MATEMÁTICAS FINANCIERAS PARA LAS CIENCIAS ADMINISTRATIVAS

Carlos Hernández Rodríguez

UNIVERSIDAD DE XALAPA
Saber / Trascender
INSTITUTO INTERDISCIPLINARIO DE INVESTIGACIONES
Universidad de Xalapa

MATEMÁTICAS FINANCIERAS PARA LAS CIENCIAS ADMINISTRATIVAS

Carlos Hernández Rodríguez

Editorial Universidad de Xalapa, a través de su Instituto Interdisciplinario de Investigaciones.

Xalapa, Veracruz, México 2021

Primera Edición

Esta obra, se realizó bajo el sello editorial de la Universidad de Xalapa A.C., a través de su Instituto Interdisciplinario de Investigaciones, en febrero de 2021, en versión digital, se puede consultar en la página www.ux.edu.mx, oficinas en Km. 2 Carretera Xalapa-Veracruz, no. 341, Col. Acueducto Ánimas C.P. 91190. Xalapa, Veracruz, México.

ISBN: 978-607-8668-58-8

9 786078 668588

Portada y diseño editorial: Grupo Editorial INNOVA.
Los contenidos de esta obra, son responsabilidad de quien los escribe.

Corrección de Estilo: Eduardo Morquecho Balderas.

Este libro está dedicado a grades y especiales personas en mi vida: mi esposa e hija, gracias Vicky y Andrea

También a dos seres trascendentales: mi madre y padre (+)

Mi agradecimiento más profundo al
Dr. Carlos García Méndez por su invaluable apoyo y generosidad de siempre.

Mi gratitud para la Dra. Isabel Soberano de la Cruz por su apoyo y confianza.

Mi reconocimiento y admiración al Dr. Erik García Herrera

Mi agradecimiento y respeto a la Dra. Estela García Herrera

Gracia a todos mis alumnos que por más de 26 años les he impartido Matemáticas Financieras

DIRECTORIO

Índice

Prologo

En el año 1994 tuve la oportunidad de impartir por primera vez la materia de Matemáticas Financieras, desde entonces de manera ininterrumpida he sido docente de esta asignatura, a lo largo de estos años he diseñado diversos materiales que me han servido de apoyo didáctico; derivado de esta Pandemia decidí conformar un producto académico que sirviera a los estudiantes como material de estudio, tomando como base los contenidos del programa de estudios de Licenciaturas como: Negocios Internacionales, Administración de Empresas, Contaduría, Finanzas, Comercio Internacional, entre otras.

Este libro está pensado como una guía para el entendimiento y resolución de problemas de los temas que se abordan, es oportuno señalar que se puede complementar con otros materiales del tema.

Otro aspecto que me fue importante tomar en cuenta para el diseño de este Libro fue la oportunidad de conocer y revisar diversos libros de esta temática, y si bien en todos se analizan los mismos temas, en muchas ocasiones no hay una explicación detallada de cómo resolver los problemas, o en otros los problemas están pensados en contextos diferentes.

En Libros contiene seis capítulos, en el primero se analiza el Interés Simple, el segundo es de Interés Compuesto, el tercero es Anualidades, el cuarto es de Amortización, el quinto es Depreciación y el sexto es de Bonos, en todos con sus respectivos subtemas.

Introducción

La Matemática Financiera es un tipo especial de la matemática aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, a través de métodos de evaluación que permiten tomar decisiones de inversión. Es una materia que analiza el valor del dinero a través del tiempo.

Tiene relación con una amplia variedad de disciplinas. Se relaciona multidisciplinariamente, con la Contabilidad, por cuanto suministra en momentos precisos o determinados, información razonada, en base a registros técnicos, de las operaciones realizadas por un ente privado o público, que permiten tomar la decisión más acertada en el momento de realizar una inversión.

Las Matemáticas Financieras como una rama de la Matemática Aplicada que estudia el valor del dinero a través del tiempo, al combinar elementos como capital, tasa de interés, tiempo (plazo de la operación) para conseguir un rendimiento o interés, nos permite realizar múltiples operaciones ya sea para ganar dinero o para pagarlo.

Díaz (2010), Villalobos (2015), así como otros autores proporcionan definiciones, donde se refleja un conjunto de técnicas y procedimientos de carácter cuantitativo que sirven para calcular la equivalencia del valor del dinero en cualquier momento en el tiempo. En casi todas las definiciones de esta materia presentan el mismo fondo u objetivo que va reflejado de acuerdo al fin que se persigue como es el valor del dinero en el tiempo.

Lo que se busca con la aplicación de las matemáticas financieras es conocer o calcular el valor del dinero conforme pasa el tiempo, ya que no es lo mismo tener cierta cantidad de dinero que se invierta o se ahorra hoy a lo que se tendrá posteriormente a la fecha del vencimiento de la operación. La rentabilidad es lo que se busca en una inversión, ya que el dinero sin movimiento pierde su valor adquisitivo conforme pasa el tiempo ya sea por la inflación o de la devaluación.

Con el Derecho, por cuanto las leyes regulan las ventas, los instrumentos financieros, transportes terrestres y marítimos, seguros, corretaje, garantías y embarque de mercancías, la propiedad de los bienes, la forma en que se pueden adquirir, los contratos de compra venta, hipotecas, préstamos a interés; con la economía, por cuanto brinda la posibilidad de determinar los mercados en los cuales, un negocio o empresa, podrían obtener mayores beneficios económicos.

Con la Ciencia Política y Gestión Pública, por cuanto las ciencias políticas estudian y resuelven problemas económicos que tienen que ver con la sociedad, donde existen empresas e instituciones en manos de los gobiernos. Las matemáticas financieras auxilian a esta disciplina en la toma de decisiones en cuento a inversiones, presupuestos, ajustes económicos y negociaciones que beneficien a toda la población.

Con la Ingeniería, que controla costos de producción en el proceso fabril, en el cual influye de una manera directa la determinación del costo y depreciación de los equipos industriales de producción.

Con la Informática, que permite optimizar procedimientos manuales relacionados con movimientos económicos, inversiones y negociaciones.

Con la Sociología, la matemática financiera trabaja con inversiones y proporciona a la sociología las herramientas necesarias para que las empresas produzcan más y mejores beneficios económicos que permitan una mejor calidad de vida de la sociedad.

Con la Administración pues determina el valor de las acciones en el mercado que una organización tiene, además del cálculo de las amortizaciones y depreciaciones de sus compras y bienes.

Con las Finanzas, disciplina que trabaja con activos financieros o títulos valores e incluyen bonos, acciones y préstamos otorgados por instituciones financieras, que forman parte de los elementos fundamentales de las matemáticas financieras.

En la Economía y los Negocios, con el uso adecuado de la Matemáticas Financieras, se aporta información sobre la aplicación de los tipos de interés que se presentan en las apreciaciones y depreciaciones, así como tomar decisiones relacionadas al fenómeno de la inflación y la devaluación, que afectan los tipos de cambio en las exportaciones e importaciones de bienes y servicios, así como el costo de poder adquisitivo. Además de herramientas importante para la inversión en bonos u otros instrumentos de largo plazo.

En el caso de la Mercadotecnia, dicha asignatura aporta información relevante para toma de decisiones relacionada a la apertura de nuevos mercados, en cuanto a las ventas y la publicidad, las cuales se ven beneficiadas.

Por ello, las matemáticas financieras son de aplicación eminentemente práctica, su estudio está íntimamente ligado a la resolución de problemas y ejercicios muy semejantes a los de la vida cotidiana, en el mundo de los negocios. Por ello el dinero y finanzas son indesligables, son como mejores amigos.

En las Matemáticas Financieras, encontramos conceptos, tales como: crédito, ahorro, inversiones, descuentos, depreciación, pagaré, letra de cambio, bonos, pago de cupones, acciones, certificados de inversiones, elaboración de tablas de amortización aplicados a los créditos, en síntesis, su análisis es de gran importancia para la vida profesional de un administrador, economista, contador, u otras carreas afines a las ciencias administrativas

En este libro se analizan temas como interés simple, interés compuesto, anualidades, amortización, depreciación.

Capítulo Uno

Interés Simple

INTERÉS SIMPLE

El interés simple es utilizado prácticamente en todos los días en tu vida personal. Por ejemplo cuando tienes un ahorro, cuando pides prestado un dinero o cuando tú lo prestas, cuando compras un artículo y te ofrecen un descuento, cuando compras un artículo a crédito y sol eso, te ofrecen meses sin intereses, en fin son muchas operaciones que se realizan a diario.

La palabra **interés** es un término muy utilizado en finanzas y arraigado con el paso del tiempo, recordemos que en los tiempos de los feudos, se cobraba un tributo a las personas y se calculaba un porcentaje de lo que poseían y eso esa su contribución, ya se usaba el concepto de interés.

Ahora bien, cuando se utiliza a la palabra interés se puede hacer referencia a dos situaciones. A) La rentabilidad que producen los ahorros o las inversiones, b) El costo de préstamo o deuda

Al invertir dinero o capital durante cierto tiempo, retiramos ese capital más los intereses. Cuando la inversión es a interés simple, los intereses se pueden retirar durante el periodo de la inversión o al final del plazo. Lo mismo sucede con un préstamo. Se cobran los intereses periódicamente o al final del período con todo el capital.

Cuando utilizamos interés simple, el interés se retira periódicamente o al final del plazo. Cuando utilizas interés compuesto el interés se capital, no se retira, por lo tanto los intereses cada vez serán mayores, porque la base aumenta. Indica el porcentaje que en un tiempo dado y para una cantidad de dinero dada, se obtendría de ese dinero ahorro o invertido, o el que habría que pagar por ese dinero tomado en préstamos.

Generalmente cuando hablamos de una tasa de interés, se asume que es una tasa de interés anual, pero también se pueden utilizar otros periodos, generalmente menores como: mensual, bimensual, trimestral, cuatrimestral, semestral, no importa el periodo siempre debe haber una congruencia entre el periodo de la tasa de interés y el plazo, ejemplo, si el plazo está dado en meses la tasa de interés estarán en mese, si el plazo está dado en trimestres la tasa estará igual en trimestres.

Conceptos importantes

Interés

Es la cantidad pagada por el uso de dinero obtenido en préstamo o bien es la cantidad producida inversión del capital.

Interés simple

Es el interés que gana el capital por todo el tiempo que dura la transacción o plazo de la operación.

Fórmula

$$\boxed{I = CiT}$$

C= capital, i= tasa de interés, T= periodo o plazo de la operación

Capital (C)

Es la cantidad de dinero que recibimos prestada o es la cantidad de dinero que invertimos y por el cual pagamos o ganamos un interés, según sea la operación realizada.

Tasa de interés (i)

Es un porcentaje del dinero que recibimos o pagamos al realizar una operación.

Período, plazo o tiempo de la inversión (t)

Es el tiempo que dura la transacción realizada.

En la práctica, el tiempo indicado en cada operación, se expresa como una fracción del año.

Monto (M ó S)

Es la cantidad total de dinero que se paga o se gana al final de la operación. (Es la suma de capital más intereses)

Fórmula:

$$\boxed{M = C + I}$$

Sabemos que:

$$I = C\,i\,T$$

Sustituyendo:

$$M= C + CiT$$

Por lo tanto:

$$\boxed{M= C\,(1 + it)}$$

Esta fórmula sirve para calcular el Monto final.

Nota Importante:

Debe existir congruencia entre la tasa de interés y el tiempo o plazo, si la tasa de interés es anual, el tiempo se expresa en años o su fracción equivalente; si la tasa es mensual el tiempo o plazo se expresa en meses.

Ejemplo:

Determine el interés simple sobre $ 8000 al 3.5 % durante medio año, calcule también el monto total.

Datos

C= $ 800
i= 3.5%
T= medio año

Fórmula

i= CiT
i= (8000) (.035) (.5)
i= $ 140

M= C + I

M= 8000 + 140 = **M= $ 8140**

Calcule el interés simple sobre un préstamo al banco Santander de $ 19500 con una tasa de 6% durante un año, determine el monto total a pagar.

Datos

C= $ 19500.00
i= 6%
T= 1 Año

Fórmula

I=CiT
I= (19500) (.060) (1)
I= $ 1170.00

Monto

M= C + i
M= 1950 + 117 = **$ 2067**

Determine el monto y el interés simple de un préstamo de \$53200.00 con una tasa de interés de 6.80% y el periodo del préstamo fue por 4 meses.

Datos

C=\$ 53200.00
i= I.80%
T= 4 MESES

Fórmula

I=CiT
I=(53200) (.068) (1/3)
I= \$ 1205.87

M= C+ I
M= 53200 + 1205.87

\$ 54,405.87

Ahora bien, si solo se requiere calcular el Monto, podemos usar la fórmula planteada para tal fin.

$$\boxed{M= C\ (1 + it)}$$

Sustituyendo valores

M= 53200 (1 + (.088)(1/3))
M= 53200 (1.019333)
M= 54,405.87

Determine el monto y el interés simple de C= $185000.00 con i=4.20% t= 8 meses.

Datos	Fórmula
C= $ 185000.00	I= Cit
i= 4.20%	I= (185000) (.042) (8/12)
T= 8 MESES	I = $ 5180.00

M= C + I

M= C + I
M= 185000 + 51800

M= $190,180.00

Daniel invierte $ 75000 con un interés de 5.50% en un periodo de 6 meses calcule el interés simple. Y el Monto.

Datos	Fórmula
C= 7500	I= CiT
C= 5.5%	I= (75000) (.055) (.5)
T= 6 meses	I= $2062.50

De las dos maneras:

M= C (I + it)		M= C + I
M= 75000 [(I + (.055) (.5)]	ó	M= 75000 + 2062.50
M= $ 77062.50		**M= $ 77062.50**

Hallar la tasa de intereses si conocemos el capital de $ 26500 monto de $ 26775.00 y el tiempo de 4 meses.

Datos

C= $ 26500
M= $ 26775.00
T= 4 meses

Fórmula

$I = CiT \qquad i = \dfrac{I}{CT}$

$$i = \frac{275.00}{(26500)(1/3)} = \frac{275}{8833.33}$$

M= C + I
I= M - C
I= 26775.00 - 26500
I= 275.00

i = 0.0311 x 100 = 3.11%

Qué Capital nos produce en 8 meses un interés simple de $ 4800 al 6 %, calcule el monto también.

Datos

i= 6 %
I= 48
T= 8 mese

Fórmula

$I = CiT \qquad C = \dfrac{I}{iT}$

$$C = \frac{4800}{(.06)(8/12)}$$

C= $ 120,000.00

M= C + I

M= 120,000 + 4800 = **$ 124,800.00**

De la formula de Monto:

$$\boxed{M = C\,(1 + it)}$$

Es posible obtener el Capital, tasa de interés y tiempo, para ellos tenemos que despejar.

a) $C = \dfrac{M}{1 + it}$ para calcular Capital

b) $i = \dfrac{M/C - 1}{t}$ para calcular tasa de interés

c) $t = \dfrac{M/C - 1}{i}$ para calcular plazo o tiempo

Qué capital nos produce una inversión realizada a 1 año, con un interés simple ganado de \$ 7500 y una tasa de interés del 6%

Datos

i= 6%

I= \$ 7500

t= 1 año

Fórmula

I= CiT $\quad C = \dfrac{I}{it}$

$C = \dfrac{i}{It} = \dfrac{75}{(.06)\,(1)} = \$\ 1,250.00$

CALCULO EXACTO Y APROXIMADO DEL TIEMPO

Si se conocen las fechas de inicio y término de una operación de crédito o inversión, el número de días en que ha de calcularse el interés puede ser determinado de dos formas distintas.

Cálculo exacto del tiempo

Es el número exacto de días, tal como se encuentra en el calendario, se acostumbra contar solo una fecha no las dos. (la de inicio o fin del periodo pactado)

Cálculo aproximado del tiempo

Es un tiempo aproximado donde al calcularlo se hace suponiendo que todos los meses del año tienen 30 días y por lo tanto el año tiene 360 días.

Ejemplo:

Determine en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido del 20 de junio de 2020 al 24 de agosto de 2020.

A) tiempo exacto

El número requerido de días, es igual al número de días restantes del mes de junio más el número de días del mes de julio, más el número de días del mes de agosto.

JUN JUL AGO
10 + 31 + 24 = 65 días

B) tiempo aproximado

Se llena una tabla con las siguientes columnas: día, mes y año Primero se ponen las fechas del fin de la operación y se restan las fechas del inicio de la transacción.

Finaliza el 24 de agosto dio inicio el 20 de junio

	día	mes	año.
Fin	24	8	2020
Inic	20	6	2020
	4	2	0

2 x (30) = 60 + 4 = 64

Al número 2 por ser el resultante de la resta de los meses se multiplica por 30 porque cada mes en este tiempo tiene 30 días, y se suman 4 días. Debemos tomar en cuenta que si el resultado de la resta ya sea de los día, mes o año sea negativo así se toma.
Determine en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido entre el 25 de enero de 2020 y el 15 de mayo del mismo año.

Forma exacta

Usando un calendario tenemos

E	F	M	A	M	
6	28	31	30	15	= **110 días**

Forma aproximada

15 de mayo finaliza
25 de enero inicia

	DIA	MES	AÑO
Fin	15	5	2020
Inicio	25	1	2020
	-10	4	

Al 4 se multiplica por 30 y se restan 10 días

4 x (30) - 10= **110 DÍAS**

En los ejemplos anteriores ha coincidido el mismo número de día ya sea por la forma exacta o aproximada, pero no siempre es así.

Tabla del tiempo

TABLA DE TIEMPO

Día	Ene	Feb	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29	----	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30	----	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31	----	90	----	151	----	212	243	----	304	----	365

Nota: Para un año bisiesto, sumar 1 al número tabulado después del 28 de febrero.

Determinar en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido entre el 23 de enero y el 26 de octubre del mismo año.

Forma exacta

E	F	M	A	M	J	J	A	SEP + OCT	
8	28	31	30	31	30	31	31	30	20
									= 276 días

Por tablas = 299 -23= **276 días**

[Utilizar tablas: en este caso existen tablas donde viene tabulados todos los días del año, puede ser que en la caluma se ubiquen los día y en las filas los meses o vice-versase, para este caso se toma los días transcurrido hasta el día 20 de octubre. Y se restan los días al momento del inicio de la operación]

Tiempo aproximado

DIA	MES	AÑO	
26	10	/	
23	1	/	
3	9		= **273 días**

9 (30) + 3 = 270 +3 = 237 días

En este ejemplo existe una diferencia de 3 días entre la forma exacta y aproximada.

Determinar en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido entre el 15 de septiembre de 2019 y el 15 de febrero de 2020.

Ahora son años distintos.

Forma exacta

SEP	OCT	NOV	DIC	ENERO	FEB
15	31	30	31	31	15

= **153 días**

Tablas

46 + 365= 411 - 258= 153 días

Tiempo aproximado.

15	2	2020
15	9	2019
0	-7	1

1 x (360) = 360 - 210 = **150 días**

¿Cuál será el monto el 24 de diciembre, de un capital de \$100,000.00 depositado el 15 de mayo del mismo año en una cuenta de ahorros que paga 19% anual simple?

C= \$ 10,000.00
i= 0.49
t= ?

A) Solución calculando tiempo exacto

16 días de mayo
30 días de junio
31 días de julio
31 días de agosto
30 días de septiembre
31 días de octubre
30 días de noviembre
<u>24 días de diciembre</u>
223 días

M= 100,000.00 [1 + (.19) (223/365)]

M= \$ 111,608.22

Calculando el tiempo en forma aproximada

Día	Mes	Año
24	12	0
15	5	0
9	7	

7 (30) + 9= 219 días

M= 10,000.00 [1 + (.19) (219/360)] **= \$ 111,558.83**

Usando el tiempo en forma exacta se obtiene un poco más de monto.

¿Cuál será el monto el 20 de octubre, de un capital de $25,500.00 depositado el 11 de abril del mismo año en una cuenta de ahorros que paga el 36.5% anual simple?

C= 25,500.00
i= 36.5%
S= ?

A) Tiempo exacto
192 días

$$M = 25{,}500.00\left[1 + (.365)\frac{(192)}{365}\right]$$

M= $ 30,396.00

B) Aproximado

D	M
20	10
11	4
9	6

(6) (30) + 9=189

M= 25,500 [1 + (.365) (189)] = **$ 30,386.438**

Otro ejemplo.

Al inicio de julio se firmó un pagaré por $ 27000.00 con 28% de interés simples y en qué fecha serán $1750.00 los intereses simple?

A) Con tiempo exacto

I= 1750
C= 27000
i= .28

$I=Cit$

$t=\frac{i}{Ci}=\frac{1750}{(27000)(.28)}=\frac{1750}{7560}$

t= .23148148 años

A esta cantidad se multiplica el número de días en forma exacta que tiene un año.

(.23219814) (365)= 84.50 aproximadamente **85 días**

Al 11 de julio se le suman 85 días

Julio	20
Agosto	31
Septiembre	30
Octubre	4

Encontramos la fecha en donde se acumulan $ 150.00 de intereses, que es el 4 de octubre

B) Tiempo aproximado

T= es igual que para el inciso a)

Pero recordamos que en tiempo aproximado el año tiene 360 días

(.23219814) (360)= 83.59 DIAS

Aproximamos = 84 días

84 días son 2 meses y 4 días (según meses de treinta días)

11 de julio + 2 meses= 11 de septiembre + 24 días = 5 octubre

En el ejemplo anterior aunque solo hay un día de diferencia y el pago de intereses no es una cantidad muy alta, en otro caso podría tratarse del pago de una cantidad mucho mayor, un día podría ayudar de mucho, ya sea para conseguir prestado y pagar, o bien renegociar la deuda.

PAGARÉ

Un pagaré es una promesa escrita de pago de una determinada cantidad de dinero, con intereses o sin ellos, en una fecha dada, suscrita por un deudor a favor de un acreedor. En un pagaré están inmersa los siguientes datos.

- Lugar donde se expide el documento.
- Fecha de expedición.
- El periodo por el cual se presta la cantidad de dinero (plazo)
- Nombre del acreedor.
- Cantidad del capital (valor nominal)

- Porcentaje de intereses.
- Datos del aval (opcional)
- Porcentaje de intereses moratorio (opcional)
- Firma del deudor

Valor nominal.

Es la suma de dinero estipulada en el documento.

Valor de vencimiento.

Es la suma que debe ser pagada en la fecha de vencimiento.

Cuando en un pagare no se estipulan intereses, el valor nominal es igual el valor al vencimiento, en caso contrario, el valor al vencimiento será mayor que el valor nominal (por el cobro del capital + intereses).

Muchos autores y en la práctica para determinar la fecha de vencimiento de un pagare proceden de la siguiente forma. Pero no es una regla general u obligación.

A) Si el plazo está dado en meses, el tiempo se determina en forma aproximada.

B) Si el plazo está dado en días, el tiempo se determinara en forma aproximada.

Problema:

Determine el valor de vencimiento de un pagare firmado el 15 de enero, con vencimiento de 3 meses, por $ 7,000.00 con intereses del 6%.

Si el plazo es de 3 meses, la fecha de vencimiento es el 15 de abril y el valor de vencimiento es:

Usamos la fórmula para calcular el monto.

$$M= C\,[1 + it]$$

$$M= 7,000\,[1 + (.06)\,\frac{(1)}{4}\,]= \mathbf{\$\ 7,105}$$

Determinar el valor al vencimiento del siguiente pagare.

Valor nominal = $ 25,000.00

Plazo= 4 meses

Tasa de interés= 26%

Fecha de expedición del pagaré = 25 de junio

$$M= C[1 + i\ t] = 25000\ [\ 1 + (.26)\ (1/3)]= \mathbf{\$\ 27,166.66}$$

Otro problema.

Determinar la fecha de vencimiento y el valor de vencimiento del siguiente pagare.

Fecha de inicio= 15 de junio

Plazo=150 días

i =40%

C= $ 13,000.00

M= 13,000 [1 + (.40)(150/365)] **M= $ 15,136.99**

A 15 de junio se le suman los 150 días para encontrar la fecha exacta de vencimiento del pagaré.

En la tabla de días del año hasta el 15 de junio se llevan acumulados 166 días + 150 días = 316 días que corresponde al 12 de noviembre

ECUACIONES DE VALOR EQUIVALENTE

En algunas ocasiones es conveniente para un deudor cambiar las obligaciones adquiridas, por otras, para llevar a cabo este cambio, tanto el deudor como el acreedor deben de estar de acuerdo con la tasa de interés que han de utilizarse en la nueva operación. Y en la fecha que se llevara a cabo (llamada fecha focal).

Para resolver este tipo de problemas podemos tomar en cuenta lo siguiente:

1) Identificar las deudas que contratadas al inicio (que llamaremos originales)
2) Identificar cuál es el cambio de las obligaciones, que llamaremos nuevas.
3) Calcular el monto de las obligaciones originales que tengan un plazo y una tasa de interés.
4) Trazar una línea del tiempo de 12 meses para interés simple.
5) Identificar donde está ubicada la fecha focal (la cual nos servirá de referencia para calcular los nuevos intereses)
6) Se recomienda colocar en la parte de arriba las obligaciones originales y abajo las nuevas obligaciones.
7) Toda cantidad (orinal o nueva) que está ubicada antes de la fecha focal se usa a fórmula para calcular monto, y la cantidad ubicada después de la fecha focal se usa la fórmula de valor actual o presente.
8) Si en un problema no se menciona dónde está ubicada la fecha focal se coloca al final de la línea del tiempo.
9) Toda cantidad o incógnita que esta ubica justo en el fecha focal, vale esa cantidad, no se debe hacer ningún cálculo.

Ejemplo

Actualmente, Humberto debe $ 1,000.00 por un préstamo con vencimiento en 6 meses, contratado originalmente a 1 1/2 años a la tasa de 4%, y debe, además $ 2,500.00 con un vencimiento en 9 meses, sin intereses. El desea pagar de inmediato $ 2,000.00 y liquidar el resto de la deuda mediante un pago único dentro de un año. Con una tasa de interés del 5% y considerando, la fecha focal (ff) de un año, determine el pago único mencionado.

De las dos cantidades calculamos el valor del préstamo con interés contactado originalmente a 1 ½ años es:

M= 1000 [1+(.04)(3/2)] = $ 1,060.00

$ 1,060.00 $ 2,500.00

| | | |
3 6 9 12
2000 X
ff

Designemos con X el pago que desea hacer dentro de un año. Y los $2000.00 en el punto cero, pues es un pago de inmediato

Calculamos cada valor en la fecha focal e igualada la suma del valor resultante de las obligaciones originales con el de las nuevas obligaciones.

$$X\,[1+(.05)(0)\,]$$

$$2{,}000.00\,[1+(.05)(1)]+X = 1{,}060.00[1+(.05)(1/2)]+$$
$$2{,}500.00[1+(.05)(1/4)$$

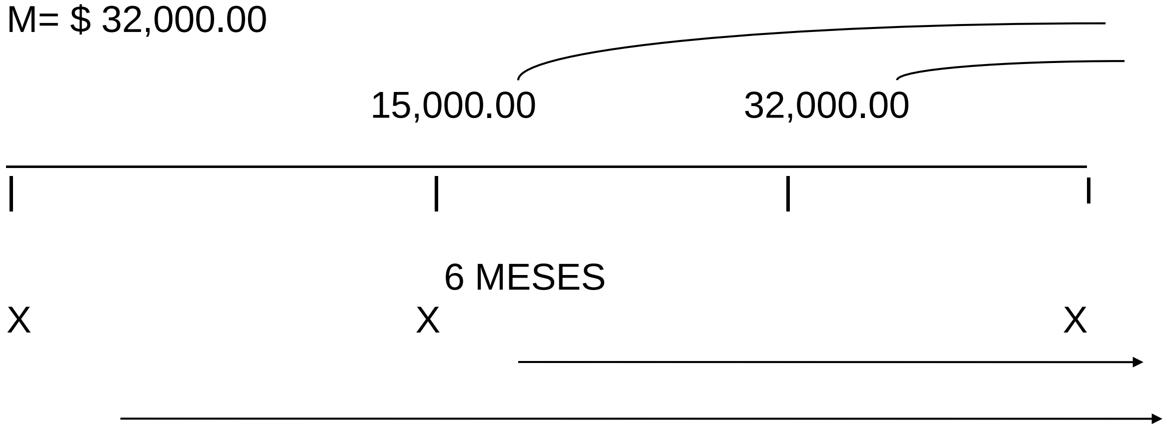
$$2{,}100.00+X= 1{,}086.5+2{,}593.75$$
$$X=3{,}617.75- 2{,}100.00$$
$$\mathbf{X=\$\ 1{,}517.75}$$

Para calcular el tiempo en cada fórmula es importante saber cuánto falta para llegar a la fecha focal, o bien cuánto tiempo estamos después de la fecha focal. En el caso del primer cálculo los $2000.00 están ubicado en el punto 0, por lo tanto faltaba una año para llegar a la ff y en la fórmula se puso 1 o 12/12, como se mencionó, cuando una cantidad coincide con la FF ya no se hace ningún calculo y por ello X quedo igual. En el caso de las obligaciones originales cómo una estaba ubicada en el mes 6 el tiempo que faltaba para llegar a la fecha focal fue .5 o 6/12, y la que estaba en 9 meses se pone como t= 3/12 o 1/4

Otro problema.

X debe a Y $ 15,000.00 a pagar dentro de 6 meses sin intereses y $ 20,000.00 con intereses del 40% por 1 ½ años con vencimiento dentro de 9 meses. “Y” está de acuerdo en recibir 3 pagos iguales uno inmediato, otro dentro de 6 meses y el tercero dentro de un año, suponer que "y" espera un rendimiento de 45 % en la transacción.

$M = 20{,}000.00[1+(.40)(3/2)]$
$M = \$\ 32{,}000.00$



$$X[1+(.45)(1)]+X[1+(.45)(.5)]+X[1+(.45))0)]= 15{,}000.00[1+(.45)(.5)] + 32{,}000.00[1+(.45)(3/2)]$$

$$X\ (1.45)+X(1.225)+ X = 18{,}375{+}{+}35{,}000.00$$
$$3.675X = 53{,}975$$
$$X=\frac{53{,}975}{3{,}675}= \mathbf{\$\ 14,\ 687.075}$$

En el ejemplo anterior no se aclaró donde se ubicaba la fecha focal, entonces se tomó al final (mes 12)

Actualmente, Hugo debe $ 12,850.00 por un préstamo con vencimiento en 6 meses, contratado originalmente a un año a la tasa del 5% y debe además $ 9,000.00 con vencimiento en 9 meses (sin intereses). El desea pagar de inmediato $ 8,500.00 y liquidar el resto de la deuda mediante un pago único dentro de un año con una tasa de interés del 5% y considerando la fecha focal dentro de un año, determinar el pago único. La fecha focal está ubicada en el mes 12.

M= 12,850[1+ (.05)(1)]= **$ 13,492.5**

12,850+i 9,000

8,500	6 MESES	X

8,500[1+(.05)(1)]+X[1+(.05)(0)]= 13,492.5[1+(.05)(.5)]+ 9,000[1+(.05)(.25)]

8,925+X= 13,171.25+9,112.5

X=22,283.75-8,925

X= $14,617.31

Determinar el valor de las siguientes obligaciones, el día de hoy (valor presente),suponiendo una tasa del 14% de interés simple, $ 10,000.00 con vencimiento el día de hoy,$ 20,000.00 con vencimiento en 6 meses con interés del 25 % y $ 30,000.00 con vencimiento en un año con intereses del 10%, utilizar el día de hoy como fecha focal.

Designemos con x el valor requerido, x será la suma de los valores presentes al 20%, de las 3 obligaciones:$10,000.00 con vencimiento el dia hoy, $ 20,000.00 [1+(.25)(1/2)]= $22,500.00 y $ 30,000.00 (1+(.10)(1)]= 34,800.00 con vencimiento en un año.

Ahora la fecha focal esta al inicio (en 0)

$ 10,000.00	6 MESES 22,500.00	34,800.00

M= [(1+i+)] $C = \frac{M}{1+i}$

$$X = 10,000.00 + \frac{22,500.00}{1+(.10)(.5)} + \frac{34,800.00}{1+(.10)(1)}$$

X= 10,000.00 + 20,833.333 + 30,000.00

X= $ 60,833.33

Jorge tenía las siguientes obligaciones: $ 7,500.00 a pagar en 5 meses sin intereses y $ 6,000.00 con intereses del 7 % a pagar en 8 meses. Ahora firmo un nuevo contrato con su acreedor, y tiene nuevas obligaciones: 4 pagos iguales, año inmediato, a otro dentro de 4 meses ,otro dentro de 8 meses y el ultimo dentro de un año. La nueva tasa de intereses es del 6.5% y la fecha focal es un año, determine el monto de todo el pago.

= 6,000.00 + i[1+(.07)(8/12)]

7,500 6,000.00+i

4	5	8	1
X	X		X	X

X [1+(.65)(1)]+X [1+(.065)(4/12)]+X [1+(.065)(0) = 7,500[1+(.065)(7/12)]+6,420.00[1+(.065)(4/12)]

1,065.00X+1.0433X+1.0217X+X=7784.375+6273.033

4.13X=14,057.408

$$X=\frac{14,057.408}{4.13}$$

X=$ 3,403.73

DESCUENTO

Es una operación de crédito que se lleva a cabo principalmente en instituciones Bancarias y consiste en que estas adquieren letras de cambio o pagarés de cuyo valor nominal ofrecen un descuento una suma equivalente a los intereses que devengaría el documento a lo largo del plazo de la operación que se haya estipulado en el documento por cobrar. Existen dos tipos de descuento el Comercial y el Real.

Descuento Comercial

Es este descuento, la cantidad que se descuenta se calcula sobre el valor nominal del documento.

$$D = Mdt$$

D= descuento
M= valor nominal
d= tasa de descuento
t= Tiempo que faltaba para que terminara la operación (vencimiento)

Ejemplo:

Se tiene un pagaré con los siguientes datos: Fecha de emisión 10 de mayo, fecha de vencimiento 15 de agosto, fecha en la que se ofrece el descuento 15 de junio, la tasa de descuento es del 50% simple anual. Se pide determinar la cantidad que se descontó, el valor nominal del documento era de $285,000.00.

Datos:

Fecha de emisión = 10 de marzo
Fecha de vencimiento = 15 de agosto
Fecha del descuento = 15 de junio

Valor nominal = $285,000.00

Tasa de descuento (d) = 50%/100= .50

Tiempo para que terminara la operación = 2 meses

Fórmula:

$$D= Mdt$$

$$D= (285000)(.50)\ (2/12)$$

$$D= \$23750.00$$

Entonces al valor nominal le restamos el descuento y el resultado es la cantidad que ahora se deberá pagar.

$$C= M - D$$

$$285000 - 23750 = \$\ 261{,}250.00$$

Otra fórmula que podemos utilizar:

$$D=\frac{Cdt}{1-dt}$$

Ejemplo:

A una empresa le ofrecen un descuento y ahora tendrá que pagar \$87,900.00 con una tasa de descuento del 45% anual simple y un valor nominal de \$ 100,000.00. ¿Cuánto tiempo faltaba para que se venciera el documento?

Para este p conocemos el nuevo pago (C), tasa de descuento y Valor Nominal:

Usamos la fórmula D= Mdt y despejaremos a t

$$t = \frac{D}{Md} \quad \text{pero } D= M - C$$

Por lo tanto queda la fórmula:

$$t= \frac{M - C}{Md}$$

Sustituyendo valores

$$t= \frac{100000 - 87900}{(100000)(.45)} = 12100/ 45000 = .26888$$

t= .26888 (lo multiplicamos por 12 para conocer los meses= 3.22

y el .22 (se multiplica por 30 para conocer los días= 6.6 = 7

Por lo tanto el resultado es = 3 meses y 7 días.

Una empresa recibió un descuento sobre un pagaré que tenía firmado con HSBC, finalmente pagó $168,000.00, con una tasa de descuento del 60% simple anual, faltaban 4 meses para el vencimiento del documento. Mencione cual era el valor nominal del pagaré.

Usaremos ala siguiente fórmula

$$D = \frac{Cdt}{1-\ dt}$$

Sustituyendo valores:

$$D = \frac{(168000)(.60)(4/12)}{1-\ \ (.60)(4/12)}$$

$$D = \$42,000$$

Finalmente: $M = C + D$

$$M = 168000 + 42000 = \$210,000.00$$

Descuento Real

A diferencia del Descuento Comercial, en este tipo de descuento la cantidad base para calcular el tipo de descuento, es la cantidad final a pagar y no del valor nominal.

La fórmula a utilizar es:

$$M = C\ (\ 1 + dt)$$

Donde:

- C= cantidad a pagar
- d= tasa de descuento
- t= tiempo que faltaba para el vencimiento del documento

De la fórmula anterior podemos despejar cualquier literal.

Ejemplo:

Se tiene un pagaré con los siguientes datos:

Fecha de emisión = 10 de marzo
Fecha de vencimiento = 15 de agosto
Fecha del descuento = 15 de junio
Valor nominal = $285,000.00

Tasa de descuento (d) = 50%/100= .50

Tiempo para que terminara la operación = 2 meses

Se pide calcular la cantidad que se descontó (note que son los mismo datos de un ejemplo de descuento comercial)

Despejamos C de:

$$M = C (1 + dt)$$

Quedando:

C= M/1 + dt

C= (285000)/ 1 + (.5)(2/12)

C= $ 263,320.79

Ahora calcularemos al descuento (D):

D = M – C = 285000 – 263,320.79= $21,680.00

Comparando: con descuento comercial obtuvimos D= $23750.00 por lo tanto se obtiene un poco más dinero descontado con este tipo de descuento.

Otro ejemplo:

Determine la tasa de Descuento Real que se le aplicó a un documento cuyo valor nominal es de $ 149000, si se descontó 45 días antes de su vencimiento y el descuento fue de $11,000.00.

Despejamos (d) de la fórmula $M = C(1 + dt)$

Quedando: $d = \dfrac{M/C - 1}{T}$

$$d = \frac{149000/138000 - 1}{(45/365)} = \frac{.079710}{.123287}$$

$d = .6465\ (100) = 64.65\%$

C se obtuvo de: $C = M – D = 149000-11000 = 138000$

En este problema se pude haber dividido el tiempo de 45 días entre 360 (tiempo aproximado).

Problemas propuestos

¿Cuál será el monto el 24 de diciembre, de un capital de $10,000.00 depositado el 15 de mayo del mismo año en una cuenta de ahorros que paga 49% anual simple?

¿En cuánto tiempo un capital crece el 45% a una tasa de interés del 23% simple anual?

¿En cuánto tiempo un capital crece 2.5 veces a una tasa de interés del 32% simple anual?

Determine el valor de un equipo de sonido por el cual se pagó un enganche del 30% del costo y se firmaron dos pagarés para liquidarlo, el primero corresponde al 30% del costo con un plazo de tres meses y el segundo por $7500.00 con valor nominal y un plazo a seis meses. La tasa de interés es de 24% simple anual. Determine: el valor del primer pago, el valor del enganche, el valor de contado, el valor finalmente pagado por el equipo y el importe de los intereses pagados.

Determine en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido del 20 de febrero al 14 de diciembre del mismo año.

Calcule el tiempo en forma exacta y aproximada del 27 de mayo al 14 de abril del siguiente año.
El primer día del mes de julio se firmó un pagare por $ 170000.00 con 38% de interés y en qué fecha se tendrán que pagar $ 8500.00 de intereses simple?

Determine el interés real y comercial sobre un préstamo de $ 125300.00 con una tasa de intereses del 14.5% simple anual y a un plazo de 90 días.

Determine el interés real y comercial sobre $ 205,000.00 al 20% simple anual, del 17 de marzo al 20 de octubre del mismo año, calculando el tiempo exacto y aproximado.

Que descuento se hace a un documento cuyo valor nominal es de $120,000.00, y se descuenta 75 días antes de su vencimiento. La tasa de descuento que se ofrece es del 32% simple anual.

Determine la tasa de descuento que se aplicó a un documento cuyo valor nominal es de $175,000.00, si se descontó 90 días antes de su vencimiento y el descuento fue de $18,000.00

Actualmente, Pedro debe $ 38,000.00 por un préstamo con vencimiento en 6 meses, contratado originalmente a 1 1/2 a la tasa de 14% simple anual, y debe además $ 55,000.00 con un vencimiento en 9 meses sin intereses. El desea pagar de inmediato

$ 40,000.00 y liquidar el resto de la deuda mediante un pago único dentro de un año. Con una tasa de interés del 15% simple anual y considerando la fecha focal de un año, determine el pago único mencionado.

X debe a Y $ 115,000.00 a pagar dentro de 6 meses sin intereses y $ 120,000.00 con intereses del 40% simple anual por 1 ½ años con vencimiento dentro de 9 meses. “Y” está de acuerdo en recibir 3 pagos iguales uno inmediato, otro dentro de 6 meses y el tercero dentro de un año, suponga que “Y” establece una nueva tasa de interés del 45 % simple anual en la transacción. La fecha focal está ubica a los seis meses.

Capítulo dos

Interés Compuesto

INTERÉS COMPUESTO

Comparación sobre interés simple e interés compuesto.

Existen transacciones que abarcan un periodo largo de tiempo y el interés que se produce se puede calcular de 2 formas distintas.

A) a un período establecido:

El interés vencido se paga inmediatamente después que el periodo o plazo de la operación ha concluido, el capital que produce a los intereses permanece sin cambio a lo largo del plazo de la operación y en este caso estamos hablando de interés simple.

B) a intervalos establecidos:

El interés vencido es agregado al capital, en este caso se dice que el interés es capitalizable o convertible en capital y consecuente gana también intereses. La suma vencida al final de la operación es conocida como monto compuesto, a la diferencia del monto compuesto y el capital original se le conoce como ***interés compuesto***.

El interés puede ser convertido en capital anual, semestral, mensual, etc., el número de veces que el interés se convierte en un año se conoce como ***frecuencia de conversión o capitalización***.

El periodo de tiempo entre dos conversiones sucesivas, se conoce como periodo de interés o conversión.

En los problemas de interés compuesto se deben considerar 3 conceptos importantes (a) capital original (b) tasa de interés por periodo y (c) de periodo de conversión o capitalización.

Ejemplo:

A) hallar el interés simple sobre $10,000.00 por 3 años al 6% de interés.

B) hallar el interés compuesto sobre $ 1,000.00 por tres años al 6% convertible anualmente a capital.

A)

I=C i F+ = (10,000)(.06)(3)=$ 1,800.00
M= C+i = 10,000.00+1,800.00= $ 11,800.00

B)

1er. año
=10,000.00 (.06)(1)=N$ 600.00

El capital al final del 1er.año es:

10,000.00+600.00= $ 10,600.00

2do. año

=10,600(.06)(1)= $ 636.00
El capital al final del 2do. año = $ 11,236.00

3er. año

=11,236.00(.06)(1)= $674.16

El capital final =11.236.00+674.16= $ 11,910.16

Interés Compuesto = M - C

= 11,910.16 - 10,000.00
=$ 1,910.16

Fórmula a utilizar

$$\text{Tasa de intereses} = \frac{\text{tasa anual de intereses}}{\text{frecuencia de conversión}}$$

De periodo de conversión = (n)

n = (# dado de años)(frecuencia de conversión)

MONTO COMPUESTO

El monto compuesto se obtiene al incrementar el capital original el interés compuesto.

$$\boxed{M = C + I}$$

Se había establecido que I= Cit y a la sucesión de reinversiones de intereses en capital origina la siguiente formula.

$$\boxed{M = C\,(1 + t)^{n}}$$

<u>Ejemplo</u>

Si se invierten $ 15000 durante 8 ½ años al 7% convertible trimestralmente, determine el monto compuesto y el interés compuesto.

$i = \frac{.07}{4} = .0175$ $\qquad$ $n = (8\ 1/2)(4) = 34$

$$M = C\,(I + i)^{n}$$

$$M = 15000\,(1 + .0175)^{34}$$

$$M = 15000\ (1.803725)$$
$$M = \$\ 27055.87$$

I= M- C= 2705.59 - 15000= **$ 12055.90**

Ejemplo

Se depositan $ 25000.00 en un banco a una tasa de intereses de 18% anual capitalizable mensualmente ¿cuál será el monto acumulado en 2 años?

$i = \frac{.18}{12} = .015\%$ $\qquad$ n= (12)(2) = 24

$$M = 25000\ (1+.015)^{24}$$
$$M = \$35{,}737.57$$

Si se desea conocer los intereses ganados:

I= M-C = 35,737.57- 25,500= $ 10,737.57

Se invierten $ 12,500.00 al 5.7% durante 1 año con una capitalización bimestral. Determine el monto compuesto y el interés compuesto.

$i = \frac{.057}{6} = .0095$

n= (6)(1)= 6

$$M = 12{,}500\ (I + .0095)^{6}$$

M= $ 13229.63

Interés compuesto

I= 13229.63 - 12500
I= $ 729.63

Se obtiene un préstamo bancario de $ 150,000.00 en un plazo de un año con intereses del 52% con conversión trimestral ¿cuál es el monto que deberá liquidarse al término del periodo?

$i = \frac{.52}{4} = .13$ $\qquad$ $n = (1)(4) = 4$

$$M = 15{,}000.00 \quad (1+.13)^4$$

M= $ 244,571.04

MONTO COMPUESTO CON PERIODOS DE CONVERSION FRACCIONARIOS.

La formula $M= C (1 + i)^n$ se deriva suponiendo que n es un entero, teóricamente puede ser aplicable para un entero o fraccionario al resolver problemas usando esta fórmula y se supone (n) como fraccionario.

Ejemplo:

Determine el monto compuesto que se genera en 6 años 3 meses al 5% mensual si el capital es de $ 3,000.00 i =.05 n=?

para n: será 6 años 3 meses al 5% si el capital es de $ 3,000.00
i = .05 n=? .

6 años = $\frac{24}{4} + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$

M= $(30000)(1+.05)^{25/4}$ = **$ 40,696.25**

Ahora usaremos otra forma llamado Método Aproximado, en conde se usan las dos fórmulas: I. Compuesto e I. Simple

M=C $(I+i)^n$ (I+it)

M= (30000) $(1+.05)^6$ x [(1+(.05)(3/12)]
M= (3000) (1.34009) x (1.0125)
M= $ 40,705.20

Otra forma

M=$(30000)(1.05)^{25/4}$

Log. M= Log.30000 + 25/4 Log. (1.05)
Log. M=4.477712 +(25/4)(.0211892)
Log. M=4.4772+.1324325
Log. M=4.6096325

Aplicamos antilogaritmo

M= $ 40703.56

Aplicando antilogaritmo obtenemos una cantidad muy cercana a las otras obtenidas (no igual), por la razón del número de dígitos tomados después del cero.

Otro ejemplo. Determinar el monto compuesto de $ 5,000.00 por 7 años 2 meses al 4.5.% convertible anual.

$i = \frac{.045}{1} = .045$ $\qquad$ $n = \frac{43}{6}$

A) $S= 5,000.00(1+.045)^{43/6}$ = **$ 6,854.379**

B) Método aproximado

$M= 5,000.00(1+.045)^{7} \times [1+(.045)(2/12)]$
M= 5,000.00(1.3608618)(1.0075)
M= $ 6,855.34

Por el método de logaritmo

$M= 5,000.00 (1.045)^{43/6}$
Log. M= Log. 5,000.00 +(43/6) LOG.(1.045)
Log. M= 3.69897+(43/6)(.0191102)
Log. M= 3.8359701

Antilogaritmo **M= $ 6,854.41**

Determinar el monto compuesto de $ 13,800.00 por 6 años 7 meses al 5.2 % convertible semestralmente.

C= $ 13,800.00 $\qquad$ $i = \frac{0.52}{2} = .026$

n= (6 años 7 meses) (2)

$n = (12) + \left(\frac{7}{12} \times 2\right)$

$= 12 + 1.1666 = 13.1666 = \frac{79}{6}$ o 13.1666

$M = (13{,}800.00)\,(1+ .020)^{13.1666}$

M= $ 19,348.74

TASA NOMINAL, TASA EFECTIVA Y TASA EQUIVALENTE.

Cuando se realiza una operación financiera, se pacta una tasa de interés anual que rige durante el lapso que dure la operación. A esta tasa se denomina ***tasa nominal de interés***.

Sin embargo, si el interés se capitaliza en forma semestral, trimestral o mensual, la cantidad efectiva pagada o ganada es mayor que si se compone en forma anual. Cuando esto sucede se llama ***tasa efectiva anual***.

Se dice que dos tasas anuales de interés con diferentes periodos de conversión son equivalentes si producen el mismo interés compuesto al final de un año.

Ejemplo:

¿Determine la tasa efectiva de intereses que se recibe de un depósito bancario de $ 10,000.00 pactado al 48% de interés anual convertible mensualmente.

$i = \frac{48}{12} = .04$

$M = 10{,}000\ (1+.04)^{12}$

$M = 10{,}000\ (1{,}001032)$

$M = \$16{,}010.322$

$$\mathbf{i = I/C}$$

$I = M - C = 16010.322 - 10{,}000$

$I =$ **6,010 .322**

$i = I/C = 6{,}010.322 = .6010$

Tasa efectiva = 60.10%

Otra forma:

$$\mathbf{e = (1 + i/p)^{p} - 1}$$

$e = (1 + .04)^{12} - 1 = .6010 =$ **60.10%**

La tasa convertible anual del 60.10% es equivalente a una tasa del 48% convertible mensualmente.

¿Cuál es la tasa efectiva equivalente al 44.8% anual compuesto por trimestre?

$$\mathbf{e = (1 + i/p)^{p} - 1}$$

$e = (1 + .448/4)^{4} - 1 = .529041 =$ **52.90%**

Si hablamos de tasas de equivalentes podemos establecer la siguiente relación.

$$C\,(1+i) = C\,(1+J/m)^{m}$$

Dividimos entre c

$$(1+i) = (1+j/m)^{m}$$

Donde:

$$\boxed{\mathbf{i = (1+j/m)^{m} - 1}}$$

i = tasa efectiva
J = tasa nominal efectiva

Compare al final de 1 año, el monto compuesto de $ 1,000.00 al:

A) 4% convertible trimestralmente

$M = 1000(1+.01)^4 =$ **$ 1.040.6**

B) 4 % convertible anualmente

$M = 1000\,(1 + .0406)^1 =$ **$ 1.010.60**

¿Cuál es la tasa efectiva que se paga por un préstamo bancario de $ 50,000.00 que se pacta al 55% de interés anual convertible trimestralmente?

Aplicando directamente la fórmula

$$\mathbf{i = (1+j/m)^m -1}$$

$i = (1+.\,55/4)^4 -1 = (1+.1375)^4 -1$
$i = .6742$
$i = 67.42\%$

Determine la tasa nominal j convertible trimestralmente, que produce un rendimiento del 40% anual.

Tenemos que despejar j de la formula.

$$\boxed{\mathbf{i} = (1+\mathbf{j/m})^{\mathbf{m}} - 1}$$

Quedando la formula como sigue:

$$\mathbf{J= [(1 + i)^{1/j} - 1] (j)}$$

$j= [(1+.40)^{1/4} -1] \times 4$
$j=[(1.087757 - 1] \times 4$
$j= .3510$
$j= 35.10\%$

VALOR ACTUAL O PRESENTE

En ocasiones se conoce cuál es el monto que debe pagarse o que se desea reunir, y se quiere determinar el capital que es necesario invertir en el momento presente a una tasa de interés determinado, para llegar a tener dicho monto ,se planta un problema denominado de valor actual o valor presente.

El valor actual muestra, como su nombre lo indica, ¿cuál es el valor en un momento determinado de una cantidad que se recibirá o pagara en un tiempo posterior?

Si:

$$M= C (1+i)^n$$

Al despejar a "C", queda:

$$C = \frac{M}{(1+t)^{n}} \quad \text{o} \quad M = (1+t)^{-n}$$

Ejemplo:

¿Cuánto debe depositarse en el banco si se desea tener un monto de $50,000.00 dentro de 3 años y la tasa de interés es de 20% anual convertible semestralmente?

$$C = \frac{M}{(1+i)^{n}} \qquad n = (3)(2) = 6$$

$$i = \frac{.20}{2} = .10$$

$$C = \frac{50,000.00}{(1+.10)^{6}}$$

C= $ 28,224.66 (cantidad depositada)

La compañía “Salinas y Fox“ S.A, planea realizar una inversión de $ 50,000.00 para producir en artículos de moda que espere le genere ingresos de $ 80,000.00 dentro de 2 años si se considera una inflación promedio anual del 25 % ¿conviene la inversión?

$$C = M(1+i)^{-n}$$

$$C = 80,000.00(1+.25)^{-2}$$

C= $ 51,200.00

Observación: *Los $ 80,000.00 que la Empresa recibirá en dos años equivalen a $ 51,200.00 descontados de la inflación este valor presente se compara con los $ 50,000.00 de la inversión y demuestra que es efectiva, se está teniendo una utilidad de $ 1,200.00 y que por lo tanto conviene invertir.*

Una compañía dedicada a la extracción ha descubierto una veta de un mineral de escasa presencia y debe decidir la conveniencia o inconveniencia de su explotación. A fin de poder beneficiar, es necesario realizar una inversión de $350,000.00. Sus analistas financieros estiman que la veta producirá durante solamente 3 años y de acuerdo al precio vigente del metal, los ingresos serían los siguientes:

1er. año	$ 100,000.00
2do. año	$ 200,000.00
3er. año	$ 300,000.00

Si la tasa de inflación promedio para los próximos 3 años es del 40% les resulta rentable la inversión?

Se traen a valor presente los ingresos que se espera recibir en el futuro, utilizando la tasa de inflación y se comparan con la inversión inicial.

1er. año = $ 100,000.00

$C= M\ (1+I)^{-n}$
$C= 100,000.00\ (1+.40)^{-1}$
C= $ 71,428.57

2do. año =$ 200,000.00

$C = M(1+i)^{-n}$
$C = 200{,}000.00\,(1+.40)^{-2}$
C= $102,040.82

3er. año = $ 300,000.00

$C = M(1+i)^{-1}$
$C = 300{,}000.00\,(1+.40)^{-3}$
C= $ 109,329.45

Se suman los valores: C= $ 282,798.84

Comentario: El valor presente (282,798.84) es menor que la inversión (350,000.00), a la compañía no le conviene explotar la veta debe esperar a que el precio del metal se incremente.

ECUACIONES DE VALOR EQUIVALENTE

Al igual que en el interés simple, podemos negociar el cambio de ciertas deudas por otras, aplicando una nueva tasa de intereses. Para interés compuesto la línea del tiempo no dura 12 meses, esta línea estará determinada dependiendo de la durabilidad de las obligaciones, pero tomaremos las mismas recomendaciones que se hicieron para resolver este tipo de problemas que se hicieron para interés simple.

Ejemplo:

José debe $ 15000.00 a pagar en 2 años y $ 35000.00 a pagar en 5 años. Mediante un acuerdo José liquidara sus deudas mediante un pago único al final de 3 años sobre una tasa de 6 % convertible semestralmente.

Resolución:

0	1	2	3	4	5
		$ 15000			$ 35000

$i = \frac{.06}{2} = .03$

La fecha focal es al final del 3er. año

1) Debemos encontrar “n” para cada pago.

Para $ 15000.00 falta un año para el año focal por lo tanto:

$n = (1)(2) = 2$

$= 15000.00\ (1+.03)^{2} = \$\ 15913.50$

Para $ 35000.00

$n = (2)(2) = 4$

$= 35000.00\ (1+.03)^{-4} = 31097.05$

(se usa esta fórmula porque los 35000 se encuentran después de la fecha focal9

X= 15913.50+ 31097.05 = **$ 47010.50**

Otro ejemplo. Beto debe a Enrique $1,850.00 a pagar en un año y debe también $3,000.00 a pagar en 4 años, acuerdan pagar $ 2,000.00 de inmediato y el resto en 2 años. ¿Cuánto tendrá que pagar al final del 2do.año suponiendo un rendimiento del 5% convertible semestralmente: fecha focal 2 años .

```
__1,850.00________________________________3,000.00___
|         |                |               |              |
0         1                2               3              4
2,000.00                   X
```

i= .50/2 = .25

n=(2)(2)= 4 n=(1)(2) n=(2)(2)=2

$2,000.00\ (1+.025)^{4} + X = 1,850.00(1+.025)^{2} + 3,000.00\ (1+.025)^{-4}$

2,201.03 +X = 1,943.656 + 2,707.85

X=$ 2,453.876

Sebastián debe $ 30000.00 con vencimiento en 2 años sin intereses y $ 25000.00 con intereses al 4% convertible trimestral a pagar en 6 años, suponiendo un rendimiento del 5% convertible semestral ¿cuál será el pago único que tiene que hacer dentro de 4 años para liquidar sus deudas ? (fecha focal al final del año).

$M= 2500(1+.01)^{21}= 31743.37$

30000.00 25000+i

| | | | | | |
0 1 2 3 4 5 6
X

$X= 30000.00\ (1.025)^{4} + 31743.37\ (1+.025)^{-4}$

$i = .05 / 2 = .025$

$n= (2)(2) = 4$

$X= 33114.38 + 28757.93$

X= 61872.30

Se tiene una deuda bancaria de $ 50,000.00 pagadera en dos pagos de $ 25000.00 cada una a 6 y 18 meses, respectivamente. Se desea liquidarla en 3 pagos semestrales: si el primero es de $10,000.00 y se realiza al segundo semestre, el segundo es de $20,000.00 y se realiza al cuarto semestre ¿cuánto importara el tercero que se hará al sexto semestre, considerando una tasa del 18% anual convertible semestralmente?, la fecha focal esta ubica a final.

Para resolverlo, primero vamos a trazar una línea del tiempo que dure 3 años, repartido en 6 semestres, nótese que los pagos de

25,000.00 son a tres y seis meses y los nuevos pagos son semestrales.

25000	25000					
0	1	2	3	4	5	6
		10000		20000		X ff

i = .18/2 = .09

$25000(1+.09)^{5.5} + 25000(1+.09)^{4.5} = 10000\ (1+.09)^{4} + 20000\ (1+.09)^{2} + X$

40159.26 + 36843.36 = 14115.82 + 23762 + X

77002.62 = 37877.82+X

X= 77002.62 - 37877.82

X= $39124.8

Para este ejercicio debemos recordar que el exponente (n) se eleva en base al tiempo que falta para llegar a la fecha focal

Problemas Propuestos

Se invierten $ 125,000.00 al 15.7% durante 1 año con una capitalización bimestral. Determine el monto compuesto y el interés compuesto.

Calcule la tasa de interés cobrada convertible mensualmente sobre un préstamo de $ 28,500.00, durante 6 meses y que generó el pago de $1800.00 por concepto de intereses.

En cuanto tiempo un capital crecerá un 30% a una tasa de interés del 12% convertible bimestralmente.

Determine el valor de un equipo de una PC por el cual se pagó un enganche del 25 % del costo y se firmaron dos pagarés para liquidarlo, el primero corresponde al 30% del costo con un plazo de tres meses y el segundo por $7500.00 con valor nominal y un plazo a seis meses. La tasa de interés es de 38% convertible mensualmente. Determine: el valor del primer pago, el valor del enganche, el valor de contado, el valor finalmente pagado por el equipo y el importe de los intereses pagados.

¿Cuál es la tasa efectiva que se paga por un préstamo bancario de $ 230,000.00 que se pacta al 45% de interés anual convertible trimestralmente?

¿Qué cantidad de dinero será necesario invertir para reunir $ 150,000 en 3 años en una cuenta de ahorros que paga el 12% de interés convertible trimestralmente?.

Mencione qué es más rentable, si invertir $ 140,000.00 al 44% convertible semestralmente o la misma cantidad al 38% convertible trimestralmente en un periodo de una año?.

Determine la tasa de interés convertible cuatrimestralmente y que además es equivalente a una tasa del 38% convertible semestralmente.

Mónica debe $18500.00 a pagar en un año y debe también $130,000.00 a pagar en 4 años. Acuerda pagar $ 120,000.00 de inmediato y el resto en 2 años ¿cuánto tendrá que pagar Mónica al final del 2do. Año suponiendo un rendimiento del 15% convertible semestralmente: fecha focal 2 años .

Joaquín debe $ 60,000.00 con vencimiento en 2 años sin intereses y $ 30,500.00 con intereses al 4% convertible trimestral a pagar en 6 años, suponiendo un rendimiento del 15% convertible semestral ¿ cuál será el pago único que tiene que hacer dentro de 4 años para liquidar sus deuda?. Fecha focal al final del año 4?

Capítulo tres

Anualidades

CONCEPTO DE ANUALIDADES

En general se denomina anualidad a un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales de tiempo. Se conserva el nombre de anualidad por estar muy arraigado en el tema, aunque no siempre se refieren a periodos anuales de pago. Algunos ejemplos de anualidades son:

- Los pagos mensuales por renta de una casa o local
- El cobro quincenal o semanal de sueldos
- Los abonos mensuales a una cuenta de crédito
- Los pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida.
- Mensualidades escolares.

Se conoce como intervalo o periodo de pago al tiempo que transcurre entre un pago y otro y se denomina plazo de una anualidad al tiempo que pasa entre el inicio del primer periodo de pago y el final del último .renta es el nombre que se da al pago periódico que se hace.

Tipos de anualidad

Existen diversas clasificaciones para las anualidades, a continuación se presentan, pero las más utilizadas son: anticipadas, vencidas y diferidas.

Anualidad cierta

Sus fechas son fijas y se estipulan de antemano. Por ejemplo al realizar una compra o crédito se fija la fecha en que se debe hacer el primer pago, así como la fecha para efectuar el último.

Anualidad contingente

La fecha del primer pago, la fecha del último pago o ambas no se fijan de antemano.

Anualidades simples

Se trata de anualidades cuando el periodo de pago coincide con el de capitalización de los intereses.

Anualidades generales

El periodo de pago no coincide con el de capitalización.

Anualidad vencida

También se le conoce como anualidad ordinaria se trata de casos en los que los pagos se efectúan a su vencimiento, es decir, al final de cada periodo.

Anualidad anticipada

Son aquellos en los que los pagos se efectúan al inicio de cada periodo.

Anualidad inmediata

Es el caso más común, la realización de los cobros o pagos tienen lugar inmediato. Siguiente a la finalización del trato.

Anualidades diferidas

Se pospone la realización de los cobros o pagos, se obtiene hoy un artículo a crédito para pagarlo en pagos mensuales pero el primer pago ahora se hace hasta pasando algunos meses (los que otorgue la empresa emisora).

Monto de la Anualidad

El monto "M" de la anualidad es la suma de los montos compuestos de los distintos pagos, cada uno acumulado hasta el término del plazo .

Renta de la Anualidad (R)

Es el pago periódico de la anualidad, es valor no varía durante la duración de la anualidad.

Ejemplo.

Que cantidad se acumularía si consideramos una anualidad ordinaria (vencida) de $ 18,000.00 anuales durante 4 años con 6% de intereses.

	1,800.00	1,800.00	1,800.00	1,800.00
|	|	|	|	|
0	1	2	3	4
A				

El primer pago gana 3 años intereses, el 2do. gana dos, y así sucesivamente

$M= C (1+i)^{n}$

$M= 18000(1+.06)^{3}+18000(1.06)^{2} +18000(1.06)^{1} + 18000$

Como hay un factor común que son los 18000, lo factorizamos

$M=18000[(1.06)^{3} + (1.06)^{2} + (1.06) +1]$

$M=18000(1.191 + 1.1236 + 1.06 +1)$

$M= 18000 (4.37469)$

M= ***$ 78742.80***

Valor Actual o Presente de la Anualidad

El valor presente o actual (A o C) de una anualidad es la suma de los valores presentes de los distintos pagos, cada uno descontado al principio del plazo.

Recordar la fórmula de valor actual o presente para interés compuesto

$$C= M (1+i)^{-n}$$

0 $$C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

$C= 18000(1.06)^{-4} + 18000(1.06)^{-3} + 18000 (1.06)^{-2} + 18000(1.06)^{-1}$

$= 18000[(1,06)^{-4} + (1.06)^{-3} + (1.06)^{-2} + (1.06)^{-1}]$

$= 1,800(.792+.8396+.89+.943)$

=18000(3.4646) = **$ 62362.80**

ANUALIDAD VENCIDA

Este tipo de anualidad se refiere a que el pago se realiza al vencimiento del periodo establecido (quincenal, mensual, trimestral….)

Ejemplo:

Considerando una anualidad ordinaria (vencida) de $ 50000.00 anuales, durante 4 años a una tasa del 45% determine el monto de la anualidad y el valor presente

	5,000	5,000	5,000	5,000
A	1	2	3	4

$M= 50000\ (1.045)^{3} + 5{,}000(1+.045)^{2} + 50000\ (1+.045)+ 50000$

$= 50000\ [(1.045)^{3} + (1.045)^{2} + (1.045) +1\ ]$

$= 50000\ (1.1411+ 1.092 + 1.045 + 1)$

$= 50000\ (4.2781\ ) = \$\ 213{,}905$

Valor presente

$C= 500000\ (1.045)^{-4} + 50000\ (1.045)^{-3} + 50000\ (1.045)\ -2\ + 50000(1.045)^{-1}$

= 50000 (.8386 + .8763 + .9157 + .9569)

= 50000 (3.5875) = **$ 179,375.00**

Ahora bien, existen fórmulas específicas para anualidades y cada tipo de anualidad tiene sus Fórmulas.

Fórmulas para anualidades para calcular monto y valor presente para un anualidad cierta vencida u ordinaria.

$$M = R\left(\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right)$$

$$C = R\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$$

R= Pago periódico
i= Tasa de intereses por periodo
n= Número de periodos (pagos o depósitos9
M= Monto
C= Valor actual o presente

Hallar el monto y el valor presente de una anualidad de $ 1500.00 mensuales durante 3 años 6 meses al 6 % convertible mensualmente.

R= 1500.00

$i = \frac{.06}{12} = .005$

$M = 1500 \left\{ \frac{(1+.005)^{42} - 1}{.005} \right\}$

n= (12)(3.5) = 42

M= $ 69,909.81

Valor Presente

$C = 1500 \left\{ \frac{1 - (1.005)^{-42}}{.005} \right\}$

C= $ 56,697.40

Hallar el monto compuesto y el valor presente de una anualidad de $ 2,275.00 cada 6 meses durante 6.5 años al 5.4% convertible semestalmente

R= 2,275.00

$M = 2275 \; \frac{(1.027)^{17} - 1}{.027}$

$i = \frac{.054}{2} = .027$

M= $ 48,271.00

n= (2)(6.5) = 17

$C = 2{,}275 \; \frac{1 - (1.027)^{-17}}{.027}$

C= 30,689.45

Pago periódico

Se refiere al pago que se hace de manera constante y cuyo valor no cambia lo representamos con la letra R

¿Cuál será el importe de cada uno de los depósitos semestrales que deberán hacerse en una cuenta de ahorros que paga el 3.5 % convertible semestralmente durante 10 años para que el monto sea de $ 25,000.00 precisamente después del último deposito ?

En este problema la incógnita es R, por lo tanto se despejará esta literal de la fórmula de Monto.

M= $ 25,000.00 $\quad i = \frac{.035}{2} = .0175 \quad n = (2)(10) = 20$

$$M = R \; \frac{(1+i)^{n} - 1}{i}$$

$$25{,}000 = R \; \frac{(1+.0175)^{20} - 1}{.0175}$$

$$R = 25000 \; \frac{1}{23.701611}$$

$$R = 25000 \; (.0421912)$$

R= $ 1,054.78

Una persona adquiere hoy a crédito una máquina de escribir. La máquina cuesta $975.00 y conviene pagarla con cuatro mensualidades vencidas. ¿Cuánto tendrá que pagar cada mes si le cobran 3.5% mensual de intereses?

C= 975 R= ? i=.035 n= 4

$$C = R \; \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{975\,(.035)}{1-(1.035)^{-4}} = \frac{34.125}{.128558} = \mathbf{\$265.44}$$

Una persona debe pagar $ 3,000.00 al final de cada año, durante varios años ¿cuánto tendría que pagar a fines de cada mes para sustituir el pago anual, si se consideran intereses a razón de 25% anual convertible mensualmente?

R=? M= 3,000.00 $i = \frac{.25}{12} = .020833$ n= 12

$$M = R\; \frac{(1+i)^{n}-1}{i} = R\; \frac{(1+.020833)^{12}-1}{.020833}$$

$$R = \frac{3000}{13.475137} = \mathbf{\$\,222.63}$$

Plazo de la Anualidad Vencida

Es el número de periodos de pago de una anualidad.

En este caso debemos despejar "n" de algunas de las dos fórmulas. Según el caso que se trate.

¿Cuantos pagos de \$ 95 al final de mes tendría que hacer el comprador de una plancha que cuesta \$ 850.00, si paga \$ 350.00 de enganche y acuerda pagar 45.6% de interés capitalizable mensualmente sobre el saldo.

n=? R= 94.76

C= 850 – 350 (se resta el enganche) = 500.00

i =.456/2 = .038

$$500 = 94.76 \; \frac{1- (1.038)^{-n}}{.038}$$

$$\frac{(500)(.038)}{95} = 1-(1.038)^{-n}$$

$$.2 - 1 = 1 - (1.038)^{-n} \quad (-1)$$

$$.8 = (1.038)^{-n}$$

$$\frac{1}{(1.038)^{-n}} = .8$$

$$(1.038)^{n} = \frac{1}{.8}$$

$$(1.032)^{n} = 1.25$$

$$n \log. 1.038 = \log. 1.25$$

$$n = \frac{\log 1.25}{\log 1.038} = \frac{.09692}{.01619} = 5.98 \text{ 0 6 pagos}$$

Una persona desea acumular $300,000.00 para reunir esta cantidad decide hacer depósitos trimestrales vencidas en un fondo de inversiones que rinde 32% anual convertible trimestral. Si deposita $ 5000.00 cada fin de trimestre ¿dentro de cuánto tiempo habrá acumulado la cantidad que desea?

M= 300,000 R= 5000 i = .32 %= .08 n= ?

$$300000 = 5000 \; \frac{(1+.08)^{n} - 1}{.08}$$

$$\frac{(300000)(.08)}{5000} + 1 = (1.08)^{n}$$

$$(1.08)^{n} = 5.8$$

$$n \log.\ (1.08) = \log.\ 5.8$$

$$n = \frac{\log\ 5.8}{\log 1.08} = 68.52 = 69 \text{ meses}$$

n= 22.84 trimestres aproximamos a 23

Otras fórmulas sugeridas para calcular el plazo o número de periodos:

$$n = \frac{\log(M/Ri + 1)}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log\left\{\dfrac{1}{(-C/Ri + 1)}\right\}}{\log(1+i)}$$

ANUALIDAD ANTICIPADA

Es una anualidad cuyo pago periódico vence al principio del intervalo de pago. Ejemplo pago de la renta de una casa.

Ejemplo. La renta mensual de un local comercial es $ 40,000.00 y se tiene que pagar por adelantado, esto significa que al principio de cada mes se debe pagar la renta ¿cuál será la renta anual pagada por adelantado al 6% convertible mensualmente?

```
40,000 40,000                                                    40,000
_______________________________________________________________________
|     |      |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
0     1      2     3     4     5     6     7     8     9     10    11    12
```

El primer pago se toma como anualidad anticipada y los 11 restantes como anualidad ordinaria.

$n = 11 \qquad i = \frac{.06}{12} = .005$

$$X = C + C\ \frac{1-(1+i)^{-n} - 1}{i}$$

$$X = 40000 + 40000\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$X = 4000 + 4000\ \frac{1-(1+.005)^{-11}}{.005}$$

X= $ 467,200.00

Formula empleadas para este tipo de anualidad:

$$M = R\left(\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right)$$

$$C = R\left(1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i} \right)$$

$$N = \frac{\mathrm{Log}\left((M/R + 1)\, i + 1 \right)}{\mathrm{Log}\ (1+i)} - \underline{1}$$

$$n = 1 - \frac{\log\left(1 + I - (Ci / R) \right)}{\log (1+i)}$$

Ejemplo. Los días 15 de cada mes, Manuel invierte \$2000.00 en un fondo que paga el 30% convertible mensualmente ¿cuánto habrá en el fondo justamente antes del día 10 depositado?

Para problema es importante notar que se desea saber el monto antes del depósito 10, por lo tanto n es igual a 9.

Fórmula utilizada para este caso

$$M= R \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$$

$$M= 2000 \left[\frac{(1+ .025)^{9+1} - 1}{.025} - 1 \right] = \$\ \mathbf{20406.76}$$

Se debe tener cuidado con el uso de la fórmula, primero sumamos lo que está dentro del paréntesis (1+i), después elevamos (n+1), a continuación le restamos 1, posteriormente dividimos entre (i), después le restamos 1, y al final multiplicamos por R.

Encuentre el monto de 6 pagos semestrales anticipados de $1,450.00 si el interés es de 27% convertible semestralmente.

n= 6
i= .27/2 = .135
R= 1,450.00

$$M= R \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$$

$$M= 1,450.00 \left[\frac{(1.135)^{6+1} - 1}{.135} - 1 \right]$$

M= $ 13,871.111

Un comerciante alquila un local para su negocio y acuerda pagar \$8500.00 de renta por anticipado. Desea librarse del compromiso mensual de la renta, decide proponer una renta anual equivalente y también anticipada. Si se calculan los intereses a razón del 36 convertible mensualmente ¿de cuánto deberá ser la renta anual?

n= 12
R= 8500.00
$i = \frac{.36}{12} = .03$

Para este problema debemos calcular el valor actual o presente

$$A = R\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]$$

$$A = 8500\left(1 + \frac{1-(1.03)^{-11}}{.03}\right) = \textbf{\$ 87,125.00}$$

En el empleo de la fórmula anterior es importante notar que primero elevamos (1+i) a la (-n+1), después dividimos entre (i), posteriormente le sumamos 1, y al final lo multiplicamos por R

ANUALIDADES DIFERIDAS

Es un tipo de anualidad cuyo primer pago se realiza algún tiempo después del término del primer periodo de intereses. Mantenimiento de alguna construcción, mantenimiento de un coche.

Ejemplo: Un edificio recién construido no necesitara reparación hasta el término de cinco años, cuando se requerirán $ 300,000.00 para reparaciones mayores. Se estima que de ahí en adelante se necesitaran $30,000.00 al final de cada año en los próximos 20 años para mantenimiento. Determine el valor presente del mantenimiento del edifico sobre el 3% de intereses.

	30000	30000
|	|	|
X años	5 AÑOS	25

Para calcular el valor presente utilizaremos 21 periodos porque los primeros 4 no efectuamos pago alguno. El uso de la fórmula requiere de tener cuidado con las operaciones, primero se puede obtener el resultado de $(1+i)^{-n}$ después el resultado de la operación $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ y al final multiplicaros con R

$$C = R \; \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \; (1+i)^{-n}$$

$$C = (30000) \; \frac{1-(1+.03)^{-21}}{.03} \; (1+.03)^{-4}$$

$$C = (30000)\,(15.415024)\,(.888427)$$

C= $ 410,814.80

Un rancho valuado en $25,000,000.00 es vendido con $5,000,000.00 de enganche. El comprador acuerda pagar el saldo con intereses al 5% convertible semestral, mediante 10 pagos iguales semestrales de R, cada uno, el primer pago con vencimiento dentro de 4 años , hallar "R" .

		R	R
0	7	8	17

En este caso, debemos restar a los 25 millones el enganche, quedando una deuda de 20 millones, el primer pago se hará en el 8 semestre (final del 4to. Año). El número 17 de la recta nos indica cuando el semestre en que terminaremos de pagar la deuda.

$$i = \frac{.05}{2} = .025$$

$$C = R \left\{ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right\} (1+i)^{-n}$$

$$20{,}000{,}000 = R \left\{ 1 - \frac{1 - (1+ .025)^{-10}}{.025} \right\} (1+ .025)^{-7}$$

$$20{,}000{,}000 = R \ (8.752068)\ (8.8412652)$$

$$20{,}000{,}000 = R \ (7.3628068)$$

$$R = \frac{20{,}000{,}000}{7.3628068} = \$\ 271{,}635.54$$

Calcular el valor actual de una renta semestral de $ 6,000.00 durante 7 años, si el primer pago semestral se realiza dentro de 3 años y el interés es del 17% semestral.

Solución:

6000					6000			6000	6000			6000							
0 HOY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

$$C = R \ \frac{1 - (1.17)^{-14}}{.17} \ (1.17)^{-5}$$

$$i = \frac{.17}{7} = .17$$

int.semestral

$$= 6{,}000 \ \frac{1 - (1.17)^{-14}}{.17} \ (1.17)^{-5}$$

$$= (6{,}000)\ (5.229299)\ (.456111)$$

$$= \$\ 14{,}310.85$$

Del problema anterior determina el monto

$$M = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$M = 6{,}000\,\frac{(1+.17)^{14} - 1}{.17}$$

M= (6,000) (47.102672) = $ 282,614.96

El 12 de enero un deudor acuerda pagar sus deudas mediante 8 pagos mensuales de $ 350.00, haciendo el primero el 12 de julio del mismo año. Si después de realizar el quinto pago deja de hacer 2 pagos ¿qué pago único deberá hacer al vencer el último pago pactado originalmente para saldar completamente su deuda, si el interés se calcula al 43.96% con capitalización mensual?

12 EN	12JL	12AG	12SEP	12OCT	12NOV	12DIC	12EN	12FEB
|	|	|	|	|	|	|	|	

Lo pactado

350 350 350 350 350 350 350 350

Lo pagos realizados y el plazo de no pago.

350 350 350 350 350 ___ ___ ?

$$i = \frac{.4396}{2} = .0366$$

El monto de la deuda al 12 de febrero seria:

1) $M = 350 \left(\frac{(1.0366)^8 - 1}{.0366} \right)$

$= 350 (9.103349) = \$ 3{,}186.7$

2) $M = 350 \frac{(1.0366)^5 - 1}{.0366} (1.0366)^3$

Problemas Propuestos

Una persona desea acumular $ 60,000.00, para reunir esta cantidad decide hacer depósitos trimestrales vencidos en un fondo de inversiones que rinde 12% anual convertible trimestral. Si deposita $ 1900.00 cada fin de trimestre ¿dentro de cuánto tiempo habrá acumulado la cantidad que desea?

¿Cuantos pagos de $ 900 al final de mes tendría que hacer el comprador de una pantalla que cuesta $18500.00, si dio $ 3500.00 de enganche y acuerda pagar 35% de interés capitalizable mensualmente sobre el saldo?.

Los días 15 de cada mes, Pancho invierte $ 2250.00 en un fondo de inversión que paga el 10% convertible mensualmente ¿cuánto habrá en el fondo justamente al depósito número 15, los depósitos son anticipados?

Un comerciante alquila un local para su negocio y acuerda pagar $7500.00 de renta por anticipado. Desea librarse del compromiso mensual de la renta, decide proponer una renta anual equivalente y también anticipada. Si se calculan los intereses a razón del 27% convertible mensualmente ¿de cuánto deberá ser la renta anual?

Determine el número de pagos vencidos que deberá hacer el comprador de un mueble con valor de $12,000. Le piden el 15% de enganche y el interés que le cobran es del 19% convertible mensualmente y renta de $750.00.

Para saldar un préstamo de $785,00.00 el deudor acuerda hacer 5 pagos iguales semestrales vencidos y una único pago de $300,000.00 2 años después de haber realizado el último pago semestral. ¿De cuánto deberá ser cada uno de los pagos semestrales iguales si el interés pactado es del 25% convertible semestralmente?. Tomar en cuenta que el pago de $300,000.00 es valor nominal.

Al nacer su primer hijo una pareja decide formarle un fondo para sus estudios de $ 3,000,000.00 y entregárselos cuando el cumpla 18 años de edad, para lo cual llevan a cabo las siguiente operaciones: a) un depósito único de $75,000.00 al inicio de la operación y b) Depósitos iguales de cierta cantidad a una tasa de interés del 12% convertible mensualmente. Determine el importe de los depósitos (vencidos).

La Sra. Juanita piensa jubilarse cuando logre reunir $750,000.00 y para ello realiza depósitos mensuales anticipados de $1350.00 cada uno. Los intereses que la pagan son del 1.3% mensual, ¿en cuánto tiempo podrá jubilarse?

Determine el valor actual de un renta semestral de $80,000.00 durante 9 años si el primer pago se realizará en el semestre 6 y el interés que se cobra es del 19% convertible semestralmente.

Capítulo 4

Amortización

CONCEPTO DE AMORTIZACION

La amortización es un término económico y contable, que hace referencia al proceso de distribución de gasto en el tiempo de un valor duradero. Su uso puede estar referido a dos ámbitos diferentes: la amortización de un activo y la amortización de un pasivo. En ambos casos se trata de un valor, con una duración que se extiende a varios periodos o ejercicios, para cada uno de los cuales se calculan una amortización, de modo que se reparte ese valor entre todos los periodos en los que permanece.

También amortizar es el proceso financiero mediante el cual se extingue, gradualmente, una deuda por medio de pagos periódicos, que pueden ser iguales o diferentes.

En las amortizaciones de una deuda, cada pago o cuota que se entrega sirve para pagar los intereses y reducir el importe de la deuda.

Un documento que causa intereses esta amortizado cuando todas las obligaciones contraídas (tanto capital como interés) son liquidados mediante una serie de pesos (generalmente iguales) realizados en intervalos de tiempos iguales.

Debemos dejar en claro que al momento de realizar o encontrar el pago de una amortización estaremos utilizando una anualidad vencida, por lo tanto la fórmula para encontrar R es conocida.

Ejemplo :

Pepe contrae el día de hoy una deuda de $ 650,000.00 al 48% convertible semestral que amortizara mediante 6 pagos semestrales iguales, R, el primero de los cuales dentro de 6 meses. ¿Cuál es el valor de R?

Los pagos constituyen una anualidad simple, cierta, vencida o inmediata con valor actual de $ 650,000.00

R= ?
C= 65,000.00
i =.48/2 = .24

$$C = R\ \frac{1-(1+n)^{-n}}{i}$$

$$R = \frac{C+i}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{65{,}0000(.024)}{1-(1-24)^{-6}} = \frac{15{,}600}{.7249131)}$$

R= $ 21,519.82

Una empresa obtiene un préstamo por $ 100,000.00, que debe liquidar al cabo de 6 años. El Consejo de Administración decide que se hagan reservas anuales iguales con el objeto de pagar la deuda al momento de su vencimiento. Si el dinero del fondo se puede invertir de manera que produzca el 30% de interés ¿cuánto se deberá depositar en el fondo para acumular $ 100,000.00 al cabo de 6 años?

R = ?
M= 100,000.00

i = .36
n= 6

$$M = R\ \frac{(1+i)^{n-1}}{i}$$

$$R = \frac{M\,i}{(1+i)^{n-1}} = \frac{100{,}000\,(.36)}{(1.36)^{6-1}}$$

$$R = \frac{36{,}000}{5.32751889} = \$\ 6{,}757.37$$

Una deuda de $ 75,000.00 con intereses al 5% convertible semestralmente se va a amortizar mediante pagos semestrales iguales r en los próximos 3 años , el primero con vencimiento al termino de 6 meses. Hallar el pago.

	R	R	R	R	R	R
75000	1	2	3	4	5	6

$i = \frac{.05}{2} = .025$ n = (2) (3) = 6

$$C = R \; \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$75{,}000 = R \; \frac{1 - (1+.025)^{-6}}{.025}$$

$$75{,}000 = R \; (5.508125)$$

$$R = \frac{75{,}000}{5.508125}$$

$$R = \$\ 13{,}616.20$$

Una deuda de $ 14,700.00 con intereses del 8 % convertible trimestralmente se va a amortizar mediante pagos trimestrales iguales R , en los próximos 2 años , el primero con vencimiento al termino de 3 meses. Determine el valor del pago.

$n = (4)(2) = 8 \qquad i = \frac{.08}{4} = .02$

0	1	2	3	4	5	6	7	8

$$C = R \; \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$14{,}700 = R \; \frac{1 - (1+.02)^{-8}}{.02}$$

$$14{,}700 = R \;\; 7.3548$$

$$R = \frac{14{,}700}{7.32548} \qquad R = \$\ 2{,}006.69$$

SALDO INSOLUTO Y TABLAS DE AMORTIZACION

La parte de la deuda no cubierta en una fecha dada se conoce como saldo insoluto o capital insoluto. El capital insoluto al inicio del plazo es la deuda original .el capital insoluto al final del plazo es cero en teoría , sin embargo , debido a la práctica de redondear al centavo más próximo puede variar ligeramente de “0” .

Para efectos contables se recomienda preparar una tabla que ajuste la distribución de cada pago realizado.

A continuación analizaremos primero como se llenan las tablas:

Ejemplo

Se tiene una capital insoluto al principio del periodo de $7500.00, el interés que se cobra es del 2.5%

Periodo	Capital insoluto a principio del periodo	Interés vencido al final del periodo	Pago	Capital pagado al final del periodo
1	7500	187.5	1361.63	1174.13
2	6325.87	158.5	1361.63	1203.48
3	5122.39	128.06	1361.63	1233.57
4	3888.82	97.22	1361.63	1264.41
5	2624.41	65.61	1361.63	1296.00
6	1328.41	33.21	1361.63	1328.42
	0			7500

¿Cómo se llena cada columna?

A continuación se explica el llenado de cada columna y renglón.

Primero multiplicamos loas 7500 por el interés y con esto obtenemos el interés vencido al final del periodo, después restamos al pago pactado en cada período de $1361.62 menos el interés vencido al final del periodo y obtenemos el capital pagado al final del periodo.

Para iniciar el siguiente periodo (reglón) se le resta a 7500 menos el capital pagado al final del periodo.

Lo anterior se repite tantas veces hasta que el Capital insoluto a principio del periodo de 0 o muy cercano (por posibles redondeos, quizás no se obtenga el cero).

La suma de la columna capital pagado al final del periodo debe ser igual a $7500.00

1) 7,500 X .025 = 187.5

   1,361.62 - 187.5 = $ 1,174.13
   7,500 - 1,174.13 = 6,325.27

2) 6,325.87 X .025 = 158.5

   1,361.62 - 158.15 = 1,203.48
   6,325.87 - 1,203.48 = 5,122.39

………Así sucesivamente

Otro ejemplo:

Periodo	Capital insoluto a principio del periodo	Interés vencido al final del periodo	Pago	Capital pagado al final del periodo
1	14700	294.00	2,006.69	1,712.69
2	12,987.31	259.75	2,006.69	1,746.94
3	11,240.3	224.81	2,006.69	1,781.88
4	9,458.49	189.17	2,006.69	1817.52
5	7,640.97	152.82	2,006.69	1,853.87
6	5,787.1	115.74	2,006.69	1,928.77
7	3,896.15	77.92	2,006.69	1,928.77
8	1,967.38	39.35	2,006.69	1,962.24
				14,699.97

Otro tipo de tabla

Ejemplo:

Periodo o fecha de pago	Pago por periodo	Interés sobre el saldo	Amortización	Saldo al momento de iniciar la operación
				65000.00
Semestre 1	21519.82	15600.00	5,919.82	59,080.18
Semestre 2	21519.82	14,179.24	7,340.58	51,739.60
Semestre 3	21519.82	12,417.50	9,102.32	42,657.29
Semestre 4	21519.82	10,232.95	11,286.87	31,350.42
Semestre 5	21519.82	7,524.10	13,995.72	17,354.70
Semestre 6	21519.82	4,165.13	17,354.69	0

Ahora explicaremos como se llena este tipo de tabla:

1) Los 15, 600 del primer periodo del interés sobre el saldo se obtiene de multiplicar 65,000 (.24)

   Los 5,919.82 de la amortización del primer periodo se obtienen de la resta 21,579.82 - 15,600

   Ahora los 59,080.12 son el producto de la resta de 65,000 - 5,919.82

2) se vuelve hacer los mismo 14,179.24 = 5,9080.18 (24)

   7,340.58 = 21,519.82 - 14,179.24

   51,739.00= 59,020.12 - 7,540.52

A continuación se analizara como se obtienen los datos y se llena la tabla

Calcule el valor de los pagos y elabore una tabla de amortización para saldar una deuda de $ 4,000.00, convertible bimestralmente. Si la deuda ha de quedar saldada al cabo de un año, haciendo pagos bimestrales comenzando dentro de dos meses.

C= 4,000
n= 6
i = .42/0 = .07

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{4,000\ (.07)}{1-(1.07)^{-6}} = \frac{280}{.3336577}$$

R = $839.18

Periodo o fecha de pago	Pago por periodo	Interés sobre el saldo	Amortización	Saldo al momento de iniciar la operación
				4000.00
Bimestre 1	839.18	280.00	559.18	3,440.50
Bimestre 2	839.18	240.86	598.32	2,842.50
Bimestre 3	839.18	198.97	640.21	2,202.29
Bimestre 4	839.18	154.16	154.16	1,517.27
Bimestre 5	839.18	106.21	732.97	784.30
Semestre 6	839.18	54.90	784.30	0

Otro Problema. Una deuda de $ 100,000.00 se debe amortizar en 12 meses haciendo 4 pagos trimestrales los intereses son del 50% convertible trimestralmente, elabore una tabla de amortización.

$$i = \frac{.50}{4} = 1.25$$

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{(100{,}000)(.125)}{1-(1+.125)^{-4}}$$

$$R = 33270.79$$

Fecha	pagos	12.5%int.s/sald	amortización	saldo
				100,000.00
1)	33,270.79	12,500.00	20,770.79	79,229.21
2)	33,270.79	9,903.65	23,367.14	55,862.07
3)	33,270.79	6,982.76	26,288.03	29,574.04
4)	33,270.79	3,696.75	29,574.04	0

Una deuda de \$ 30,000.00 con intereses al 6% convertible trimestralmente se va a amortizar mediante pagos trimestrales iguales en 1 año. El primer pago con vencimiento al término de 6 meses.

$$C = R\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad i = \frac{.06}{4} = .015$$

$$30{,}000.00 = R\ \frac{1-(1+.015)^{-4}}{.015}$$

$$30{,}000.00 = R\ (3.8543840)$$

$$R = \frac{30{,}000.00}{3.8543846}$$

$$R = 7{,}783.34$$

PERIODO	CAP.INSOL	INT.VENC .	PAGO	CAP.PAGADO
1)	30,000.00	450.00	7,783.34	7,333.34
2)	22,666.66	340.00	7,783.34	7,443.34
3)	15,223.32	228.35	7,783.34	7,555.00
4)	7,668.33	115.02	7,778.34	7,768.32
				30,000.00

FONDOS DE AMORTIZACION

En el método de fondo de amortización para liquidar una deuda, el acreedor recibe el interés pactado en su vencimiento y el valor nominal de la deuda al término del plazo .con el propósito de poder realizar el último pago, el deudor crea un fondo por separado en el cual hace depósitos periódicos iguales durante el plazo, de tal manera que justamente después del último deposito. El fondo es igual al valor de la deuda original.

Ejemplo

Una deuda de $ 7,000.00 con vencimiento al termino de 5 años, sin intereses, va a hacer liquidada mediante el sistema de fondo de amortización si se hacen 5 depósitos iguales (anuales) ,el primero con vencimiento en un año en un fondo donde gana el 3%. Determine el importe de cada depósito y realice la tabla de fondos de amortización.

$$M = R\,\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$7{,}000 = R\,\frac{(1+.03)^{5}-1}{.03}$$

$$R = \$\,1{,}318.49$$

PERIODO	AUMENTO DE INTER.	DEPOSITO	INCREMENTO AL FONDO	IMPORTE DELFOND AL FI.PER.
1)	0	1,318.49	1,318.49	1,318.49
2)	39.55	1,318.49	1,358 .01	2,676.5
3)	80.30	1,318.49	1,398.79	4,075.29
4)	122.26	1,318.49	1,440.75	5,516.04
5)	105.48	1,318.49	1,483.97	7,000.01
	407.59	6,592.45	7,000.01	

Para llena la tabla haremos las operaciones siguientes:

(1,318.49) (.03) = 39.55

39.55+ 1,318.49= 1,358.01

1358.01 + 1,318.49 = 2,676.5

Y volvemos hacer las mismas operaciones hasta llegar al valor de la deuda

Una deuda de $ 6,000.00 que paga intereses al 6% convertible semestralmente va a hacer liquidado mediante el método de fondo de amortización. Si van a realizarse 8 depósitos semestrales, iguales el primero con vencimiento en 6 meses en un fondo que paga el 3% convertible semestral.

Hallar:

A) el importe de cada depósito
B) el costo semestral
C) realice la tabla

$$M = R \, \frac{(1+i)^{n} - 1}{i}$$

$$6{,}000 = R \, \frac{(1+.015)^{8} - 1}{.015}$$

R= 717.66

B) 6,000 (.03) + 717.60 = $ 897.6

PERIODO DE FI.DEL	AUMENTO DE INTER.	DEPOSITO	INCREMENTO AL FONDO	IMPORTE F AL PERIODO
1	0	717.66	717.60	717.66
2	10.76	717.66	728.92	1,446.08
3	21.69	717.66	739.55	2,185.43
4	32.78	717.66	750.44	2,935.87
5	44.04	717.66	761.70	3,697.57
6	55.46	717.66	773.12	4,470.69
7	67.06	717.66	784.72	5,255.41
8	78.82	717.66	796.49	6,051.90
	310.02	5,741.28	6,051.90	

Capítulo 5

Depreciación

CONCEPTO DE DEPRECIACION

La pérdida del valor que sufre un activo físico como consecuencia del uso o del transcurso del tiempo es conocida como depreciación. La mayoría de dichos activos, a excepción de los terrenos tienen una vida útil durante un periodo finito de tiempo .en el transcurso de tal periodo estos bienes van disminuyendo su valor y está perdida de valor es reflejada por la depreciación.

Contablemente se realiza un cargo periódico a los resultados por la depreciación del bien, y en contrapartida, se crea un fondo para contar con los recursos necesarios para reemplazarlo al concluir su vida útil.

La diferencia entre el valor original y la depreciación acumulada a una fecha determinada se conoce como valor de salvamento o de desecho.

Los objetivos de la depreciación son:

1.- Reflejar en los resultados la pérdida del valor del activo.

2.- Crear un fondo interno para financiar la adquisición de un nuevo activo al rivalizar la vida útil del antiguo.

Existen diferentes métodos:

A) método lineal o línea recta

Es el método más simple y el más utilizado en muchos países, como México, es el único aprobado por las autoridades para cumplir con las disposiciones fiscales al respecto.

Este método supone que la depreciación anual es la misma durante toda la vida útil del activo de acuerdo con ello la base de la depreciación se divide entre el número de años de vida útil calculada y se determina el cargo que anualmente se hará al fondo de reserva y a los resultados.

Algunas fórmulas:

Depreciación total: costo original del activo- valor de salvamento
(puede ser negativo)

$$\text{Depreciación promedio} = \frac{\text{base de depreciación del activo}}{\text{vida útil (años)}}$$

<u>Ejemplo</u>

Se compra un equipo de cómputo con valor de $ 16,000.00 y se calcula que su vida útil será de 4 años, antes de que deba ser reemplazado por equipo más moderno, su valor de desecho o salvamento se calcula en $ 2,500.00

A) Determine la depreciación anual y
B) Elabore una tabla de depreciación

Usamos las fórmulas:

$$\text{Depreciación total} = 16{,}000.00 - 2{,}500 = 13{,}500.00$$

$$\text{Depreciación promedio anual} = \frac{13{,}500}{4} = 3{,}375.$$

Tiempo en años	Cargo por depreciación anual	Fondo de depreciación acumulada	Valor en libros
0	0	0	16,000.00
1	3375	3375	12625
2	3375	6750	9250
3	3375	10125	5875
4	3375	13500	2500

Cómo se llenó la tabla:

Se comienza en el año cero, y en ese momento el valor en libros es el costo del equipo $16,000.00, al siguiente año (uno) al valor de 16000 le restamos el cargo por depreciación anual (3375) y da como resultado 12625, a este valor ahora le restados nuevamente 3375 y da como resultado 9250 y así continuamos restando en esta columna, hasta llegar al valor de salvamento.

Para llenar la columna de fondo de depreciación acumulada, vamos sumando cada año 3375 hasta llegar al valor de la depreciación total que son 13500.

Otro ejemplo:

Se estima que una maquina cuyo costo es de $ 50,000.00 tiene una vida útil de 6 años y al final de dicho periodo un valor de salvamento de $ 5000.00

A) determine la depreciación promedio anual
B) elabore una tabla de depreciación

A) depreciación total = 50,000 - 5000 = $ 45,000.00

b) depreciación promedio anual = $\frac{45000}{6} = 7500$

Ahora elaboraremos la tabla de depreciación:

Tiempo	Cargo por Depreciación	Fondo de. Depreciación	Valor en libros
0	0	0	50000
1	7500	7500	42500
2	7500	15000	35000
3	7500	22500	27500
4	7500	30000	20000
5	7500	37500	12500
6	7500	45000	5000

Como podemos darnos cuenta la suma del fondo de depreciación y valor en libros suma el costo inicial de la máquina.

Se compra un equipo de resonancia magnética nuclear con valor de $160,000.00 y se calcula que su vida útil será de 4 años, antes de que deba ser reemplazado por equipo más moderno. Su valor de desecho se calcula en $ 25000.00.

A) Determine la depreciación anual por el método lineal o línea recta.

b) elabore una tabla de depreciación.

$$A = \frac{160{,}000 - 25000}{4} = \frac{135000}{4} = 33750$$

Años	deprec. anual	deprec. acum.	Valor en libros
0	0	0	160000
1	33750	33750	126250
2	33750	67500	92500
3	33750	101250	58750
4	33750	135000	25000

Un equipo de comunicación con costo de $ 35,000.00 tiene una vida útil de 6 años, al final de los cuales se calcula que alcanzara un nivel de obsolescencia que obligará a cambiarlo por un modelo nuevo. Su valor de salvamento es de $ 1,000.00 y se prevé que deberá realizarse una inversión adicional de $ 2,000.00 para desmontarlo y deshacerse de este equipo.

A) Determine el cargo anual por depreciación

B) Elabore una tabla de depreciación.

El valor se salvamento de calcula de la siguiente manera:

1,000 - 2,000 = - 1,000

(Se recuperan 1,000 pero se invierten 2,000 en desmontarlo)

Depreciación total = 35,000 + 1,000

$$= \frac{35{,}000 + 1{,}000}{6} = \frac{36{,}000}{6} = 6{,}000$$

Años	deprec. anual	deprec. acum.	Valor en libros
0	0	0	35,000
1	6,000	6,000	29,000
2	6,000	12,000	23,000
3	6,000	18,000	17,000
4	6,000	24,000	11,000
5	6,000	30,000	5,000

METODO POR HORAS DE OPERACION

Este método se basa en las horas que opera un equipo, donde previamente se estipula por parte de fabricante el número de horas promedio de vida el equipo puede operar

Ejemplo

A una maquinaria cuyo costo fue de $ 22500.00 se le ha estimado un valor a salvamento de $ 4500.00 y una vida probable de 60,000 horas de operación.

A) Determine el cargo por depreciación por hora de operación.
B) Elabore una tabla en la que se muestre el valor en libros para cada año de los primeros 4 años de vida de la maquinaria durante los cuales la hora de operación fueron: primer año 4,000, segundo año 3,800, tercer año 4,500 , cuarto año 4,750

A) Depreciación total = 22500 - 4500 = $ 18,000

$$\text{Cargo por depreciación por hora} = \frac{18000}{60,000} = \$.3$$

Años	Horas de operación	Cargo por depreciación	Importe al fondo de depreciación	Valor en libros al final del año
0	0	0	0	22500
1	4,000	1200	1200	21300
2	3,800	1140	2340	20160
3	4,500	1350	3690	18810
4	4,750	1425	5115	17385

Al valor en libros se le resta el cargo por depreciación: 22500 -1200= 21300, a este resultado se le vuelve a resta el siguiente cargo por depreciación 21300. 1140 = 20160 hasta terminar el número de años, al final la suma del último importe del fondo de depreciación más el valor en libros debe sumar el costo origina del equipo (5115 más 17385 = 22500)

DEPRECIACION POR UNIDADES PRODUCIDAS

Al igual que el método anterior, en este método de depreciación el fabricante hace saber el número de unidades promedio que el equipo puede producir como vida probable.

Ejemplo.

Una maquinaria que cuesta $2,250.00 y tiene un valor de salvamento de $ 450.00 puede producir 120,000 unidades:

a) Determine el cargo por depreciación por unidad

b) elabore una tabla en la que ajuste el valor en libros para cada uno de los primeros 4 años de vida de la maquinaria durante las cuales las unidades producidas fueron: 16,000, 19,000, 21,000, 1,800.00

Depreciación total = 2,250 - 450 = $ 1,800

$$\text{Depreciación por unidad} = \frac{1{,}800}{120000} = \$\ .015$$

AÑOS	UNIDADES PRODUCID	CARGO POR DEPREC	IMPOR. FONDO DEP	EN VALOR EN LIBR AL FIN DEL AÑO
0	0	0	0	2,250
1	10,000	240	240	2,010
2	19,000	285	525	1,725
3	21,000	315	840	1,410
4	18,000	270	1,110	1,140
			2,250	

Los 2250 es el resultado de la suma del importe del fondo de depreciación y el valor el libros al final del último año

METODO DE PORCENTAJE FIJO

$$\boxed{S = C\,[\,1 - D\,]^{n}}$$

Este método no toma en consideración el número de unidades producidas, ni el número de horas de trabajo, se usa la fórmula anterior.

Ejemplo.

Se estima que una máquina con corto de $ 4800.00 tendrá una vida útil de 6 años y un valor de salvamento de $ 300.00, determine la tasa anual de depreciación y construya la tabla de depreciación correspondiente.

S= valor de salvamento

D= tasa anual de depreciación

C= 4800 S= 300 n = 6

$4800 (1 - d)^{6} = 300$

$(1- d)^{6} = \frac{300}{4800}$

$1- d = (.0625) 1/6$

$1 - d = .62996$

$- d = .62966 - 1$

$- d = -.3700$

$d = 37.00\%$

AÑOS	VALOR CONT AL FINAL	CARGO POR DEPREC.	IMPORTE AL FINAL P/ DEPRECIACION
0	4800	0	0
1	3024	1776	1776
2	1905.12	1118.88	1894.88
3	1200.22	704.9	2599.78
4	756.14	444.08	3,043.86
5	476.37	279.77	3323.63
6	300.11	176.26	3,499.99

Al final del último periodo el valor de la columna “valor contable al final del periodo deber ser igual al valor de salvamento, en esta caso $300.00

¿Cómo se llena la tabla?

A continuación se describe como fue llenada la tabla anterior

$S= 4800 (1 - .3700)^{1}$

$S= 3024$

$4800 - 3024 = 1776$

$S = 4800\ (1 - .3700)^2$

$S = 1905.12$

$3024 - 1905.12 = 1118.88$

$S = 4800\ (1 - .3700)^3 = 1200.22$

$1905.12 - 1200.22 = 704.9$

$S = 4800\ (1 - .3700)^4 = 756.14$

$1200.22 - 756.14 = 444.08$

$S = 4800\ (1 - .3700)^5 = 476.37$

$756.14 - 476.37 = 279.77$

$S = 4800\ (1 - .3700)^6 = 300.11$

$476.37 - 300.11 = 176.26$

Unidad Seis

Bonos

CONCEPTO DE BONOS

Bono: un bono es una promesa escrita de pago de:

A) una suma fija llamada valor de redención en una fecha dada llamada fecha de redención.

B) pagos periódicos llamados pagos de intereses hasta la fecha de redención.

La descripción completa de un bono comprende:

1.- Su denominación o valor nominal invariablemente es un múltiplo de $100

2.- La tasa de intereses por lo general se abrevia, haciendo mención en que meses se pagan los intereses, por ejemplo.

6% pagadero el 1o. de febrero y el 1o. de agosto, abreviado seria el “ 6% fa “.

3.- El valor de redención.

Cuando el valor de redención y el valor nominal son idénticos se dice que el bono es redimible a la par, de otra forma, el valor de redención se expresa como un porcentaje del valor nominal omitiendo la palabra 5 % o por ciento.

En el Potal de BBVA, María Guadalupe Cabrera hace la siguiente descripción sobre los Bonos. Las instituciones privadas, como empresas comerciales, industriales o de servicios, así como gobiernos, estados, municipios; las instituciones financieras y los bancos centrales, como el Banco de México, requieren capital para proyectos que incrementen su crecimiento y desarrollo. Para fondearse y captar los recursos necesarios, pueden hacerlo a través de emisiones bursátiles, ya sean instrumentos de capital o deuda como lo es un bono. Éstos se ofertan a los inversionistas en el mercado de valores a través de casas de bolsas o entidades financieras.

En México, para emitir un bono, es necesario contar con la autorización de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), así como cumplir con los requisitos establecidos por ella. Asimismo, es necesario inscribir los bonos en el Registro Nacional de Valores. Una vez llevado a cabo dichos procedimientos, es necesario dar a conocer el detalle de la emisión a través del prospecto y suplemento de colocación, que incluye, entre otra información, el monto que se requiere emitir, los detalles financieros de quien lo emite, el plazo, la tasa, el destino objetivo del capital obtenido, entre otros. [1]

A quien emite el bono se le denomina emisor y éste se compromete a reintegrarles el capital a los inversionistas (quienes prestan el dinero) más los intereses generados en un determinado periodo o plazo. A los inversionistas que compran el bono se les denomina tenedores. Por definición, un bono o instrumento de deuda se

[1] https://www.bbva.com/es/como-entender-la-colocacion-de-bonos-de-deuda-en-el-mercado-mexicano/

considera como capital garantizado; y la probabilidad de 'default' o de que el emisor no pague al tenedor se mide a través de la calificación crediticia que otorgan las instituciones calificadoras de valores. Esta calificación sirve para que los inversionistas potenciales verifiquen el grado de confiabilidad o calidad crediticia del emisor. En México, como en otras latitudes, el uso de este instrumento de deuda es más común de lo que parece, pero poco a poco las instituciones públicas y privadas empiezan a ver con interés la tendencia global por ser 'verdes', 'sociales' o 'sustentables', certificándose como empresas socialmente responsables. En general, la obtención de recursos a través de la emisión de bonos y el auge que empiezan a tener los bonos 'verdes' como una alternativa de financiamiento en el mercado de valores del país, brindan una oportunidad a las empresas mexicanas de realizar diversos proyectos de inversión. Asimismo, los bonos 'verdes' permiten a quienes los emiten comprometerse a contribuir con los esfuerzos de quienes trabajan a favor del cuidado del medio ambiente y la sustentabilidad.[2]

Lo anterior sirve de información para entender que es un bono, como opera y cómo se usa para la obtención de recursos.

[2] https://www.bbva.com/es/como-entender-la-colocacion-de-bonos-de-deuda-en-el-mercado-mexicano/

Ejemplo:

Un bono de $ 100.00 redimible en $ 1,050.00 se expresa como " un bono de $ 1,000.00 a 105 ".

Precio del bono en una fecha al pago de intereses. Si se compra un bono en una fecha de pago de intereses, adquiere el derecho de recibir ciertos pagos futuros. Aclaración en ese momento de compra no recibirá ningún interés.

Problema de ejemplo.

Un inversionista que compro el 1o. de enero de 2000 un bono de $ 1,000.00 con pago de interés el 1o. de enero y primero de julio de 2028.

A) ¿cuánto recibirá el 1o. de julio de 2028

B) ¿ cuantos pagos de intereses semestrales recibirá y de que cantidad cada una?. El 5% es anual.

A) $ 1,000.00

B) 28 años X 2 = 56 SEMESTRES

Hasta el 30 de junio serán 56 semestres pero se vence el 1o. de julio y ahí comienza justamente otro semestre en total serán 57 semestres.

C) 1,000 X .05 = 50 de forma anual se divide % 2
$ 25.00 cada semestre

Un bono de $ 1,000.00 que gana el 4% anual el 1o. de marzo de 1992 con el propósito de ganar el 5% convertible semestral / hallar el precio de compra P.

A) $ 1,000.00 el 1o. de septiembre de 2027
B) 35 años x 2 = 70

septiembre está en otro semestre = 70 +1 = 71 semestres.

C) 1000 x .04 = 40 % 2 = 20
= 71 pagos de $20

$$P = C(1+i)^{-n} + R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$P = 1{,}000\,(1+.025) - 71 + (20)\,\frac{1-(1+.025)^{-n}}{.025}$$

P= $ 834.64

Un bono de $ 5,000.00 5% FA, redimible a la par el 1o. de febrero de 2000 con el propósito de ganar el 6% convertible semestral/hallar el precio de compra.

El comprador recibirá

A) $ 5,000.00 EL 1o. DE AGOSTO DE 2025
B) 25 AÑOS X 2 = 50

Agosto está en otro semestre.
50+ 1 = 51

C) 5,000 X (.05) = 250%2
= $ 125.00 c/uno

P= 5,000 (1+ .03) - 51 + (125) 1- (1+.03) -11
.03
P= 5,000 (1.03) + 125 (25.95122719
P= 4351.22

Otra Fórmula utilizadas

P= V(1+i)-n + FR/i -1
P= FR + (V- Fr) (1+y) -n -(2)
P= V+ (Fr-Vi) 1- (1+i)-n (3)

F= valor nominal
V= valor de redención de un bono
r= tasa de interés por periodo de interés del bono
i= tasa de inversionista por periodo
n= periodo desde la fecha de compra hasta la fecha de redención.

Bibliografía

Andrade López Julio César (2012). Ejercicios Resueltos de Matemáticas Financieras. ECOE Ediciones. Colombia.

Canovas Theriot Roberto (2004). Matemáticas Financieras. Fundamentos y Aplicaciones. Editorial Trillas. México

Castedo Bartolomé Pedro y Casillas Cuevas Alberto (2015). Matemáticas financieras (a través de los exámenes del banco de España). Editorial CEF. España

Diaz Mata Alfredo, Aguilera Gómez Victor Manuel (2013). Matemáticas Financieras. MacGraw Hill. México.

Flórez Uribe Juan Antonio (2013). Matemáticas Financieras Empresariales. ECOE Ediciones. Colombia.

García Boza Juan (2011). Matemáticas Financieras. Ediciones Pirámide S.A. España.

Gutiérrez Carmona Jairo (2012). Matemáticas Financieras con Fórmulas, Calculadora Financiera y Excel. Eco Ediciones. España.

Rodríguez Franco Jesús y Piernant Rodríguez Alberto Isaac (2015). Matemáticas Financieras con Aplicaciones en Excel. Grupo Editorial Patria. México.

Valls Martínez María del Carmen y Cruz Rambaud Salvador (2014). Introducción de Matemáticas Financieras. Ediciones Pirámide S.A. España.

Vidaurri Aguirre Héctor Manuel (2016). Matemáticas Financieras. Editorial Cengage Learning. México.

Villalobos Cruz José Luis (2012). Matemáticas Financieras. Pearson.