorneadas o perfiladas; Modelos a tamaño natural; Cónica así modelada.</i>	
Capítulo 9. Intersección de superficies	259
<i>Principios generales y métodos; Intersección de dos prismas; De dos cilindros; De un cilindro y un prisma; De dos conos circulares; De un cono con un cilindro, y con un prisma; De dos cilindros oblicuos o conos, con base común o diferente; De una esfera y un cilindro; Giro de los planos de intersección; De una superficie de revolución y un cilindro; De dos superficies de revolución; De dos esferas; De una superficie perfilada y un cilindro.</i>	
Capítulo 10. Desarrollo de superficies	298
<i>Principios y práctica; Clasificación de los desarrollos; Desarrollo de un prisma recto; De un prisma oblicuo; De la intersección de un prisma oblicuo; De un cilindro circular recto; De un cilindro oblicuo; De la intersección de cilindros; De una pirámide recta; De una pirámide oblicua; De un cono circular recto; De un cono oblicuo; De recodos de tubería cilíndrica; Intersección de planos con cilindros y conos de revolución; El método de triangulación; Desarrollo de las piezas de enlace; De una pieza de enlace convoluta, o alabeada; De una helicoidal convoluta; Desarrollo aproximado de una esfera; Líneas geodésicas; Ensambladuras y empalmes de chapas de metal; Tolerancia de flexión.</i>	
Capítulo 11. Aplicaciones de los vectores	336
<i>La representación del vector; Suma y resta de vectores; Descomposición de un vector; Velocidad y movimiento relativo; Los vectores en el espacio; La fuerza como un vector cuantitativo; Resultantes de varios sistemas de fuerzas; Centro de gravedad; Pares; Fuerzas en equilibrio; Sistemas de varias fuerzas en equilibrio; Principio de concurrencia; Sistema de fuerzas que no son coplanares en equilibrio.</i>	
Capítulo 12. Geología y aplicaciones en la minería	373
<i>La superficie y corteza de la tierra; Terminología de la minería; Rumbo y pendiente de un estrato; Pendiente aparente; Taladros cruzados; Situación de las labores de una mina; Intersección de venas; Fallas; Falla paraclasa; Afloramientos; Perfiles y secciones; Cortes y terraplenes.</i>	
Problemas	402
<i>Consejos generales; Trazado de las láminas de figuras; Disposición de los problemas en grupos.</i>	
Apéndice	595
Índice	615

CODIGO DE LINEAS Y SIMBOLOS

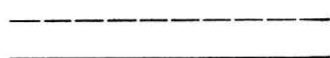


Líneas visibles del objeto, y líneas requeridas.

Líneas ocultas del objeto.

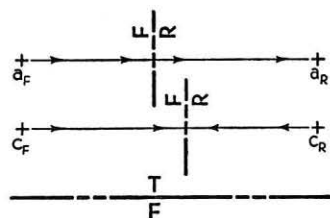
Línea en posición girada.

Línea central; eje de simetría; ejes de los cuerpos geométricos.



Líneas de construcción; puntos del recorrido del giro.

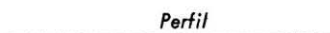
Unión de paralelas y alineación de puntos en las proyecciones adyacentes (Art. 1.5).



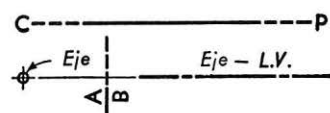
Flechas indicando una construcción en serie: el punto a_R se obtiene a partir del punto a_F .

Flechas opuestas que indican puntos situados independientemente, verificados por alineación.

Línea de tierra o de referencia, entre proyecciones adyacentes (Art. 2.4).



Proyección de perfil de un plano, de extensión ilimitada (Art. 4.6).



Proyección de perfil de un plano cortante (Art. 4.25).

Eje de revolución, en proyecciones adyacentes (Art. 5.1).

Elemento visible de una superficie (Art. 6.3).

Elemento oculto de una superficie.



Intersección de planos cortantes con los planos de las bases (Art. 9.13).



Línea de abatimiento de un desarrollo (Art. 10.4).

A, B, C, D, E, F, . . etc.

Las letras mayúsculas del texto se refieren a los puntos del espacio (Art. 1.6); las letras minúsculas se refieren a las proyecciones determinadas de esos puntos del espacio.

$a_T, b_T, c_T, . . a_F, b_F, . . etc.$

Las letras de negritas en las figuras indican los puntos dados; los subíndices expresan la clase de proyección (Art. 1.6).

$e_T, f_T, g_T, . . x_A, y_B, . . etc.$

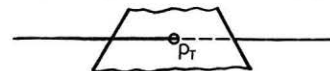
Estas minúsculas, en las figuras, significan puntos solicitados o construidos.

$a_T^R, c_F^R, e_R^R, . . m_A^R, p_B^R, . . etc.$

Posiciones de puntos girados.

1 2 3 . . 1' 2' 3' . . 1'' 2'' 3'' . . 1R 2R 3R

Serie de puntos localizados por el mismo proceso; se omiten las proyecciones.



Línea que corta una superficie

SÍMBOLOS DE CORRECCIÓN PARA EMPLEO DEL PROFESOR

L	Correcto dentro de límites tolerados.
LH	Correcto, excediendo ligeramente los límites tolerados.
LH	Correcto, excediendo un poco el valor correcto.
LH	Correcto, faltando un poco al valor correcto.
LH	Método correcto, pero pasa considerablemente los límites tolerados.
X	Incorrecto.
A	Error en la alineación de los puntos de las proyecciones adyacentes.
R	Error en las medidas, tomadas a partir de la línea de referencia, entre las proyecciones anexas.
M	Error debido a una respuesta inexacta de una medida.
LO	Error debido al plantear un problema con los datos dados.
S	Valor dado en la escala y no su distancia en la figura.
WS	Equivocación en la escala empleada.
Q	Respuesta dada que no está de acuerdo con la distancia en la figura.
WV	Equivocación en la clase de proyección.
PV	Mala elección o emplazamiento de las proyecciones.
N	Notación inadecuada. No se han designado puntos, líneas, etc.
V	Línea que debería ser visible.
H	Línea que debería ser oculta.
£	Centro de línea solicitado.
H/H	Líneas que deberían ser paralelas.
	Líneas que deberían ser perpendiculares.
	Observar el error evidente dentro del área del círculo.
C	Curva mal trazada.
T	Punto de tangencia inexacto o incorrecto.
D	Dimensiones incorrectas.
I	Resultado inexacto.
Inc	Solución incompleta.
P	Dibujo imperfecto; lápiz romo impropio para el trazado de líneas.
U	Trabajo sucio o mal presentado.

I. PROYECCIONES MULTIPLES EN LOS DIBUJOS DE INGENIERIA

1.1. El problema

Vivimos en un mundo donde los objetos tienen tres dimensiones, y hemos llegado a acostumbrarnos a describir esquemáticamente estos objetos haciendo referencia a su longitud, altura y profundidad. Durante muchísimos siglos, aun desde cuando el primer hombre prehistórico dibujaba extintos mamíferos en las paredes de su cueva, un gran problema ha preocupado a todo artista y dibujante: ¿Cómo pueden los objetos de tres dimensiones ser fielmente representados en una superficie de dos dimensiones? La longitud y la altura se representan fácilmente; pero para la tercera dimensión, la profundidad, ha sido siempre precisa la imaginación. El dibujo plano, sin profundidad, de los egipcios antiguos, muestra ya algun adelanto; mas los pintores del Renacimiento lograron un notable éxito, por el ingenioso empleo de las formas y sombras, así como una mejor comprensión de la perspectiva. La fotografía ha captado perfectamente la perspectiva, y los fotógrafos hábiles pueden conseguir la iluminación del objeto para lograr una fotografía con el más puro realismo.

Pero en muchos casos, particularmente en propósitos de ingeniería, puede ser imposible fotografiar el objeto, por existir éste solamente en la mente del inventor o dibujante. Una vez que el objeto ha sido realizado puede ya ser fotografiado, pero actualmente es raro que el dibujante o proyectista sea también el fabricante; por ello, antes de que ese objeto se materialice, la más completa y fiel descripción de ese objeto tiene que transmitirse de la imaginación del proyectista a la del realizador. Esta es la misión que tiene el dibujo de ingeniería.

Han sido empleadas muchas clases de dibujos para que la forma y tamaño exacto del objeto descrito por una mente sea captado por otra, pero ninguna es enteramente satisfactoria, ni aun la misma fotografía. Cada tipo de dibujo tiene sus ventajas, pero también es deficiente en algún concepto. Para poder apreciar la superioridad del método de proyecciones múltiples, en los dibujos de ingeniería, conviene tener presente los inconvenientes de los otros métodos.

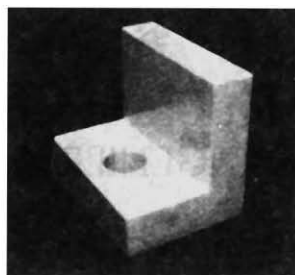


Fig. 1.1. Una fotografía.

1.2. Dibujos gráficos

La figura 1.1 es una fotografía de un objeto sencillo. La cámara, evidentemente, ha sido dirigida hacia un ángulo del objeto, y un poco encima del mismo, para que aparezcan dos lados y las superficies superiores del mismo.

A primera vista dicho objeto es un bloque en forma de L, con un orificio circular en la base de esa L. Se podría también deducir que la parte alejada o posterior parece del mismo tamaño y forma que la cercana y la profundidad del ala izquierda es igual a la de la derecha; y que to-

dos los ángulos son rectos o de esquinas cuadradas.

Estas observaciones son ciertas, pero supongamos que queremos comprobar estas conclusiones, midiendo realmente estas dimensiones sobre la fotografía.

La figura 1.2 muestra la misma fotografía medida con escalas reales, por el frente y parte posterior del objeto. La anchura de la parte posterior, que creíamos era la misma que la frontal, evidentemente aparece más corta. Medidas similares de otras distancias, que aparentemente son iguales en ese objeto, dan el mismo resultado, se descubre que las distancias más cortas son siempre las más alejadas de la máquina fotográfica. Esta reducción de tamaño, en distancias que son iguales, es originada por el hecho de que los bordes del objeto, que realmente son paralelos, no cumplen esta condición en la fotografía. Esto está demostrado convincentemente en la figura 1.2, observando las líneas de trazos. Cuando los bordes del objeto se prolongan en líneas rectas, éstas no son paralelas, sino que convergen en un punto. Las líneas horizontales paralelas a la profundidad convergen, al prolongarse, en el punto A de la izquierda; mientras que las líneas horizontales paralelas al lado frontal convergen en un

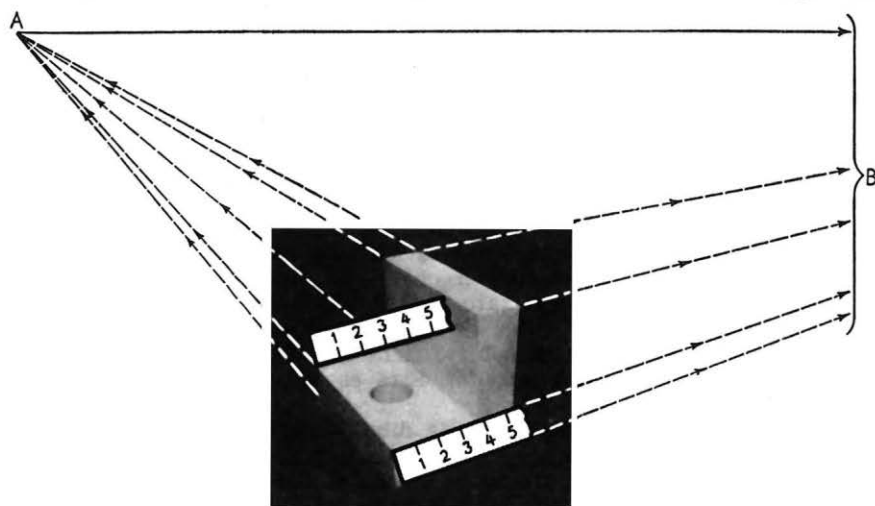


Fig. 1.2. Mediciones sobre la fotografía.

punto *B*, situado fuera de la página. Este efecto de *perspectiva* es general para toda clase de fotografías y dibujos reales de los objetos, imposibilitando que sobre ellos se tomen medidas directas de longitudes, ángulos y superficies. Debe también observarse que líneas que son precisas pueden aparecer difuminadas o confusas, por haber sido tomadas con una disposición deficiente de luminosidad.

Si el objeto no fuera susceptible de ser fotografiado, puede hacerse un dibujo que será una exacta reproducción de su fotografía. Tal como el *dibujo-perspectiva* que se muestra en la figura 1-3. De este modo se eliminan imprecisiones y sombras, pudiendo con el dibujo prescindir del objeto real, aunque la convergencia aparente de las líneas paralelas sigue todavía impidiendo en el dibujo la medida directa de longitudes y de ángulos. Este método de representación gráfica es por ello muy útil, ya que, por ejemplo, permite al arquitecto reproducir los dibujos exactos del edificio que vaya a construir. Aunque para facilitar la construcción real del edificio el dibujo-perspectiva no es práctico, ya que no expresa las distancias verdaderas.

Esa reducción del tamaño con la distancia, inherente al dibujo-perspectiva, se puede suprimir, haciendo que en el dibujo sean paralelas aquellas aristas que lo fuesen en el objeto. Son factibles muchos diseños, pero los más corrientes se indican en las figuras 1-4 y 1-5. (Los métodos de construcción se pueden encontrar en cualquier texto corriente sobre dibujos de ingeniería; véase también el artículo 3-21). Las reglas, colocadas sobre los dibujos, demuestran, como se ha dicho, que las líneas que son paralelas en el objeto lo siguen siendo en el dibujo, conservando además la igualdad. Esta es la principal ventaja, a pesar de la apariencia artificiosa del objeto, siendo además estos dibujos mucho más fáciles de construcción que los de perspectiva. Sin embargo, no todas las distancias se conservan iguales en el dibujo: así, las diagonales *AB* y *CD*, en cada figura, aunque iguales en el objeto son claramente desiguales en los dibujos. En el dibujo *isométrico* (fig. 1-4) ninguno de los vértices, al que concurren ángulos rectos, aparecen como tales; y en el dibujo *oblicuo*, solamente los ángulos de las superficies frontales son los que se representan en su verdadera amplitud. Como consecuencia, estos dibujos deformados son sólo, parcialmente,

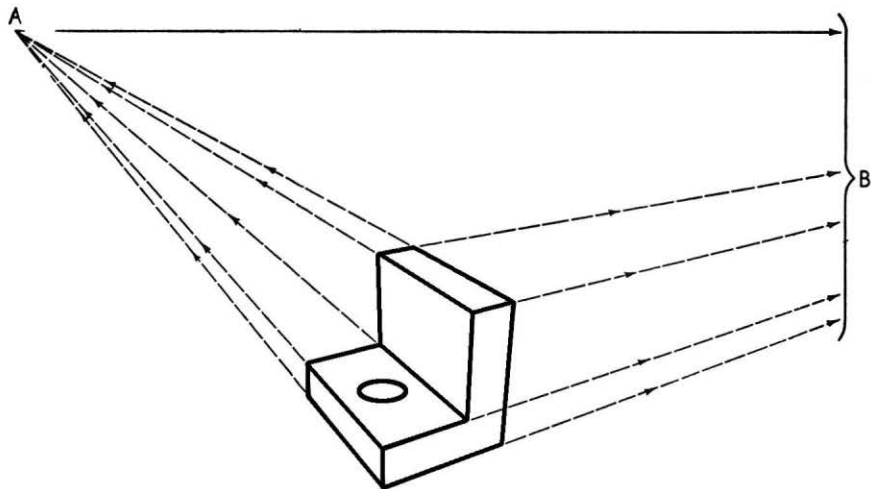


Fig. 1-3. Un dibujo en perspectiva.

fieles al representar ciertas distancias, teniendo la ventaja de su fácil construcción.

En cada uno de los dibujos antes considerados, el objeto está colocado delante del observador, en una posición tal que le permita ver simultáneamente tres planos, o vistas, de ese objeto. Pero es evidente ahora que, en cada caso, algunas de las líneas del objeto han sido deformadas, y pudiera por ello pensarse que con un cambio de posición del objeto pudieran conseguirse mejores resultados. La figura 1-6 nos muestra al mismo objeto, como si apareciera en perspectiva, desde otras tres posiciones o puntos de vista. En cada caso el objeto ha sido elevado, hasta que la superficie horizontal intermedia esté ahora, exactamente, al mismo nivel del ojo del observador. En la figura 1-6(b) el objeto ha sido alzado hasta el nivel del ojo, desde su primera posición, pero sin girar. Una línea recta, trazada horizontalmente desde el ojo del observador al objeto, daría en el vértice *A* indicado. Esta *línea visual* imaginaria se representa en la figura 1-6(a) con una flecha.

Esta nueva posición, vista en la figura 1-6(b), da un dibujo del objeto completamente diferente. La superficie superior, que está ahora encima del nivel del ojo, no puede ser vista, ni tampoco la superficie inferior que está más abajo de ese nivel; en cambio la superficie horizontal intermedia, que está exactamente al citado nivel, se representa como una línea recta, al ser vista de canto. Las superficies frontales y laterales quedan oblicuas con la línea visual, quedando deformadas las distancias reales que estén sobre estas superficies. La existencia del orificio no se hace visible.

Si conservamos al objeto al mismo nivel, pero girándolo hacia la derecha, las superficies frontales pueden traerse directamente enfrente del ojo, como en la figura 1-6(c). La línea visual es perpendicular ahora a las superficies frontales, representándose con la flecha *B*. Desgraciadamente, la forma en L, distintiva del objeto, ya no se aprecia, y también sigue invisible el orificio. En realidad, un objeto así dibujado se hace desconocido. Sin embargo, algo se ha conseguido; las dos superficies frontales rectangulares del objeto aparecen, sin deformación, en el dibujo, y las líneas trazadas en las mismas conservan su longitud. Una excepción evidente, entre estas dos superficies frontales, es que el ancho de la superficie posterior aparece más pequeño que el ancho de la superficie delantera, teniendo en realidad la misma anchura; ello es debido, como ya

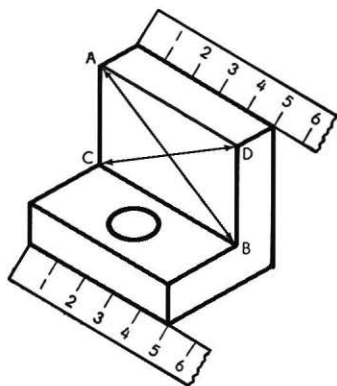


Fig. 1-4. Un dibujo isométrico.

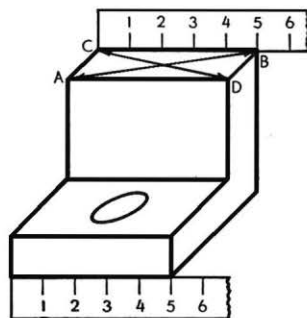


Fig. 1-5. Un dibujo oblicuo.

se dijo, a que la superficie posterior está más alejada del ojo que la inmediata, y de ahí que aparezca con más reducido tamaño. El dibujo tiene una apariencia completamente plana, porque la dimensión de profundidad falta ahora por completo.

Si el objeto se gira hacia la izquierda, en vez de hacerlo hacia la derecha, entonces la superficie lateral derecha se coloca directamente delante del ojo, de manera que la línea visual incida en el objeto en el punto C. La figura 1-6(d) nos indica que la superficie lateral derecha aparece en su verdadera forma y es evidente que la profundidad parece muy corta.

Para sintetizar el estudio completo de los dibujos reseñados podemos deducir:

1. La figura 1-3 nos proporciona la descripción más real del objeto, pero también nos acarrea las mayores deformaciones en las distancias.
2. Las figuras 1-4 y 1-5 dan del objeto una representación adecuada, pero imaginaria, proporcionando algunas distancias en su verdadera longitud.
3. Las figuras 1-6(c) y (d) facilitan incompletas representaciones del objeto, mas nos revelan también muchas distancias y superficies reales.

Se dijo en el artículo 1-1, que lo primordial de un dibujo de ingeniería es suministrar una representación exacta del objeto, en su forma y dimensiones. Se ha demostrado que no existe ningún dibujo sencillo que nos exponga un objeto con sus tres dimensiones —longitud, altura y profundidad— sin deformaciones, o en su forma o en sus dimensiones. Por esta razón los dibujos de ingeniería

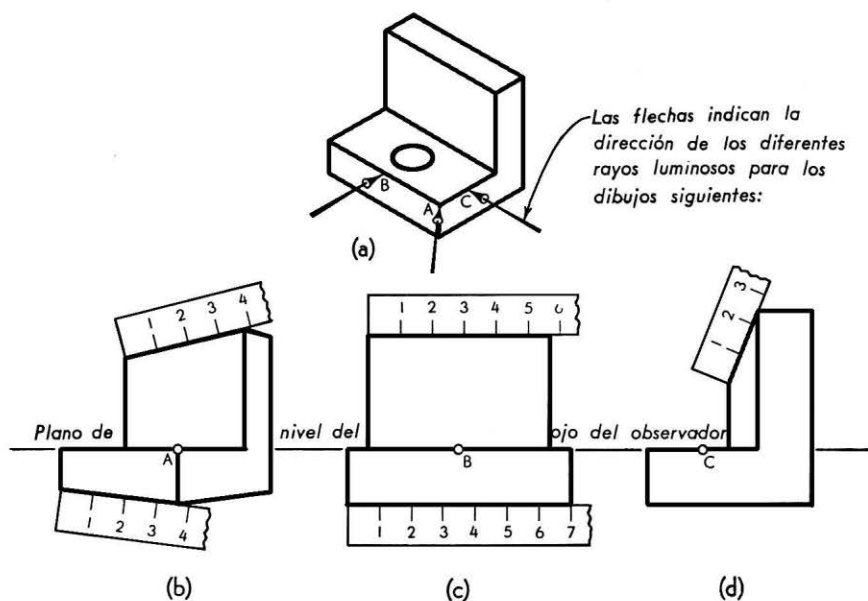


Fig. 1-6. Dibujos de perspectivas en otras posiciones.

siempre comprenden *dos o más* proyecciones (o planos) y de ahí que se les denomine *dibujos de planos o proyecciones múltiples*.

1.3. Las proyecciones principales

Cuando el objeto indicado en la figura 1-6(a) era visto directamente de frente, desde un punto de vista incidente en *B*, se obtenía el dibujo de la figura 1-6(c). Si suponemos que el observador está alejado a una distancia infinita del objeto, entonces todas las líneas visuales horizontales serían exactamente paralelas, como se observa en la figura 1-7(a). En estas condiciones las distancias desde el observador al frente y parte posterior del objeto serían prácticamente iguales, no apreciándose por ello la reducción del tamaño del objeto con la distancia. Así lo vemos como se muestra de frente, en la figura 1-7(b). Las superficies frontales o inmediatas del objeto, que en esta ocasión son perpendiculares a las líneas visuales horizontales, se manifiestan en su verdadera forma y tamaño, habiendo desaparecido completamente la dimensión de profundidad. Esta es la *proyección vertical* del objeto, o *plano o perfil*.

De la misma manera, si el observador, desde el infinito, mira horizontalmente en una dirección perpendicular al lado derecho del objeto resultaría el plano de la figura 1-7(c). En este caso el lado derecho está en su verdadera magnitud, pero ha desaparecido la dimensión de longitud, por ser paralela a las líneas visuales horizontales. Esta es la *proyección lateral derecha* del mismo objeto, o *corte por un plano transversal*.

Una tercera proyección [fig. 1-7(d)] se puede obtener, mirando desde una altura infinita perpendicularmente al objeto. Es notable señalar de nuevo que una dimensión, en este caso la altura, ha desaparecido. Esta es la *proyección horizontal* del objeto, o *planta*.

Estas tres proyecciones logradas por la visión del objeto desde tres direcciones mutuamente perpendiculares, se llaman *proyecciones principales*. Nótense las siguientes e importantes observaciones referentes a las mismas:

1. Para una proyección dada, las superficies que son perpendiculares a las líneas visuales se representan en su verdadera magnitud y forma.
2. Los rayos visuales de las tres proyecciones son perpendiculares entre sí.
3. Cada plano muestra solamente dos de las tres dimensiones del objeto.
4. Tomando en conjunto los tres planos, tendremos la descripción completa del objeto.

Las consideraciones siguientes indicarán el porqué son importantes los cuatro puntos arriba mencionados. Dado un objeto, que tenga que ser descrito con las tres proyecciones principales, el dibujante debe primeramente decidir la dirección de la línea visual para cada proyección. El dibujante, que es el primer interesado en presentar al objeto con la mayor cantidad posible de superficies en su verdadero tamaño, ha de seleccionar las direcciones de las visuales perpendiculares a las principales superficies de ese cuerpo. No debe olvidar, sin embargo, que las tres direcciones seleccionadas deben ser mutuamente perpendiculares. Esta es una condición esencial, ya que cada plano debe descubrir solamente dos de las tres dimensiones. Por ejemplo, el alzado indicado en la figura 1-7(b), nos da la altura *H* y la longitud *L*, no así la profundidad *D*, por ser las líneas visuales paralelas a esa profundidad. En la figura 1-7(c), vista del lado derecho, solamente aparecen la altura *H* y la profundidad *D*, ya que las líneas visuales son paralelas a la longitud y además

perpendiculares a las otras líneas visuales frontales. La cuarta consideración, arriba mencionada, es una consecuencia lógica de las tres primeras, al no existir objeto tridimensional que se pueda describir completamente sólo con dos dimensiones.

1.4. Coordinación de las proyecciones

Se ha demostrado que las proyecciones principales proporcionan un medio exacto de forma descriptiva, y también que dos o más proyecciones son necesarias para una descripción completa de un objeto dado. En la figura 1-7 cada una de las tres proyecciones ha sido designada para indicar desde qué dirección la proyección fue tomada. Esta denominación de las proyecciones podría no ser necesaria, si estuviesen siempre dibujados en una posición lógica previamente establecida.

En la figura 1-8, las tres proyecciones principales han sido dispuestas de acuerdo con la práctica normal de los Estados Unidos y del Canadá. La planta se coloca directamente sobre el perfil, y el plano transversal a la derecha de esa proyección vertical. No solamente es una colocación lógica y natural de las proyecciones, sino que también las dimensiones semejantes son comunes para cada dos proyecciones. La longitud L del objeto, aparece en la planta y en el perfil; por eso estas longitudes iguales son comunes en las proyecciones alineadas representadas en la figura 1-8. La altura H es la misma si el objeto se observa de frente o de costado, quedando esta igualdad manifiesta al que-

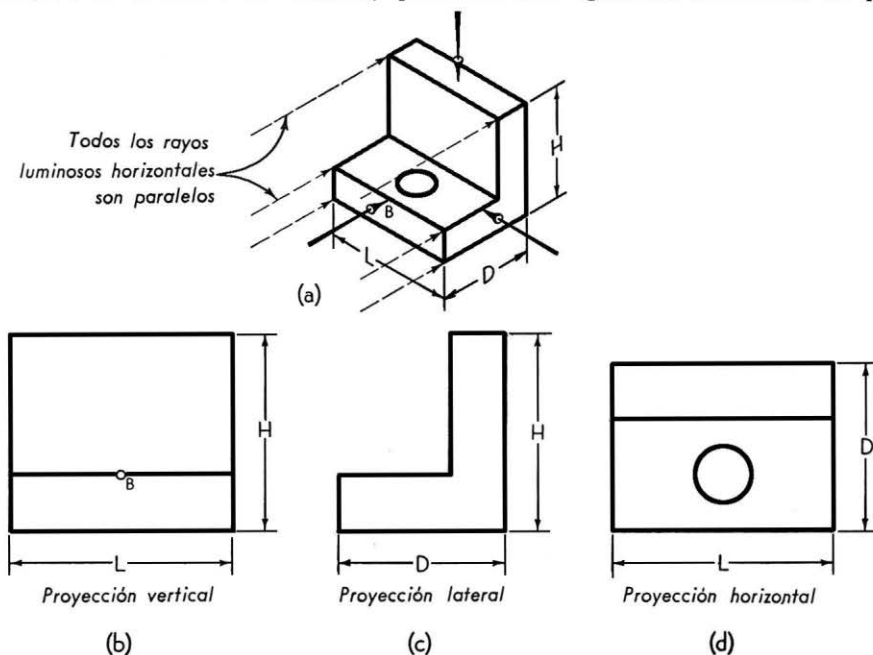


Fig. 1-7. Proyecciones principales del objeto.

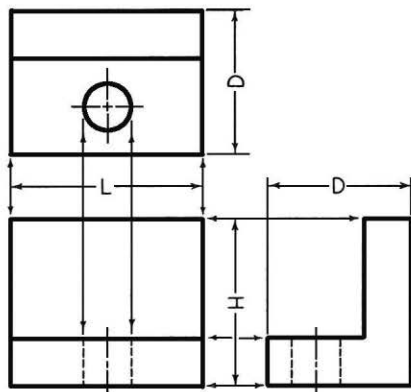


Fig. 1-8. Colocación habitual americana de las proyecciones.

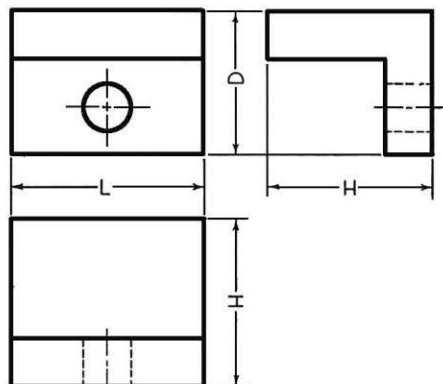


Fig. 1-9. Colocación común alternada de las proyecciones.

dar alineadas por la base las dos proyecciones citadas. Y, finalmente, aunque ahora la alineación no es posible, la profundidad D es semejante, en la planta y en la transversal derecha. La distancia entre las tres vistas podrá variarse, a conveniencia del espacio disponible, pero la *posición* y *alineación* de las proyecciones reseñadas tienen que ser observadas rigurosamente.

En ninguno de los dibujos anteriores, la profundidad del orificio ha sido indicada. Las líneas de trazos que representan los lados invisibles del agujero se han representado, sin embargo, en el plano de perfil y en el transversal de la figura 1-8, para indicar que el orificio cilíndrico atraviesa totalmente la base del cuerpo. El exponer en cada plano todas las líneas y superficies es corriente en los dibujos de ingeniería; y aquellas líneas o contornos que quedan ocultos o invisibles, en cada una de ellas, se indicarán con líneas de trazos (véase la figura 1-10).

Una colocación usual y alternada de las proyecciones principales se señala en la figura 1-9. Las proyecciones horizontal y vertical están colocadas aquí, exactamente, como en la figura 1-8; pero la transversal derecha está alineada enfrente de la planta horizontal, en vez de alinearse con el alzado de perfil. Este esquema es completamente lógico, ya que las proyecciones horizontal y lateral tienen común la misma dimensión D . Se necesitó, desde luego, un giro de la vista lateral para alinearla con la horizontal. Obsérvese que la altura H de las proyecciones vertical y lateral sigue siendo la misma.

Aunque estas tres vistas mutuamente perpendiculares, pueden describir completamente cualquier cuerpo, no es necesario que estén limitadas a las partes superiores, frontales o del lado derecho. El objeto puede también ser visto desde abajo, por detrás o por el lado izquierdo. Seis posibles proyecciones principales hay por lo tanto, y la disposición corriente para ellas se observa en la figura 1-10. Aparentemente parece que esto es una extensión sencilla de la colocación mostrada en la figura 1-8. Lógicamente la proyección del lado izquierdo se ha colocado a la izquierda de la proyección frontal, y debajo de ésta la proyección tomada desde abajo. Y aunque la proyección desde atrás podría estar alineada enfrente de la lateral derecha, o de las superior o inferior, se ha colocado arbitrariamente como se señala en la figura 1-10, para generalizar.

Siendo el propósito de un dibujo de proyecciones múltiples describir, clara

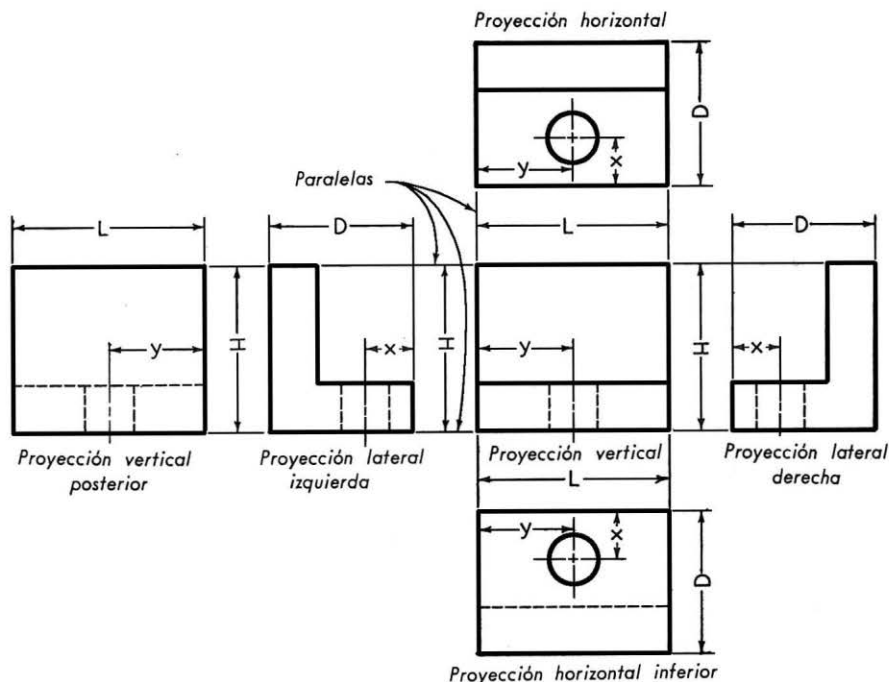


Fig. 1-10. Colocación común americana para las seis proyecciones principales.

y completamente, las dimensiones y la forma de un objeto, sin embargo, el número de las proyecciones empleadas, para mayor claridad y sencillez, debería ser el mínimo. El examen de los seis planos de la figura 1-10 nos demuestra que hay repeticiones. Las vistas de lado derecho e izquierdo son idénticas, aunque invertidas y una sería suficiente; la derecha es preferible corrientemente. Las proyecciones horizontales superior e inferior, difieren solamente en visibilidad y posición invertida; lo que también sucede con los planos delantero y posterior. Ya que los dibujantes prefieren las proyecciones con un mínimo de líneas ocultas, podrían descartarse los planos posterior e inferior. Así, aunque las seis proyecciones puedan dibujarse, en este caso tres son evidentemente innecesarias, conservándose los tres planos que originalmente se trazaron en la figura 1-8.

En ciertas circunstancias dos proyecciones pueden ser suficientes, pero debemos tener cuidado en la selección de esas dos proyecciones, para evitar ambigüedades. Por ejemplo, la figura 1-11 (a) únicamente contiene las proyecciones horizontal y vertical de la figura 1-8. Estas dos proyecciones no son suficientes, ya que podrían representar el primer objeto u otro de los dos que se indican a la derecha de la figura 1-11 en (b) y (c).

Si el cuerpo indicado en la figura 1-8 gira a su alrededor, de manera que el lado izquierdo quede de frente, tendremos entonces que los planos horizontal y vertical que vemos en la figura 1-12(a) pueden describir completamente al objeto sin que se confunda éste con cualquiera de los otros indicados en las figuras 1-11(b) y (c). Las figuras 1-12(b) y (c) representan las proyecciones horizontales y verticales de estos objetos tomados para comparación.

1.5. Afinidad entre las proyecciones

Hemos considerado el aspecto general de los dibujos de proyecciones múltiples y a continuación determinaremos las tres condiciones siguientes que nos definirán cómo se han de utilizar estos dibujos a través de este texto:

1. Siempre que dos proyecciones estén colocadas una junto a otra, bien lateralmente o una sobre otra, alineadas con la dimensión común, se designarán como PROYECCIONES ADYACENTES.

2. Las líneas paralelas que unen y alinean las proyecciones adyacentes, se llamarán PARALELAS (véase figura 1-10).

3. Todas las proyecciones de una misma vista, que no estén juntas, serán designadas como PROYECCIONES ANEXAS.

En la figura 1-8 las proyecciones horizontal y vertical, por un lado, y la vertical y lateral, por otra parte, son proyecciones adyacentes; pero las horizontal y lateral son anexas. En la figura 1-9 son proyecciones o planos adyacentes la planta y el alzado, así como esta planta y el plano transversal; en cambio, el alzado y el corte transversal son planos anexos. En la figura 1-10, todas las figuras que no estén juntas serán anexas; hay, entre sí, cinco figuras adyacentes y diez anexas.

El empleo de paralelas debe observarse en la figura 1-10 que se repite en otra página del texto. El dibujante, para ayudarse con la alineación de las diversas proyecciones adyacentes, emplea estas paralelas de trazo muy fino. Unas cuantas de estas líneas se conservan frecuentemente en los dibujos acabados, como especie de guía para el ojo del lector en la comparación de los planos. Las paralelas, para cada proyección, pueden también ser consideradas como representación de la dirección de la línea o rayo visual.

Aplicando las tres observaciones mencionadas, podemos ya establecer las siguientes *tres reglas básicas*, que controlan las relaciones de todas las proyecciones de un objeto dado.

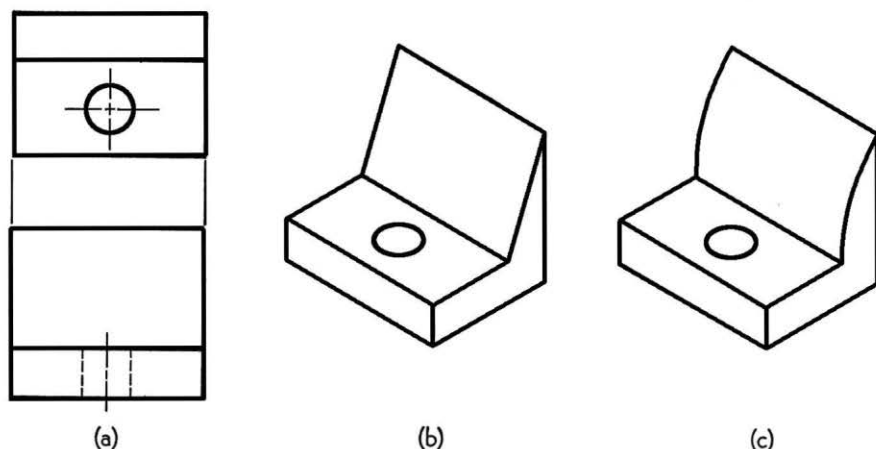


Fig. 1-11. Ambigüedad posible con solo dos proyecciones.

REGLA 1.^a REGLA DE PERPENDICULARIDAD. *Las líneas o rayos visuales para dos cualesquiera proyecciones adyacentes deben ser perpendiculares.*

REGLA 2.^a REGLA DE ALINEACIÓN. *Cualquier punto de un objeto, en una proyección, debe estar alineado por una paralela, con el punto correspondiente directamente opuesto de cualquier proyección adyacente.*

REGLA 3.^a REGLA DE SIMILARIDAD. *En todas las proyecciones anexas la distancia entre dos puntos similares del objeto debe ser la misma, medida en las paralelas.*

La regla 1.^a establece una condición importante y necesaria según ha sido ya demostrado en el artículo 1.3. La coordinación de las proyecciones, establecida en el artículo 1.4, indica que la regla 2.^a establece una condición muy necesaria. Refiriéndonos a la figura 1-10, explicaremos la aplicación de la regla 3.^a para las proyecciones anexas. Consideramos la posición del orificio en las proyecciones horizontales superior e inferior y laterales derecha e izquierda. La horizontal superior indica que el centro del orificio está situado a una distancia x de la superficie frontal del objeto. Puesto que la distancia x está medida en la dirección de las paralelas que unen las proyecciones horizontal y vertical, que son adyacentes, de acuerdo con la regla 3.^a, debe aparecer también la distancia x , similar-

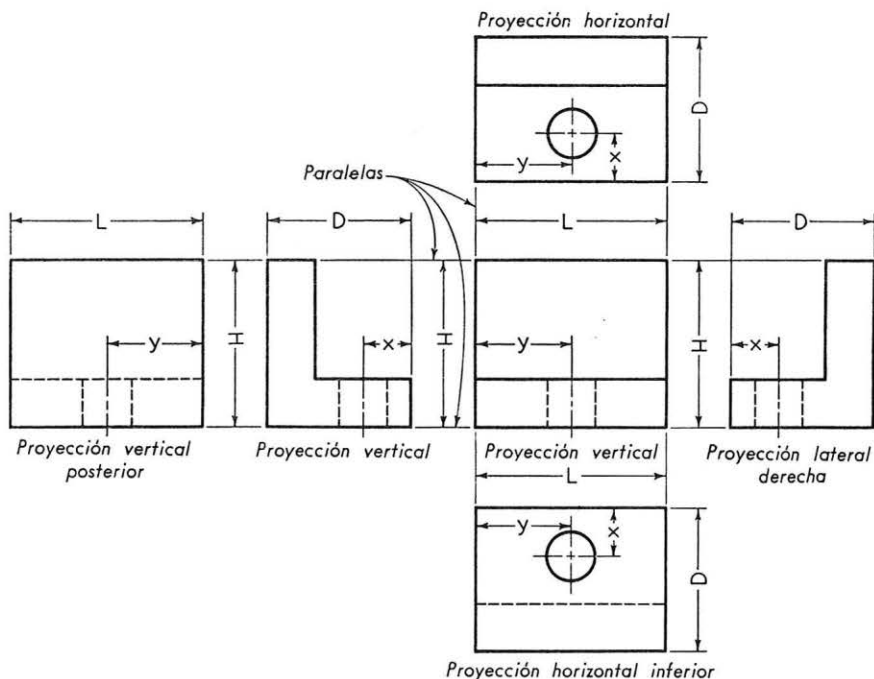


Fig. 1-10. (Repetida) Colocación común americana para las seis proyecciones principales.

mente, en todas las proyecciones anexas con la horizontal superior. La comparación de las cuatro proyecciones anexas a esa horizontal, y adyacentes con ella, prueban que ello es cierto. Debe observarse que las distancias, tales como la x , debe siempre ser medida en dirección de las paralelas.

La distancia y , indicada en la proyección superior de la figura 1-10, debe evidentemente concordar con la distancia y de las proyecciones vertical e inferior por alineación de estas vistas (regla 2.^a).

Asimismo, la distancia y , que aparece en la proyección vertical, tiene también que figurar similarmente en la proyección posterior, por ser ambas proyecciones anexas (regla 3.^a).

La figura 1-13 nos indica un error corriente en la construcción de proyecciones anexas. Aquí la proyección lateral derecha ha sido dibujada incorrectamente en una posición invertida. Este error podrá ser evitado si observamos que la superficie *frontal* del objeto debe estar siempre *hacia el frente* en cada proyección anexa.

1-6. Proyecciones principales de una línea recta

A fin de interpretar o leer un dibujo de múltiples proyecciones, es necesario analizar y comparar éstas, estudiando al objeto no sólo como un elemento global, sino que también determinando las líneas y superficies que lo componen. Ya que todos los cuerpos están limitados por superficies, y todas las superficies por líneas, empecemos por considerar las proyecciones principales de una sencilla línea recta, y más tarde, las proyecciones principales de una elemental superficie plana.

La posición de una línea recta en el espacio, se puede describir representándola en cada una de las proyecciones principales; y su longitud se puede indicar designando los dos puntos de sus extremidades. En la figura 1-14 se representan las *siete* posiciones típicas de la línea AB . Las letras mayúsculas A y B se refieren a la línea real en el *espacio*; las letras minúsculas a y b se emplean para designar los mismos puntos tal como aparecen en cada una de las *proyecciones*. Y para mayor claridad, además, la proyección horizontal del punto A se la designa por a_T la vertical por a_F y la lateral derecha por a_R .

Las situaciones diferentes de la línea AB , en la figura 1-14, han sido clasificadas como vertical, horizontal e inclinada. La línea vertical es única por su definición, pues la palabra «vertical» tiene solamente un significado: «perpendicular a la superficie de la tierra». Puesto que el extremo superior de una línea vertical está encima exactamente del extremo inferior, esta línea aparecerá en la proyección horizontal como un circulito o punto. Tenemos que referirnos a la proyección vertical o lateral para ver que, en este caso, A es el extremo superior de la línea.

Una línea horizontal tiene todos sus puntos a la misma altura o elevación. En la figura 1-14 (2), (3) y (4) una fina línea de trazos se ha dibujado horizontalmente a través de las proyecciones vertical y lateral, para indicar que los puntos a_F y b_F , y los a_R y b_R están al mismo nivel o altura, en estas vistas. De ese modo una línea puede quedar identificada como horizontal por esta característica aunque la línea pueda aparecer en la proyección horizontal en una variedad de posiciones. Las posiciones indicadas en (2) y en (3) son especiales, originando que aparezca como un punto en la proyección vertical (2) y en la lateral (3). La posición manifestada en (4) es la de una línea que, aunque horizontal, forma un ángulo α con la superficie vertical manifestado en la proyección horizontal.

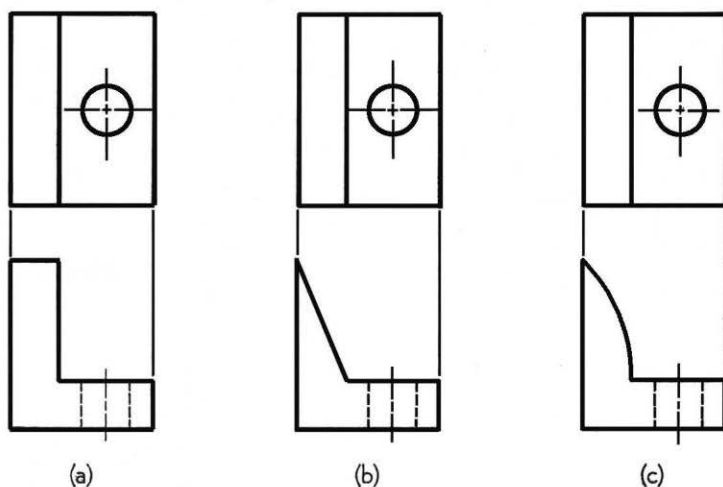


Fig. 1.12. Elección de proyecciones para evitar la ambigüedad.

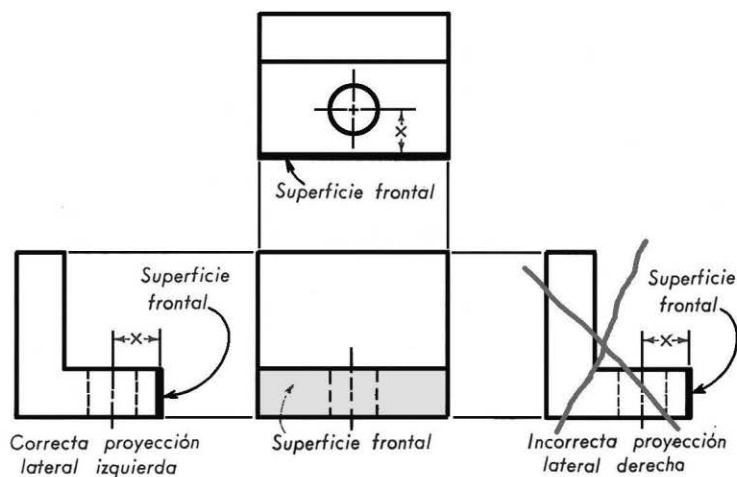


Fig. 1.13. Colocaciones correcta e incorrecta de proyecciones anexas.

Una línea inclinada tiene un extremo más alto que el otro. De nuevo se ha dibujado, horizontalmente, una delgada línea de trazos a través de las proyecciones verticales y laterales de cada una de las tres líneas inclinadas que se ven en la figura 1-14 para hacer notar que, en todos los casos, el punto a_F es más alto que el punto b_F y que el punto a_R es también más elevado que el b_R . Así las líneas que están inclinadas pueden reconocerse, como tales, solamente en los planos verticales o laterales, y en la proyección horizontal esta línea inclinada puede figurar en varias situaciones. Las posiciones (5) y (6) son especiales, pero la de la línea inclinada que se muestra en (7) es el caso más corriente, cuando forma los ángulos α con el plano vertical y β con el plano horizontal; todo de acuerdo con las reglas dadas en el artículo 1-5.

Debería advertirse que las proyecciones horizontal, vertical y lateral de cada una de las siete líneas dibujadas en la figura 1-14, han sido realizadas según las reglas dadas en el artículo 1-5. El punto a_F está siempre inmediatamente debajo de a_T y directamente alineado con el adyacente a_R (regla 2.^a de alineación). La

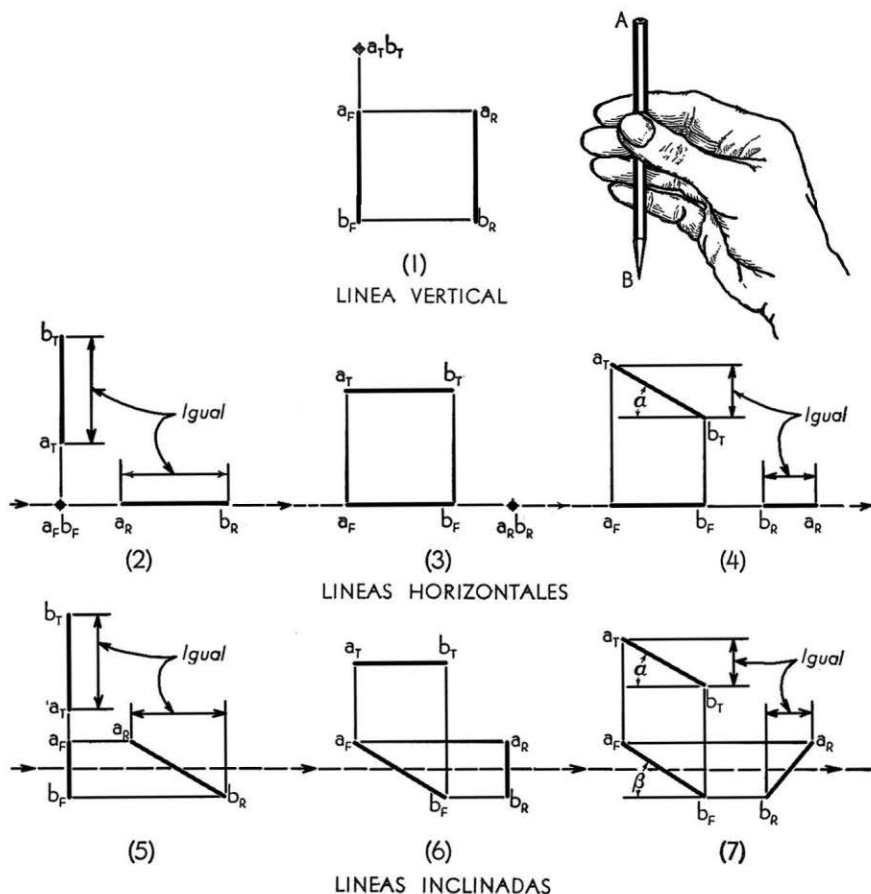


Fig. 1-14. Las siete posiciones típicas de una línea

distancia desde a_T a b_T de la proyección horizontal, medida entre las paralelas, es siempre igual a la distancia entre los puntos similares a_R y b_R del plano lateral, medida también entre las paralelas. (Regla 3.^a de similitud). Estas distancias iguales han sido indicadas en la figura 1-14.

1-7. Proyecciones principales de una superficie plana

Con objeto de estudiar las posiciones variables que una superficie plana pudiera tomar, imaginemos una lámina cuadrada de cartón como una superficie plana. Los ángulos del cuadrado los podemos designar por A , B , C y D . Si se sostiene el plano en una posición horizontal, las proyecciones principales aparecen entonces como en la figura 1-15(1). Ya que todos los puntos de un plano horizontal están a la misma altura, las proyecciones vertical y lateral de este plano se representarán como líneas horizontales.

En otras palabras, el plano figura en cada una de estas dos vistas como una *línea*. La proyección horizontal representa el plano en su forma y tamaño verdaderos. El plano horizontal, en la planta es como únicamente aparece en su verdadero tamaño, y en las otras dos proyecciones como la línea referida.

Si el plano se sostiene en una posición vertical entonces la vista en planta será siempre como una línea o borde, ya que el filo superior de ese plano se proyecta exactamente sobre el inferior. Si este plano vertical es perpendicular al plano vertical frontal, entonces además de la proyección horizontal será la vertical la que también lo represente como una línea y en la proyección lateral es donde aparecerá ese plano vertical en su verdadero tamaño, como puede verse en la figura 1-15(2). Si se sostiene el plano vertical paralelamente al plano vertical frontal, entonces esta proyección lo muestra en su real magnitud y la proyección transversal será una línea, como se ve en la figura 1-15(3). Si este referido plano vertical forma un ángulo α con el plano frontal, entonces, en las proyecciones vertical y lateral, no aparecerán ni como una línea ni como un cuadrado en su verdadero tamaño, sino como los rectángulos de la figura 1-15(4). Es decir un plano vertical puede mostrarse en muchas posiciones, pero siempre queda identificado cuando en la vista en planta se revela como una línea.

Planos inclinados son aquellos que no son ni horizontales ni verticales. Por lo tanto un plano inclinado no puede aparecer en la proyección horizontal ni en su verdadero tamaño ni tampoco como una línea. El examen de las proyecciones horizontales de los tres planos inclinados de la figura 1-15, explica que en ningún caso aparece el plano como un cuadrado, que es su verdadera forma. Un plano inclinado puede también figurar como una línea en la proyección vertical o lateral, véanse las posiciones (5) y (6); también el plano puede tener tal inclinación que no se muestre como una línea en ninguna de las proyecciones, como en la posición (7). Este último caso es la disposición más general que un plano inclinado puede tomar. En resumen, un plano inclinado puede aparecer como una línea en las proyecciones vertical o lateral, pero nunca aparecerá en su verdadera magnitud en ninguna de las proyecciones principales.

En el caso reseñado, suponiendo que la superficie del plano indicado en la figura 1-15 sea una lámina cuadrada de cartón, se han indicado siete posiciones, comprendiendo un total de 21 proyecciones, que nos hacen notar que la superficie plana cuadrada siempre se expone o como una *línea* o como un *cuadrilátero*. Cuando en cualquier vista, figuraba como un cuadrilátero, dicha

figura era un cuadrado, un rectángulo, o un paralelogramo; pero evidentemente, no aparecía nunca como un triángulo u otra figura de tres lados. Estas observaciones pueden ser evidentes por sí mismas, pero han constituido el fundamento para la siguiente regla, de gran utilidad:

REGLA 4.^a. REGLA DE LA CONFIGURACIÓN. *Cada superficie plana, cualquiera que sea su forma, aparecerá siempre o como una recta o como una figura de configuración similar.*

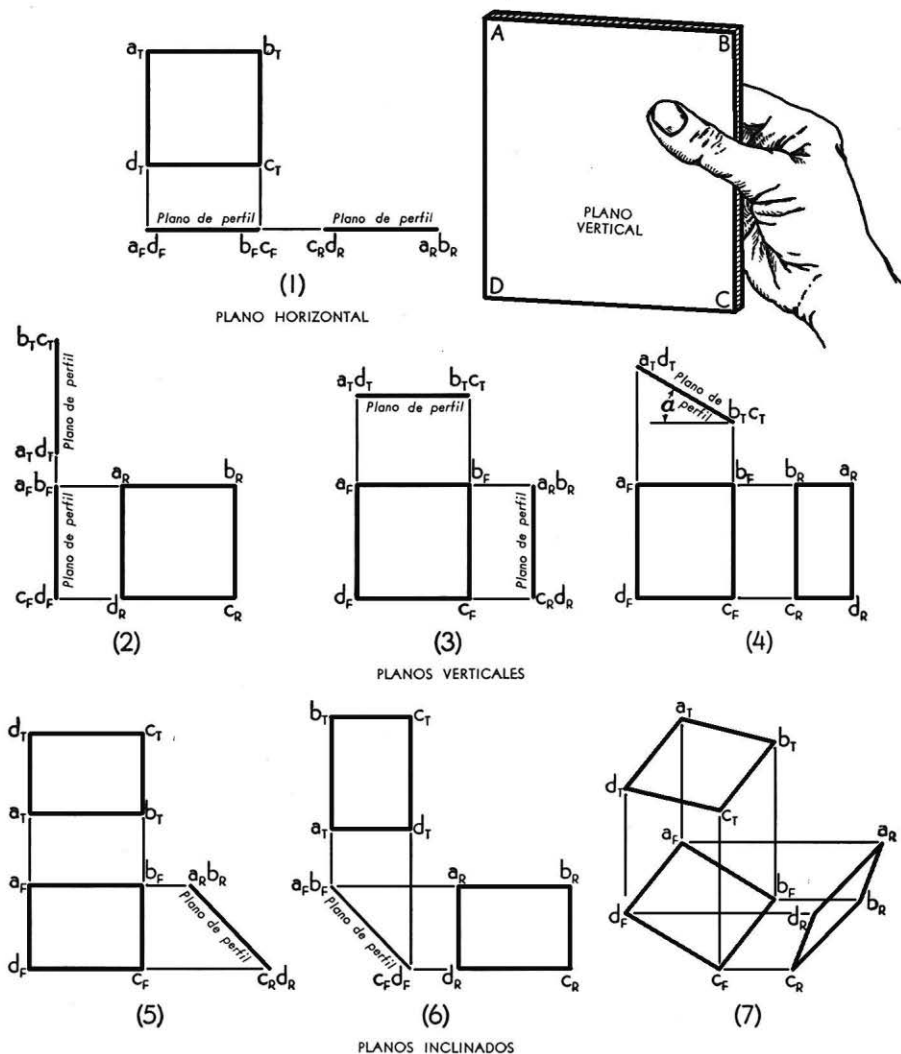


Fig. 1-15. Las siete posiciones típicas de una superficie plana.

La figura 1-16 gráficamente nos demuestra el principio reseñado, mostrándonos cinco diferentes figuras planas que se representan en sus proyecciones principales. La figura 1-16(1) nos presenta una superficie inclinada triangular, que en la proyección vertical aparece como una recta; tiene una posición similar a la figura 1-15(6). En la proyección horizontal el triángulo difiere en tamaño y forma del que se descubre en la proyección lateral, pero ambos son triángulos; es decir que estas proyecciones son de *similar configuración*. La superficie en forma de L, de la figura 1-16(2) se representa, en las proyecciones horizontal y vertical, con diferente tamaño y forma, pero conservando las características de su contorno o perfil. La figura plana correspondiente a la figura 1-16(3) no aparece como una recta en ninguno de sus planos, y aunque en cada proyección varíen los ángulos, existe una configuración similar en las tres principales proyecciones. Un círculo, situado en un plano vertical, figura de canto en la proyección horizontal de la figura 1-16(4). En las proyecciones vertical y lateral ese círculo se representa como una elipse. Si el lector ha comprendido ya la práctica de este principio, no tendrá ninguna dificultad en señalar la proyección que es incorrecta de la figura 1-16(5).

1-8. Lectura de los dibujos de múltiples proyecciones

Los dibujos de múltiples planos vienen a ser una especie de lenguaje escrito del ingeniero. Ahora es necesario leerlo; y si hacemos caso del parecer de la mayoría de ingenieros y profesores, es más difícil la lectura, que la escritura. Si se da un diseño gráfico, parecido a los indicados en las figuras 1-3; 1-4 o 1-5, el estudiante medio encuentra poca dificultad en hacer los dibujos de las tres proyecciones, tal como se ve en las figuras 1-8, o 1-9. Pero cuando falta el dibujo del objeto y solamente tenemos los de las proyecciones, enton-

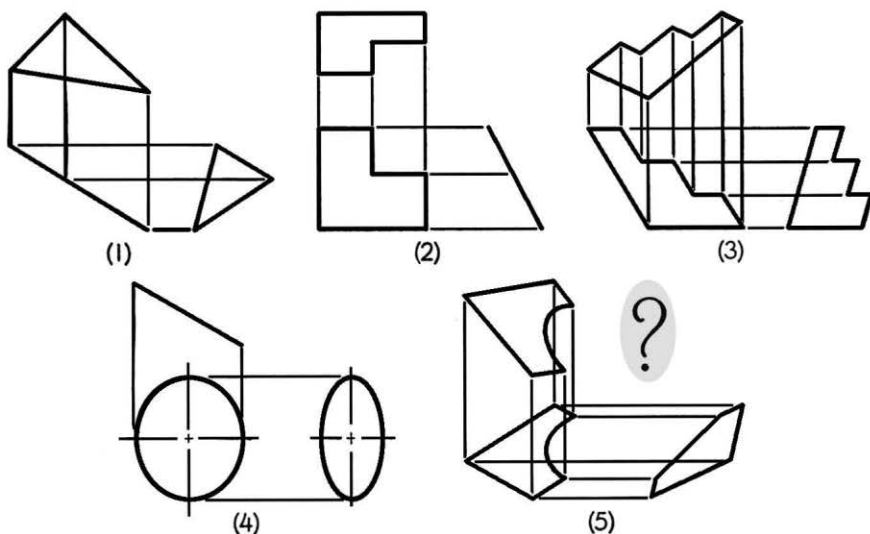


Fig. 1-16. Configuración semejante de varias superficies planas.

ces el dibujante o el técnico tiene que analizar todos esos planos, para desarrollar un dibujo mental del objeto descrito por esas proyecciones. El principiante observa, asombrado, la rapidez con la que el dibujante experimentado sabe leer o interpretar las proyecciones y deduce frecuentemente que es el resultado de algún «Don» especial de la intuición. Realmente, como el que lee los temas principales de una partitura musical, es una consecuencia del razonamiento lógico, del pensamiento ordenado, y sobre todo, el resultado de la práctica. Vamos a considerar ahora los principios generales y los métodos específicos que se emplean en la lectura de los dibujos de múltiples planos.

Una página llena de diversos temas impresos no puede ser comprendida con una sola ojeada, debemos leer palabra a palabra, y frase por frase, en ordenado método. Similarmente, un dibujo complejo debe ser leído por medio de un examen metódico, de todos los elementos componentes, y toda clase de detalles, examinando los cuerpos geométricos, que representan los objetos, las superficies planas y curvas que limitan estos objetos sólidos, así como las líneas que limitan las superficies. El tiempo con que estos detalles tienen que ser analizados depende, desde luego, de la forma del objeto. Algunos de los objetos más sencillos son, sin embargo, los más difíciles para visualizarlos correctamente. Los casos siguientes nos indican los métodos de análisis.

1.9. Análisis de los cuerpos

La figura 1.17 muestra las tres proyecciones principales de un objeto que puede ser fácilmente analizado examinando las formas del sólido geométrico que representa. Una inspección general de estas proyecciones nos aporta las siguientes consecuencias importantes:

1. Visto el objeto en su proyección horizontal es rectangular. Sobre esta superficie rectangular, *A*, aparecen visibles tres áreas circulares *B*, *C* y *D*. Al extremo derecho y al frente, el conjunto de líneas de trazos *E*, demuestra que hay algo oculto debajo de la superficie rectangular *A*.

2. El cuerpo visto en su proyección vertical, muestra tres áreas rectangulares visibles *F*, *G* y *H*. La *F* está situada sobre la *G* y la *H* debajo. Hay varias líneas de trazos, que indican la existencia de otros elementos detrás de las áreas *F*, *G* y *H*.

3. La proyección lateral muestra cuatro áreas visibles *J*, *K*, *L* y *M*. El área *L* es semicircular; *J* y *K* son rectangulares y *M* es circular. También aquí los elementos invisibles se han indicado con líneas de trazos.

Habiendo ya inspeccionado cada proyección, de un modo general, debemos comparar estos planos entre sí, comprobando particularmente la alineación de las áreas de una proyección con aquellas que le son adyacentes. Para facilitar esta comparación, han sido trazadas paralelas con trazo fino, entre estas proyecciones adyacentes. De la comparación entre las diversas áreas y sus características, deducimos lo siguiente:

1. El área *A*, de la proyección horizontal, comprende desde el extremo izquierdo al derecho y por lo tanto puede alinearse solamente con el área *G* de la proyección vertical. Pero el área *G* está directamente enfrentada con el área rectangular *K*. Por esto deducimos que estas superficies *A*, *G* y *K*, son las proyecciones horizontal, vertical y lateral de un prisma rectangular, que constituye la parte principal del objeto.

2. La superficie *F*, del plano vertical, ocupa la parte principal del objeto, por lo cual deberá ser visible en la vista en planta. Esto se confirma por el hecho de que la superficie circular *C*, visible, coincide con la superficie *F*. En

su consecuencia, esta proyección horizontal del objeto debe ser un círculo. La superficie *J* representa este cilindro (cuando se le ve desde el lado derecho).

3. La superficie *H* de la vista vertical, ocupa la parte inferior de ese objeto y por ello debe ser invisible en la proyección horizontal. Esto se confirma por las líneas de trazos *E* que están directamente encima de la superficie *H*. Las formas rectangulares de las superficies *E* y *H* podrían engañarnos y hacernos creer que se trata de un cuerpo rectangular, pero al observar en la proyección lateral, la superficie *L*, directamente opuesta a la *H*, se ve que se trata de un elemento semicircular.

Al llegar a este punto, con las tres proyecciones, el lector empieza a formar, en su imaginación, el contorno general del objeto. Imaginará una pieza rectangular; con un cilindro sobre su extremo izquierdo; y en el extremo inferior frontal derecho, formando la pieza misma, un borde semicircular. Y a este objeto, así imaginado, se le pueden agregar otros detalles, uno a uno, como los siguientes:

4. El pequeño círculo *B*, de la proyección horizontal, está unido directamente por las líneas de trazos con la superficie *F*, de la proyección vertical; por ello debe tratarse de un hueco circular en el centro del cilindro. Solamente en las proyecciones vertical y lateral se puede medir la profundidad que tiene este hueco.

5. Las líneas de trazos de la vista vertical, que se corresponden con el círculo *D*, de la horizontal, demuestran que se trata de un orificio circular, practicado en el prisma rectangular, que traspasa completamente a esta pieza prismática, desde arriba hasta abajo. Las líneas similares, en la superficie *K*, de la vista lateral, indican el mismo orificio.

6. El área circular *M*, de la proyección lateral, queda identificado en forma semejante, como un orificio circular que cruza a través del semicírculo *L*, *H*, *E*.

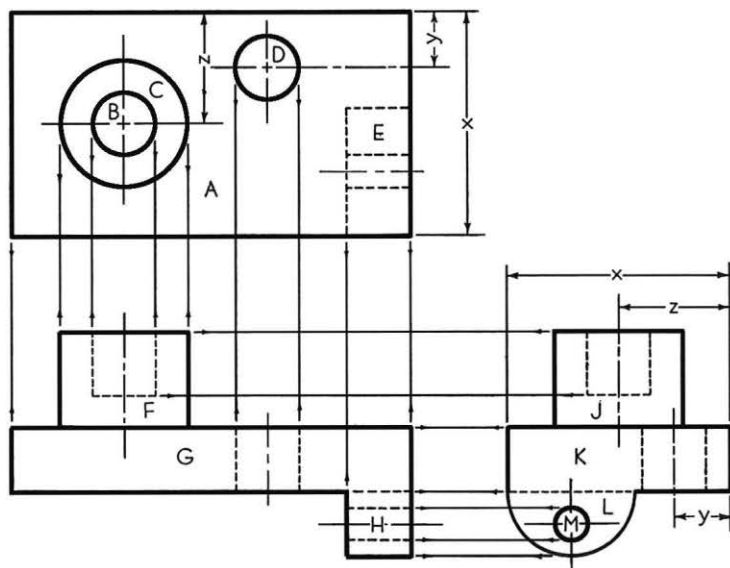


Fig. 1-17. Objeto para ser analizado en sus elementos.

El lector puede tener ya una clara representación mental del objeto completo y refiriéndonos a la figura A. 30, del Apéndice, podrá comparar el objeto que se ha figurado con el dibujo real del mismo objeto.

En el análisis, arriba reseñado, se ha obtenido la imagen de figura completa observando simplemente la regla de alineación, entre las proyecciones horizontal y vertical y entre ésta vertical y la lateral (regla de alineación del artículo 1-5). Y aunque no es necesario para este análisis, la regla de similaridad también se puede aplicar. Obsérvese que las distancias x , y y z , de la proyección horizontal, deben ser exactamente iguales a esas mismas distancias en la proyección lateral.

1-10. Análisis por superficies

En la figura 1-17 los distintos elementos del objeto estaban, favorablemente, dispuestos de manera que siempre hubiera una superficie en cualquier proyección alineada con otra superficie de las dos proyecciones adyacentes. Cuando esto no suceda es conveniente considerar, separadamente, las superficies que limitan los objetos sólidos. La figura 1-18 representa un objeto sencillo, que nos aclarará este método. Al no existir líneas curvas en ninguna de las tres proyecciones el objeto debe estar limitado solamente por superficies planas. Entonces las tres superficies A , B , y C de la proyección horizontal representan tres superficies visibles planas rectangulares y cada una de estas tres superficies es adyacente o contigua a cada una de las otras dos que están colocadas en diferentes planos. Si las áreas B y C estuviesen en el mismo plano no existiría entre ellas ninguna línea divisoria. Por esto se puede sentar la siguiente regla:

REGLA 5. REGLA DE ÁREAS CONTIGUAS. *Dos áreas que aparezcan contiguas no pueden estar en el mismo plano.*

Por lo tanto, según esta regla, las áreas D y E , de la proyección vertical, deben permanecer en planos diferentes y lo mismo tiene que suceder para las áreas F y G de la proyección lateral.

Para facilitar este examen, se indica en la figura 1-19 solamente las proyecciones horizontal y vertical de la figura 1-18, pero con las áreas visibles en

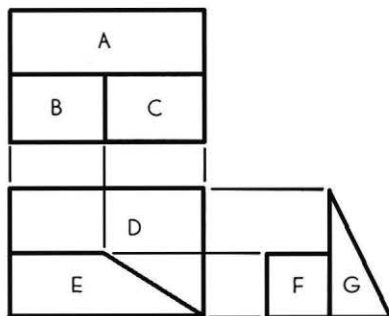


Fig. 1-18. Objeto para ser analizado según sus superficies.

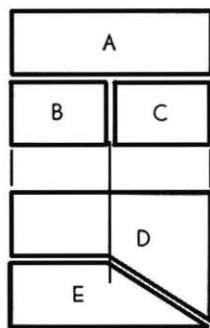


Fig. 1-19. Proyección horizontal y vertical con áreas separadas.

cada proyección separadas ligeramente para acentuar su individualidad. Comparando los dos planos es evidente que la superficie *A* corresponde por alineación, con la *D* o con la *E*. Pero por la regla 4, la forma del área *A* no es en absoluto semejante a las áreas *D* y *E*; el área *A* es de un cuadrilátero, el área *D* es de un pentágono; el área *A* tiene los lados paralelos y el área de *E* es de forma trapezoidal. Por lo tanto el área *A*, de la proyección horizontal, no puede ser la proyección de la superficie *D* ni de la *E*. Las áreas *B* y *C* tampoco están alineadas ni con *D* ni con *E*; es decir, que no son de similar configuración. De estas observaciones se pueden deducir las siguientes conclusiones lógicas:

1. Las áreas *D* y *E* deben representar superficies que aparecen *de canto* en la proyección horizontal. Por ello son superficies *verticales*.

2. Las áreas *A*, *B* y *C* deben representar superficies que aparecen de perfil en la proyección vertical.

Pero para sentar una conclusión final, las consideraciones indicadas deben reservarse hasta que se haya considerado la proyección lateral; y debemos recordar, además, que hemos estudiado solamente las superficies visibles de cada proyección.

En la figura 1-20 las áreas visibles de las proyecciones vertical y lateral, han sido separadas ligeramente sin que por esto se impida apreciablemente una correcta alineación. Fijándonos solamente en la alineación, el área *D* tiene la misma altura que el área *G*, con la que está alineada directamente. Y lo mismo sucede con las áreas *E* y *F*. Pero las áreas *D* y *E* no pueden ser, respectivamente, las proyecciones verticales de las superficies *G* y *F*; el motivo es que estas áreas alineadas no tienen similar configuración. A las dos conclusiones, ya enumeradas, podemos agregar estas otras dos:

3. Las áreas *D* y *E* representan superficies que aparecen *de canto* en la proyección lateral.

4. Las áreas *F* y *G* representan, asimismo, superficies que aparecen *de perfil* en la proyección vertical.

Desde que se estableció que, la mayoría de las áreas indicadas tienen que aparecer como líneas en las proyecciones adyacentes, nos queda solamente poder identificar correctamente a esas líneas que representan superficies. Por ejemplo, las superficies *D* y *E*, visibles sólo en la proyección vertical, son superficies verticales (1.ª conclusión), y aparecen como líneas en la proyección lateral (3.ª conclusión); las líneas verticales gruesas designadas por *D* y *E*, en

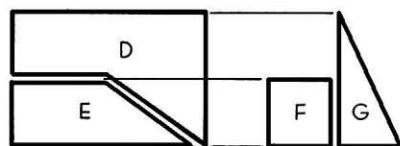


Fig. 1-20. Proyecciones vertical y lateral con las áreas separadas.

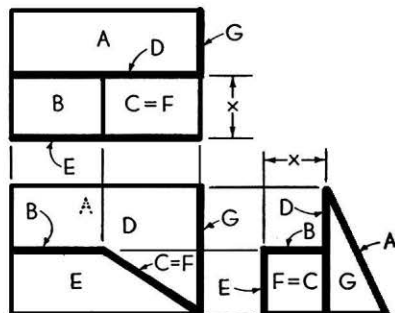


Fig. 1-21. Las superficies que se muestran de perfil están dibujadas en líneas gruesas.

la proyección lateral de la figura 1-21, deben representar correctamente a estas superficies. De este modo podemos decir que la superficie *E* es la frontal del objeto, mientras que la superficie *D* está situada detrás a una distancia *x*. Las líneas que representan las superficies *D* y *E*, en la proyección horizontal, pueden ya ser fácilmente identificadas.

La superficie triangular *G*, visible solamente en la proyección lateral, debe figurar como una línea, alineada a la misma altura en la proyección vertical, según la 4.^a conclusión. La línea es designada así en la figura 1-21. La superficie *F* debe estar inclinada al aparecer en la proyección vertical como una línea en pendiente. Pero la superficie *C* también está como una línea en esa proyección vertical (2.^a conclusión) y por ello *C* y *F* son las proyecciones horizontal y lateral de la misma superficie inclinada. La posición y forma de cada superficie visible, pueden quedar bien determinadas continuando este proceso de razonamiento y verificando todas las conclusiones, con detenimiento, en cada una de las tres proyecciones. En el examen anterior solamente se ha fijado la atención sobre las superficies visibles; estas superficies son las que deben ser consideradas primero, y, si fuera necesario, se emplearán los mismos métodos para identificar las superficies ocultas.

El lector observador habrá, probablemente, notado que la segunda conclusión no era enteramente correcta. Considerando únicamente los planos horizontal y vertical, la superficie *A* podría ser una superficie horizontal situada en la parte superior del objeto, apareciendo así, como una línea en la vista frontal. Pero la proyección lateral (que no se consideró en la segunda conclusión) demuestra que esta superficie *A* no es horizontal, sino inclinada de arriba abajo, hacia el borde inferior-posterior del objeto. Esta excepción aparente a una regla sencilla acentúa, de nuevo, que dos vistas de un objeto no siempre son suficientes (véase fig. 1-11). La figura A-30, del Apéndice, nos muestra un dibujo gráfico de este objeto.

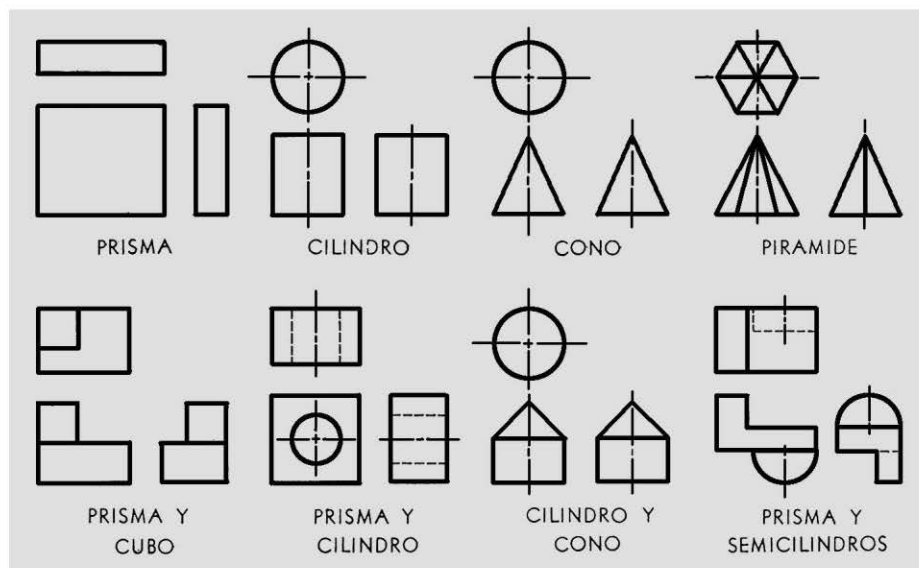


Fig. 1-22. Dibujo de múltiples proyecciones de cuerpos geométricos corrientes.

1-11. Indicaciones generales para la lectura de un dibujo

En los artículos anteriores, la lectura de un dibujo de múltiples proyecciones ha quedado reducida a un proceso de análisis completo y exacto. Los análisis de los objetos, representados como cuerpos geométricos por sus superficies, han sido explicados, a este efecto, con considerable detalle, con objeto de convencer al estudiante poco imaginativo que él también puede aprender a interpretar o leer un dibujo. Con un conocimiento claro de principios y métodos aplicados cuidadosamente a la práctica de muchos problemas, la capacidad para saber leer los dibujos de ingeniería puede adquirirse con facilidad.

Como el conocimiento y la destreza aumentan con la práctica, se aprenderá que los análisis más bien largos son, en cierto modo, generalmente innecesarios. Tres factores contribuyen a esta facilidad interpretativa: (1) el recurso a emplear las formas geométricas, como partes componentes de los objetos que no nos sean familiares; (2) el simple reconocimiento de los objetos corrientes y (3) la aplicación rápida, casi subconsciente, de los métodos analíticos.

La figura 1-22 nos muestra los dibujos de múltiples proyecciones, correspondientes a unos cuantos cuerpos geométricos sencillos y familiares, que además de estar solos se han combinado entre sí. Tales objetos no requieren, con seguridad, ningún análisis ya que son apreciados a primera vista, lo mismo que un planista reconoce una combinación sencilla de notas. La figura 1-23 muestra también dibujos de proyecciones múltiples de unos cuantos objetos corrientes y muy sencillos. Para el que no es técnico las proyecciones de la mesa, llave inglesa y el destornillador, le producen una inmediata representación mental del objeto. Similarmente, para el ingeniero o técnico que ha visto los planos de muchas máquinas, las proyecciones de la polea, biela y cojinete le causan también un reconocimiento instantáneo. Pero para un examen general posterior, lo mismo para el que no es técnico que para el ingeniero, tienen que examinar

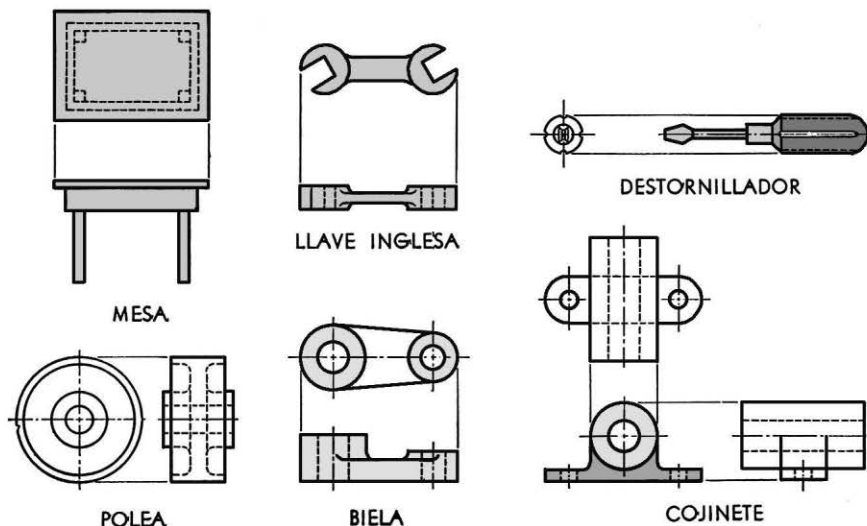


Fig. 1-23. Dibujos de múltiples proyecciones de objetos familiares corrientes.

las proyecciones al detalle para determinar qué características, si las hay, son peculiares al cojinete o a la mesa.

Debería recordarse que cada proyección de un objeto requiere un diferente punto de vista. Cuando el lector mira una proyección horizontal, debería imaginarse que él mismo está realmente sobre ese objeto, mirándolo desde arriba de un modo centrado y perpendicularmente. Cuando el punto visual cambia a la proyección vertical, el observador debe cambiar mentalmente su posición, e imaginarse que ahora está exactamente enfrente del objeto, con su punto de vista concentrado en él mismo. Así como el lector pasa de un plano a otro, el observador está cambiando continuamente su punto de vista; el objeto mismo, en cambio, está quieto.

En el capítulo próximo trataremos de la construcción detallada de las proyecciones principales de cualquier objeto, y desarrollaremos un procedimiento sistemático para esta construcción que, siendo sencillo, nos permita entonces dibujar, no solamente las proyecciones principales, sino también una proyección del objeto como si apareciera, o se le viera, desde cualquier dirección imaginable. La aplicación de esta técnica, poderosa para la solución de los problemas, implica el estudio de las distancias en el espacio y las relaciones entre ellas, lo que constituye *la ciencia de la geometría descriptiva*.

PROBLEMAS. Grupo 1.

2. PROYECCIONES AUXILIARES

2.1. Objeto de las proyecciones auxiliares

En la figura 1-10, del capítulo anterior, han sido indicadas las seis principales proyecciones de un objeto sencillo. Tres de estas proyecciones eran tan semejantes a las otras tres que, por eso fueron descartadas. Los tres planos seleccionados que están indicados en las figuras 1-8 y 1-9, se consideraron los más convenientes. Pero no todos los objetos son tan sencillos, ni constan solamente de superficies horizontales y verticales. Si un cuerpo tiene superficies inclinadas estas aparecerán en las proyecciones principales o acortadas o deformadas. En la figura 1-15 ya vimos que el cartón cuadrado, cuando estaba inclinado, nunca aparecía como tal cuadrado en ninguna de las proyecciones.

Para que una superficie inclinada pueda verse en su verdadero tamaño es preciso que el observador se sitúe, precisamente, enfrente de ella; es decir, que la dirección del rayo visual debe ser perpendicular a esa superficie. Ninguna de las proyecciones principales tiene una línea visual de dirección inclinada; por ello la proyección que se precisa ahora tiene que ser especial. Y como tales proyecciones generalmente se complementan con las principales se las llama por este motivo *proyecciones auxiliares*. Estas proyecciones auxiliares permiten representar un objeto desde una dirección deseada. De este modo estas proyecciones serán una ayuda verdaderamente valiosa para el dibujante, ya que la mayoría de todos sus problemas pueden ser fácilmente resueltos, si se observan los objetos desde las direcciones más convenientes.

2.2. Construcción de una tercera proyección principal

Como la construcción de una proyección auxiliar es muy similar a la de una principal, trataremos primero de esta última construcción. En la figura 2-1, nos dan las proyecciones vertical y lateral de un objeto y nos piden que dibujemos la proyección horizontal del mismo. En dicha figura de acuerdo con las explicaciones que a continuación se detallan, se observa que el proyecto, aná-

lisis y construcción de la nueva proyección debe ser realizado en cuatro etapas.

Etapa 1. *Proyectar la posición general de la proyección nueva.*

Como la proyección horizontal tiene que estar exactamente encima de la vertical podemos ya trazar, hacia arriba, las paralelas que parten de los extremos de esta proyección vertical. Si queremos tener el dibujo bien centrado, las distancias marginales D y D' , E y E' , deben ser iguales entre sí. Las distancias B y C , entre las figuras, a ser posible, serán aproximadamente iguales; en cambio, las distancias A y A' , que figuran en las proyecciones horizontal y lateral, por ser la dimensión de profundidad del objeto, tienen que ser *exactamente* iguales.

Etapa 2. *Analizar las dos proyecciones dadas, y designar las superficies y puntos que se corresponden en las mismas.*

En la proyección lateral, la superficie visible T tiene un carácter notable, a causa de su rara forma irregular. No existe ninguna área de configuración parecida en la proyección vertical, por eso esta superficie T se representará, de canto, según la línea inclinada T . Las superficies R y S pueden ser igualmente identificadas en cada una de las dos proyecciones. En la proyección lateral han sido señalados los vértices de la superficie T , para facilitar la construcción, trazando las correspondientes paralelas, podemos situar estos vértices en la proyección vertical.

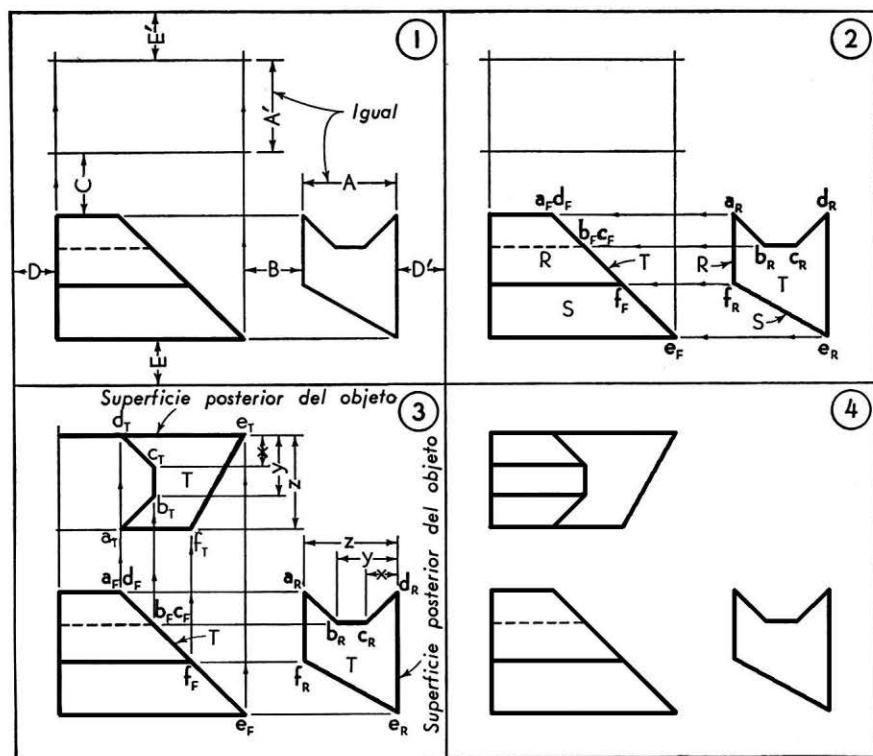


Fig. 2.1. Construcción de la proyección horizontal.

Etapa 3. Localizar por similitud y alineación las superficies y los puntos pertenecientes a las proyecciones dadas en la proyección nueva.

Desde cada punto reseñado de la proyección vertical, se trazan paralelas hasta la proyección horizontal. Entonces a_T deberá estar colocado exactamente sobre a_F , b_T sobre b_F etc. (regla 2). Pero las proyecciones lateral y horizontal son *anexas*, y como en esa proyección lateral los vértices señalados por d_R y e_R se encuentran en la parte posterior del objeto, señalada con una línea gruesa, estos mismos puntos d_T y e_T deberán encontrarse también en la parte posterior del objeto, en la proyección horizontal (regla 3). El punto c_R se encuentra, en la proyección lateral, a una distancia x de la superficie posterior del objeto. El vértice c_T , situado en la proyección horizontal exactamente encima de c_F , deberá encontrarse a la misma distancia x de la línea posterior del objeto. De igual modo, b_T estará a la misma distancia y que lo está b_R , de esa superficie posterior del objeto. Los vértices a_T y f_T , que están en la superficie frontal, se encontrarán a la distancia z de la superficie posterior. Esta distancia también se indica en la proyección lateral. Luego para encontrar la proyección horizontal T de la superficie, bastará ir uniendo, alfabéticamente, los vértices ya obtenidos anteriormente.

Etapa 4. Completar la proyección por simple inspección o por otros análisis ulteriores.

Después que la superficie T haya sido dibujada, la proyección horizontal se puede completar por simple inspección, pero si el dibujante tiene una idea todavía confusa del objeto, se pueden identificar otras superficies tales como R y S , reseñándolas y construyéndolas de la manera indicada, hasta que se complete la proyección.

2.3. Empleo de una línea de referencia o de tierra

En la figura 2-1, las distancias entre paralelas se llevaban desde la proyección lateral a la horizontal, a partir de la superficie posterior del objeto. Esto es conveniente y posible hacerlo, debido a que esa superficie posterior del objeto aparecía como una línea en ambas vistas, la horizontal y la lateral. Pero puede ocurrir que la posición particular de un objeto sea tal que ninguna de sus superficies aparezca como una línea. Eso ocurre en el objeto indicado en la figura 2-2. En esta figura se dan las proyecciones horizontal y vertical de un prisma oblicuo, solicitándose la construcción de la proyección lateral derecha.

Etapa 1. Elección de una línea de referencia.

Como las distancias medidas a lo largo de las paralelas de la proyección horizontal tendrán que ser llevadas a las paralelas correspondientes de la vista lateral, se precisa una base de medida o *línea de referencia*. Ya que, en este caso, no hay ninguna línea o superficie del objeto que sea perpendicular a las paralelas, podemos elegir arbitrariamente una línea tal como la $X-X$, de la proyección horizontal, que pase por el vértice a_T . Si esta línea de referencia pasa por el punto a_T de la proyección horizontal, debe también pasar por el punto a_R de la proyección lateral, y la línea $X-X$ colocada en la proyección lateral nos proporcionará la distancia deseada entre las proyecciones verticales y laterales.

Etapa 2. Construcción usando la línea de referencia $X-X$.

Consideremos solamente la superficie extrema derecha del prisma, designando sus cuatro vértices en las proyecciones horizontal y vertical. Además de las paralelas que unen estos vértices en las dos vistas dadas se trazarán las para-

lelas que parten de los vértices de la proyección vertical y que son perpendiculares a la línea de referencia $X-X$ de la proyección lateral. A partir de los puntos en que estas paralelas corten a ese eje $X-X$, se irán llevando las distancias entre los vértices superiores b_T, c_T, d_T y la línea $X-X$ de la proyección horizontal, para así obtener los vértices b_R, c_R, d_R . Por ejemplo, la distancia x de c_T al ser llevada a la proyección lateral nos da c_R . Se unirán estos vértices hallados y tendremos la proyección lateral derecha de esa superficie extrema derecha del prisma, que por ser visible desde esa proyección lateral, formará un contorno de línea continua.

Etapa 3. Construcción usando la línea de referencia $X'-X'$.

La construcción es exactamente igual que la indicada anteriormente, sólo que ahora se emplea la línea de referencia $X'-X'$. Si nos referimos de nuevo a la etapa 1 podemos hacer que el eje seleccionado $X-X$ de la proyección horizontal se traslade paralelamente, una distancia y , a la posición $X'-X'$. La línea $X-X$, de la proyección lateral, se trasladará también a la posición $X'-X'$, que estará situada a la misma distancia y . Sin embargo, tendremos ahora la misma vista lateral que la lograda anteriormente. O sea que la línea de referencia en las dos proyecciones anexas puede ser colocada en cualquier sitio, siempre que se cumplan las dos condiciones siguientes: 1) que el eje elegido sea perpendicular a las líneas paralelas que unen las proyecciones adyacentes;

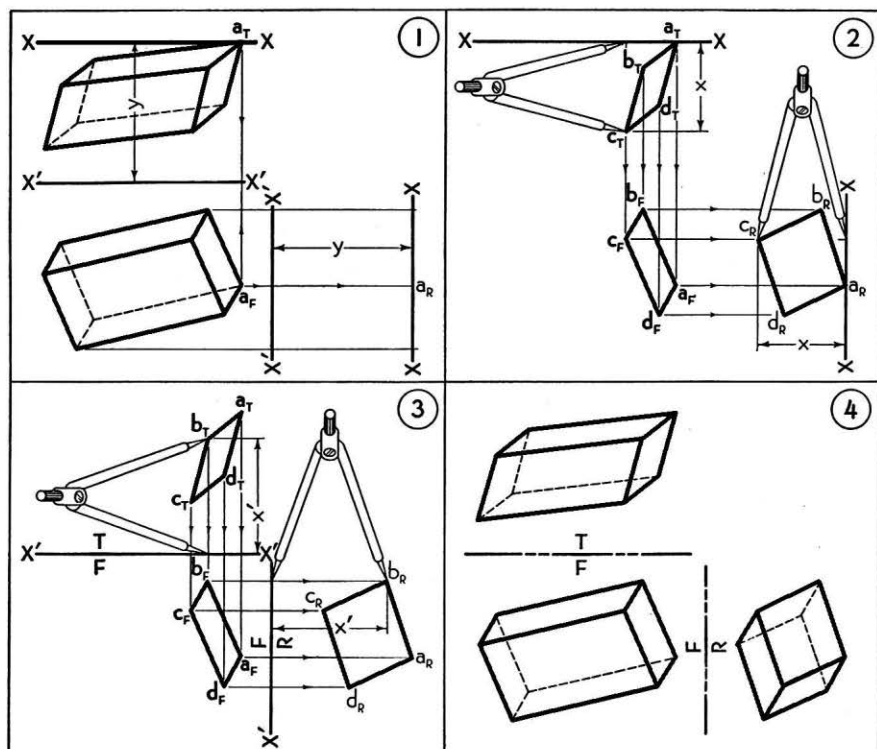


Fig. 2.2. Construcción de una proyección lateral empleando una línea de referencia.

y 2) que todas las medidas deben tomarse, en las dos proyecciones anexas, *hacia* o *en dirección opuesta* a la proyección común adyacente. Obsérvese, por ejemplo, que en la etapa 2 la distancia x se ha medido desde la línea $X-X$ *hacia* la proyección vertical, en ambas proyecciones, horizontal y lateral; en la 3 etapa la distancia x' se ha medido desde la línea $X'-X'$ *en dirección opuesta* a la proyección vertical, en ambas proyecciones, horizontal y lateral. La falta que se comete al no observar esta condición se hizo notar en la figura 1-13 al dibujar incorrectamente la proyección lateral derecha partiendo de la proyección lateral izquierda.

Etapas 4. Completar la vista.

De la misma manera que se ha determinado la superficie extrema derecha del prisma se hallará la cara paralela extrema izquierda, y uniendo los ocho vértices tendremos la proyección lateral derecha, del prisma indicado.

2.4. Anotación de la línea de referencia

La línea de referencia es un medio artificioso y sencillo, empleado como una ayuda, para la construcción de las proyecciones adicionales. Frecuentemente es innecesaria en la construcción de las proyecciones principales, como quedó demostrado en la figura 2-1, ya que las medidas pueden ser tomadas desde la línea posterior del objeto, pero en cambio en la construcción de la mayoría de las proyecciones auxiliares es prácticamente una necesidad. Es conveniente, por lo tanto la notación y empleo de algún sistema esquemático para designar la línea de referencia a través de este texto.

Aunque, como ya se indicó anteriormente, la línea de referencia puede estar en cualquier sitio, es de una ventaja considerable colocarla entre las proyecciones adyacentes, al modo expresado en la etapa 4 de la figura 2-2. La línea de referencia siempre la emplearemos así, colocada entre las vistas adyacentes, separando efectivamente las áreas concedidas a cada proyección. Otra ventaja de esta posición es que las medidas tomadas en las paralelas, de las proyecciones anexas, serán siempre de *dirección opuesta* a la proyección común adyacente. Los dibujos que necesiten solamente dos proyecciones, para su solución, es evidente que no precisarán de ninguna línea de referencia entre dichas proyecciones. Sin embargo, en las ilustraciones que vengan en el texto de tales problemas, conservaremos la línea de referencia para separar claramente esas proyecciones.

Para distinguir la línea de referencia se la dibuja a trazos, dos guiones cortos y uno largo dibujados alternativamente. La línea de referencia, en este texto, será siempre designada con las letras $T-F$, $F-R$, horizontal-vertical, vertical-lateral, etc., para asociar con esas iniciales las proyecciones adyacentes correspondientes (véase fig. 2-2). De cualquier modo es evidente que el sistema fundamental de construcción, que se acaba de indicar, es independiente de la posición relativa de la línea de referencia y de las letras o números que se empleen en su designación.

PROBLEMAS. Grupo 2.

2.5. Proyecciones auxiliares adyacentes a la horizontal

En el artículo 1-5 se estableció que las líneas visuales para dos proyecciones adyacentes cualesquiera, debían ser perpendiculares (Regla 1). Pero a cualquier

línea dada se le pueden trazar un infinito número de líneas perpendiculares. Dada la línea vertical *T*, de la figura 2-3, hay un número infinito de líneas *A*, *B*, *C*, etc., que son perpendiculares a esa línea *T*; por lo tanto, si *T* representa la dirección visual para una proyección horizontal, entonces las líneas perpendiculares que se indican en la figura 2-3 representarían las direcciones visuales para un número infinito de proyecciones, que podrían ser adyacentes a la proyección horizontal. Pero todas estas proyecciones horizontales adyacentes deberán ser, necesariamente, tomadas con *líneas visuales horizontales*, pues a 90 grados de la vertical sólo se puede ser horizontal. Si tenemos en cuenta que el hombre es un ser que anda erguido y que corrientemente observa sus alrededores con líneas visuales horizontales, resulta que tales proyecciones no solamente son importantes en trabajos de ingeniería, sino que también proporcionan el punto de vista natural. Este tipo de proyección será considerada como *elevada o adyacente a la horizontal*.

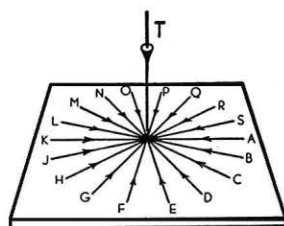


Fig. 2-3. Líneas perpendiculares a una línea dada *T*.

La figura 2-4 nos representa la proyección horizontal y cuatro auxiliares, adyacentes a la horizontal de una pirámide. En el ángulo superior derecho de esta figura se muestra la pirámide y las flechas indicadoras de las direcciones de las visuales para cada una de las proyecciones. Si miramos la pirámide hacia abajo, las flechas *A*, *B*, *C* y *F* deben aparecer como se ven en la proyección horizontal. Entonces la proyección vertical, mirando en dirección de la flecha *F*, se situará exactamente debajo de la proyección horizontal y estarán unidas por paralelas a la dirección *F*. Similarmente la vista *A*, que es una sencilla proyección lateral derecha en posición alternada como ya vimos en la figura 1-9, se une a la proyección horizontal mediante paralelas a la flecha *A*. Y las posiciones de las proyecciones *B* y *C* están también unidas a la proyección horizontal por paralelas a esas líneas visuales.

Cada uno de los cinco vértices de la pirámide han sido designados en las proyecciones horizontal y verticales. La línea de referencia *T-F* se ha colocado en cualquier sitio entre las dos proyecciones. Partiendo de estas dos proyecciones adyacentes, cualquiera otra proyección adyacente a la horizontal, tal como la *B*, puede trazarse fácilmente. El procedimiento empleado, fase a fase, semejante al que se indicó para las proyecciones principales adicionales, es el siguiente:

Fase 1. Partiendo de cada vértice de la proyección horizontal, se trazan paralelas a la dirección de la línea visual *B*.

Fase 2. Perpendicular a esas paralelas se traza la línea de referencia *T-B*, a cualquier distancia de la proyección horizontal.

Fase 3. Las vistas *B* y *F* son proyecciones anexas y, por lo tanto, las distancias que se tomen en las paralelas, de puntos semejantes, deberán ser las mismas en cada proyección. El vértice *O_F*, por ejemplo, está a la distancia *x* de *T-F*; por consiguiente, el vértice *O_B* deberá también estar a la misma distancia

x de $T-B$. La distancia y , tomada con el compás en la figura 2.4, desde la base de la pirámide a $T-F$, deberá ser trasladada a la proyección auxiliar B , como queda indicado.

Fase 4. Los cinco puntos así localizados se unen con líneas rectas, para completar la proyección observemos que la línea $o_B a_B$ se traza de puntos por estar oculta. La construcción de las proyecciones A , B y C , difiere solamente en la dirección de la línea visual, porque todas las proyecciones superiores-adyacentes son equidistantes desde sus respectivas líneas de referencia y por ello tienen la siguiente característica común:

Todas las proyecciones superiores-adyacentes muestran la altura verdadera del objeto.

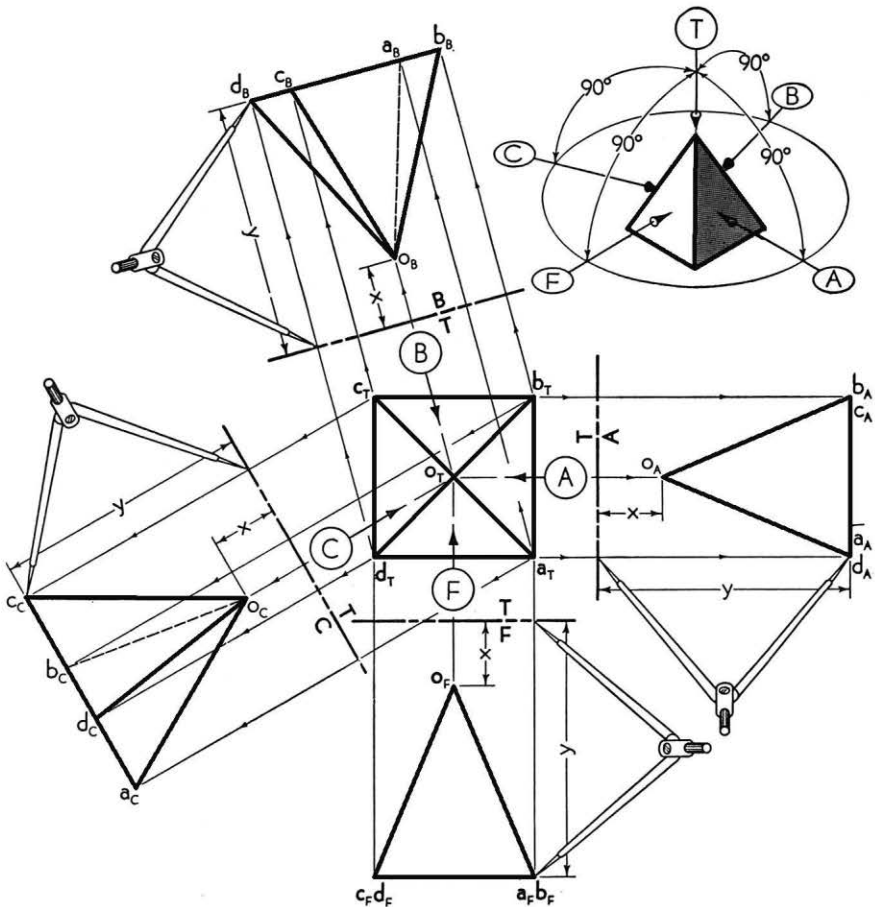


Fig. 2.4. Proyecciones auxiliares adyacentes a la horizontal.

2.6. Proyecciones auxiliares adyacentes a la vertical

En el artículo anterior, la proyección horizontal era la *proyección adyacente común* para una serie de proyecciones de elevación o adyacentes a la horizontal. De manera semejante una cualquiera de las otras proyecciones principales, puede también servir de núcleo para un número infinito de proyecciones adyacentes. Pero de acuerdo con la regla 1 cada par de proyecciones adyacentes deben tener perpendiculares sus líneas visuales.

La figura 2.5 nos ilustra sobre la construcción de proyecciones auxiliares ad-

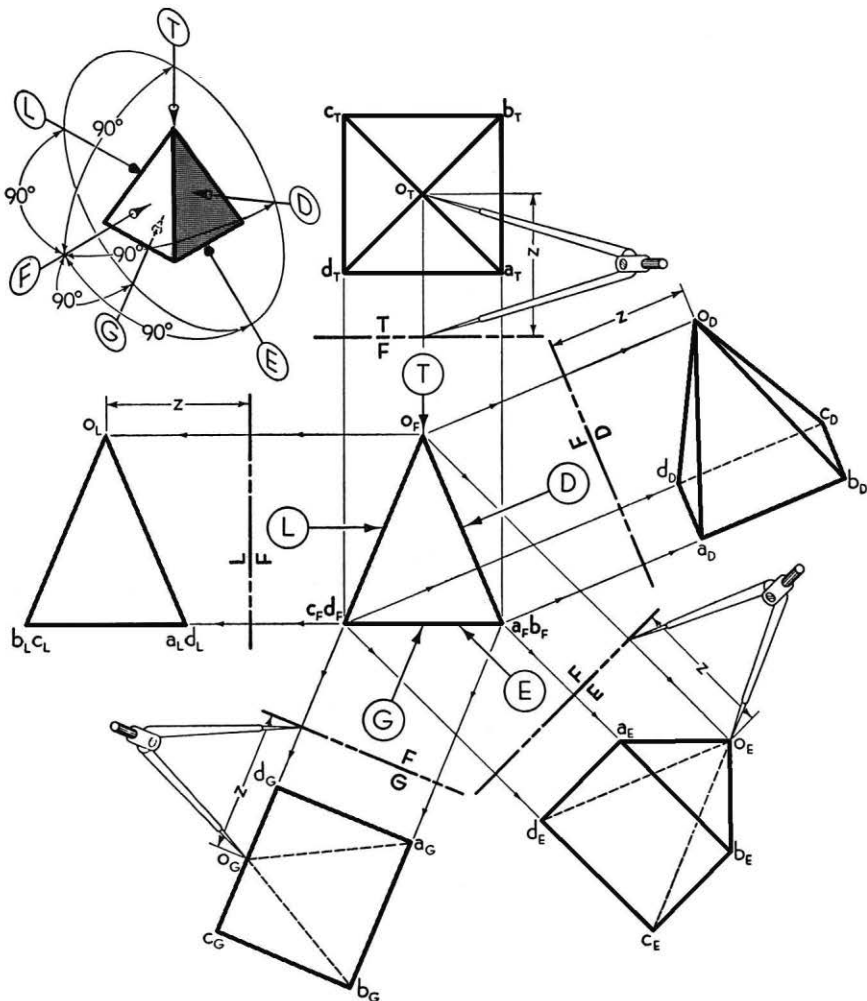


Fig. 2.5. Proyecciones auxiliares adyacentes a la vertical.

yacentes para una proyección principal, que en este caso es la proyección vertical. Las mismas proyecciones horizontales y verticales de la pirámide que se trató en la figura 2-4, son las que ahora se indican. Las vistas D , E , G y L son adicionales y adyacentes a la proyección vertical. Con el esquema gráfico, se puntualiza el hecho de que las direcciones visuales, para cada una de las adyacentes proyecciones verticales, deben formar 90° con esa visual frontal, para la proyección vertical. Las flechas direccionales aparecen claramente en la proyección vertical, situándose las proyecciones adyacentes por las paralelas a esas líneas visuales.

Las fases de construcción para estas proyecciones adyacentes a la vertical, son exactamente semejantes a las ya descritas para las proyecciones superiores-adyacentes: (1) se trazan las paralelas, desde la vertical a las líneas visuales referidas; (2) las líneas de referencia se colocan a cualquier distancia de la proyección vertical; (3) las distancias que se tomen en las paralelas, deberán ser iguales a las correspondientes de otra proyección anexa. Así, por ejemplo, si el vértice O_T está a una distancia z , de su línea de referencia $T-F$, entonces los puntos O_D , O_E , O_G , y O_L estarán todos a la misma distancia z de sus respectivas líneas de referencia. Y lo mismo sucederá para cualquier otro punto del objeto. Por lo tanto, aunque estas proyecciones pudieran aparecer muy distintas tienen todas una característica común:

Todas las proyecciones auxiliares adyacentes a la vertical representan en su verdadero tamaño la dimensión de profundidad del objeto medida de izquierda a derecha.

Ya se vio que *todas* estas proyecciones adyacentes a la horizontal tienen *líneas visuales horizontales*. Con cuatro importantes excepciones, las proyecciones verticales adyacentes tienen *líneas visuales inclinadas*. Estas cuatro excepciones son: las proyecciones horizontales, superior e inferior, cuyas líneas visuales son verticales, y las proyecciones laterales, derecha e izquierda, cuyas líneas visuales son horizontales. (Véase L en la figura 2-5, en la vista lateral izquierda).

Las proyecciones auxiliares pueden también trazarse de manera que sean adyacentes a las proyecciones laterales derecha e izquierda. Estas proyecciones no se han dibujado, porque el método de construcción es idéntico al reseñado anteriormente. Las proyecciones adyacentes a una lateral podrían, desde luego, tener líneas visuales perpendiculares a la línea visual lateral y poder incluir una proyección horizontal inferior y superior, una vertical y otra posterior, así como un número infinito de proyecciones inclinadas.

Todas las proyecciones adyacentes a la lateral muestran en su verdadero tamaño la dimensión de longitud del objeto tomada de izquierda a derecha.

PROBLEMAS. Grupo 3.

2-7. Proyecciones auxiliares adyacentes a otra auxiliar

Ya se ha demostrado que las proyecciones adicionales pueden representar un objeto, mostrándolo tal como aparece cuando dicho objeto se proyecta desde otras direcciones distintas a las principales. Pero las proyecciones adya-

centes a las proyecciones horizontal, vertical o lateral han sido limitadas a las proyecciones cuyas líneas de visualidad sean perpendiculares a la línea visual de una de aquellas proyecciones principales. Para ver el objeto desde una dirección que no sea perpendicular a cualquiera de estas direcciones principales, es necesario dibujar una proyección auxiliar adyacente a otra proyección auxiliar, dibujada previamente. Esta construcción que es por completo similar a las descritas, se ilustra en la figura 2-6.

Como antes, se requiere la construcción de las proyecciones auxiliares *A*, *B* y *C*, partiendo, en la figura 2-6, de las proyecciones horizontal y vertical de una pirámide. Las direcciones visuales de estas proyecciones auxiliares *A*, *B* y *C* han sido seleccionadas completamente al azar para ilustrar simplemente el método constructivo de cada proyección; en otras palabras, no se ha realizado ningún esfuerzo para ver el objeto desde una específica y determinada dirección.

La *A* es una proyección horizontal-adyacente, tomada desde una dirección arbitraria. Por ello es una proyección alzada y se ha construido como se ex-

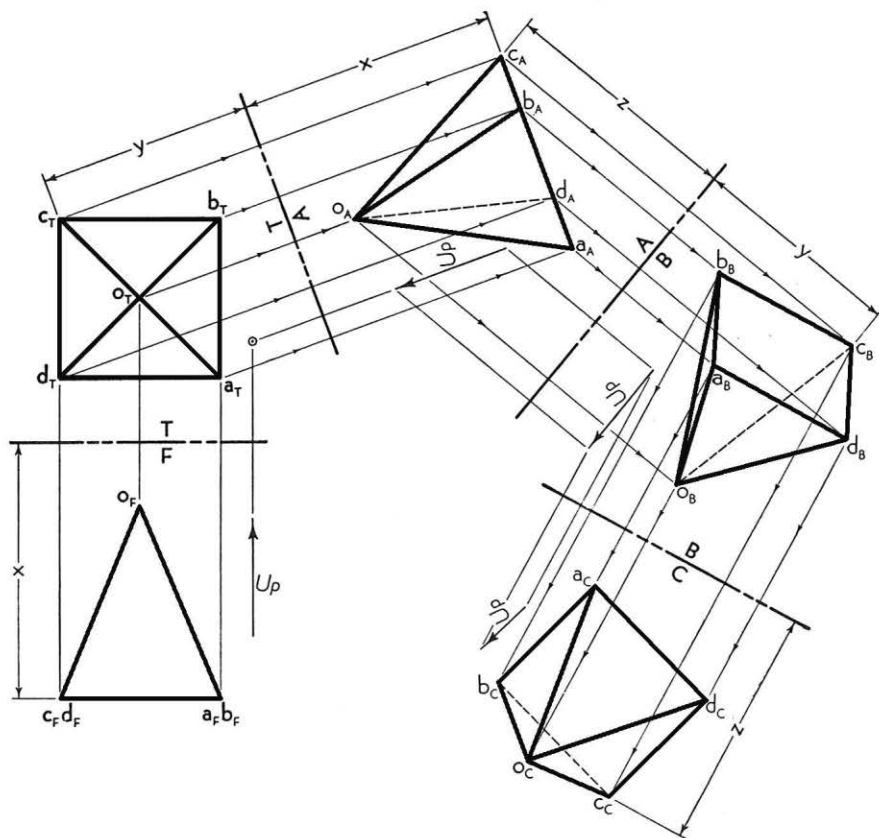


Fig. 2-6. Proyecciones auxiliares adyacentes a otra auxiliar.

plicó en el artículo 2-5. Siendo anexas las proyecciones A y F resulta que ambas tienen igual la distancia x .

Si desde los vértices de la proyección A se trazan paralelas, en cualquier dirección deseada, una nueva vista auxiliar tal como la B , se puede construir adyacente a la proyección A . La construcción de la proyección B se efectúa con un método idéntico al empleado con cualquiera de las otras proyecciones adicionales: (1) se trazan las paralelas desde cada vértice del objeto de la proyección A ; (2) la línea de referencia $A-B$ se traza perpendicular a estas paralelas y a cualquier distancia conveniente de la proyección A ; (3) las distancias que se tomen en las paralelas de la proyección B , serán las distancias correspondientes de otra proyección anexa, que en este caso será la proyección horizontal. (La proyección horizontal y la proyección B son anexas, por ser cada una adyacente con la proyección A .) Como ejemplo de estas mediciones, obsérvese que los vértices c_T y c_B están a la misma distancia y de sus líneas de referencia respectivas, $T-A$ y $A-B$.

La B es una proyección auxiliar, que es adyacente de otra también auxiliar. Del mismo modo que se ha trazado la proyección B adyacente a la A podemos trazar la C que sea, a su vez, adyacente con la B ; y, del mismo modo se puede trazar otra proyección que fuera adyacente con la C ; y así continuar hasta el infinito. Pero cualquiera que sea el número de proyecciones trazadas al aplicar la regla 3, la fase 3.^a de construcción es siempre la misma:

En toda nueva proyección las distancias que se tomen en las paralelas serán siempre obtenidas de una proyección anexa a la que se está dibujando.

Siendo la proyección C anexa a la A , el punto c_C estará de su línea de referencia $B-C$ a una distancia z exactamente igual a la que separa c_A de su línea de referencia $A-B$.

Aunque para el dibujante es relativamente fácil imaginar la posición del observador en cada una de las proyecciones principales, para proyecciones tales como la B y la C ya es mucho más difícil la visualización de las mismas. Afortunadamente, la construcción y empleo de ellas no depende de tales esfuerzos imaginativos, ya que, como veremos más adelante, si fuera necesario, la dirección visual para cualquier proyección puede determinarse por métodos analíticos.

PROBLEMAS. Grupo 4.

2-8. Aspecto de las proyecciones

De la figura 2-4 a la figura 2-6 hemos visto, en total, 12 proyecciones diferentes del mismo objeto, que, evidentemente, según la proyección vertical de cada figura, se trata de una pirámide que descansa sobre su base en posición natural colocada. Pero en aparente contradicción con este hecho, sin embargo, la mayoría de las proyecciones auxiliares que hemos visto dan la impresión de que la pirámide está en una posición inclinada y hasta en algunos casos como si estuviera vuelta totalmente. Mas en realidad, este objeto no se ha movido nunca de la posición indicada en las proyecciones horizontal y vertical originales, pues es el observador únicamente quien cambia de posición. ¿Debe entonces el observador girar totalmente su cabeza para ver el objeto de la fi-

gura 2-4 en la posición de la proyección *B*? De ningún modo. Solamente debe girarse la página del libro.

En la figura 2-4, *A*, *B*, *C* y *F* son proyecciones elevadas obtenidas con líneas visuales horizontales. Representan a la pirámide como debiera aparecer para un observador que paseara alrededor de ella, parándose en cada una de las cuatro posiciones para observarla según esas líneas visuales. El lector puede lograr el mismo efecto girando el libro, mirando a la pirámide y a la proyección en la dirección de cada línea visual.

Para ver cada una de las proyecciones verticales adyacentes de la figura 2-5, el lector debería girar cada proyección hasta ver al vértice *O* en la parte más elevada; si la base de la pirámide es visible, entonces el observador deberá estar en la parte inferior del objeto, mirando hacia arriba. Este es el punto de vista aproximado para las proyecciones *E* y *G*.

Para ver bien la proyección *B*, de la figura 2-6, sería conveniente girar la figura casi totalmente, de arriba abajo; la pirámide entonces, aparecerá hacia arriba siendo visible la base. El observador está situado más bajo que el objeto al que mira desde la parte inferior con visuales oblicuas. Es decir, que para comprender bien una figura bastará contemplarla girando el libro, de manera que veamos de frente la línea de referencia según la dirección de las paralelas, las cuales son perpendiculares a dicha línea de referencia. Mirando así la proyección *C*, vemos la base oculta porque observamos la figura desde arriba hacia abajo, con líneas visuales oblicuas a esa pirámide. En general, también, las diversas proyecciones auxiliares pueden orientarse aproximadamente para aparecer en posición normal, en comparación con la proyección vertical. Para que esto se cumpla, los puntos más altos de la proyección vertical deberán ser los más altos de la proyección auxiliar.

Con el fin interpretativo ya expuesto, y para fines de comprobación, el no perder de vista la posición que tenga la línea vertical en la figura proporciona un índice de seguridad de comprensión. En las proyecciones horizontal y vertical de la figura 2-6 una flecha vertical apunta hacia arriba. En la proyección horizontal esta flecha figura como un punto y en la vertical está en su verdadera longitud. Esta flecha se puede trazar también en las proyecciones *A*, *B* y *C* para de ese modo indicar claramente en cada figura la posición correcta vertical. Evidentemente, si en el mismo objeto hubiera una línea vertical, ésta realizaría la misma misión que la flecha.

2.9. Visibilidad

Para construir proyecciones nuevas de un objeto que consta sólo de líneas rectas, se ha demostrado que es necesario, únicamente, localizar los vértices del objeto para luego unirlos con líneas rectas. En la proyección nueva deben unirse solamente aquellos puntos que ya están unidos en las proyecciones dadas.

No hay que olvidar, sin embargo, el problema de *visibilidad*, es decir, averiguar qué líneas están visibles y cuáles están ocultas.

Esto puede quedar completamente aclarado por inspección de la proyecciones adyacentes.

Aunque los objetos que se puedan dibujar sean infinitos, en variedad y dificultad, vamos a indicar a continuación unas cuantas reglas generales que facilitarán el trazado de los mismos.

REGLAS DE VISIBILIDAD PARA LOS CUERPOS.

- a. Las líneas exteriores de cada proyección serán visibles.
- b. El vértice o arista del objeto más cercano al observador será visible.

El vértice o línea de una proyección que esté más cercano al observador debe aparecer en cualquier proyección adyacente como el más cercano a la línea de referencia común y por ello será visible.

Por ejemplo, en la proyección *B* de la figura 2-7 (proyecciones *B* y *C* de la fig. 2-6), el punto a_B debe ser el vértice más próximo al observador, debido a que la proyección adyacente *C* muestra el punto a_C como el más próximo a la línea de referencia *B-C*.

- c. El vértice o arista que está más alejada del observador estará generalmente oculto, si está dentro del contorno de la proyección.

En la proyección *B* de la figura 2-7, la línea o_{BCB} está oculta, porque en la proyección adyacente *C* la línea o_{CCC} es la más alejada de la línea de referencia *B-C*. Y en la proyección *C* la línea b_{CCC} , está oculta porque en la proyección adyacente *B* esta línea b_{BCB} es la más alejada del observador. Las excepciones a esta regla pueden aparecer si el objeto tiene orificios o huecos a través de los cuales la línea oculta puede aparecer visible.

- d. La visibilidad de las líneas que se cruzan y son, aproximadamente, equidistantes del observador se determina estableciendo la visibilidad del punto de cruce.

Esta regla determina la visibilidad de los lados que no sean, evidentemente,

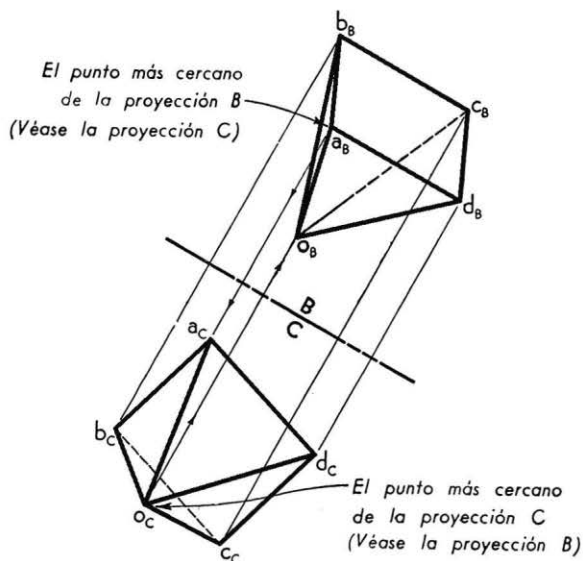


Fig. 2-7. Visibilidad en dos proyecciones cualesquiera adyacentes.

los más cercanos ni los más alejados del observador. En la proyección D , de la figura 2-8, las aristas AC y BD se cruzan en el punto designado por 1-2. Si el punto 1 está sobre el lado AC y el punto 2 sobre el lado BD , entonces se ve en la proyección adyacente E que el punto 1 es el más cercano a la línea de referencia $D-E$. Luego, en la proyección D el punto 1 será visible y también el más cercano al observador, por ello el lado $a_D c_D$ es visible y $b_D d_D$ estará oculto.

En forma semejante si se traza una paralela desde el punto de cruce 3,4, de la vista E , a las mismas líneas de la vista D , se ve que el punto 3 sobre BD es el más cercano; luego la línea $b_E d_E$ será visible y la línea $a_E c_E$ oculta.

- e. Si la paralela correspondiente a un punto de una proyección adyacente no atraviesa ninguna parte de esta proyección dicho punto será visible en la nueva proyección.*

Veamos los puntos a_A, b_A, c_A, d_A de la figura 2-9, que ilustra esta regla *e*; estos puntos de la nueva proyección son visibles, porque las paralelas desde los puntos iniciales a_F, b_F, c_F, d_F no pasan a través del cuerpo de la proyección F . La validez de la regla *e* es evidente, si se recuerda que las paralelas representan, realmente, líneas visuales desde el objeto al observador; si la línea visual, para cualquier punto, no es interceptada por ninguna parte sólida del objeto, entonces este punto en la proyección nueva tendrá que ser visible. También la regla *e* confirma la visibilidad de los puntos x_A, e_A y h_A , determinada anteriormente por las reglas *a* y *b*.

Si no se cumple la regla *e*, es decir, si la línea visual intercepta el objeto, no se puede deducir, a priori, que el punto correspondiente esté oculto, ya que puede ser visible por aplicación de otra regla. Así la paralela desde j_F a j_A aunque pasa a través de la proyección F , hace visible a este vértice j_A por cum-

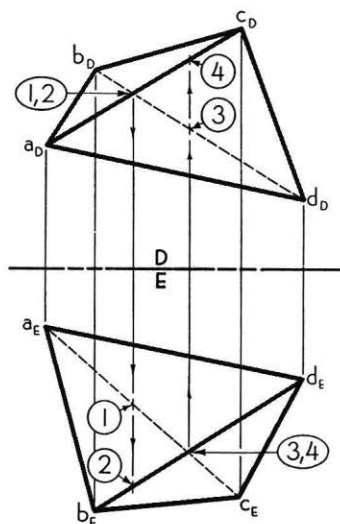


Fig. 2-8. Visibilidad de las líneas que se cruzan en proyecciones adyacentes.

plimentación de la regla *a*.

Esta proyección *A*, de la figura 2-9, nos demuestra también la aplicación de las tres primeras reglas. Por aplicación de la regla *a* los vértices $e_A, f_A, g_A, h_A, j_A, k_A$ y los lados que los unen, son todos visibles por constituir el perímetro exterior de la proyección. Al aplicar la regla *b*, el vértice x_A es el más cercano al observador en la proyección *A*, ya que corresponde al vértice x_F más cercano a su línea de referencia *F-A*, este vértice será visible. Las aristas externas que unen este vértice x_A con los vértices adyacentes, es decir $x_A h_A, x_A f_A$ y $x_A k_A$ serán visibles, ya que se unen vértices que son todos visibles. Obsérvese que el vértice más alejado del observador y_F es una excepción de la regla *c* porque la línea visual del vértice y_A le permite hacerlo visible al pasar a través del orificio de la pieza.

Las cinco reglas que hemos dado aquí son aplicables para todos los objetos sólidos y determinarán correctamente la visibilidad de muchas líneas y puntos. Sin embargo, no satisfacen todos los casos posibles; por ello será preciso dibujar las líneas restantes para su estudio. Pero si las reglas han sido plenamente observadas, las líneas que quedan deberán ser, en su mayoría, líneas interiores; y aquellas que están más alejadas del objeto con relación al observador, evidentemente tales líneas serán generalmente ocultas. Por ejemplo en la proyección *A*, de la figura 2-9, las líneas internas que unen los vértices del orificio son ocultas, excepto $a_A y_A$, que puede ser vista a través del orificio.

En resumen podríamos resaltar que todas las reglas de la visibilidad, excepto la regla *a*, están basadas en un principio capital:

La visibilidad de las líneas internas, de cualquier proyección, está determinada principalmente según la referencia de una proyección adyacente.

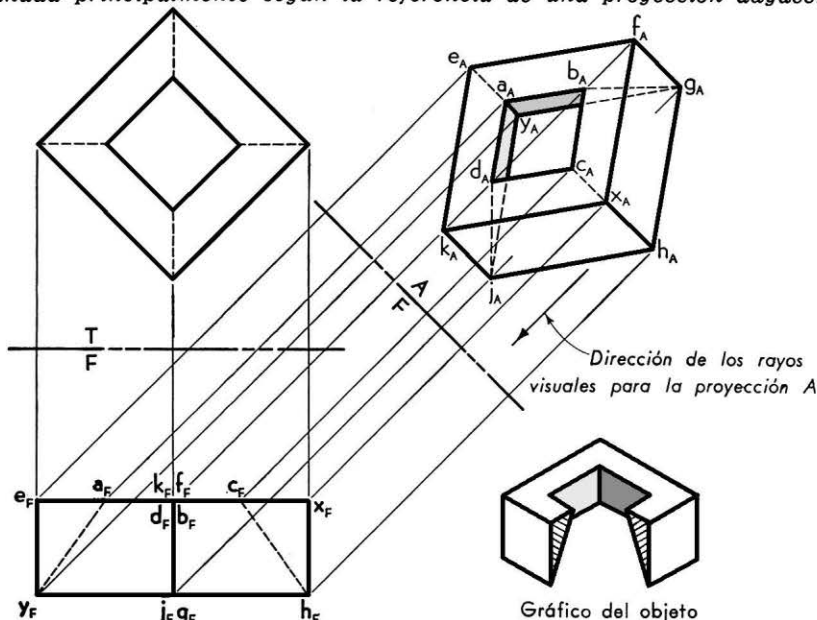


Fig. 2-9. Dibujo que determina las reglas de la visibilidad

3. PUNTOS Y LINEAS

3.1. Situación de un punto

Para localizar la posición de un determinado punto simple, numérica o gráficamente, debemos relacionarlo con otro cuya situación sea conocida. Este punto fijo viene a ser como «el punto de referencia», o más bien como «origen de mediciones» y todos los demás puntos podrán ser localizados a partir de él por cualquier sistema de mediciones tridimensionales. El sistema cartesiano de coordenadas rectangulares, que se indica en la figura 3-1 (a), es generalmente el más empleado en matemáticas, particularmente en la Geometría analítica de los cuerpos. Por el origen O hacemos pasar tres ejes X , Y y Z perpendiculares entre sí, de manera que cualquier punto tal como el A , queda perfectamente situado en el espacio tomando las tres distancias o coordenadas x , y , z .

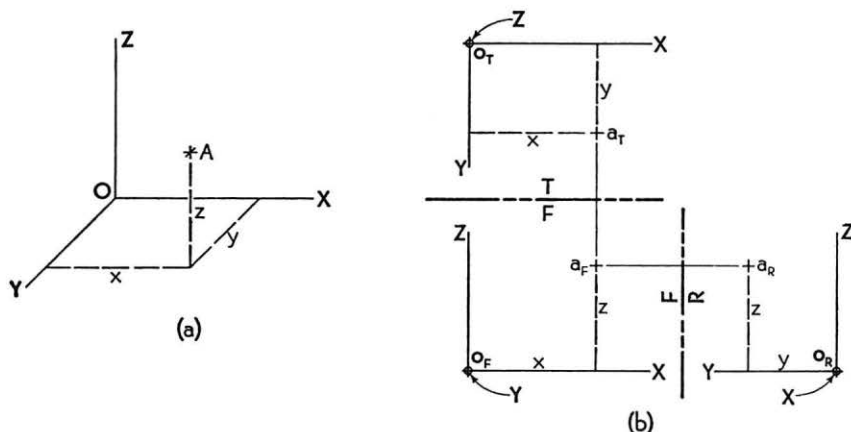


Fig. 3-1. Coordenadas cartesianas.

Este sistema de mediciones puede también ser empleado en los dibujos de proyecciones múltiples, tal como se indica en la figura 3-1(b). Se muestran las proyecciones horizontal, vertical y lateral derecha de los tres ejes y del punto A, de la figura 3-1(a). Se deduce, inmediatamente, que ninguna de las tres proyecciones puede describir ni determinar completamente la posición del punto A con relación al origen O. En la vista horizontal, donde el eje Z aparece como un punto, sólo se ven las distancias o coordenadas x e y ; en la proyección vertical aparecen solamente las distancias x , z ; y por último en la proyección lateral, se muestran las distancias y , z . Pero si tomamos dos cualesquiera de estas tres proyecciones, entonces tendremos las tres coordenadas x , y , z , quedando así localizado el punto A.

La figura 3-2 refleja una aplicación práctica de los ejes coordenados en relación con un avión. El origen O, está situado en la intersección del plano central del fuselaje —plano vertical YZ— con el borde delantero del ala. Las direcciones hacia arriba, hacia la derecha (que es el lado izquierdo del avión) y hacia atrás, se consideran direcciones positivas. Con el empleo de este juego de ejes, cualquier punto del avión puede ser localizado por sus coordenadas; los ejes X e Y, en plano horizontal, indican la posición de vuelo normal del avión. El punto A, por ejemplo, extremidad del ala izquierda, tiene las coordenadas x , y , z , que vemos en la figura reseñada.

Es conveniente, algunas veces, para señalar un punto, indicar su posición con relación al origen o punto de referencia; y así decimos que está a su izquierda, o a su derecha, encima o debajo, al frente o detrás de ese origen. Aunque aquí los términos de «encima» o «debajo», son más bien «más alto que» o «más bajo que», es decir que esos puntos no están *exactamente* encima o debajo de ese punto de referencia, en la misma vertical. Lo mismo diríamos con los significados de «izquierda» o «derecha», «al frente» o «detrás». El punto A, por ejemplo, puede ser descrito como si estuviera con relación al

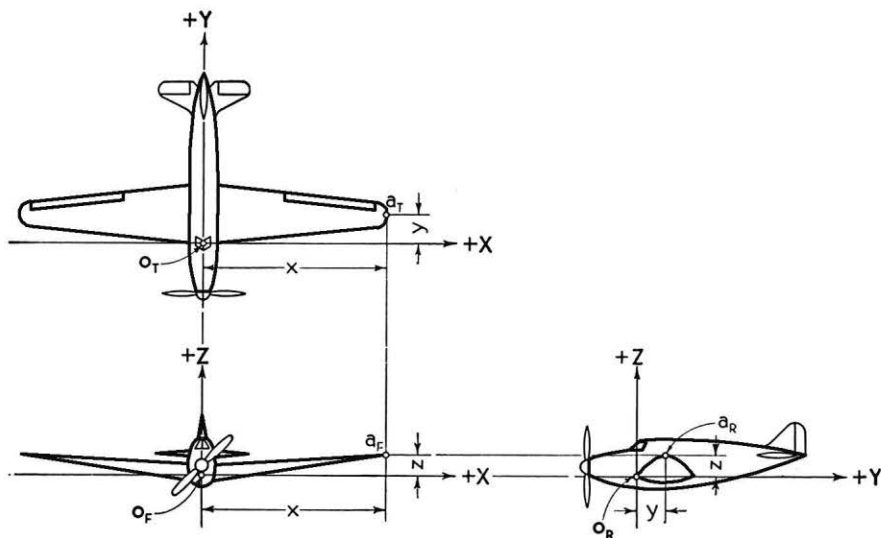


Fig. 3-2. Ejes coordenados o de referencia de un avión.

punto O , a 2 cm a la derecha, 1,5 cm encima y 1 cm delante. Si en la figura 3-3 se da la posición del origen O , el punto A puede ser localizado en cada una de las tres proyecciones. Desde la proyección horizontal se pueden tomar las distancias hacia la izquierda o a la derecha, y hacia el frente o hacia atrás, pero no se puede tomar la *altura*; el punto a_T está situado 2 cm hacia la derecha del punto o_T y 1 cm al frente de este punto. (*Hacia el frente* es siempre *hacia* la proyección vertical; es decir delante de o_T). El punto a_F está colocado exactamente debajo de a_T , y por ello no es necesario medir la distancia de 2 cm. Pero ahora, en la proyección vertical, podemos medir la altura, apareciendo el punto a_F 1,5 cm más arriba del punto o_F . (*Hacia arriba* es hacia la proyección horizontal). Con las proyecciones horizontal y vertical el punto A queda localizado, completándose la vista lateral derecha del modo conocido. Las flechas direccionales, que se indican en la figura 3-3, no se señalan, en los dibujos de ingeniería, pero se han reflejado aquí para facilitar lo que se indica.

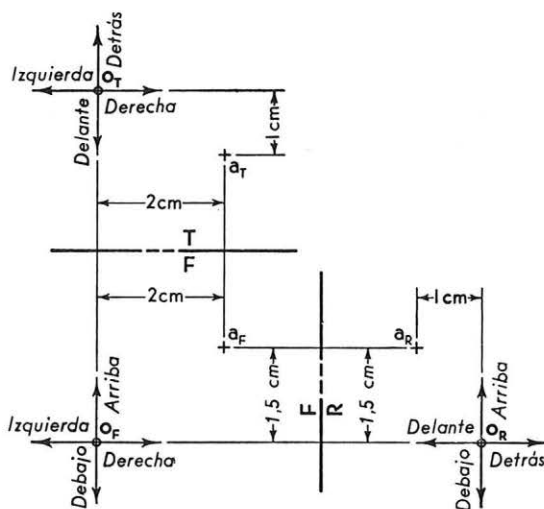


Fig. 3-3. Situación del punto A con relación al punto O .

3.2. Mapas y situación de una línea

Cuando una parte de la superficie de la tierra tiene que ser representada, se emplea un mapa, que es realmente un dibujo de una sola proyección, la horizontal. Aunque se emplean muchas clases de mapas, el mapa topográfico es el que nos muestra, en gran escala, la forma exacta de la superficie de la tierra y es de gran importancia para el ingeniero.

En la figura 3-4, está dibujada la proyección de un terreno en su forma más sencilla, tal como aparecería un mapa. Vemos una serie de líneas de contornos cerrados, cuyo conjunto representa una colina. Cada una de estas líneas, de formas irregulares, viene a ser como una línea imaginaria de la superficie de la tierra que uniera los puntos de la misma cota o altura. Los números que aparecen sobre estos contornos indican la elevación, en metros, que tienen esos puntos sobre el nivel del mar, y así en una sola proyección quedan reflejadas

las tres dimensiones (véase también el artículo 12.1).

Al punto de referencia O se le llama *origen de niveles* o nivel referencia, pudiendo ser localizado cualquier punto tal como el A , a partir de esa referencia. Este punto A está situado a 80 metros al este y a 46 metros al norte del origen; por su situación en la curva de nivel en que se encuentra, está a 920 metros sobre el nivel del mar y como O está a 890 metros, resulta que el punto A está 30 metros más alto que O .

La situación o rumbo de una línea es el ángulo en que esta línea se desvía, hacia el este o hacia el oeste, de la línea norte-sur, como se observa en la proyección horizontal o mapa.

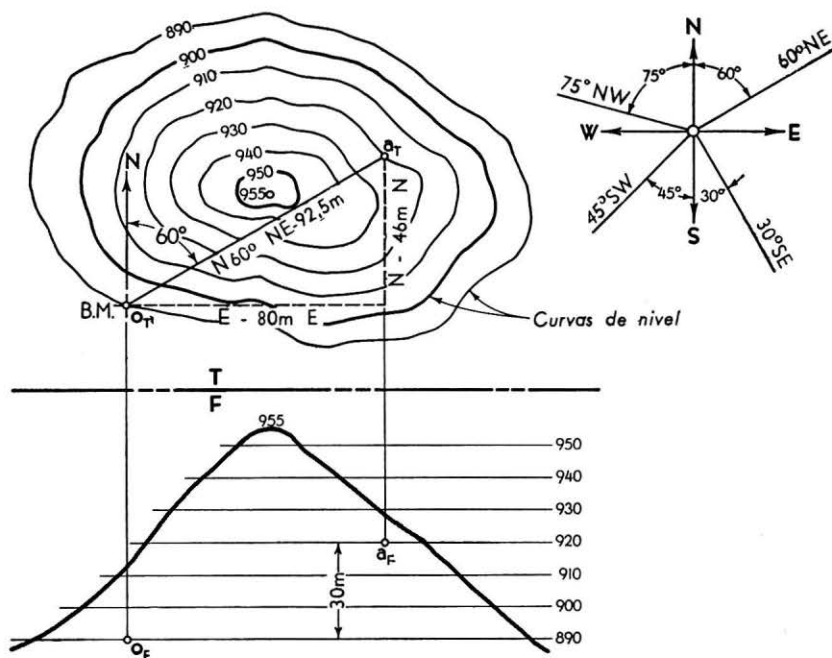


Fig. 3-4. Situación del punto A en un mapa.

La dirección norte se sobreentiende está siempre hacia la parte superior del dibujo, a menos que se indique otra dirección con la flecha correspondiente que marcara ese norte. En la figura 3-4 se marcan las situaciones de cuatro diferentes direcciones en relación con las cardinales de la brújula. Como la situación de una línea es únicamente una dirección en el mapa, se puede ver y medir con tener sólo la *proyección horizontal* o *representación altimétrica*. El rumbo o dirección de una línea es *independiente* de la *pendiente* o *inclinación*.

El punto A de la figura 3-4, puede también ser determinado trazando la línea $O_T A_T$ a 60° NE, desde O_T hacia A_T y tomando a partir de O_T la distancia de 92,5 metros, que es la *distancia horizontal* que existe entre esos dos puntos en

el mapa. Si consideramos la línea OTa_T a partir de este punto hallado a_T formaría un ángulo de 60° SO, con la dirección norte; igual al anterior, por ser iguales los ángulos NO_Ta_T y OTa_Ta_F .

Para comprender más fácilmente la forma de la colina que hemos visto en la representación altimétrica con curvas de nivel, de la figura 3.4, se representa también el alzado de perfil. Aunque realmente no se suele emplear esta proyección vertical, ya que la proyección horizontal proporciona toda la información necesaria.

3.3. Situación de una línea

Una línea recta se determina, generalmente, designando sus puntos extremos; pero otros dos puntos cualesquiera, la determinarían igualmente en dirección y posición. Por lo tanto, para fijar una línea es necesario solamente determinar dos puntos cualesquiera de la misma. Para mayor brevedad, en lo sucesivo, la palabra sencilla de *línea* nos dará a entender que es *línea recta*.

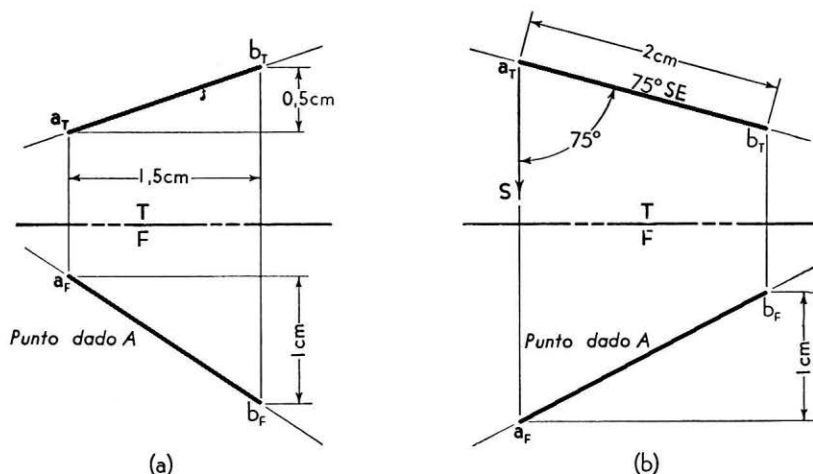


Fig. 3.5. Situación de una línea recta.

Veamos la figura 3.5(a), en la que suponemos, por ejemplo, se da la posición del punto A y sabemos que el punto B está a 1,5 cm a la derecha de A, 0,5 cm detrás de A y 1 cm más bajo que A. Entonces, en las proyecciones horizontal y vertical, partiendo del punto A, podemos situar fácilmente el punto B. Obsérvese, de nuevo, que las medidas referentes a la altura —arriba o abajo, más alto o más bajo— nunca se pueden medir en la proyección horizontal y sí en las proyecciones donde aparece esa elevación. La línea AB quedará ahora fácilmente construida, pues bastará unir los puntos A y B de cada proyección.

Puede también trazarse una línea recta como se indica en la figura 3.5(b). Supongamos, como anteriormente, que se nos da la posición del punto A en esa figura. Sabemos también que el punto B está sobre una recta situada a 75° SE del punto A. El punto B dista 2 cm de A, y está 1 cm más elevado

que A . Por el punto a_T se traza una línea indefinida, hacia la derecha (hacia el Este), que forma el ángulo de 75° con la dirección Sur de la flecha (la dirección Norte se dirige siempre hacia la parte superior del papel); sobre esta línea se toma una distancia de 2 cm, desde a_T , obteniendo el punto b_T . La línea $a_T b_T$ es la proyección horizontal de la línea solicitada. El punto b_F deberá estar exactamente debajo de b_T y más elevado que A en 1 cm. Así queda localizado b_F y la línea $a_F b_F$ será la proyección vertical de la línea ya reseñada.

Según las condiciones del problema, cualquier línea AB puede limitarse al segmento hallado entre esos dos puntos A y B , o bien prolongarse indefinidamente por cualquiera de estos extremos A o B . En ambos casos se hace siempre referencia a la línea AB .

La situación de una línea recta puede determinarse definiendo: su verdadera longitud, su orientación o rumbo, y el ángulo que forma con el plano horizontal. (Véase artículo 3-8).

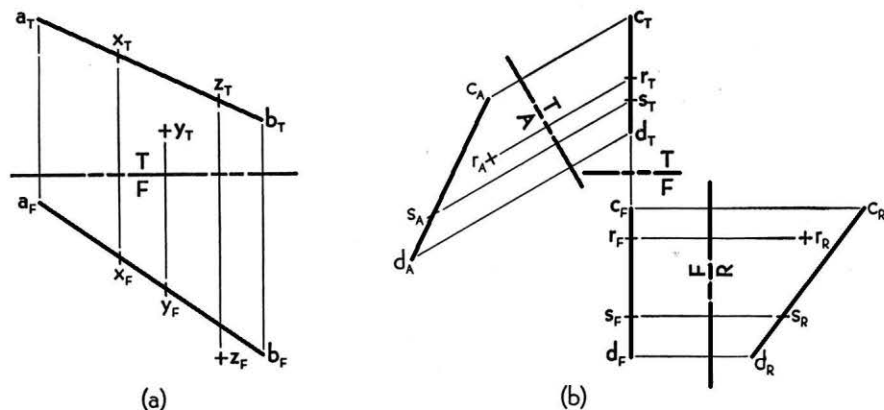


Fig. 3-6. Punto situado sobre una línea.

La determinación de líneas curvas precisa, por lo menos, tres puntos que pertenezcan a esa curva, y además los detalles especiales de la misma, como es la forma de la curva. En la labor gráfica, normalmente se determina un gran número de puntos, para luego unirlos formando una curva continua y uniforme con arreglo al criterio del dibujante.

3.4. Un punto sobre una línea

Si un punto pertenece realmente a una línea, deberá aparecer en todas las vistas de esa línea formando parte de la misma. Así en la figura 3-6(a) el punto X pertenece a la línea AB , pero en cambio no pertenecen a ella los puntos Y , Z . El hecho de que el punto y_F pertenezca solamente a la línea $a_F b_F$ significa que el punto Y puede estar en la línea AB , o también puede estar exactamente delante o detrás de esa línea; al ver la posición y_T ya vemos que ese punto Y está delante de la línea AB . Igualmente vemos que el punto Z tampoco pertenece a esa línea, al estar debajo de AB .

Si las proyecciones horizontal y vertical de una línea son perpendiculares a la línea de referencia, decimos que la *línea está de perfil*; como la que vemos en la figura 3-6(b). Si se observan las proyecciones horizontal y vertical de CD , en ambas rectas aparecen los puntos R y S , por lo cual podemos suponer que pertenecen a esa recta, pero al comprobar la proyección lateral derecha, vemos que el punto R no pertenece a la referida recta, pues todo punto que pertenezca a una recta debe aparecer sobre ella en *todas* sus proyecciones. Cualquier proyección nueva —menos la inferior o la posterior— como la auxiliar A , nos demostraría igualmente que el punto R no pertenece a la recta CD .

3.5. Situación de un punto en una línea por sus coordenadas

Si sabemos ya que un punto pertenece a una línea dada, entonces es suficiente una coordenada para determinar su posición en esa línea. Por ejemplo, en la figura 3-7(a) suponemos que el punto X pertenece a la línea AB , y sabemos además que está situado 1 cm a la derecha del punto A . Bastará trazar

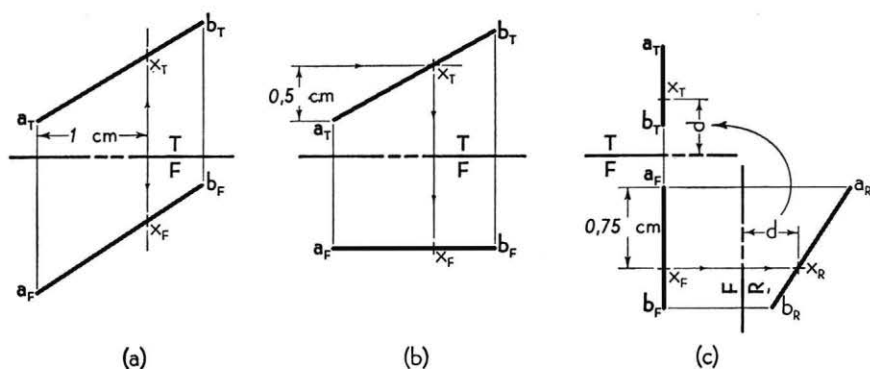


Fig. 3-7. Situación de un punto sobre una línea por coordenadas.

una paralela, a 1 cm a la derecha del punto A , quedando localizado el punto X en x_T y x_F , y así resuelto el problema.

Si el punto X tiene que estar 0.5 cm detrás del punto A , entonces en la proyección horizontal se trazará a partir de a_T una paralela a la línea de referencia que esté situada detrás del punto A . El encuentro de esta línea con $a_T b_T$ es el que determina la proyección x_T del punto X . La proyección vertical x_F , de la figura 3-7(b), tiene que estar exactamente debajo de x_T .

En la figura 3-7(c), sabemos que el punto X de la línea de perfil AB , está situado a una distancia de 0.75 cm debajo del punto A , teniendo así determinado el punto x_F . Consideramos una vista auxiliar, tal como la R , y hallamos x_R . Entonces no tenemos más que trasladar la distancia d , a la proyección horizontal para tener el punto x_T .

El siguiente teorema nos será valioso para los problemas del tipo que acabamos de estudiar:

Un punto cualquiera situado sobre una línea la divide en dos segmentos cuya proporción o razón es siempre la misma en todas las proyecciones de esa línea.

Así, si el punto X está en la mitad de la línea AB , entonces los puntos x_T , x_F y x_R estarán en la mitad de sus líneas respectivas. Con este teorema se determina un punto, en una línea de perfil, sin necesidad de tener que trazar una proyección nueva. Si, por ejemplo, en la figura 3-7(c), el segmento $x_F b_F$ es exactamente un tercio de $a_F b_F$ se determinaría x_T tomando simplemente $x_T b_T$ como un tercio de $a_T b_T$. Sin embargo, y en general, a menos que la división de la línea sea muy sencilla y conveniente, es mejor emplear la proyección auxiliar.

PROBLEMAS. Grupo 5.

3.6. Longitud verdadera de una línea (proyección fundamental, tipo I)

La *longitud verdadera* de una línea es la distancia real que existe entre sus

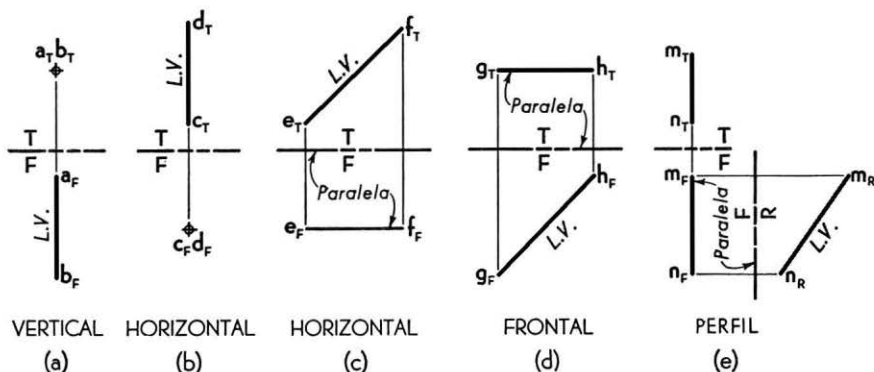


Fig. 3-8. Líneas principales.

dos puntos extremos. El lector podrá representar una línea mediante un lápiz colocado en posición inclinada delante de él y entonces variando estas posiciones puede ir determinando las proyecciones correspondientes. Verá, en seguida, que para ver la longitud total y real del lápiz, el observador tiene que mirarlo en una dirección perpendicular; es decir que los extremos del lápiz tienen que ser equidistantes del ojo del observador. Si uno de los extremos del lápiz está más alejado del observador que el otro, el lápiz aparecerá necesariamente más corto de lo que realmente es.

Las líneas que se indican en la figura 3-8 se llaman *líneas principales*, porque cada una de ellas aparece en su verdadera longitud en una de las dos proyecciones principales. La *línea vertical* (a) es perpendicular a todas las líneas visuales horizontales y por ello aparece en su verdadera longitud (L.V.), en la proyección vertical. Todas las *líneas horizontales* (b) y (c), figuran en su verdadera longitud en la proyección horizontal, porque ambos extremos de la línea

estarán siempre equidistantes de la mirada que hacia abajo dirija el observador. Una línea inclinada nunca puede aparecer en su longitud verdadera en la proyección horizontal, pero si es una línea frontal se ve en su longitud verdadera en la proyección vertical, como en (d), ya que está contenida en un plano paralelo a la línea de referencia; o también si la línea es *de perfil*, es decir si está en un plano de *perfil*, como en (e), aparece en su longitud real en la proyección lateral. Si la línea es *oblicua* o de inclinación cualquiera, no aparecerá en su longitud real en ninguna de las tres proyecciones principales. En general, una línea aparecerá en su longitud verdadera si en cualquier proyec-

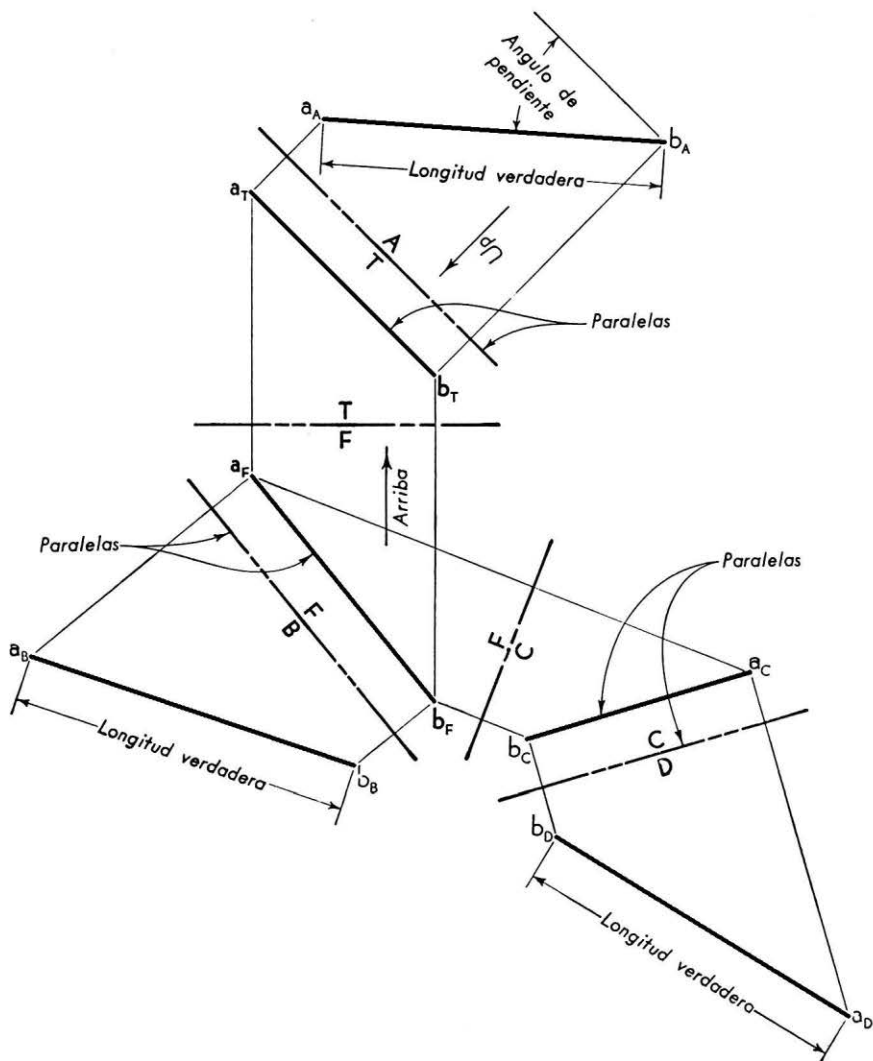


Fig. 3-9. Verdadera longitud de una línea.

ción adyacente los extremos de esa línea están a la misma distancia de la línea de referencia o del observador.

La regla siguiente, en dos apartados, resume las observaciones indicadas.

REGLA 6. REGLA DE LAS LONGITUDES VERDADERAS.

- a. Si una línea aparece como un punto en una proyección, figurará en su verdadera longitud en cualquier proyección adyacente en donde esa línea aparezca perpendicular a la línea de referencia común.
- b. Si en una proyección una línea es paralela a la línea de referencia, aparecerá en su verdadera longitud en la proyección adyacente.

Cuando una línea es oblicua, como vemos en la figura 3-9, y en las proyecciones principales no aparece en su verdadera longitud, entonces será necesario trazar una proyección nueva para determinar su longitud real. Dado que la línea $a_T b_T$ no es paralela a la línea de referencia $T-F$, tenemos que la línea $a_F b_F$ no expresará una longitud real; y del mismo modo la línea $a_F b_F$ por no ser paralela a $T-F$ indicará que la línea $a_T b_T$ tampoco es índice de longitud verdadera (regla 6-b). Pero si se traza una proyección nueva, tal como la A adyacente a la horizontal, y cuya nueva línea de referencia $T-A$ sea paralela a $a_T b_T$, entonces la nueva línea obtenida $a_A b_A$ nos indicará la verdadera longitud de esta línea. También se puede dibujar la proyección nueva adyacente a la proyección vertical.

Se han trazado las dos proyecciones B y C , adyacentes a la vertical, aunque solamente en la proyección B figura la línea $a_B b_B$ en su verdadera longitud, por ser la línea de referencia $F-B$ paralela a $a_F b_F$. La línea $a_C b_C$ no indica la longitud real y debe ser más corta, pues al proyectarse una línea las medidas nunca aparecen más largas de lo que realmente son. Sin embargo si se parte de esta proyección C trazando otra proyección adyacente D cuya línea de referencia $C-D$ sea paralela a $a_C b_C$, se obtendrá la línea $a_D b_D$ de longitud real.

En resumen:

Si en cualquier proyección se traza una línea de referencia paralela a una línea perteneciente a la misma, entonces en la nueva proyección adyacente aparecerá dicha línea en su verdadera longitud.

En el campo de la ingeniería es necesario, frecuentemente, determinar distancias reales en metros o centímetros, de elementos estructurales o de maquinaria tan variados como: cables inclinados, tensores de alambre, vigas, distancias a los centros, etc. El método gráfico que se ha descrito en este artículo, es un medio rápido y sencillo para obtener las longitudes sin deformación, siempre que el grado de precisión requerido sea factible con la escala del dibujo que se trate. Si tenemos un dibujo trazado a escala 1/100, un error en ese dibujo de 1/2 mm equivale a un error de 50 mm en la estructura real. Si un error de esta magnitud no es tolerable entonces deberá aumentarse la escala del dibujo (en escala 1/10, el error de 1/2 mm supondría sólo un error real de 5 mm) o bien calcular matemáticamente esa distancia real, como se indica en el artículo A-28 del Apéndice.

En los artículos siguientes se demostrará que sólo existen cuatro tipos de proyecciones que sean verdaderamente importantes. La proyección que nos representa una línea en su longitud verdadera, es la primera de estas cuatro proyecciones importantes, pero puesto que dichas proyecciones se estudiarán y emplearán ordenadamente, ahora solamente las enunciaremos.

LOS CUATRO TIPOS DE PROYECCIONES FUNDAMENTALES INDICAN:

- I. La longitud verdadera de una línea.
- II. Una línea que figura como un punto.
- III. Un plano representado como una línea.
- IV. El tamaño verdadero de un plano.

3.7. Pendiente de una línea

La *pendiente* de una línea es la tangente del ángulo que forma dicha línea

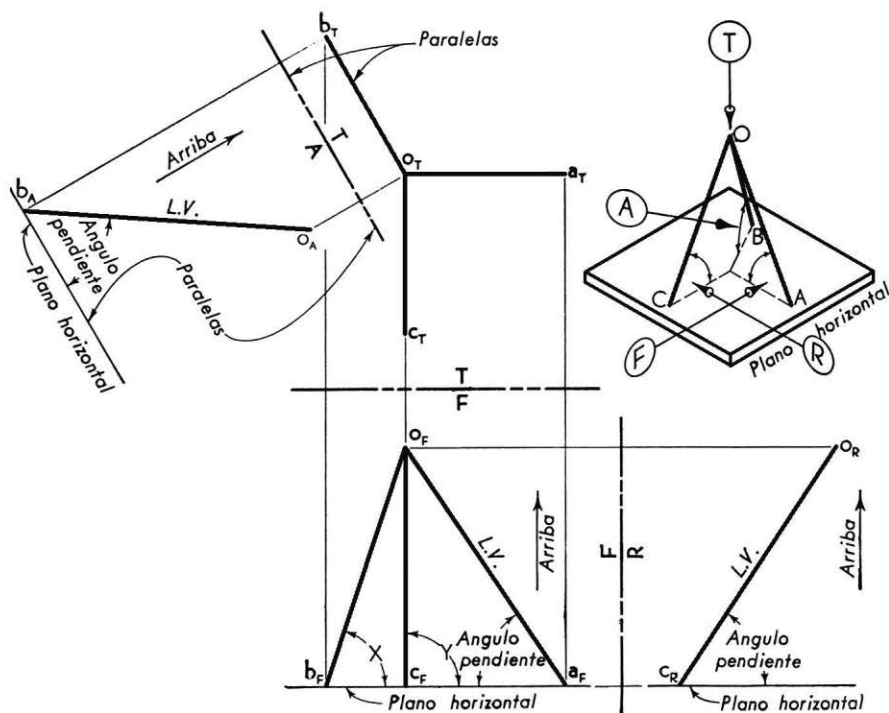


Fig. 3.10. Ángulo de inclinación de una línea.

con el plano horizontal. A este ángulo, en sí mismo, se le llama *ángulo de pendiente*. El que una línea esté inclinada o con pendiente se ve fácilmente en una proyección vertical, por el simple hecho de que uno de los extremos de la línea está más alto que el otro (véase el art. 1.6 y fig. 1.14). En la figura 3.10 se observa evidentemente en las tres proyecciones, que las líneas OA , OB y OC están inclinadas, pero el hecho de que esas tres líneas tengan exactamente la misma inclinación o pendiente ya no es tan aparente.

El esquema gráfico de la figura 3.10 indica que el ángulo de pendiente de cada línea está colocado en un plano vertical, por lo tanto si quisiéramos ver el ángulo en su amplitud verdadera tenemos que verlo en el plano en que está