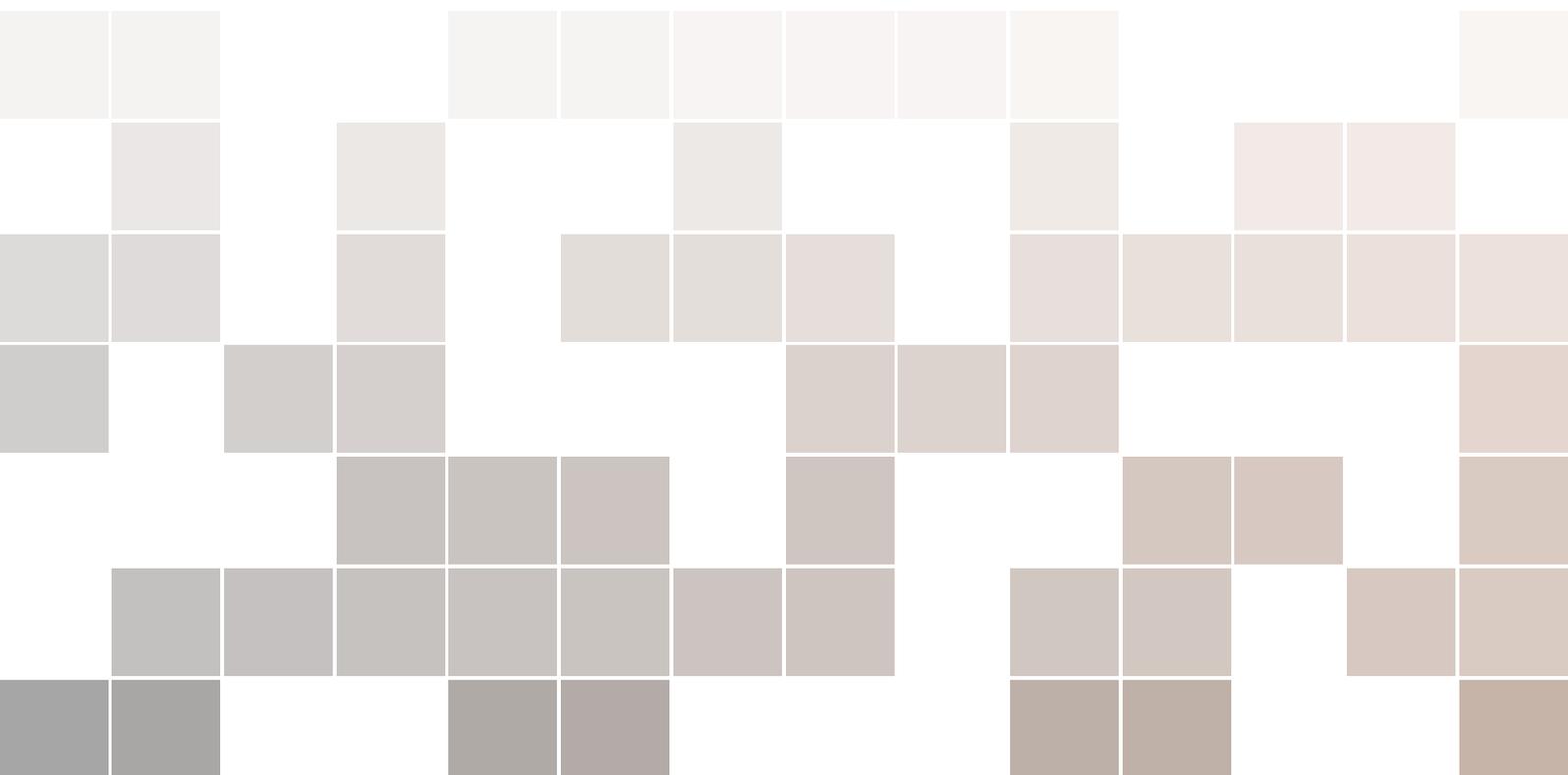


Notas de Ciencias Planetarias

para estudiantes de Ciencias Físicas

Tabaré Gallardo



*Dedicado a:
C, H, O, N, P, S
y a otros muchos elementos sin los cuales
estas notas no existirían.*

©Tabaré Gallardo, Facultad de Ciencias, UdelaR

20 edición, 12 de septiembre de 2023

THIS IS NOT A BOOK

Esto no es un libro, son notas de apoyo para el curso de Ciencias Planetarias de Facultad de Ciencias. El template utilizado es The Legrand Orange Book, de Mathias Legrand. Las figuras son provisorias pues fueron tomadas sin permiso. Sorry. Los problemas tienen diverso origen: provienen de libros como los de Lissauer y de Pater, o del visionario *Moons and Planets* de Hartmann, otros son del curso de *Astrofísica del Sistema Solar* que dictó Julio Fernández en 1980 y pico y otros son producto de mi descontrolada creatividad. Varios errores ya fueron corregidos gracias al escrutinio realizado por varios alumnos, especialmente quienes cursaron Ciencias Planetarias en los pandémicos 2020 y 2021. Si encuentra algún error por favor repórtelo a gallardo@fisica.edu.uy.

No hay en el mundo fortuna mayor; creo, que la incapacidad de la mente humana para relacionar entre sí todo lo que hay en ella. Vivimos en una isla de plácida ignorancia, rodeados por los negros mares de lo infinito, y no es nuestro destino emprender largos viajes. Las ciencias, que siguen sus caminos propios, no han causado mucho daño hasta ahora; pero algún día la unión de esos disociados conocimientos nos abrirá a la realidad, y a la endeble posición que en ella ocupamos, perspectivas tan terribles que enloqueceremos ante la revelación o huiremos de esa funesta luz, refugiándonos en la seguridad y la paz de una nueva edad de las tinieblas.

La llamada de Cthulhu, H. P. Lovecraft



Índice general

1	Introducción	11
1.1	Sobre estas notas	11
1.2	Composición del Sistema Solar	12
1.3	Entorno galáctico	13
1.4	Sistemas extrasolares	18
1.5	Herramientas	18
2	Dinámica orbital	23
2.1	Problema de 2 cuerpos: movimiento Kepleriano	25
2.2	Perturbaciones	27
2.3	Frenado gaseoso	28
2.4	Problema circular restringido de tres cuerpos	29
2.5	Esfera de Hill	30
2.6	Parámetro de Tisserand y MOID	31
2.7	Resonancias orbitales	32
2.8	Evolución orbital en grandes escalas de tiempo	33
2.9	Mecanismo von Zeipel-Lidov-Kozai	36
2.10	Plano invariante y AMD	38
2.11	Mareas sobre un satélite y límite de Roche	39
2.12	Transferencia de momento angular	40
2.13	Mareas orbitales	43
2.14	Teorema del virial	44
2.15	Problemas	45

3	Radiación solar y sus efectos	47
3.1	Ley de Planck	48
3.2	Intensidad y flujo	48
3.3	Transferencia radiativa	49
3.4	Camino libre medio de los fotones	51
3.5	Extinción atmosférica	51
3.6	Flujo observado	51
3.7	Albedo Bond y geométrico.	54
3.8	Magnitud observada y absoluta	55
3.9	Temperatura superficial de equilibrio	56
3.10	Temperatura subsolar	57
3.11	Insolación	57
3.12	Presión de radiación (tamaños entre 10^{-7} y 10^{-5} m)	59
3.13	Frenado Poynting-Robertson (tamaños entre mm y cm)	62
3.14	Efecto Yarkovsky (tamaños entre m y km)	62
3.15	Efecto YORP (asteroides)	64
3.16	Fuerzas no gravitacionales en cometas	66
3.17	Frenado por viento solar (menores a 10^{-7} m)	66
3.18	Problemas	67
4	Atmósferas	69
4.1	Ecuación de estado de gas ideal	71
4.2	Equilibrio hidrostático	71
4.3	Escala de altura	71
4.4	Densidad integrada	73
4.5	Exósfera	74
4.6	Escala térmica	74
4.7	Escape térmico o Jeans	75
4.8	Escala de tiempo de pérdida de atmósfera	76
4.9	Gradiente adiabático	77
4.10	Circulación global	78
4.11	Efecto invernadero	78
4.12	Estructura térmica	83
4.13	Composición y evolución	84
4.14	Planetas gigantes	85
4.15	Captura isoterma	91
4.16	Energía de la atmósfera	92
4.17	Pérdida de atmósfera por impactos	92
4.18	Problemas	93

5	Superficies	95
5.1	Inercia térmica y piel térmica	96
5.2	Litósfera y corteza	98
5.3	Minerales	98
5.4	Rocas	101
5.5	Clasificación de rocas ígneas	101
5.6	Procesos geológicos	102
5.6.1	Gravitación y rotación	103
5.6.2	Tectónica	103
5.6.3	Vulcanismo	109
5.6.4	Efectos atmosféricos	109
5.6.5	Impactos	114
5.6.6	Cráteres: densidad y tasa	115
5.6.7	Proyectiles	118
5.6.8	Interacción con la atmósfera	120
5.7	Geología de algunas superficies	121
5.7.1	Tierra	121
5.7.2	Luna	124
5.7.3	Mercurio	124
5.7.4	Venus	126
5.7.5	Marte	130
5.7.6	Satélites Galileanos	131
5.7.7	Titan	131
5.7.8	Otros satélites de Saturno	131
5.7.9	Otros cuerpos	143
5.8	Problemas	150
6	Interiores	151
6.1	Momento de inercia de planeta esférico	151
6.2	Energía potencial de esfera	152
6.3	Presión interna y resistencia	153
6.4	Potencial y achatamiento	154
6.5	Geoide y elipsoide de revolución	157
6.6	Precesion de la rotación planetaria	157
6.7	Deformacion de mareas	161
6.8	Balance de calor	162
6.8.1	Calor de acreción	163
6.8.2	Calor por diferenciación	164
6.9	Temperatura interior en régimen	165
6.10	Enfriamiento de esfera homogénea	166
6.11	Ondas	166
6.12	Numeros de Love	168
6.13	Ecuación de estado para planetas sólidos	168
6.14	Planetas gigantes	169
6.15	Problemas	174

7	Sol y magnetosferas	175
7.1	Estructura del Sol	175
7.2	Actividad Solar	178
7.3	Ecuaciones del interior del Sol	182
7.4	Rotación y pulsaciones	184
7.5	Viento solar y campo magnético interplanetario	186
7.6	Campos magnéticos y magnetosferas	186
7.7	Variación de la radiación solar	191
7.8	Destino final	194
7.9	Problemas	196
8	Cuerpos menores, satélites y anillos	197
8.1	Poblaciones de cuerpos menores	198
8.2	Evolución colisional	204
8.3	Taxonomía	204
8.4	Asteroides: relación tamaño - brillo	205
8.5	Distribución de tamaños	209
8.6	Probabilidad de colisión con un planeta	210
8.7	Límite rotacional y asteroides binarios	212
8.8	Familias colisionales	214
8.9	Objetos Trans-Neptunianos	216
8.10	Cometas	217
8.11	Poblaciones de cometas y su evolución	222
8.12	Brillo de cometas y producción de gas	224
8.13	Ingreso de meteoroides en atmósfera	228
8.14	Meteoritos y polvo interplanetario	229
8.15	Datación radiométrica	229
8.16	Satélites	234
8.17	Resonancia spin-órbita	237
8.18	Anillos	237
8.19	Problemas	242
9	Sistemas extrasolares	245
9.1	Métodos de detección	245
9.2	Los métodos de tránsitos y de velocidad radial	248
9.3	Masas y semiejes	252
9.4	Migración	254
9.5	Excentricidad y mareas	258
9.6	Radios y densidades	258
9.7	Planetas, enanas marrones y estrellas	260
9.8	Astrobiología	263

9.9	Problemas	268
10	Formación planetaria	271
10.1	Formación estelar	272
10.2	Masa de Jeans y tiempo de colapso	272
10.3	Disco protoplanetario	275
10.4	Densidad superficial y temperatura del disco	276
10.5	Formación de protoplanetas	277
10.6	Fricción dinámica	280
10.7	Etapas de la formación del Sistema Solar	280
10.7.1	Condicionamientos observacionales	280
10.7.2	Formación de elementos	280
10.7.3	Formación estelar	281
10.7.4	Disco protoplanetario	281
10.7.5	Formación de granos, planetesimales (1 km) y embriones (o protoplanetas)	282
10.7.6	Formación de planetas terrestres	283
10.7.7	Formación de planetas gigantes	284
10.7.8	Migración planetaria por interacción con disco de gas	284
10.7.9	Migración planetaria por interacción con planetesimales	286
10.7.10	Satélites planetarios	287
10.7.11	Cuerpos menores	287
10.7.12	Rotación planetaria	288
10.7.13	Sistemas extrasolares	288
10.8	Evolución de la Tierra	288
10.9	Problemas	292
11	Bibliografía	293
	Libros	293
	Artículos	294
	Apuntes y cursos	296
	Links	297
	Software	297



1. Introducción

Conceptos fundamentales

- Los objetos que conocemos son aquellos suficientemente brillantes o próximos y que han sobrevivido a un proceso evolutivo de miles de millones de años.
- Existe un gradiente composicional en el Sistema Solar que se relaciona con la composición original del disco circunestelar.
- Los actuales planetas son el producto de una evolución que se inicia con la diferenciación de un material inicialmente homogéneo.
- Debido al cambiante entorno galáctico la heliósfera sufre notables variaciones en sus dimensiones.
- Los sistemas extrasolares muestran grandes diferencias con nuestro sistema y una gran variedad orbital lo que sugiere procesos evolutivos diferentes.
- El progreso del área de las Ciencias Planetarias es altamente dependiente del desarrollo de herramientas.

1.1 Sobre estas notas

La idea de estas notas es complementar el curso de Ciencias Planetarias de Facultad de Ciencias (un semestre en tercer año) especialmente en lo referido a los razonamientos necesarios para la obtención de las expresiones que luego se utilizarán en la resolución de los problemas. Por completitud se agregan contenidos descriptivos sin ser exhaustivos ya que existe una gran cantidad de notables libros sobre Ciencias Planetarias. En particular, el libro por excelencia para seguir el curso es *Fundamental Planetary Science* [43]. Pero dado que la literatura está sin excepción en inglés y en general manteniendo en un mínimo el desarrollo matemático priorizando en lo conceptual es que estas notas podrían ser de alguna utilidad. No hay mucho de original aquí pues el contenido puede encontrarse disperso en varios libros. Si bien están pensadas para estudiantes de Astronomía, a los estudiantes de Ciencias Físicas en general les puede resultar divertido ver como los astrónomos aplicando física elemental intentan abrirse paso entre los misterios planetarios, a pesar de las advertencias de H. P. Lovecraft.

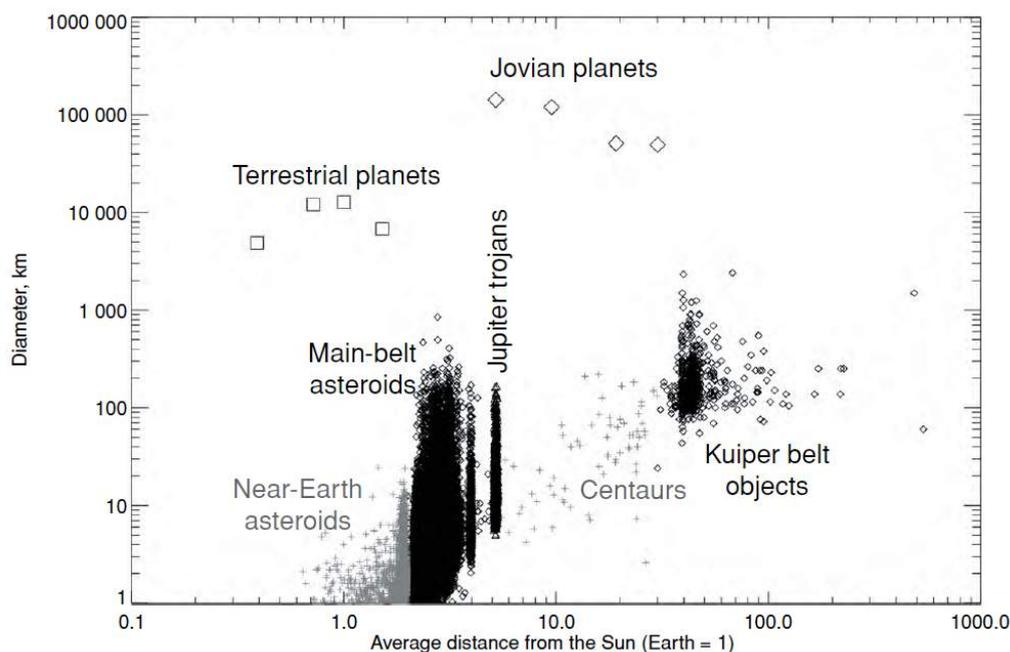


Figura 1.1: Principales componentes del Sistema Solar. La ausencia de objetos pequeños a distancias mayores se debe un sesgo observacional. Fuente [43].

1.2 Composición del Sistema Solar

El Sol, 4 planetas terrestres, 4 planetas gaseosos, algunos planetas enanos, 7 satélites planetarios comparables a la Luna, 170 satélites más pequeños, poblaciones de miles de cometas, miles de trans-Neptunianos y alrededor de 1.000.000 asteroides de los cuales 32000 se aproximan a la Tierra constituyen lo esencial del Sistema Solar conocido hasta el presente (julio de 2023). Podemos agregar los anillos y el polvo interplanetario. El sesgo observacional es evidente, sólo conocemos los objetos que son suficientemente brillantes por su tamaño o cercanía como para poder ser detectados con nuestros instrumentos. Pero lo que hoy conocemos por Sistema Solar es lo que ha sobrevivido a una serie de procesos dinámicos, físicos, químicos y hasta biológicos que ocurrieron a lo largo de casi 5 mil millones de años. A partir de la foto actual es difícil reconstruir la historia de cada objeto pero sabiendo la historia típica de una estrella como el Sol sabemos que la radiación solar debió ser muy intensa al comienzo y seguramente tuvo consecuencias en atmósferas, variaciones climáticas y superficies. Lo que hoy vemos en las superficies nos indica que hubo un pasado muy violento donde las colisiones eran muy frecuentes lo que habla de la existencia de un periodo inicial con mucho mas cuerpos que en el presente en donde por evolución orbital se perdió mucho material por eyección gravitacional del sistema.

El Sistema Solar presenta un gradiente de composición con la distancia al Sol lo que refleja su historia de formación y evolutiva a partir de una nube de gas y polvo, como las que abundan en los brazos de la galaxia, que se contrae por autogravedad y luego se transforma en un proto-Sol y un disco circunestelar por conservación del momento angular en donde se formarán los cuerpos que rodean al Sol. Estos discos se observan en diferentes etapas evolutivas en nuestra galaxia. El disco circunestelar está compuesto básicamente por 98.5% de H + He y 1.5% minerales + *hielos*. Los primeros minerales en condensar generan núcleos de condensación (**granos minerales**) y esos sólidos condensados serán diferentes según la temperatura, es decir la distancia al Sol. Es así que habrá muchos hielos en las regiones alejadas (mas allá de la **línea del hielo**) mientras que en la proximidades del Sol condensarán metales. A medida que se van formando los protoplanetas a partir



Figura 1.2: La diferencia entre planeta y planeta-enano según V. Zappala.

de una mezcla uniforme de material estos se irán diferenciando internamente debido al calor que los fundirá (si es suficiente) y obligará a decantar. Los elementos/minerales más pesados migrarán al centro privando a las superficies de los elementos más pesados. Este proceso depende del tamaño del cuerpo. La parte exterior luego se irá enfriando y solidificando y a partir de ese momento la actividad superficial que pueda ocurrir será fundamentalmente debida a impactos y al calor interno que intentará salir, generando movimientos superficiales, es decir tectónica. Y también aquellos con atmósfera comienzan un proceso de interacción que transformará sus superficies. Los cuerpos pequeños una vez que agotan su calor interno se fosilizan mientras que los mayores continuarán activos por mayor tiempo.

1.3 Entorno galáctico

El Sol presenta un movimiento de oscilación en torno del plano galáctico cruzándolo cada 33 millones de años y con una amplitud de 230 años luz. A su vez gira en torno del centro galáctico cada 250 millones de años. El viento interestelar resultante es la composición del movimiento del Sol respecto a la llamada **Nube Interestelar Local** formada en un 99 % de gas (9 partes de H y una de He) y 1 % de polvo. Su velocidad respecto al Sol es de unos 26 km/s. La velocidad del Sol respecto a los brazos espirales de la galaxia parece ser baja pues se sospecha que estamos próximos a la región de corrotación, lugar donde la velocidad angular de los cuerpos del disco galáctico es igual a la de los brazos. El Sol se encuentra en el borde de la llamada **Burbuja Local**, un vacío 10000 más puro que el de las nubes interestelares típicas que a su vez son miles de veces más puras que el mejor vacío obtenido en Tierra. La trayectoria actual del Sol indica que acaba de salir (hace algunos millones de años) de la Burbuja Local.

El viento solar a la altura de la Tierra tiene una velocidad del orden de 400 km/s pero a unas 150 ua es virtualmente detenido en la heliopausa. La región interior es la **heliósfera**, de forma similar a una gota o a la cabellera de un cometa, que como se mueve junto con el Sol a una velocidad superior a la que posee el sonido en el medio interestelar se forma una onda de choque. Las ondas de choque se forman cuando el medio es incapaz de transmitir perturbaciones más rápido que la velocidad de la fuente.

Aproximadamente el 98 % del material gaseoso presente en la heliósfera es de origen interestelar. No sabemos cómo este material puede afectar el entorno y atmósferas de los planetas de nuestro sistema. Este hecho presenta más relevancia al comprobar que el entorno galáctico está lejos de ser



Figura 1.3: Sistema planetario con tamaños a escala. Mundos rocosos, gaseosos y helados.

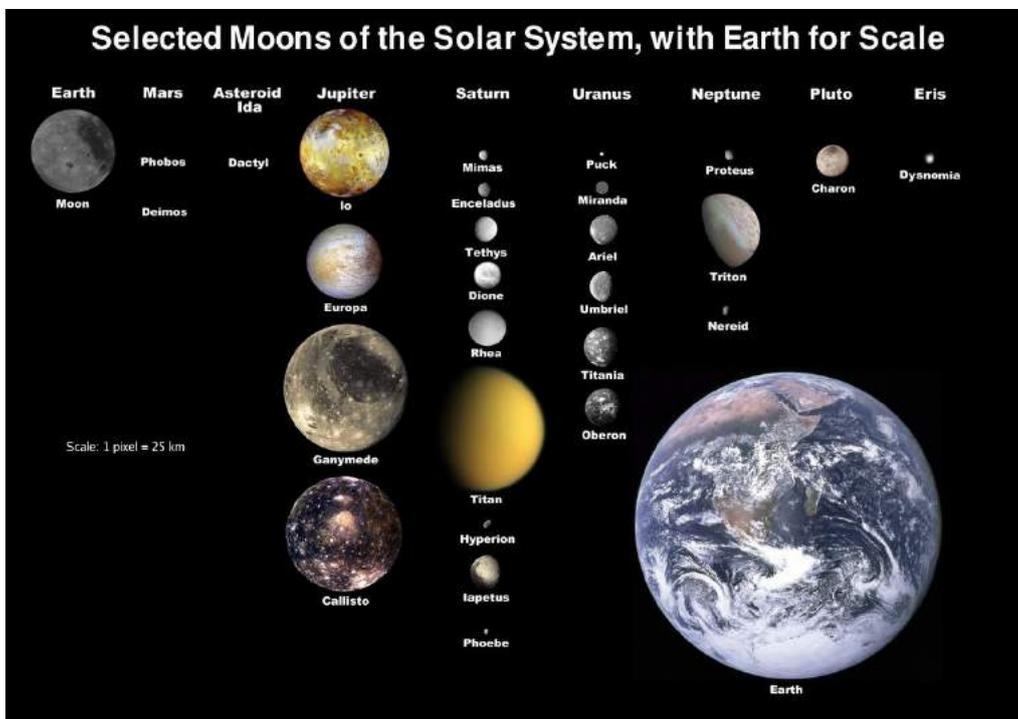


Figura 1.4: Principales satélites.



Figura 1.5: Nube interestelar. Principales componentes: C, H, O, N.

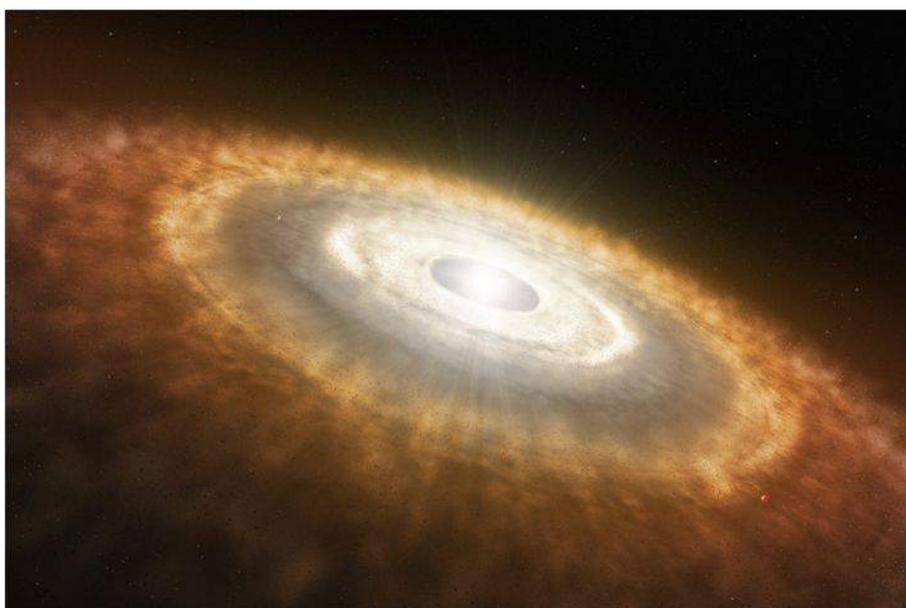


Figura 1.6: Disco circunestelar o protoplanetario.

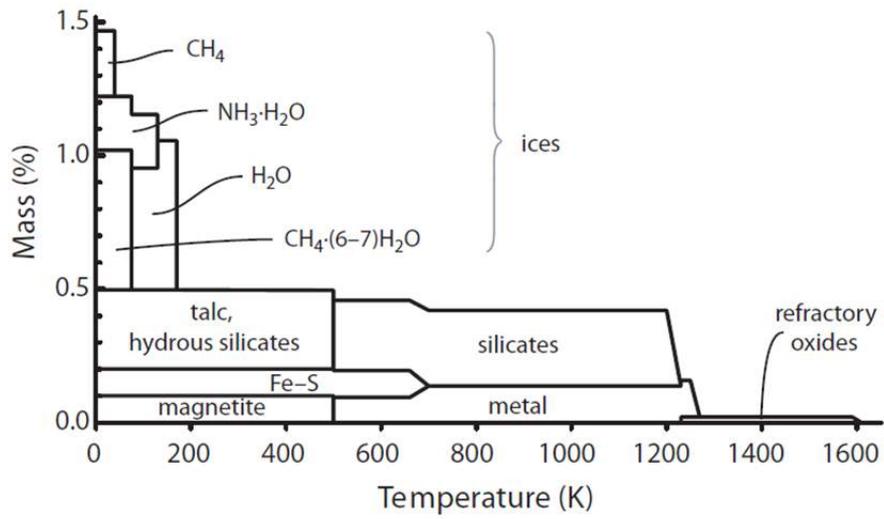


Figura 1.7: Aporte de diferentes condensados a la masa del disco. Fuente [52].

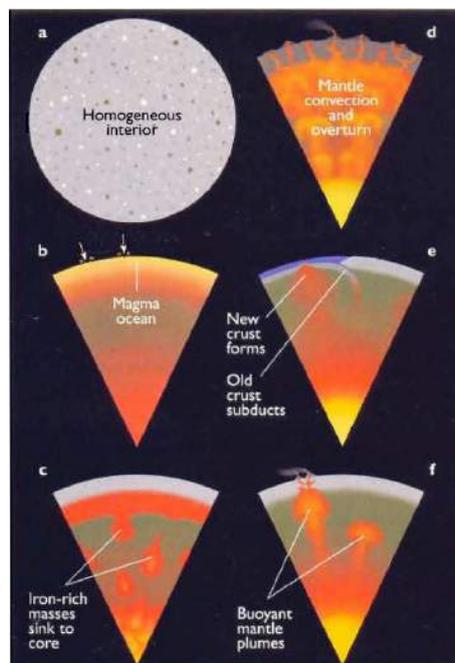


Figura 1.8: Proceso de diferenciación. Fuente [4].

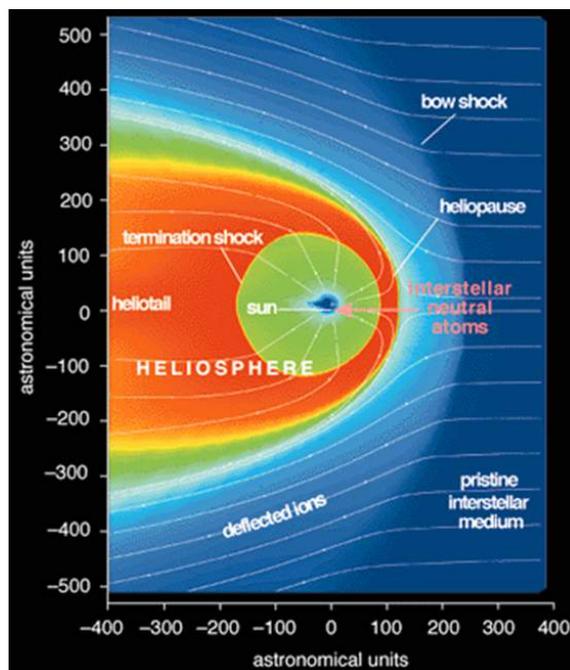


Figura 1.9: Heliósfera.

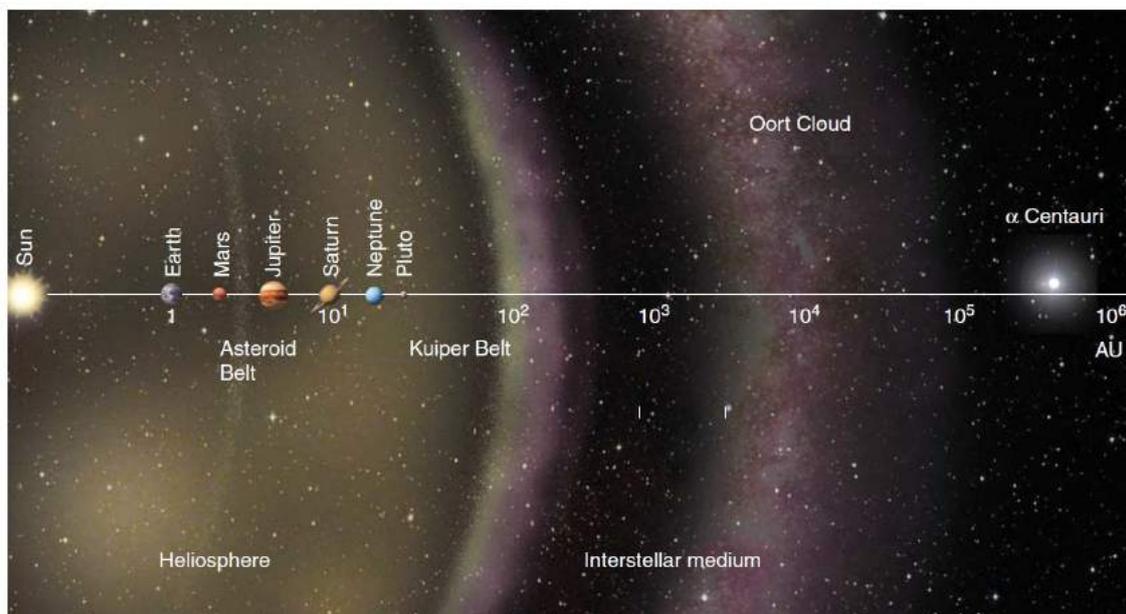


Figura 1.10: Desde el Sol hasta la estrella más próxima. Fuente [30].

homogéneo. A lo largo de su historia es evidente que el Sol a pasado por entornos galácticos muy diferentes. Este flujo hacia el Sistema Solar es modulado por el variable viento solar (que presenta el ciclo de 11 años y que depende de la latitud solar).

Si bien el viento interestelar es desviado sobre la heliósfera la mayor parte de sus átomos neutros (H y He) logran atravesarla y fluir libremente hacia el Sistema Solar. A tal punto que la densidad de átomos neutros solares e interestelares se equipara a la altura de la órbita de Júpiter. El hidrógeno por ejemplo es visible en forma de una luminosidad producto de emisión en la línea de Lyman alfa. El He en cambio logra penetrar a regiones más próximas al Sol sin llegar a ionizarse y a tal punto que átomos neutros de He son gravitacionalmente desviados y enfocados por el Sol concentrándose en un cono de He interestelar neutro que es atravesado por la Tierra hacia fines de noviembre cada año.

Cuando los átomos del viento interestelar se ionizan son inmediatamente arrastrados por el plasma del viento solar en dirección del frente de choque de la heliopausa (de donde provenían) alcanzando energías próximas a la de los rayos cósmicos. Algunos de estos logran volver nuevamente hacia el Sistema Solar y son observados en Tierra como **Rayos Cósmicos Anómalos**.

El viento interestelar transporta también granos de polvo de hasta 6 micrones que penetran la heliósfera siendo detectados por las sondas Ulysses y Galileo. Siguen una dinámica similar a los átomos de He, siendo enfocados gravitacionalmente en el mismo cono. Los granos más pequeños están cargados y por lo tanto son desviados por el campo de la heliopausa.

La nube interestelar local probablemente esté constituida por muchas estructuras pequeñas de centenares o miles de ua de diámetro con alta densidad. Si el Sol atraviesa estas regiones la dimensión de la heliósfera cambia dramáticamente pudiendo reducirse a unas pocas ua. Parece ser que la heliósfera actúa protegiendo a los planetas interiores de los agentes externos al Sistema Solar. Existen indicios de estos cambios en los hielos de la Antártida. Se han encontrado allí picos de concentración de Berilio 10 en dos eventos hace 33000 y 60000 años que se supone fueron producidos por incremento de rayos cósmicos sobre la atmósfera terrestre. Estos incrementos pudieron ser causados por explosiones de supernovas o por pasaje a través de un medio interestelar más denso.

En el entorno solar se han identificado dos episodios de formación estelar separados por 5 Gyr y se asocian a colisiones con galaxias enanas vecinas. Estudiando las abundancias químicas se ha deducido que existe una migración radial hacia afuera en nuestra galaxia. En particular el Sol habría migrado algunos kpc desde su formación.

1.4 Sistemas extrasolares

Los sistemas extrasolares muestran escenarios bien diferentes al de nuestro sistema. Si bien hay un sesgo observacional que favorece la detección de planetas masivos, excéntricos o muy próximos a la estrella la existencia de estos sistemas desafía los modelos de formación. Próximos a la estrella implica la existencia de una gran migración planetaria, además las mareas con la estrella producen rotación sincrónica y por lo tanto muy alto calentamiento atmosférico (hot Jupiters). Las altas excentricidades plantean la posibilidad de un pasado violento con eyección de planetas que a su vez contribuyen a población de **Free Floating Planets**. Otro dato relevante es que las estrellas con alta metalicidad (proporción de elementos más pesados que el He) albergan más planetas: la formación planetaria es favorecida por la metalicidad del medio.

1.5 Herramientas

Fundamentalmente desde **telescopios** en superficie registrando en el visual o simplemente observado sin filtros se realizan astrometrías que permiten determinar los parámetros orbitales de los cuerpos del Sistema Solar. Asimismo es posible deducir la rotación a través de las variaciones

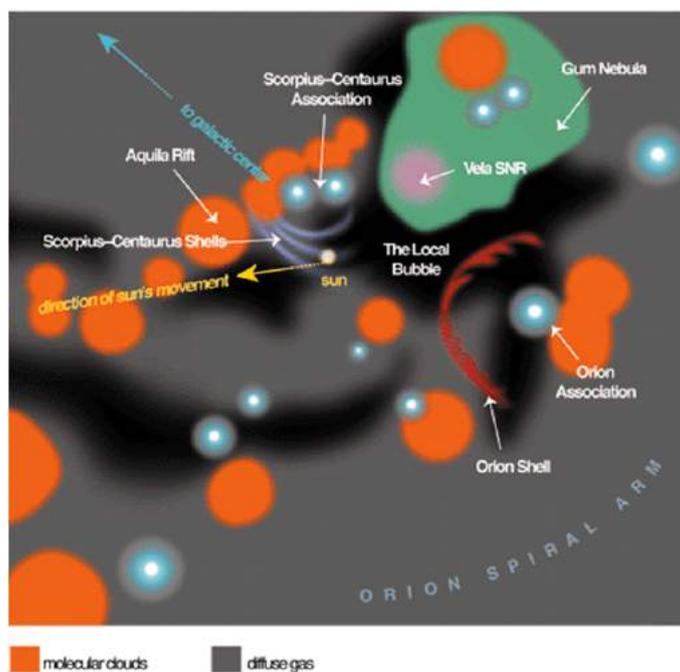


Figura 1.11: Sol y burbuja local. Fuente [18].

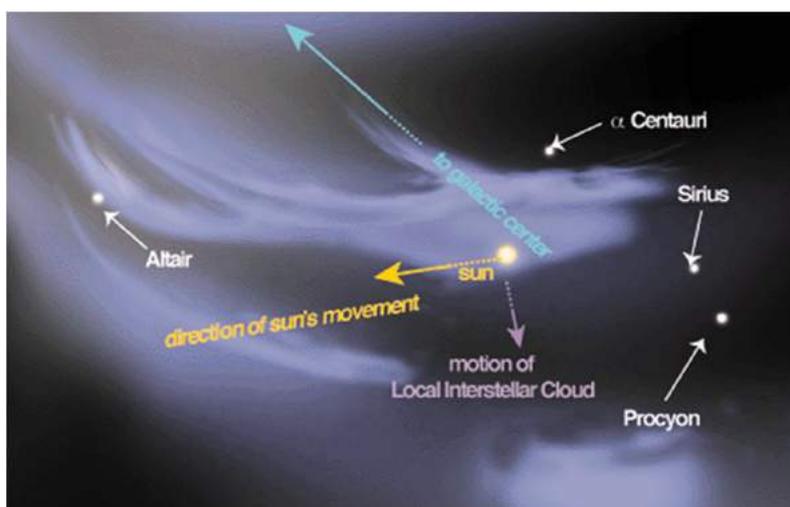


Figura 1.12: Sol y nube interestelar local. Fuente [18].

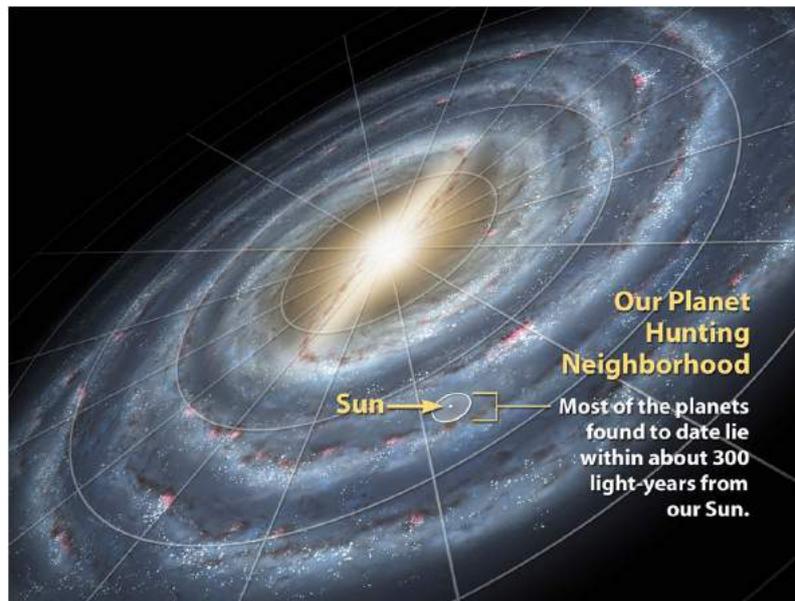


Figura 1.13: Debido a limitaciones en la detección los sistemas descubiertos se encuentran en las proximidades del Sol.

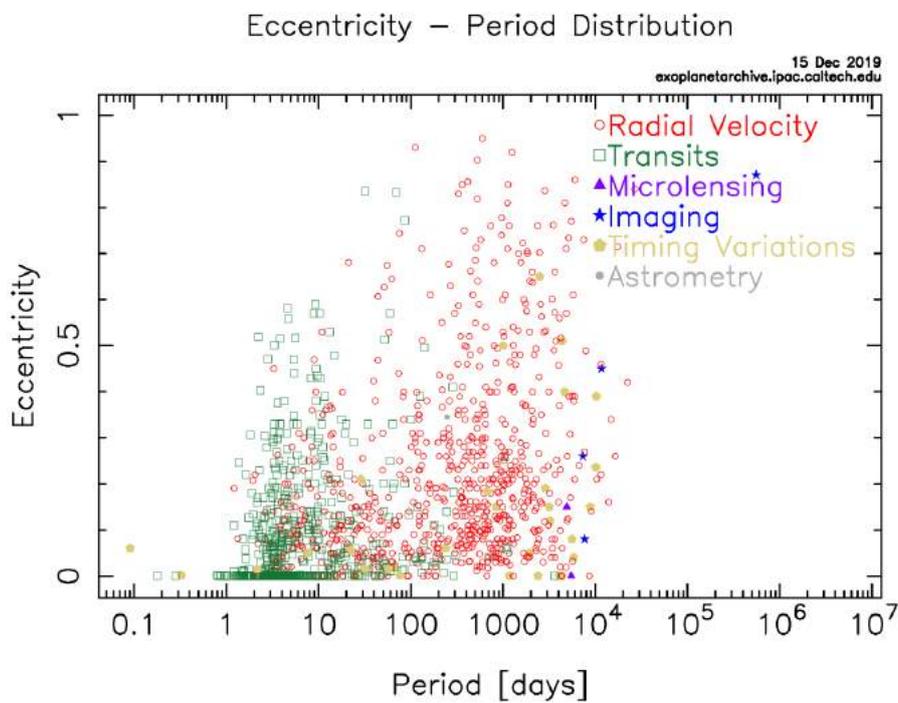


Figura 1.14: Excentricidades orbitales versus periodos para exoplanetas.

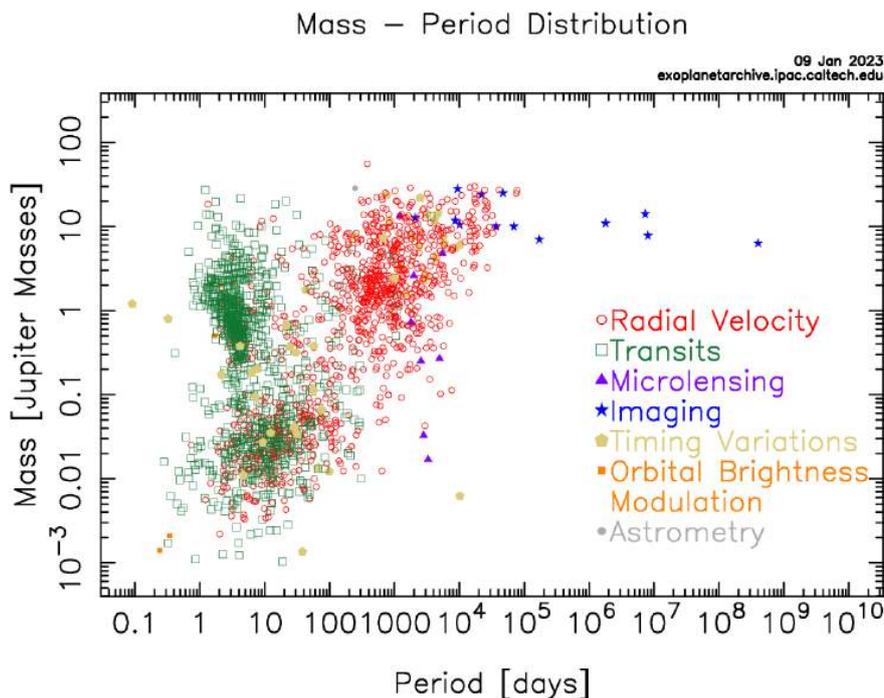


Figura 1.15: Masas versus periodos orbitales para exoplanetas.

de brillo en el lapso de horas. La técnica de observación telescópica de **ocultaciones estelares** es fundamental para definir radio, forma y ha permitido descubrir anillos y estudiar atmósferas.

Las **simulaciones** integrando numéricamente las ecuaciones de movimiento permiten realizar estudios sobre la dinámica en escalas de hasta miles de millones de años. Los **experimentos de laboratorio** han permitido conocer los procesos de impactos y la respuesta de diferentes materiales a la radiación.

Observaciones en **rayos X** permiten estudiar fenómenos que ocurren en diversos cuerpos y que son originados por la interacción con rayos solares energéticos. Ejemplo: auroras, emisiones en superficies sólidas por fluorescencia y scattering de rayos X solares. También toros de plasma se han observado por su emisión en rayos X.

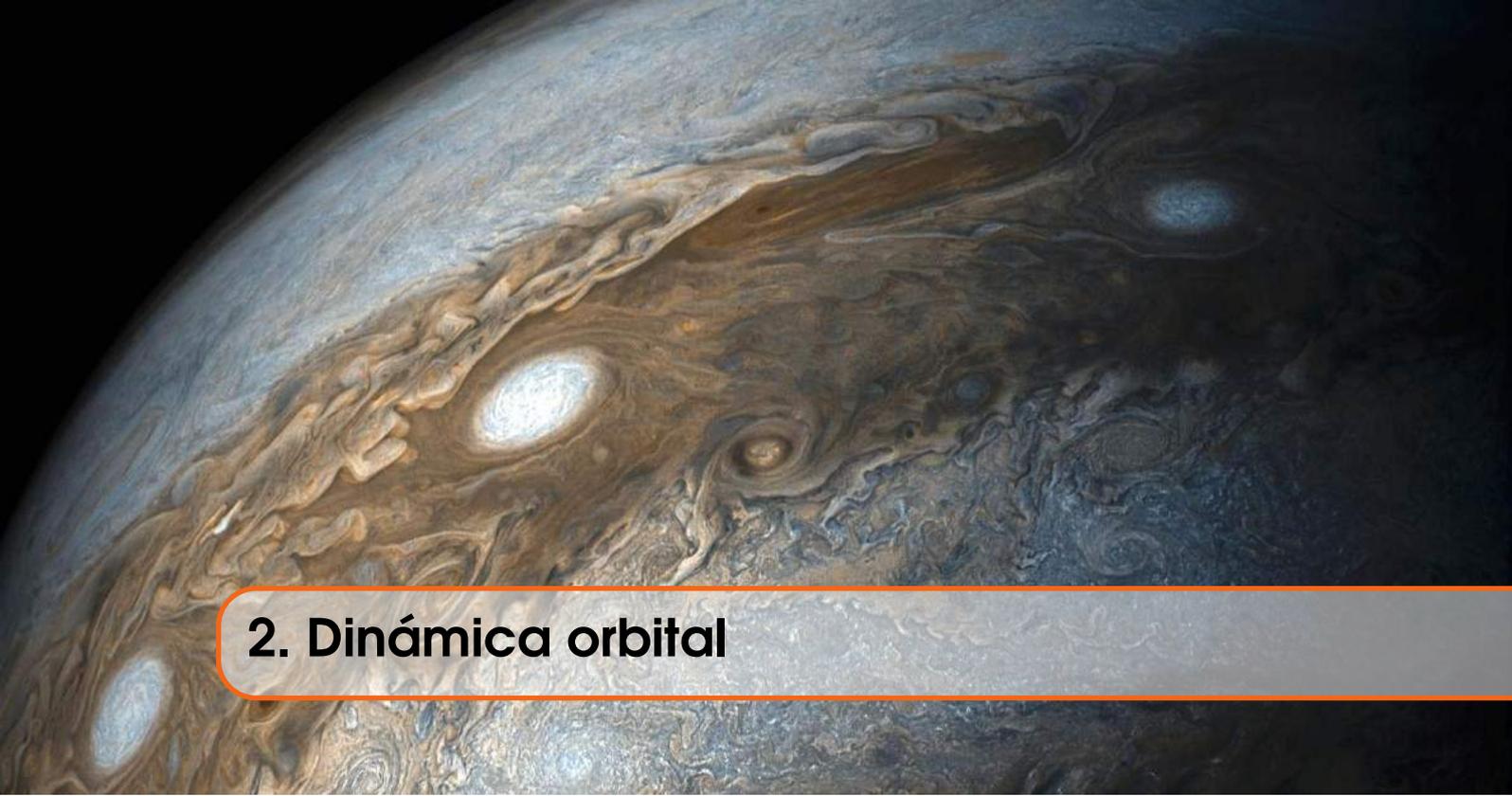
La **fotometría y espectrometría** en diferentes rangos espectrales permite determinar composiciones químicas. El rango **UV** ofrece una herramienta poderosa para estudiar atmósferas y superficies. En el caso de atmósferas se observan e identifican líneas mientras que en el caso de las superficies sólidas se observan bandas. Las observaciones se realizan desde fuera de la atmósfera terrestre.

El rango **infrarrojo** abrió una nueva visión del Sistema Solar pues pasamos de observar luz reflejada a luz emitida y en algunos objetos la luz emitida es superior a la reflejada. Mediante ésta técnica se descubrieron bandas de polvo asociadas a impactos entre asteroides. La determinación de la curva de emisión de un asteroide por ejemplo permite definir su temperatura superficial y su albedo.

En la región de **radio** se observan emisiones térmicas (aproximables a curvas de Planck en la aproximación de Rayleigh-Jeans) originadas en la superficie y que permiten definir la temperatura superficial y emisiones no térmicas que ocurren en las magnetósferas como es el caso de la radiación sincrotrón de Júpiter.

La **polarimetría** mide la polarización de la luz reflejada en las superficies lo cual nos brinda información sobre la textura.

Nuevas **tecnologías en telescopios** ópticos e infrarrojo como la óptica adaptativa permite



2. Dinámica orbital

Conceptos fundamentales.

- Las perturbaciones afectan el movimiento Kepleriano generando evoluciones en las órbitas.
- Una partícula evolucionando en un sistema circular estrella-planeta posee una constante de movimiento, la constante de Jacobi o parámetro de Tisserand.
- En las órbitas resonantes existe una oscilación en a, e, i que presenta cierta resistencia frente a las otras perturbaciones y una evolución dinámica diferente a las no resonantes.
- Los sistemas planetarios estables presentan oscilaciones en e, i manteniendo constantes los a .
- Las evoluciones seculares se caracterizan por mantener el semieje constante y presentar oscilaciones en (e, i) de variada amplitud.
- Las perturbaciones pueden generar evoluciones caóticas que no pueden ser descritas analíticamente y cuya solución numérica solo puede conocerse estadísticamente.
- Si sólo actúan las perturbaciones gravitacionales en un sistema de cuerpos masivos el momento angular y la energía total de un sistema planetario se mantiene constante.
- La diferencia de aceleración a lo largo de la estructura de los cuerpos da lugar a las mareas, que pueden deformarlos y destruirlos.
- La deformación de mareas genera transferencia de momento angular planeta-satélite.
- Todo planeta está rodeado de una región aproximadamente esférica en donde domina gravitacionalmente.

Este capítulo es un resumen de lo fundamental que se estudia en un curso de Dinámica Orbital o Mecánica Celeste. Para obtener información dinámica y física de planetas, satélites y cuerpos menores la base de datos mas practica es <https://ssd.jpl.nasa.gov/>.

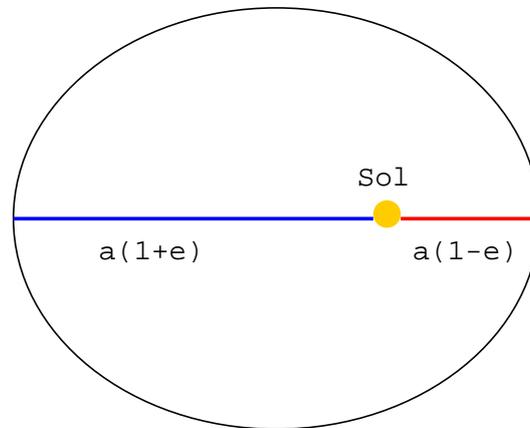


Figura 2.1: Perihelio $q = a(1 - e)$ y afelio $Q = a(1 + e)$.

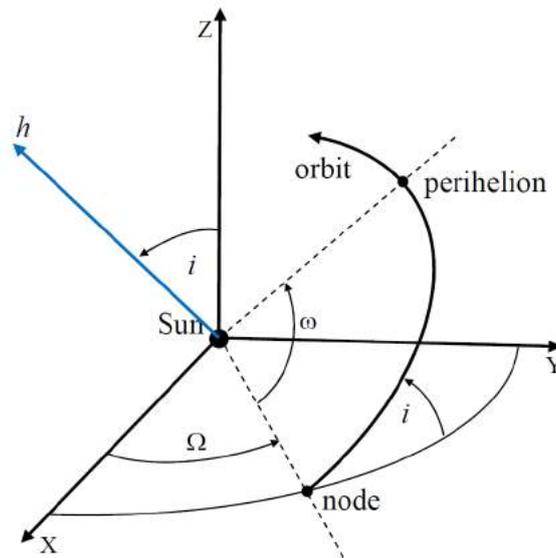


Figura 2.2: La órbita en el espacio: inclinación i , argumento del perihelio ω y longitud del nodo ascendente Ω .

2.1 Problema de 2 cuerpos: movimiento Kepleriano

El potencial gravitacional de un cuerpo esférico con densidad radial $\rho(r)$ y masa M es igual al de una masa puntual $V(r) = -GM/r$. Así que si tenemos 2 cuerpos esféricos o puntuales de masas M y m interactuando gravitacionalmente planteando las ecuaciones de movimiento para cada cuerpo en un sistema inercial (baricentro, por ejemplo) y luego restándolas obtenemos la ecuación del movimiento relativo entre 2 cuerpos

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.1)$$

siendo $\mu = G(M + m)$. En dinámica orbital si trabajamos en uas, días y masas solares la constante G pasa a ser k^2 , siendo $k = 0,01720209895$. Como es un movimiento central se verifica que el **momento angular orbital**, \vec{h} , es constante (por unidad de masa). Para eso basta con multiplicar vectorialmente la ecuación de movimiento 2.1 por \vec{r} con lo que se anula el termino a la derecha, luego integramos en el tiempo obteniendo:

$$\vec{h} = \vec{r} \wedge \dot{\vec{r}} = r^2 \dot{f} \hat{z} = 2 \frac{dA}{dt} \hat{z} = cte \quad (2.2)$$

En donde hemos expresado \vec{r} en coordenadas polares (r, f) . O sea que h es el doble de la **velocidad areolar** dA/dt que también resulta ser constante (2da ley de Kepler). La solución de la ecuación de movimiento (vía ecuaciones de Binet) es una cónica (1ra ley de Kepler):

$$r = \frac{h^2/\mu}{1 + e \cos f} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f} \quad (2.3)$$

ya que h^2/μ resulta ser el parámetro de la cónica que geoméricamente es igual a $p = a(1 - e^2)$. El ángulo f se mide desde el eje de la cónica y en la jerga de la dinámica orbital se lo conoce como **anomalía verdadera**. Si derivamos en el tiempo obtendremos que la velocidad radial que resulta proporcional a $\sin f$ por lo que se anula en $f = 0^\circ$ y $f = 180^\circ$. En esos puntos r será un extremo mínimo y máximo respectivamente, toda la velocidad será transversa y por lo tanto los únicos lugares donde será perpendicular al vector posición. Esos puntos son el **perihelio** (siempre existe) y el **afelio** (sólo existe en la elipse).

Multiplicando escalarmente la ecuación de movimiento por $\dot{\vec{r}}$ e integrando en el tiempo obtenemos la **ecuación de la energía** (por unidad de masa) $\varepsilon_c + \varepsilon_p = \varepsilon$:

$$\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} \quad (2.4)$$

o en su forma más popular:

$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (2.5)$$

Si $\varepsilon = -\frac{\mu}{2a} < 0$ la órbita es elíptica ($a > 0$), si $\varepsilon > 0$ es una hipérbola ($a < 0$) y si $\varepsilon = 0$ es una parábola ($a = \infty$).

Dada una distancia r la velocidad necesaria para que la órbita sea circular ($r \equiv a$) es la **velocidad circular**:

$$v_c = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad (2.6)$$

Para que la órbita resulte circular la dirección de la velocidad deberá ser perpendicular al vector \vec{r} . La velocidad necesaria para que la órbita sea parabólica ($1/a = 0$) es la **velocidad de escape**:

$$v_e = \sqrt{\frac{2\mu}{r}} = \sqrt{2}v_c \quad (2.7)$$

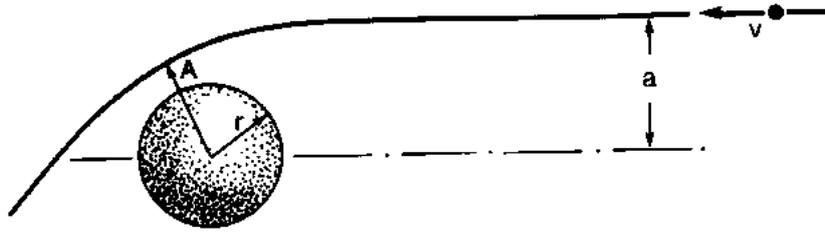


Figura 2.3: En esta figura un asteroide se aproxima al planeta con velocidad al infinito v y parametro de impacto a .

y la órbita será parabólica independiente de la dirección de la velocidad. Si $v > v_e$ la órbita será hiperbólica. Para órbitas abiertas se define la **velocidad al infinito** es decir la velocidad cuando $r = \infty$ que resulta

$$v_{\infty} = \sqrt{-\frac{\mu}{a}} \quad (2.8)$$

A medida que el objeto se aleja su velocidad tiende a ese valor. En la práctica la velocidad al infinito **es la velocidad a una distancia suficientemente grande como para despreciar el potencial gravitacional** del cuerpo que genera el campo y de acuerdo a 2.5 eso ocurre cuando $2/r' - 1/a$. Para órbitas hiperbólicas otro parámetro relevante es el **parámetro de impacto** σ y es la distancia entre el foco de la hipérbola y la asíntota. La asíntota coincide con la dirección de v_{∞} de donde si θ es el ángulo entre los vectores velocidad y posición tenemos

$$h = |\vec{r} \wedge \vec{v}| = r \sin \theta v = r_{\infty} \sin \theta_{\infty} v_{\infty} = \sigma v_{\infty} \quad (2.9)$$

de donde se obtiene $\sigma(a, e)$ considerando que $h = \sqrt{\mu a(1 - e^2)}$. El parámetro de impacto es la distancia a la que pasaría el proyectil si el cuerpo central no tuviera atracción gravitatoria.

En el caso de órbita cerrada (o sea, elíptica) tenemos

$$h = 2 \frac{dA}{dt} = \frac{2\pi ab}{T} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{T} \quad (2.10)$$

y como a su vez $h = \sqrt{\mu a(1 - e^2)}$ obtenemos la velocidad angular media (en radianes por día) llamada **movimiento medio**

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (2.11)$$

que también constituye la 3ra ley de Kepler pues vincula el período con el semieje orbital.

La posición del plano orbital en el espacio queda definida por los ángulos inclinación $0 < i < 180$ y longitud del nodo ascendente $0 < \Omega < 360$. La dirección del eje de la cónica en el plano queda definida por el argumento del perihelio $0 < \omega < 360$. También suele utilizarse la longitud del perihelio $\varpi = \Omega + \omega$ (aunque Ω y ω pertenezcan a planos diferentes). Las coordenadas del vector momento angular (vector perpendicular al plano orbital) en el espacio son

$$\vec{h} = \sqrt{\mu a(1 - e^2)} (\sin \Omega \sin i, -\cos \Omega \sin i, \cos i) \quad (2.12)$$

El **movimiento Kepleriano** originado por el potencial Newtoniano $V(r) = -\mu/r$ es válido bajo la hipótesis de que las masas son puntuales o esféricas con densidad radial. Si los cuerpos no

Table E.1 Planetary Mean Orbits and Symbols

Planet	Symbol	a (AU)	e	i (deg)	Ω (deg)	ϖ (deg)	λ_m
Mercury	☿	0.387 1	0.206	7.005	48.3309	77.4561	252.2509
Venus	♀	0.723 3	0.007	3.394	76.6799	131.5637	181.9798
Earth	♁	1.000 0	0.017	0.0	0.0	102.9374	100.4665
Mars	♂	1.523 7	0.093	1.850	49.5581	336.6023	355.4333
Jupiter	♃	5.203	0.048	1.303	100.464	14.331	34.351
Saturn	♄	9.543	0.056	2.489	113.666	93.057	50.077
Uranus	♅	19.192	0.046	0.773	74.01	173.01	314.06
Neptune	♆	30.069	0.009	1.770	131.78	48.12	304.35

Figura 2.4: Elementos orbitales de los planetas. Fuente [43].

son esféricos pero están suficientemente separados como para que entre ellos no sientan la no esfericidad la solución sigue siendo válida. Pero si su separación no es suficientemente grande los términos en $V(r)$ de mayor orden en $1/r$ (ver 6.19) que a grandes distancias podemos despreciar en este caso producirán perturbaciones en la solución Kepleriana.

Ejercicio 2.1 Elipse rectilínea. Si la Luna se frenara completamente en su movimiento orbital ¿cuánto demoraría en colisionar con la Tierra?

Si se frena estará en el apogeo de una elipse rectilínea ($e = 1$) de semieje orbital $a = \Delta/2$ donde Δ es la distancia Tierra-Luna. El tiempo de caída es la mitad del período orbital P de esa elipse que lo obtenemos por la 3ra ley de Kepler:

$$\frac{T^2}{\Delta^3} = \frac{P^2}{a^3} = \frac{P^2}{(\Delta/2)^3}$$

de donde $P = T/\sqrt{8} = 9,6$ días. El tiempo de caída es la mitad de ese período. ■

Ejercicio 2.2 Dos asteroides chocan a 3 ua del Sol. Sus órbitas son cuasicirculares y coplanares pero sus semiejes difieren en 0.3 ua. ¿Cual es aproximadamente la velocidad de impacto?

Como las órbitas son casi circulares podemos asumir

$$v^2 = \frac{\mu}{a}$$

diferenciamos y obtenemos

$$\Delta v \sim \frac{v}{2} \frac{\Delta a}{a} = \frac{k}{2\sqrt{3}} \frac{0,3}{3} \sim 0,0005$$

en unidades de ua/día, o 0.86 km/seg. ■

2.2 Perturbaciones

Un cuerpo sometido a una atracción Newtoniana mantendrá su órbita fija en el espacio. Pero si además está sometido a alguna aceleración extra su órbita cambiará. Las perturbaciones son pequeñas fuerzas diferentes de la atracción central Newtoniana que generan pequeñas variaciones orbitales. Pueden ser originadas por la no esfericidad del cuerpo central, por los demás planetas o tener otro origen no gravitacional. Si la perturbación es impulsiva (cambia la velocidad manteniendo

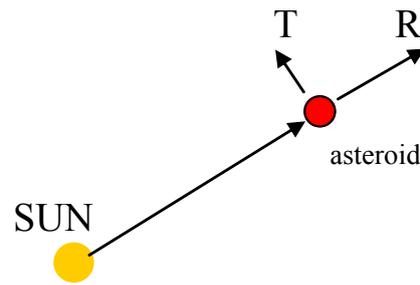


Figura 2.5: Esquema de Gauss para las perturbaciones. La componente N va en dirección saliente al plano orbital.

fija la posición) la nueva órbita estará definida por el vector mismo posición y la nueva velocidad $\vec{v} + \Delta\vec{v}$. Esto ocurre en una colisión o en un encuentro entre un cuerpo menor y un planeta por ejemplo. Si la aceleración perturbadora se aplica por un largo intervalo y tiene componentes radial, transversa y normal (R, T, N) , la energía orbital varía en función del trabajo ejercido por la aceleración perturbadora y la tasa de variación de la energía sera

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = (R, T, N) \cdot \vec{v} = (R, T, N) \cdot (\dot{r}, r\dot{f}, 0) = R\dot{r} + Tr\dot{f} \quad (2.13)$$

la componente normal no afecta la energía orbital. Como $\varepsilon = -\mu/2a$ derivando podemos obtener la variación del semieje

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu} (R\dot{r} + T\frac{h}{r}) \quad (2.14)$$

Análogamente se puede obtener la variación en los demás elementos orbitales. Las variaciones siempre tienen componentes periódicas de corto período dadas por la variación de f entre 0 y 360 por lo que para apreciar el efecto a largo plazo (secular) en los elementos orbitales se suele hacer un promedio en un período orbital $\langle \dot{a} \rangle$, si el promedio es nulo entonces no hay variaciones de largo plazo. Otra forma de obtener la evolución temporal de los elementos orbitales es mediante las **ecuaciones planetarias de Lagrange** o utilizando integradores numéricos como Orbe <http://www.astronomia.edu.uy/orbe/> o Solevorb <https://sites.google.com/site/solevorb/>, que son bien sencillos de usar.

2.3 Frenado gaseoso

Un cuerpo esférico que se mueve a velocidad v respecto a un gas recibe una fuerza dada por $F = \Delta p / \Delta t$ donde Δp es la cantidad de movimiento cedida por el gas al cuerpo que podemos estimar como

$$\Delta p \sim \Delta m \cdot v = (\pi R^2 \Delta t v \rho) v \quad (2.15)$$

donde Δm es la masa total de gas que impacta al cuerpo. Este es básicamente el razonamiento que lleva a la expresión de el *drag*:

$$F_D = \frac{C_D}{2} \pi R^2 v^2 \rho \quad (2.16)$$

siendo C_D un coeficiente de drag que depende de la forma del objeto y del número de Reynolds del gas, R es el radio de la partícula de polvo y ρ la densidad del gas. El coeficiente C_D es del orden de 1.

Este mismo frenado actúa sobre los satélites artificiales que rozan las capas altas atmosféricas provocando un continuo frenado y generando su caída a la superficie terrestre. Note, sin embargo, que en este caso la disminución de la velocidad genera una disminución del semieje orbital lo que a su vez genera un crecimiento de la velocidad orbital, que a su vez genera un frenado mayor, acelerando el proceso de caída.

La presión que el gas produce en el cuerpo está dada por

$$P = \frac{F_D}{\pi R^2} = \frac{C_D}{2} v^2 \rho \quad (2.17)$$

y si ésta presión resulta superior a la resistencia del material el cuerpo se destruirá. A su vez el gas sometido a esa presión eleva su temperatura calentando al cuerpo provocando que sus capas exteriores se fundan.

Ejercicio 2.3 Un satélite artificial esférico de radio R y densidad ρ_S en órbita circular de radio a tiene una aceleración de frenado paralela a su velocidad debido a la fricción con la atmósfera de densidad ρ . Suponiendo $C_D = 1$ hallar la expresión de cuanto varía su semieje orbital Δa al cabo de una revolución orbital.

La aceleración es transversa

$$T = -F_D/m = -F_D/(4\pi R^3 \rho_S/3) = -\frac{3}{8} \frac{v^2 \rho}{R \rho_S}$$

Como la órbita es circular $R\dot{r} = 0$, $h = rv$ y $r = a$ entonces

$$\frac{da}{dt} = -\frac{a^2}{\mu} \frac{3}{4} \frac{v^3 \rho}{R \rho_S}$$

como el movimiento es circular $v^2 = \mu/a$:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{av \rho}{R \rho_S}$$

En un periodo orbital tenemos $dt = 2\pi a/v$ entonces

$$\Delta a = -\frac{3}{2} \frac{\pi a^2 \rho}{R \rho_S}$$



2.4 Problema circular restringido de tres cuerpos

Si consideramos una estrella de masa $1 - m$ con un planeta de masa m en órbita circular se prueba que para cualquier partícula (sin masa, o sea que no perturba a los demás) existe una integral del movimiento de la partícula conocida como **constante de Jacobi**

$$C = x^2 + y^2 + \frac{2(1-m)}{r_1} + \frac{2m}{r_2} - v^2 \quad (2.18)$$

donde el sistema de referencia (x, y, z) es tal que el baricentro es el origen y el eje x rota junto con el planeta que se mueve en el plano x, y . La velocidad de la partícula en este sistema rotante es v y su distancia a la estrella es r_1 y al planeta es r_2 . Para que ésta relación sea universal las unidades de distancia y tiempo se adoptan de forma que la constante gravitacional sea 1 y esto implica que la distancia estrella-planeta es 1 y la unidad de tiempo tal que el período del planeta es 2π . La relación

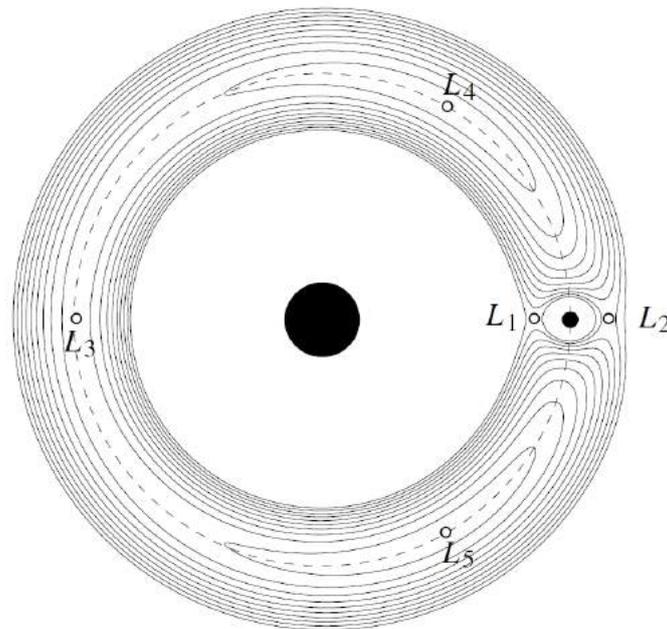


Figura 2.6: Curvas límite de Hill y puntos Lagrangeanos en el problema de tres cuerpos. El eje x corresponde a las abscisas, el y a las ordenadas. Se grafican varias curvas para diferentes valores de la constante de Jacobi C . Fuente [49].

cobra significado si la expresamos como

$$v^2 = x^2 + y^2 + \frac{2(1-m)}{r_1} + \frac{2m}{r_2} - C \geq 0 \quad (2.19)$$

puesto que v^2 debe ser positivo o nulo lo cual impone límites al movimiento de la partícula en el espacio (x, y, z) , las **superficies límite de Hill**. Es este esquema se prueba que existen 5 puntos de equilibrio, es decir que si se coloca al tercer cuerpo en esos puntos con velocidad cero permanecerá allí. Esos son los famosos puntos Lagrangeanos L_i pero se prueba que sólo 2 de esos puntos son estables frente a las perturbaciones: L_4 y L_5 , los puntos en torno a los cuales oscilan los asteroides Troyanos presentes en varios planetas y especialmente en Júpiter. Podemos entender los puntos de equilibrio como los puntos en donde la aceleración neta en el sistema rotante (no en el inercial) se anula. O también: son puntos en donde las superficies límite de Hill podrían estar en contacto entre si. Los puntos L_1, L_2, L_3 si bien son inestables son de equilibrio, es decir en cualquier otro lugar el movimiento de la partícula respecto al sistema rotante se haría evidente rápidamente. Por esto suelen considerarse para localizar instrumentos espaciales como SOHO, GAIA y el JWT, los cuales son mantenidos en posición con pequeñas correcciones por lo general en órbitas tipo **halo** que son trayectorias de cierta amplitud pero periódicas.

El problema circular restringido también permite modelar aproximadamente la evolución orbital de un asteroide o cometa interactuando con un planeta, como veremos mas abajo.

2.5 Esfera de Hill

En las proximidades de un cuerpo masivo como un planeta su campo gravitacional domina sobre el solar. Hay varias maneras de definir la región donde el planeta domina gravitacionalmente.

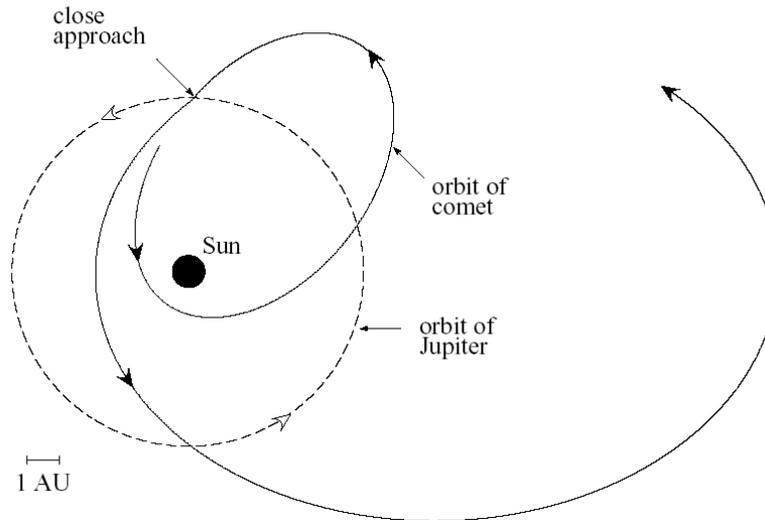


Figura 2.7: Cambio orbital de cometa por encuentro con Júpiter. En el esquema del problema de tres cuerpos el parámetro de Tisserand no cambia. Fuente [49].

La más usual y elegante es la obtenida en el problema restringido circular de 3 cuerpos:

$$R_H = a \left(\frac{m}{3(M_\odot + m)} \right)^{1/3} \quad (2.20)$$

llamada **esfera de Hill** para el planeta de masa m y semieje a , que es la distancia del planeta a los puntos L_1 y L_2 . Esta definición proviene del hecho de que una partícula que se encuentra próxima a un planeta puede tener una superficie límite cerrada (y por lo tanto sin posibilidad de escape) cuyo máximo radio posible es R_H . Si la superficie límite estuviera a una distancia mayor a R_H necesariamente estaría conectada (a través de los puntos L_1, L_2) con regiones alejadas del planeta. Los satélites permanentes necesariamente están dentro del R_H del planeta. El Radio de Hill tiene sentido para un objeto masivo que orbita a otro central con una órbita circular pero suele utilizarse también en órbitas elípticas.

2.6 Parámetro de Tisserand y MOID

La constante de Jacobi se puede escribir aproximadamente en función de los elementos orbitales heliocéntricos de la partícula y se conoce como la cuasi constante de Tisserand de un asteroide o cometa respecto a un planeta de semieje a_p

$$C \simeq T = \frac{a_p}{a} + 2\sqrt{\frac{a}{a_p}(1-e^2)} \cos i \quad (2.21)$$

En las unidades del PCR3C se prueba que la **velocidad de encuentro** al infinito de la partícula con el planeta es $U = \sqrt{3-T}$, de donde si $T > 3$ el objeto no puede tener encuentros con el planeta, o sea las partículas con $T > 3$ nunca se aproximan al planeta. El **Minimum Orbit Intersection Distance** es la mínima distancia entre la órbita de un objeto y un planeta. Si es pequeña es indicación de que los encuentros próximos o colisiones son posibles. El parámetro T y la velocidad de encuentro U con el planeta son constantes a lo largo de toda la evolución del asteroide o cometa siempre que despreciemos los efectos de los demás planetas. No importa cuánto cambien sus elementos orbitales, T, U permanecerán constantes. En el siguiente enlace es posible obtener la información orbital así como T y MOID para cualquier objeto: <https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi>.

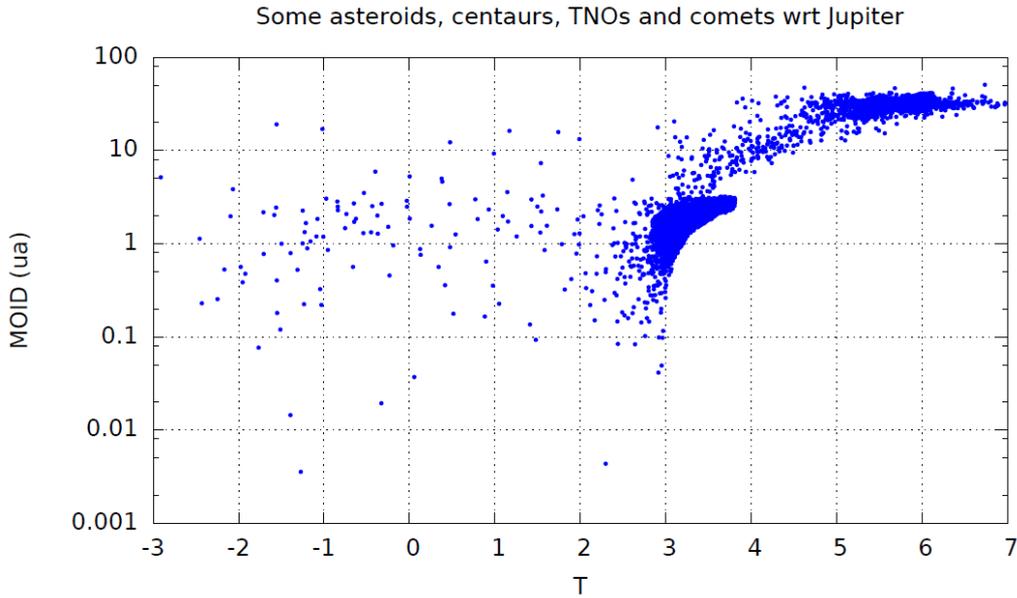


Figura 2.8: Si el parámetro de Tisserand es mayor que 3 el Minimum Orbit Intersection Distance no puede ser pequeño pues no hay encuentros.

2.7 Resonancias orbitales

Ocurren cuando los períodos orbitales P de un asteroide, cometa, transNeptuniano o cualquier partícula y un planeta P_p verifican $P_p/P \simeq k_p/k$ siendo k_p, k números enteros positivos pequeños. Se dice que el asteroide se encuentra en la resonancia $k_p:k$. Se verifica entonces $n_p k_p \simeq nk$ siendo n_p, n los movimientos medios del planeta y el asteroide o también

$$a \simeq a_p \left(\frac{k}{k_p} \right)^{2/3} \quad (2.22)$$

Como existe una sincronización de movimientos la excentricidad del asteroide resonante puede ser muy alta y cruzar la órbita del planeta pero no haber encuentros mutuos pues cuando el asteroide se encuentra próximo a órbita planetaria el planeta se encuentra lejos siempre. Esto ocurre por ejemplo con Plutón preso en la resonancia 2:3 con Neptuno. Se las conoce como **resonancias de movimientos medios**, ver [20].

En estos casos las perturbaciones del planeta sobre el asteroide siguen un patrón repetitivo que genera una evolución orbital del asteroide bien diferente al de uno no resonante. Para un asteroide no resonante sus posiciones relativas en el sistema Sol-Júpiter (o Sol-planeta en general) guardan una simetría axial respecto a la dirección Sol-Júpiter (fig. 2.9) por lo tanto no hay una componente transversa, T , neta y solo existe una perturbación radial que no genera cambios en a ya que el término $R\dot{r}$ al cabo de un período orbital se anula pues la velocidad radial cambia de signo. Para un asteroide resonante en cambio se pierde la simetría y aparece una componente transversa (fig. 2.10). El término generado $T\frac{h}{r}$ no se anula y se acumula generando una variación en a . Al cabo de cierto tiempo se aprecia que T oscila cambiando de signo generando una oscilación de largo período (cientos a miles de años) en el semieje que se conoce como **libración**. El semieje queda preso de este mecanismo que le impone una oscilación forzada y toda la órbita *vibra* ofreciendo cierta protección frente a otras perturbaciones. Por esto los objetos resonantes siguen evoluciones orbitales bien diferentes, dependiendo de la **fuerza** (amplitud de la perturbación) de la resonancia. Se llama orden de la resonancia a la diferencia $q = |k_p - k|$. Para órbitas de baja inclinación la

fuerza de una resonancia es aproximadamente proporcional a e^q por lo que las resonancias de menor orden (q pequeño) serán las más fuertes ya que $e < 1$. Y cuanto mayor la excentricidad del asteroide mayor la fuerza de la resonancia.

Las resonancias más fuertes generan huecos en la distribución de asteroides (las **fallas de Kirkwood**) o concentraciones (Hildas, Troyanos) dependiendo de como evolucionen en el largo plazo sus excentricidades e inclinaciones. Si la evolución dinámica resonante lleva a aumentar mucho la excentricidad entonces dependerá de si el asteroide se encuentra o no con otros planetas. Ya vimos que los encuentros con el planeta que genera la resonancia no ocurren pero sí pueden haber encuentros con otros. Los *Hildas* (resonancia 3:2) pueden aumentar su excentricidad en el largo plazo pero se encuentran lejos de Marte y la Tierra ($a = 3,98$ ua) por lo que pueden sobrevivir mucho mas que los *Alinda* que se encuentran en la 3:1 con $a = 2,5$ ua y por lo tanto sus perihelios pueden acercarse a Marte o la Tierra lo cual tarde o temprano les genera un impulso Δa que los elimina de la resonancia generándose una falla.

No pretendemos asustar al lector pero las órbitas de los planetas son cuasi resonantes. El par Venus-Tierra está próximo a la resonancia 3:5, Júpiter-Saturno próximo a la 2:5, Saturno-Urano próximo a la 1:3 y Urano-Neptuno próximos a la 1:2. Plutón está capturado en la resonancia 2:3 con Neptuno y existen muchos TNOs capturados en resonancias con Neptuno (1:1, 2:3, 3:5, 1:2, 4:7, 2:5). La cuasi resonancia entre Júpiter y Saturno (conocida como *la gran desigualdad*) fue descubierta por Laplace al encontrar que genera una oscilación de ~ 900 años en los semiejes de ambos planetas. Si hacemos el experimento de colocar a Júpiter apenas 2 centésimas de ua hacia el Sol en la resonancia exacta con Saturno obtendremos un sistema planetario altamente caótico, como se muestra en la figura 2.12. Las resonancias son también muy comunes en los sistemas extrasolares por lo que debe haber algún proceso que favorece la captura en resonancias. Un caso particular de resonancia 1:1 son los **cuasi-satélites** quienes viajan siempre próximos al planeta en sincronía pero suficientemente alejados como para ser satélites (mas allá del radio de Hill). Al tener cierta excentricidad a veces se adelantan y a veces se atrasan respecto al planeta generando un movimiento aparente retrogrado entorno al planeta, y de ahí el nombre de cuasi-satélite. Los *Troyanos* también están en la resonancia 1:1 y se encuentran librando en torno a los puntos de equilibrio L_4 y L_5 .

Existe otro tipo de resonancia orbital que tiene que ver con commensurabilidad de períodos de circulación de la línea de los nodos o de la longitud del perihelio. Estas se llaman **resonancias seculares** y generan cambios orbitales muy grandes provocando muchas veces que la excentricidad tienda a 1 y que el asteroide/cometa acabe colisionando con el Sol. Las resonancias seculares no ocurren en determinados semiejes como en el caso de las resonancias de movimientos medios sino que ocupan superficies en el espacio (a, e, i) .

2.8 Evolución orbital en grandes escalas de tiempo

Si dejamos transcurrir un largo intervalo de tiempo podemos distinguir varios tipos de evoluciones:

- Evolución **secular**, cuando las perturbaciones son pequeñas y los semiejes no son afectados manteniéndose constantes, se observan oscilaciones de largo periodo en los elementos. La energía orbital se mantiene constante mientras que su momento angular oscila.
- Evolución **resonante**, cuando el objeto esta atrapado en una resonancia que obliga a su semieje a tener pequeñas oscilaciones en torno a un valor fijo correspondiente a la resonancia. Los elementos (a, e, i) presentan oscilaciones con la misma frecuencia (periodos de centenares de años). La energía orbital oscila.
- Evolución **caótica**, cuando los elementos varían lentamente pero erráticamente en muy diversas escalas de tiempo

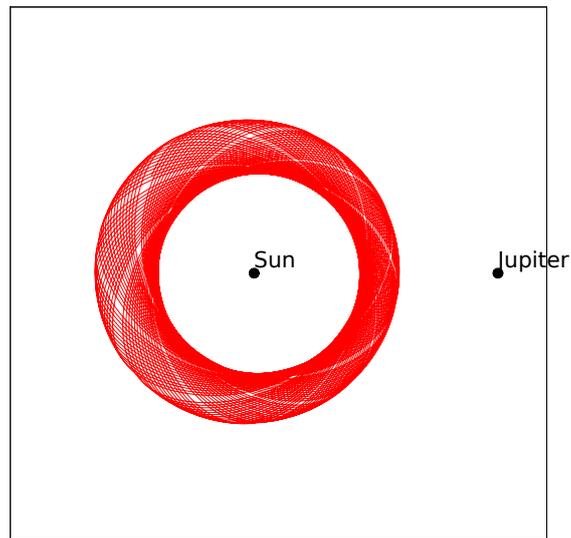


Figura 2.9: Posiciones de un asteroide no resonante relativas al sistema rotante Sol-Júpiter. Hay simetría Sol-Júpiter, no hay componente transversa T .

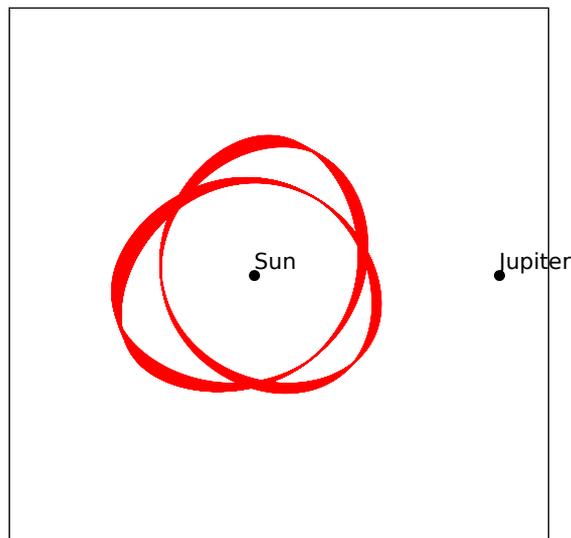


Figura 2.10: Posiciones de un asteroide resonante relativas al sistema rotante Sol-Júpiter. Se rompe la simetría.

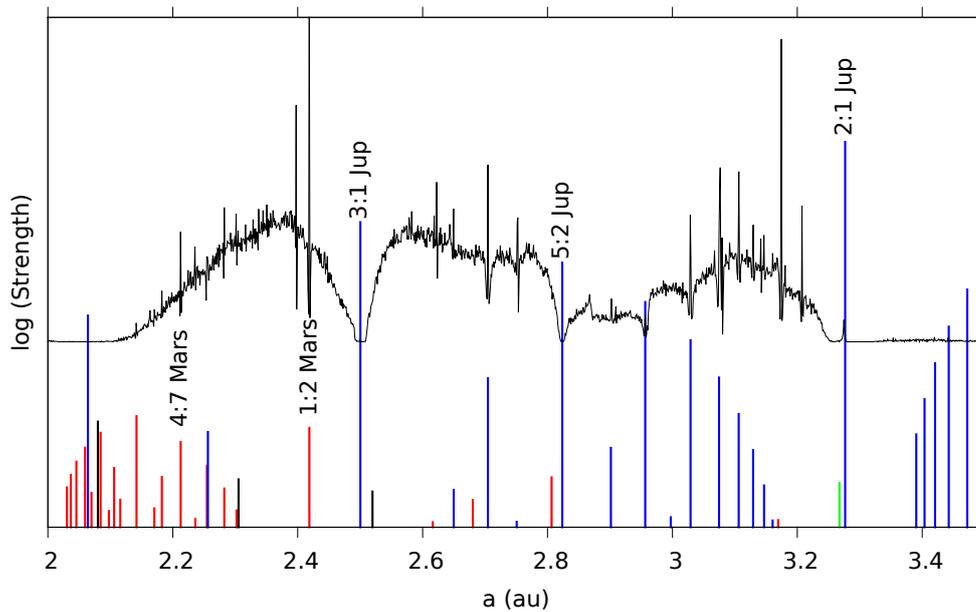


Figura 2.11: En negro: histograma de semiejes orbitales. Las resonancias *esculpen* la distribución de asteroides. En rojo resonancias con Marte, azul con Júpiter y verde con Saturno.

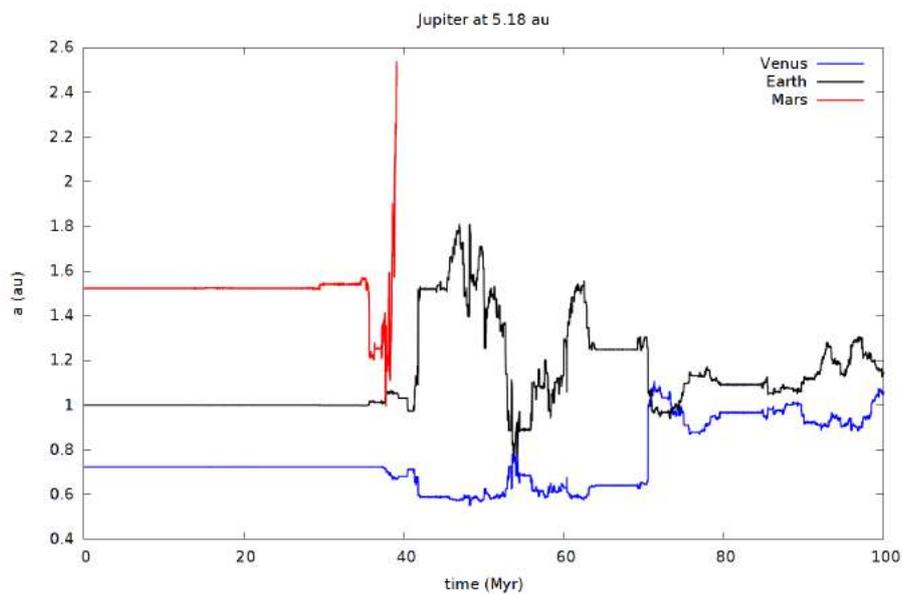


Figura 2.12: Evolución de los semiejes $a(t)$ de Venus, Tierra y Marte colocados en resonancia con Júpiter ($a = 5.18$ au) a lo largo del tiempo (Myr). Las órbitas de los planetas terrestres se vuelven inestables.

- Evolución por **encuentros** próximos, cuando se generan saltos bruscos en los elementos orbitales debido a impulsos generados por encuentros con los perturbadores

En general, un sistema de N planetas estable tiene asociadas $3N$ **frecuencias fundamentales** constantes: N son los movimientos medios orbitales n_i de cada planeta, otras N son las asociadas a la evolución temporal de los Ω_i y otras N son las asociadas a la evolución temporal de los ϖ_i . Los sistemas planetarios estables evolucionan en forma **secular** manteniendo los a_i constantes (a menos de pequeñísimas variaciones periódicas) y presentando tanto las e_i como las i_i oscilaciones y por lo tanto sin crecimiento sistemático lo que garantiza la estabilidad. Pero si esas frecuencias fundamentales presentan variaciones entonces el sistema es **caótico**. Un cuerpo sigue un movimiento caótico cuando la solución $x(t)$ se aparta exponencialmente de la solución obtenida para una condición inicial levemente diferente. Las distancias entre ambas trayectorias siguen aproximadamente

$$d(t) \sim d(0)e^{\gamma t} \quad (2.23)$$

donde γ es el exponente de Lyapunov. En un movimiento no caótico (regular) la divergencia entre las trayectorias no es exponencial. Los movimientos caóticos no tienen soluciones que puedan expresarse en forma analítica por lo que para poder hallar las soluciones hay que recurrir a resolver (integrar) numéricamente las ecuaciones de movimiento. Pero dado que las soluciones son muy sensibles a las condiciones iniciales (que nunca conocemos con precisión infinita) las soluciones numéricas podrán apartarse de la verdadera. El **tiempo característico de Lyapunov** dado por $1/\gamma$ nos da la escala de tiempo a partir de la cual nuestras soluciones sólo tienen sentido estadístico. Para tener una idea de la solución será necesario integrar muchos **clones** (partículas con elementos orbitales muy similares al del objeto en estudio) y hacer un análisis estadístico del comportamiento de las soluciones. La solución existe y es única pero no podemos encontrarla ni analíticamente ni numéricamente. Es el caos. Existen casos en que el caos es *estable* en el sentido de que si bien no podemos predecir con exactitud la solución, sí podemos asegurar que está acotada entre ciertos límites.

Cuando las perturbaciones son muy grandes respecto a la energía de ligadura al Sol tenemos una evolución azarosa por saltos estocásticos en los elementos orbitales. Este es el caso de un asteroide encontrándose con un planeta o el de un cometa de muy baja energía que al aproximarse al sistema solar sufre perturbaciones de los planetas que si bien son lejanos afectan su baja energía de ligadura.

2.9 Mecanismo von Zeipel-Lidov-Kozai

Es un tipo de evolución secular. Si consideramos el sistema planetario como coplanar y circular el potencial perturbador secular sobre una partícula, es decir el potencial medio generado en el largo plazo, presenta una simetría de revolución respecto al eje perpendicular al plano. El potencial perturbador del sistema es equivalente al de una serie de anillos de materia y los elementos relevantes para la evolución de la partícula son (e, i, ω) , el valor de Ω es irrelevante debido a la simetría de revolución y por la misma razón se conserva la componente $h_z = \sqrt{\mu a(1-e^2)} \cos i$ del momento angular por lo que las variaciones (e, i) están correlacionadas. Para bajas inclinaciones ω circula con la misma frecuencia con que oscilan (e, i) pero para inclinaciones altas ω muestra grandes oscilaciones generando grandes variaciones en (e, i) , este es el comportamiento típico conocido como **mecanismo ZLK**, que puede generar órbitas de muy alta excentricidad y es una causa común de objetos **sungrazers** o rasantes con el Sol debido a que la excentricidad tiende a 1 (fig. 2.15). Es un mecanismo secular que también puede estar presente dentro de resonancias de movimientos medios y es en estos casos donde es más poderoso.

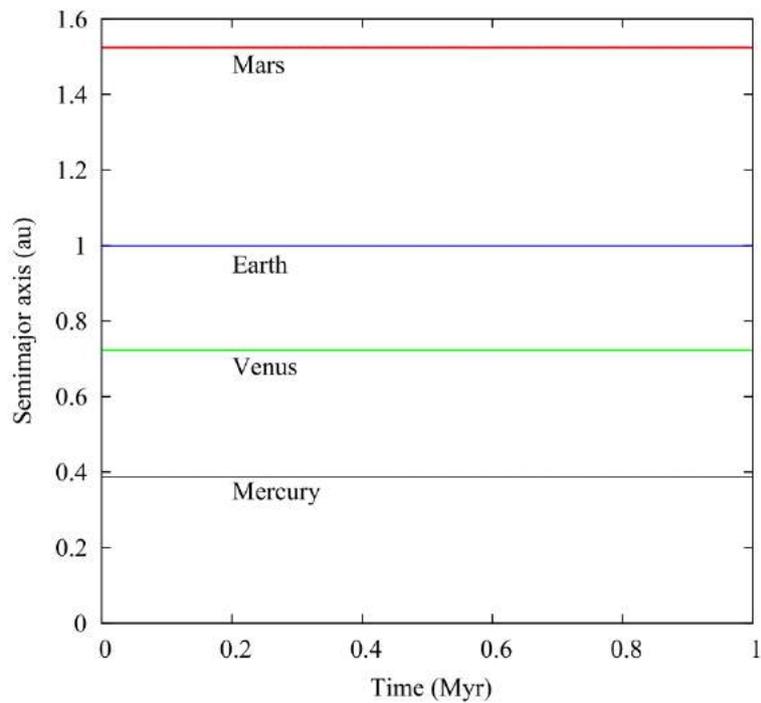


Figura 2.13: Evolución por 1 millón de años de los semiejes de los planetas terrestres computados con Orbe. Las variaciones son imperceptibles. Típica evolución secular. Fuente [21].

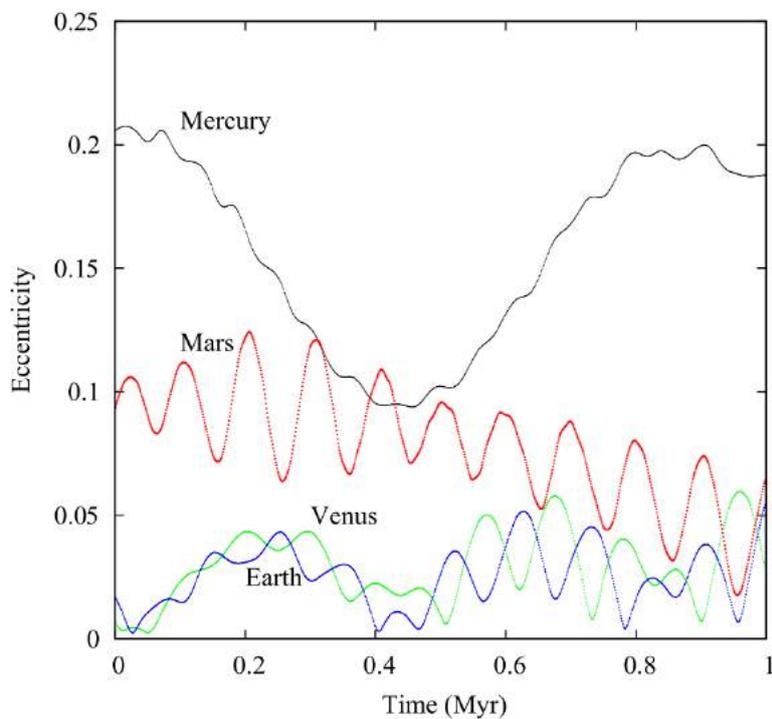


Figura 2.14: Evolución por 1 millón de años de las excentricidades de los planetas terrestres computados con Orbe. Las variaciones (seculares) son acotadas y no hay variaciones sistemáticas. Fuente [21].

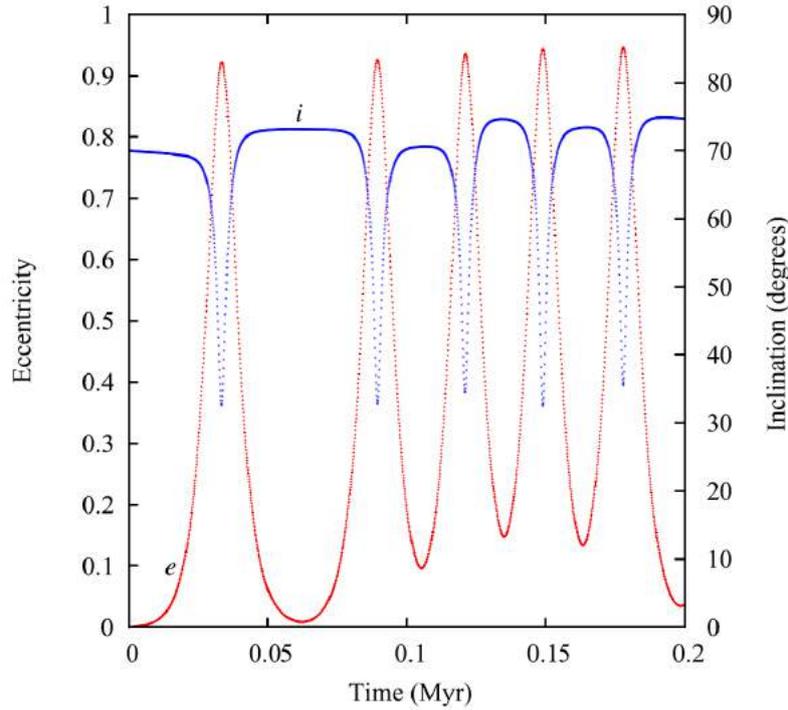


Figura 2.15: Evolución temporal de una partícula sometida al mecanismo ZLK. Comienza con una órbita circular de inclinación 70° y evoluciona rápidamente a una excentricidad mayor a 0,9 mientras la inclinación decrece. Se aprecia el acople entre (e, i) . Fuente [21].

2.10 Plano invariante y AMD

En un sistema de N cuerpos aislado el momento angular del sistema \vec{L} permanece constante y por lo tanto se puede definir un **plano invariable** que es perpendicular a \vec{L} . En el Sistema Solar el plano invariable se encuentra muy próximo al plano orbital de Júpiter pues es el planeta que aporta más momento angular al sistema. Los \vec{L}_p de cada planeta oscilan en torno a la dirección fija dada por \vec{L} .

Dado un sistema planetario dado por la masa central M , las masas planetarias m_i y los semiejes orbitales a_i el máximo momento angular posible se obtendría para órbitas circulares y coplanares y estaría completamente incluido en la coordenada L_z y sería (despreciando m_i frente a M)

$$L_{max} = \sum_1^N m_i \sqrt{GMa_i} \quad (2.24)$$

Pero al existir órbitas excéntricas e inclinadas respecto al plano invariante la componente z del momento angular será

$$L_z = \sum_1^N m_i \sqrt{GMa_i} \sqrt{1 - e_i^2} \cos i_i \quad (2.25)$$

y se define como **déficit de momento angular** AMD a la diferencia

$$AMD = L_{max} - L_z = \sum_1^N m_i \sqrt{GMa_i} \left(1 - \sqrt{1 - e_i^2} \cos i_i \right) \quad (2.26)$$

Si $AMD = 0$ el sistema no tendría déficit y sería perfectamente circular y plano. El AMD mide el apartamiento de la configuración de máximo momento angular y es una cantidad constante pues L_z es constante. Las órbitas excitadas en (e, i) quitan momento angular al sistema.

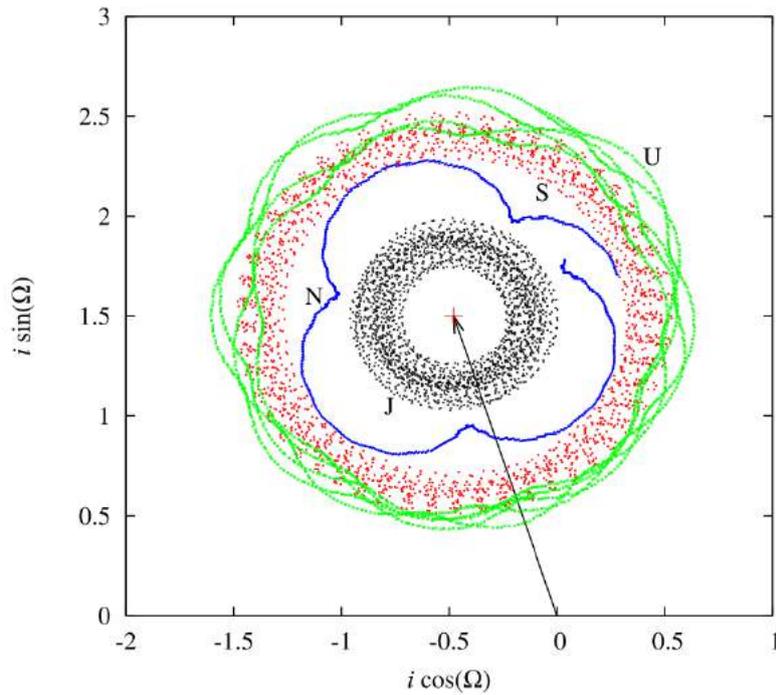


Figura 2.16: Movimiento de los \vec{L}_i para los planetas gigantes en un período de 2 Ma. La flecha indica la posición de la dirección del momento angular del Sistema Solar. Fuente [21].

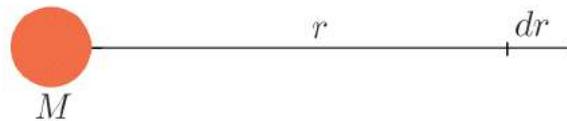


Figura 2.17: Una variación dr genera una variación en la aceleración, o sea genera marea.

2.11 Mareas sobre un satélite y límite de Roche

Sea un planeta M de radio R_p con un satélite m de radio R a una distancia r . La aceleración del planeta es $a = GM/r^2$. **Marea es la diferencia de aceleraciones** Δa entre la superficie y el centro del satélite ($\Delta r = R$):

$$\Delta a = \frac{da}{dr} \Delta r = \frac{2GM}{r^3} R \tag{2.27}$$

Si Δa es igual o mayor a la gravedad superficial del satélite Gm/R^2 el satélite se destruye si su cohesión es despreciable:

$$\frac{Gm}{R^2} \sim \frac{2GM}{r^3} R \tag{2.28}$$

de donde la distancia limite r_L es

$$r_L \sim R \left(\frac{2M}{m} \right)^{1/3} = R_p \left(\frac{2\rho_p}{\rho_s} \right)^{1/3} \tag{2.29}$$

Si consideramos que el satélite tiene una órbita circular su velocidad angular sera $n^2 = GM/r^3$ y si rota sincrónicamente dirigiendo la misma cara hacia el planeta (lo cual es muy común) aparecerá una aceleración centrífuga y el factor 2 pasa a ser un 3. Y si consideramos que el satélite es un fluido en equilibrio hidrostático se deformará y considerando esto se obtiene el tan conocido como difícil de deducir **límite de Roche**:

$$r_R \sim 2,46R_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{1/3} \quad (2.30)$$

Nota: nosotros y lo que nos rodea estamos dentro del limite de Roche de la Tierra, por qué no nos desintegramos?

Por el mecanismo de mareas los satélites quedan **sincrónicos** con el planeta. Pero no es la única solución de equilibrio posible: Mercurio tiene un día mercuriano igual a 2 años mercurianos. Esto se conoce como **resonancia spin-órbita** (ver 8.17). Si la órbita del satélite es excéntrica, desde el planeta se vera *librar* al satélite debido a que éste rota con velocidad uniforme mientras orbita con velocidad angular no uniforme debido a su excentricidad. Si las **libraciones** son importantes las mareas no actuarán siempre en la misma región del satélite sino que presentarán variaciones que tienden a deformar al satélite y este proceso generará calor interno. Esta situación es despreciable en el caso de la Luna en el presente pero muy relevante en Io generando una permanente actividad volcánica.

Ejercicio 2.4 Compare la aceleración de mareas que la Tierra ejerce sobre la Luna con la aceleración de mareas que Júpiter ejerce sobre Io.

$$\Delta a_T = \frac{2GM_T}{r_{TL}^3} R_L$$

$$\Delta a_J = \frac{2GM_J}{r_{JI}^3} R_I$$

de donde

$$\frac{\Delta a_J}{\Delta a_T} = \frac{M_J R_I}{M_T R_L} \left(\frac{r_{TL}}{r_{JI}} \right)^3 = \frac{1898,2}{5,97} \frac{1821}{1737} \left(\frac{384400}{421800} \right)^3 \simeq 250$$

2.12 Transferencia de momento angular

Si el planeta no es perfectamente esférico su potencial gravitacional $V(\vec{r})$ ya no es el Newtoniano $-\mu/r$ y en general es no central, es decir que el campo de aceleraciones que genera $\nabla V(\vec{r})$ no es colineal con \vec{r} . El planeta genera sobre el satélite de masa m una fuerza

$$\vec{F} = -m\nabla V \quad (2.31)$$

y el satélite genera una reacción en el planeta $-\vec{F}$ que al no ser colineal con \vec{r} genera un momento

$$\vec{\mathcal{M}} = \vec{r} \wedge (-\vec{F}) = \vec{r} \wedge m\nabla V \quad (2.32)$$

y el momento genera una variación del momento angular rotacional del planeta

$$\frac{d\vec{L}_{pla}}{dt} = \vec{\mathcal{M}} \quad (2.33)$$

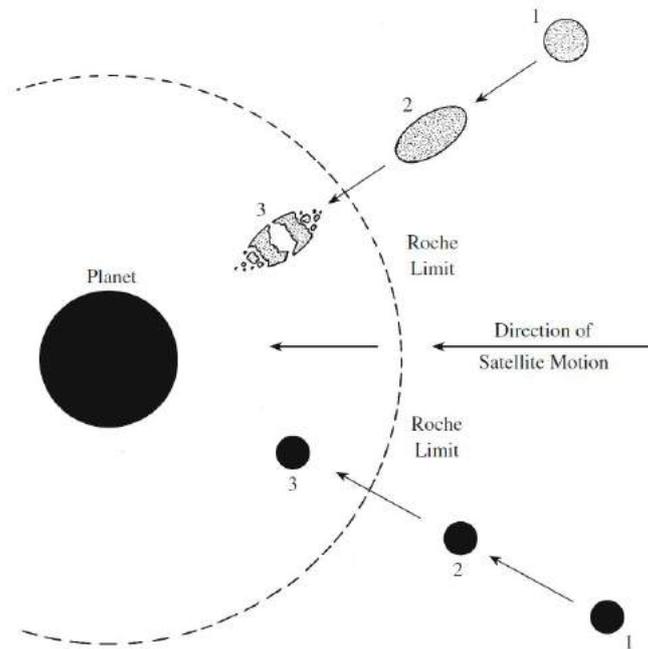


Figura 2.18: Límite de Roche. Fuente [37].

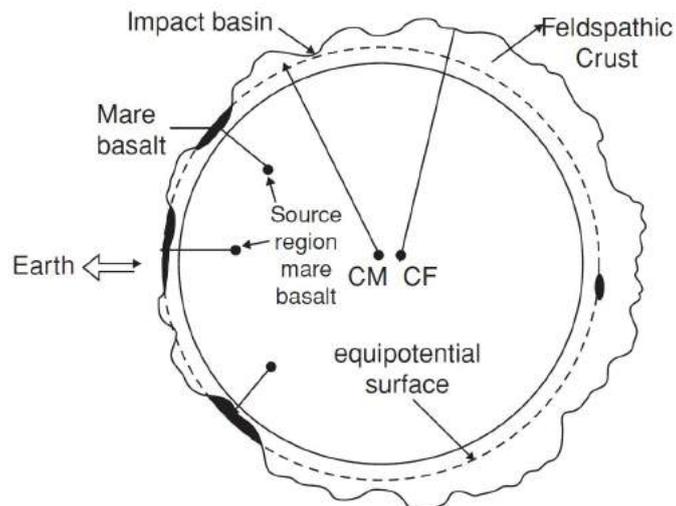


Figura 2.19: La cara visible lunar es rica en rocas densas debido a una situación de equilibrio. La Luna ajusta su orientación de forma que la dirección Luna-Tierra coincida con la dirección del menor momento de inercia lunar y con las regiones mas densas (mares) apuntando hacia la Tierra. Fuente [43].

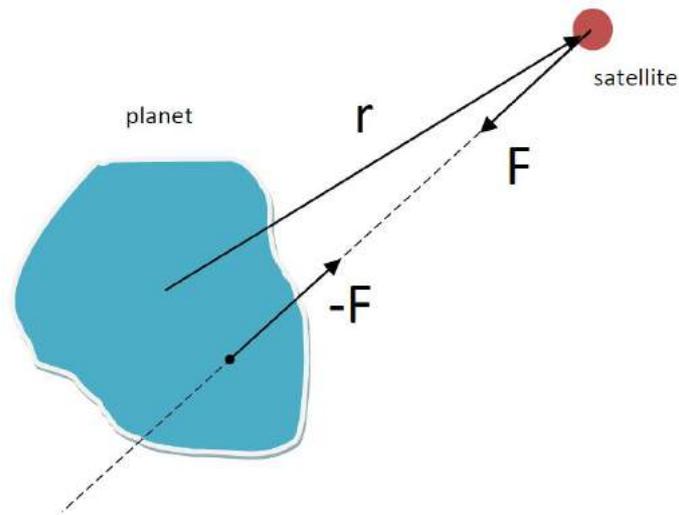


Figura 2.20: Momento del satélite sobre el planeta no esférico.

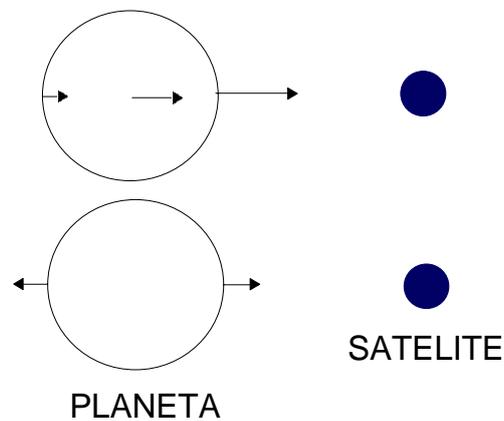


Figura 2.21: Mareas generadas por un satélite sobre un planeta. No confundir abultamiento de mareas con abultamiento ecuatorial (generado por la rotación del cuerpo).

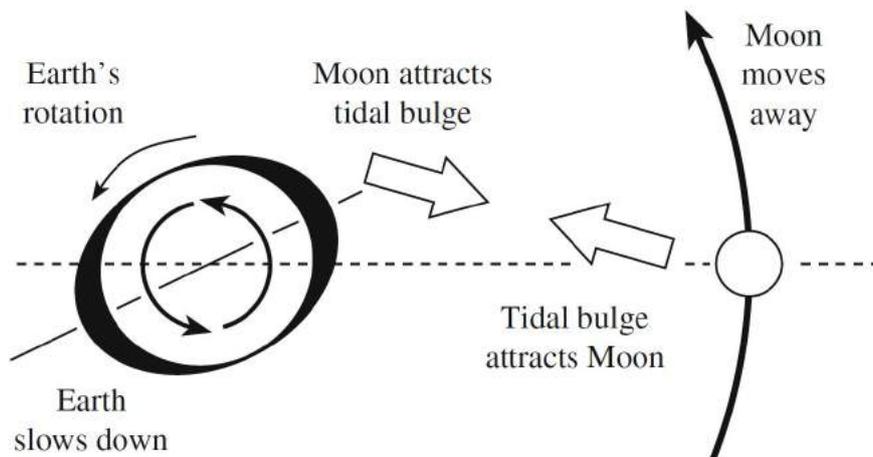


Figura 2.22: Transferencia de momento angular rotacional a orbital. El abultamiento de mareas está girado un cierto ángulo debido al tiempo de respuesta del planeta. Fuente [36].

El momento angular rotacional de un planeta esférico que rota con velocidad angular $\vec{\omega}$ es

$$\vec{L}_{pla} = I\vec{\omega} \quad (2.34)$$

donde I es el momento de inercia del planeta que podemos suponer una esfera homogénea $I = \frac{2}{5}MR^2$ (ver 6.1). Pero como el momento angular del sistema debe permanecer constante y despreciando el momento angular rotacional del satélite

$$\vec{L}_{pla} + \vec{L}_{orb} = \text{constante} \quad (2.35)$$

entonces la órbita del satélite variará de acuerdo a

$$\Delta\vec{L}_{orb} = -\Delta\vec{L}_{pla} \quad (2.36)$$

Como un planeta no rígido rotante deformado por mareas (ver 6.7) tiene cierto tiempo de respuesta al gradiente de aceleraciones a que está sometido, cuando reacciona ha girado un pequeño ángulo respecto a la dirección del satélite. En el caso de la Tierra es de 3° . Se pierde la simetría de la distribución de masas del planeta respecto a la dirección planeta-satélite y por lo tanto surge un momento neto sistemático sobre el planeta que tiende a afectar la rotación del planeta. Como el sistema está aislado y el momento angular rotacional del planeta ($I\omega$) cambia entonces el momento angular orbital del satélite ($mrv_c = m\sqrt{rGM}$ si tiene órbita circular) en torno del planeta también cambiará. Es por esto que la Tierra está frenando su rotación y la Luna alejándose de la Tierra a razón de 3 cm por año. El proceso se detiene una vez que la velocidad angular de rotación del planeta ω se iguala a la velocidad angular orbital del satélite, quedando el planeta sincronizado con el satélite. Si el período de rotación del planeta es menor que el período orbital del satélite el abultamiento está adelantado (Tierra-Luna) pero si el período de rotación planetario es mayor el abultamiento estará retrasado y el satélite caerá hacia el planeta (Marte-Fobos). La distancia al planeta para la cual el período orbital planetocéntrico es igual al período de rotación del planeta se conoce como **radio de corrotación**. El mismo efecto pero con mayor intensidad ocurre sobre el satélite, por eso todos los satélites próximos a los planetas son sincrónicos: la Luna, los Galileanos, los de Saturno, Urano, Tritón y el par Plutón-Caronte. Las mareas mutuas entre planeta y satélite son las responsables de que los satélites próximos al planeta siempre se encuentran en órbitas contenidas en el plano ecuatorial de simetría del planeta. Incluso Urano cuyo ecuador está altamente inclinado tiene su familia de satélites regulares contenidos en el plano ecuatorial. Cualquier variación en el eje de rotación de un planeta es seguida por una reubicación de sus satélites. La Luna sigue una órbita más próxima a la eclíptica que al ecuador terrestre debido a las fuertes perturbaciones del Sol. En algunos textos se indica que el frenado de la rotación de la Tierra es debido a la fricción de los océanos en la corteza oceánica excitados por las mareas. Si bien la fricción puede contribuir, el fenómeno de transferencia de momento angular ocurre en cuerpos no rígidos, tengan o no un océano (como ocurre en todos los demás cuerpos del sistema solar). El mecanismo de mareas y su efecto en las órbitas planetarias está desarrollado en el curso *Evolución Orbital en Sistemas de Exoplanetas* que puede encontrarse en la bibliografía.

2.13 Mareas orbitales

La marea del Sol sobre el sistema Tierra-Luna es

$$\Delta a = \frac{2GM_{\odot}}{r^3}\Delta \quad (2.37)$$

siendo Δ la distancia Tierra-Luna. Si Δa es igual o mayor a la aceleración de la Tierra sobre la Luna Gm/Δ^2 la Luna escapa:

$$Gm/\Delta^2 \sim \frac{2GM_{\odot}}{r^3}\Delta \quad (2.38)$$

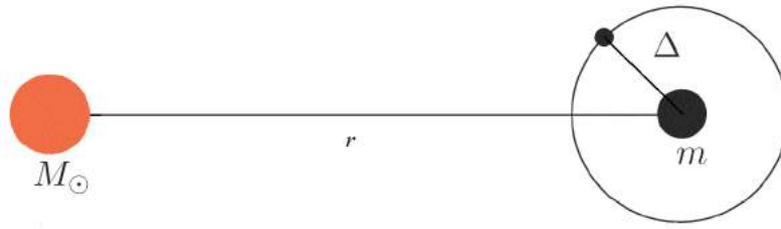


Figura 2.23: Marea orbital del Sol.

de donde la distancia límite Δ_{lim} es

$$\Delta_{lim} \sim r \left(\frac{m}{2M_{\odot}} \right)^{1/3} \quad (2.39)$$

Ejercicio 2.5 Aplicando el criterio de las mareas orbitales estimar hasta qué distancia puede un cuerpo orbitar al Sol sin ser eliminado por las perturbaciones de Alfa del Centauro.

Teniendo en cuenta que r es la distancia del perturbador

$$\Delta_{lim} \sim r_{\alpha} \left(\frac{M_{\odot}}{2M_{\alpha}} \right)^{1/3}$$

y considerando que Alfa es similar al Sol tenemos que $\Delta_{lim} \sim r_{\alpha}/8$, es decir podrían existir objetos heliocéntricos hasta 1/8 de la distancia a Alfa del Centauro. ■

2.14 Teorema del virial

Dado un sistema de N partículas ligadas unicamente por la gravedad, el teorema (mas bien un criterio) del virial nos dice que para que el sistema ni colapse ni se diluya su **energía potencial debe ser aproximadamente igual al doble de su energía cinética**. Se comienza definiendo la función virial como

$$I = \sum_1^N m_i \vec{r}_i^2 \quad (2.40)$$

siendo \vec{r}_i las posiciones respecto al baricentro del sistema. Se prueba que derivando dos veces tenemos

$$\ddot{I} = 4\epsilon_c - 2|\epsilon_p| \quad (2.41)$$

El criterio es que si $\ddot{I} > 0$ a la larga las distancias al baricentro crecen, por lo tanto para que el sistema sea estable

$$|\epsilon_p| \sim 2\epsilon_c \quad (2.42)$$

Esto se demuestra en el curso de Dinámica Orbital pero si tiene interés en hacer algunos experimentos numéricos puede encontrar un código en <http://www.astronomia.edu.uy/depto/mece/colapso100body.zip>

2.15 Problemas

Problema 2.1 Si despreciamos el frenado atmosférico ¿cual es la mínima velocidad a la que impactaría en la Tierra un asteroide?

Problema 2.2 (parcial mayo 2015) Un asteroide se aproxima con cierta velocidad al infinito v_∞ en una trayectoria hiperbólica respecto a un planeta. Suponiendo que impacta en la superficie del planeta probar que la velocidad de impacto verifica

$$v_i^2 = v_{esc}^2 + v_\infty^2$$

donde v_{esc} es la velocidad de escape en la superficie del planeta.

Problema 2.3 Probar que para que un proyectil en órbita planetocéntrica hiperbólica con velocidad al infinito v_∞ pueda impactar a un planeta esférico de radio R y con velocidad de escape superficial v_{esc} se debe cumplir que el parámetro de impacto σ sea

$$\sigma \leq \sigma_c = R \sqrt{1 + \frac{v_{esc}^2}{v_\infty^2}}$$

Problema 2.4 Hallar el Radio de Schwarzschild para un objeto puntual con masa igual a la de la Tierra.

Problema 2.5 (parcial mayo 2014) El cometa Halley tiene un semieje orbital de $a = 17,8$ ua y una excentricidad $e = 0,97$. Calcular máxima y mínima velocidad orbital. Si estando en el afelio un impacto incrementa su velocidad en 1 km/s probar que la órbita resultante sigue siendo una elipse.

Problema 2.6 Un satélite artificial esférico de radio R y densidad ρ_S en órbita circular de radio a tiene una aceleración de frenado paralela a su velocidad debido a la fricción con la atmósfera de densidad ρ . Suponiendo $C_D = 1$ hallar la expresión de cuanto varia su semieje orbital Δa al cabo de una revolución orbital.

Problema 2.7 El efecto relativista generado por el Sol puede considerarse como una perturbación dada por

$$\Delta \ddot{\mathbf{r}} = \frac{GM_\odot}{r^3 c^2} \left[\left(\frac{4GM_\odot}{r} - \mathbf{v}^2 \right) \mathbf{r} + 4(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{v} \right]$$

donde \mathbf{r} , \mathbf{v} son los vectores posición y velocidad. Calcular la magnitud de la perturbación relativista generada por el Sol en la Tierra y compararla con la aceleración Newtoniana del Sol. Suponer que la órbita es perfectamente circular.

Problema 2.8 Estime la máxima distancia a la Luna a la cual una nave Apolo puede orbitar en torno de la Luna.

Problema 2.9 Durante el día el Sol está sobre nuestras cabezas y durante la noche está a nuestros pies. Cuánto debería variar el peso de una persona a lo largo del día? Seguramente su respuesta está equivocada.

Problema 2.10 Compare la aceleración que la Tierra ejerce sobre la Luna con la aceleración que el Sol ejerce sobre la Luna. ¿Por qué la Luna gira alrededor de la Tierra?

Problema 2.11 Compare el momento angular rotacional del Sol con el momento angular orbital de Júpiter. Compare el momento angular rotacional de Júpiter con el momento angular orbital de Ganímedes.

Problema 2.12 Sea un transneptuniano (TNO) de excentricidad despreciable en la resonancia exterior 2:5 con Neptuno. Hallar su semieje orbital y el tiempo transcurrido entre 2 alineaciones consecutivas Sol-Neptuno-TNO.

Problema 2.13 Utilizando Solevorb o Orbe o algún otro integrador integre los planetas gigantes con algunas decenas de partículas sin masa con idénticos elementos orbitales iniciales pero con semiejes distribuidos entre $2,4 < a < 2,6$ ua y con $e = 0,1$ e integrar por 1 millón de años con salida de datos cada mil años. Hacer un gráfico superponiendo todos los estados orbitales de los asteroides ficticios en el espacio (a, e) y otro con (a, i) . Explique estos resultados.



3. Radiación solar y sus efectos

Conceptos fundamentales

- La profundidad óptica de un medio indica su capacidad para interactuar con la radiación.
- El flujo observado proveniente de los cuerpos del sistema solar tiene una componente de emisión en el infrarrojo y una de reflexión en el visible.
- El albedo Bond indica la fracción de la radiación reflejada considerando todas las direcciones. Depende de la función de fase $\phi(\alpha)$ que debe determinarse empíricamente.
- El equilibrio térmico implica asumir que toda la radiación absorbida es reemitida como cuerpo negro.
- La temperatura superficial se determina con el principio de equilibrio térmico y la distribución de temperaturas es altamente dependiente de si es rotador lento o rápido.
- El flujo reflejado no es isotrópico (depende del ángulo de fase) mientras que el reemitido puede considerarse isotrópico.
- La insolación depende de la inclinación del eje de rotación y de la excentricidad orbital.
- La incidencia de los fotones en partículas pequeñas genera la presión de radiación y el efecto Poynting-Robertson
- La reemisión de la radiación en cuerpos de temperatura superficial no uniforme genera el efecto Yarkovsky y YORP.
- La sublimación de gases genera las FNG en cometas que afectan sus órbitas y rotación.
- Esos efectos generan transporte de partículas y cuerpos pequeños en el Sistema Solar.
- El viento solar está constituido de protones y electrones, interactúa con átomos y moléculas cargadas arrastrándolas en dirección opuesta al Sol.

Básicamente las fuerzas que actúan sobre los cuerpos del Sistema Solar son causadas por la gravedad del Sol y demás cuerpos masivos, las colisiones, la radiación solar, la interacción con el medio (viento solar y frenado gaseoso) y los campos magnéticos. Luego de la atracción gravitacional la que sigue por su relevancia es la radiación solar.

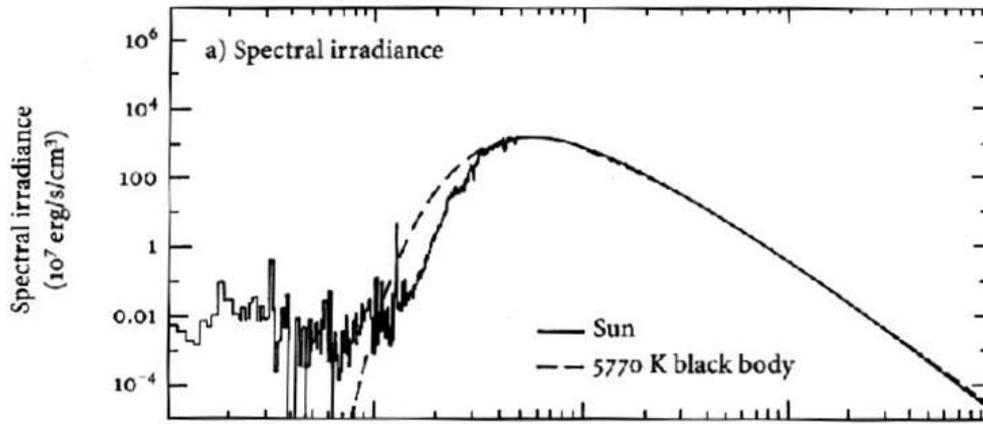


Figura 3.1: Espectro solar. Fuente [40].

3.1 Ley de Planck

Se puede asumir que la principal parte de la energía del Sol se emite siguiendo la ley de Planck:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (3.1)$$

y tiene unidades de intensidad: $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$, (sr es steradian, la unidad de ángulo sólido). El mejor ajuste corresponde a una temperatura de 5770 K. El máximo de emisión por unidad de longitud de onda se obtiene imponiendo $dB_\lambda/d\lambda = 0$ y verifica la Ley de Wien

$$\lambda_{max}T = b \quad (3.2)$$

con $b = 0,0028978 \text{ K m}$. Cuando nos interesa una región del espectro donde $h\nu \ll kT$ podemos utilizar la aproximación de Rayleigh-Jeans:

$$B_\nu(T) \approx \frac{2\nu^2}{c^2} kT \quad (3.3)$$

3.2 Intensidad y flujo

Energía emitida por superficie luminosa dA dentro de un ángulo sólido $d\omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ es:

$$dE_\nu = I_\nu(\theta) d\nu dt dA \cos\theta d\omega \quad (3.4)$$

La intensidad integrada en frecuencia o longitud de onda es

$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu = \int_\infty^0 I_\lambda d\lambda \quad (3.5)$$

y si $I_\nu = B_\nu(T)$ tenemos que la intensidad integrada es $I = \sigma T^4/\pi$. I_ν se mide en Jansky que tiene unidades de $\text{Watt m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$.

La **densidad de flujo** o simplemente **flujo** se obtiene integrando en ángulo sólido $d\omega$

$$F_\nu = \frac{1}{d\nu dt dA} \int_S dE_\nu = \int_S I_\nu \cos\theta d\omega \quad (3.6)$$

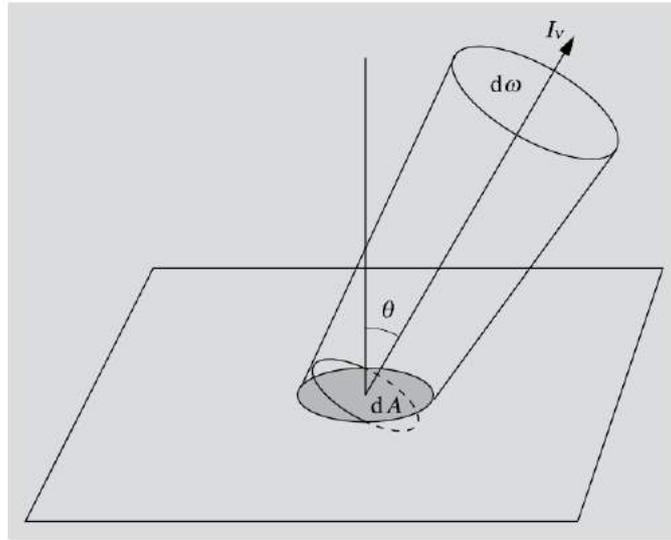


Figura 3.2: Superficie emisora. Fuente [29].

y si es isótropo (I independiente de θ):

$$F_v = I_v \int_S \cos \theta d\omega \quad (3.7)$$

El flujo isótropo saliente es

$$F_+ = I_v \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} \cos \theta \sin \theta d\phi = \pi I_v \quad (3.8)$$

de donde si $I_v = B_v(T)$ tenemos que el **flujo saliente integrado** es

$$F = \sigma T^4 \quad (3.9)$$

relación conocida como Ley de Stefan.

Asumiremos que el Sol es un cuerpo esférico de radio R_\odot , temperatura superficial uniforme T_\odot , flujo superficial F_\odot y luminosidad total L_\odot , por lo tanto se verifica

$$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 F_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \quad (3.10)$$

3.3 Transferencia radiativa

Si el medio no interactúa con los fotones la I se mantiene constante (no así el flujo). Si hay interacción tenemos en general

$$dI(r) = -I(r)\alpha(r)dr + j(r)dr \quad (3.11)$$

donde α es la **opacidad** del medio que causa una caída en la intensidad y el término $j(r)dr$ responde a la emisión del medio si la hubiera. Se define **profundidad óptica**:

$$d\tau = \alpha(r)dr \quad (3.12)$$

de donde

$$\frac{dI(\tau)}{d\tau} = -I(\tau) + S(\tau) \quad (3.13)$$

Table C.5 Astronomical Constants			
Symbol	Value in cgs Units	Value in SI Units	Quantity
AU	1.496×10^{13} cm	1.496×10^{11} m	Astronomical unit of distance
ly	9.4605×10^{17} cm	9.4605×10^{15} m	Light year
pc	3.086×10^{18} cm	3.086×10^{16} m	Parsec
M_{\odot}	1.989×10^{33} g	1.989×10^{30} kg	Solar mass
R_{\odot}	6.96×10^{10} cm	6.96×10^8 m	Solar radius
\mathcal{L}_{\odot}	3.827×10^{33} erg s^{-1}	3.827×10^{26} J s^{-1}	Solar luminosity
\mathcal{F}_{\odot}	1.37×10^6 erg $cm^{-2} s^{-1}$	1.37×10^3 J $m^{-2} s^{-1}$	Solar constant
M_{\oplus}	5.976×10^{27} g	5.976×10^{24} kg	Earth's mass
R_{\oplus}	6.378×10^8 cm	6.378×10^6 m	Earth's equatorial radius
$g_p(\text{eq})$	978 $cm s^{-2}$	9.78 $m s^{-2}$	Gravity at sea level on Earth's equator
$g_p(\text{pole})$	983 $cm s^{-2}$	9.83 $m s^{-2}$	Gravity at sea level at Earth's poles

Figura 3.3: Constantes astronómicas. Fuente [43].

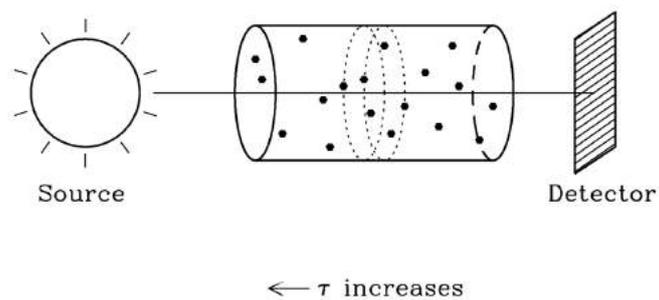


Figura 3.4: Profundidad óptica. En este caso la profundidad óptica se mide desde el detector pues es quien recibe los fotones.

donde $S = j/\alpha$ es la función fuente. Si S es independiente de τ la solución es

$$I(\tau) = S + (I(0) - S)e^{-\tau} \quad (3.14)$$

de donde podemos tener varios regímenes:

- si $\tau \gg 1$ tenemos $I(\tau) = S$
- si $S = 0$ tenemos $I(\tau) = I(0)e^{-\tau}$
- si hay ETL tenemos $S(\tau) \sim B(T(\tau))$

O sea que si el medio es muy opaco perdemos toda la información de la fuente original y lo que observamos es la emisión de la nube. Si la nube no emite entonces observo la fuente original extinguida. Y si hay Equilibrio Termodinámico Local, es decir se emite todo lo que se absorbe, entonces la emisión de la nube sigue la ley de Planck.

3.4 Camino libre medio de los fotones

Es la distancia recorrida l hasta que la intensidad cae en $1/e$, o sea que l es tal que $\tau = 1$ por lo que $l = 1/\alpha$. Los fotones que recibimos del Sol provienen de diferentes profundidades ópticas. El número de fotones que recibimos de una profundidad τ es proporcional a $e^{-\tau}$ y la profundidad óptica media de los fotones que recibimos se obtiene como

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \tau e^{-\tau} d\tau}{\int_0^{\infty} e^{-\tau} d\tau} = 1 \quad (3.15)$$

De donde, si el medio es ópticamente grueso **los fotones que recibimos son representativos de una región donde $\tau \sim 1$** . La imagen que tenemos de la fotosfera solar está compuesta de fotones que vienen en promedio de una profundidad óptica ~ 1 . Hacia el borde solar esa profundidad óptica corresponde a capas más frías que en el centro del disco solar lo cual produce un **oscurecimiento de borde**. Lo mismo aplica a las atmósferas planetarias: la radiación emitida (no la solar reflejada) por las atmósferas que recibimos es la generada a una profundidad óptica ~ 1 si es que son suficientemente profundas en el infrarrojo. En estos casos no recibimos la radiación emitida en la superficie sino en una capa superior de su atmósfera. Esto aplica especialmente para Venus y los planetas gigantes.

3.5 Extinción atmosférica

Si m_0 es la magnitud fuera de la atmósfera y m la observada (o sea en el rango visible) en el suelo:

$$m - m_0 = -2,5 \log \frac{I}{I_0} = \tau 2,5 \log e \simeq \tau \quad (3.16)$$

o sea que la extinción atmosférica en magnitudes es aproximadamente igual a la profundidad óptica de la atmósfera. Notable!

3.6 Flujo observado

Sea $F_{\odot} = \sigma T_{\odot}^4$ el flujo saliente del Sol (energía por unidad de tiempo y de área). La **luminosidad incidente** (potencia interceptada por el planeta de radio R a la distancia r) será:

$$L_{in} = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \pi R^2 \quad (3.17)$$

y la reflejada

$$L_{ref} = L_{in} A \quad (3.18)$$

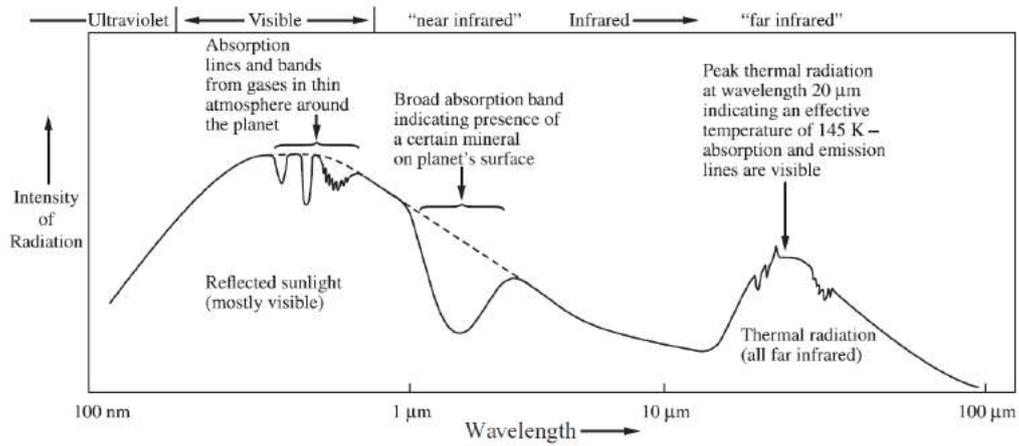


Figura 3.5: Espectro de reflexión y de emisión. Fuente [43]

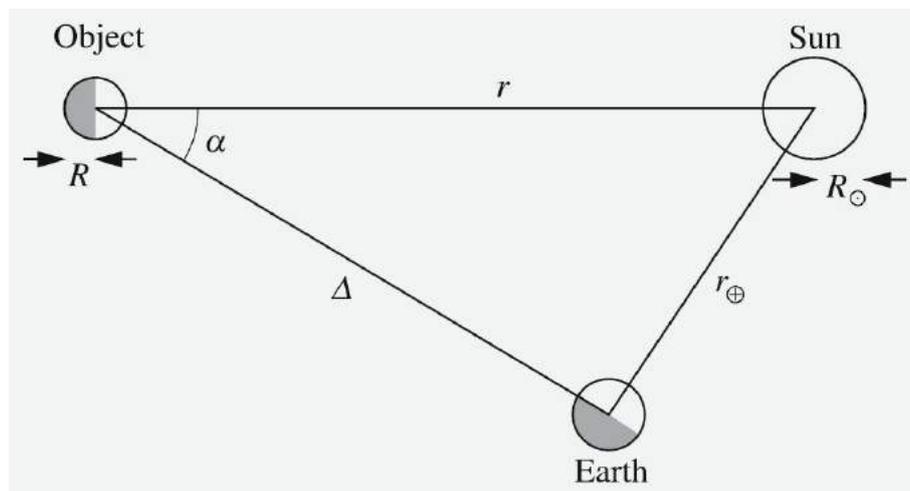


Figura 3.6: Geometría de observación de un planeta. Fuente [29].

donde A es el **albedo Bond**.

Flujo observado desde una distancia Δ a un cierto ángulo de fase α (energía por unidad de área y tiempo):

$$F_{ob}(\alpha) = \frac{L_{ref}}{4\pi\Delta^2} \phi(\alpha)C \quad (3.19)$$

donde $\phi(\alpha)$ es la **función de fase** tal que $\phi(0) = 1$. Si reflejara isotrópicamente en todas direcciones sería $\phi(\alpha)C = 1$, pero justamente la gracia es que la reflexión no es isotrópica. La función de fase depende de las propiedades superficiales microscópicas (como porosidad) y macroscópicas (relieve) que deben ser determinadas mediante la observación en diferentes ángulos de fase. La constante de normalización C se obtiene de

$$\int_S F_{ob}(\alpha) dS = L_{ref} \quad (3.20)$$

$$\int_S \frac{L_{ref}}{4\pi\Delta^2} \phi(\alpha) C dS = L_{ref} \quad (3.21)$$

$$\int_S \frac{1}{4\pi\Delta^2} \phi(\alpha) C dS = 1 \quad (3.22)$$

$$\int_{\alpha=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{1}{4\pi\Delta^2} \phi(\alpha) C \Delta \sin \alpha d\alpha d\varphi = 1 \quad (3.23)$$

de donde

$$C = 2 / \int_{\alpha=0}^{\pi} \phi(\alpha) \sin \alpha d\alpha \quad (3.24)$$

Ejercicio 3.1 Un asteroide se encuentra a 2.5 ua del Sol y a 2 ua de la Tierra. Su radio es $R = 100$ km, su albedo Bond es $A = 0,1$ y su función de fase sigue la ley de Lambert $\Phi(\alpha) = (\sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha) / \pi$. Hallar la densidad de flujo observado en la Tierra en esa configuración.

Nos piden

$$F_{ob}(\alpha) = \frac{L_{ref}}{4\pi\Delta^2} \phi(\alpha)C$$

con

$$L_{ref} = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \pi R^2 A$$

tenemos todos los datos, solo es necesario calcular la constante de normalización:

$$C = 2 / \int_{\alpha=0}^{\pi} \phi(\alpha) \sin \alpha d\alpha$$



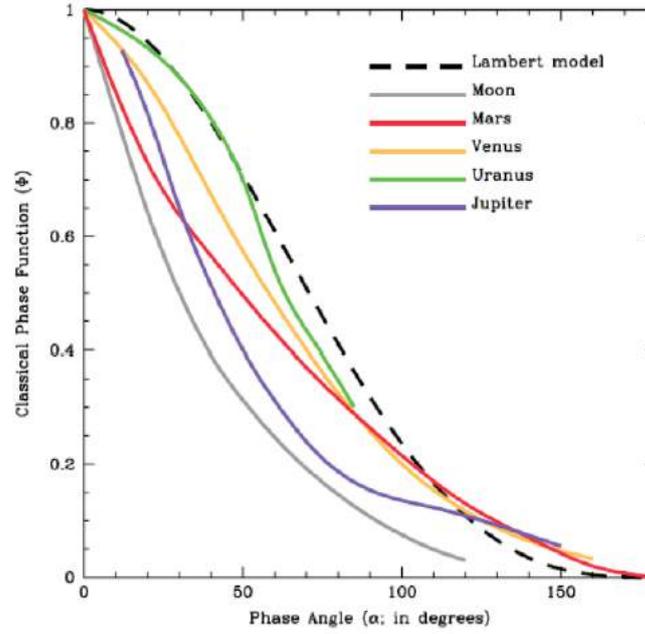


Figura 3.7: Algunas funciones de fase $\phi(\alpha)$ reales. Notar que $\phi(\alpha) \neq 0$ para $\alpha > 90$. Fuente [55].

3.7 Albedo Bond y geométrico.

El albedo Bond es integrado en todo el espectro y mide la fracción total de energía reflejada. Una superficie difusora plana ideal (Lambertiana, no es un espejo) se define como: $A_L = 1$, $\phi(\alpha) = \cos \alpha$ en $(0 < \alpha < \pi/2)$ y $\phi(\alpha) = 0$ en $(\pi/2 < \alpha < \pi)$. Se deduce que la constante es $C_L = 4$

Se llama **albedo geométrico** p la relación entre flujo observado en fase cero del objeto y el flujo que se observaría si fuera una superficie ideal constituida por un disco plano con la misma sección eficaz que el objeto:

$$p = \frac{F_{ob}(\alpha = 0)}{F_L} = \frac{CA}{C_L A_L} = \frac{CA}{4} \quad (3.25)$$

de donde el albedo Bond y el geométrico se relacionan como

$$A = pq \quad (3.26)$$

donde $q = 4/C = 2 \int_{\alpha=0}^{\pi} \phi(\alpha) \sin \alpha d\alpha$ es la **integral de fase** que para calcularla es necesario determinar observacionalmente la función de fase $\phi(\alpha)$. Pero el albedo geométrico también es igual al cociente del flujo reflejado en fase cero (no el observado! esto depende de la distancia a la que se encuentra el observador) dividido el flujo incidente. Veamos

$$F_{ref}(\alpha = 0) = \frac{L_{ref}}{4\pi R^2} \phi(\alpha = 0)C \quad (3.27)$$

y a su vez

$$L_{ref} = F_{inc} \pi R^2 A \quad (3.28)$$

de donde

$$\frac{F_{ref}(\alpha = 0)}{F_{inc}} = \frac{CA}{4} = p \quad (3.29)$$

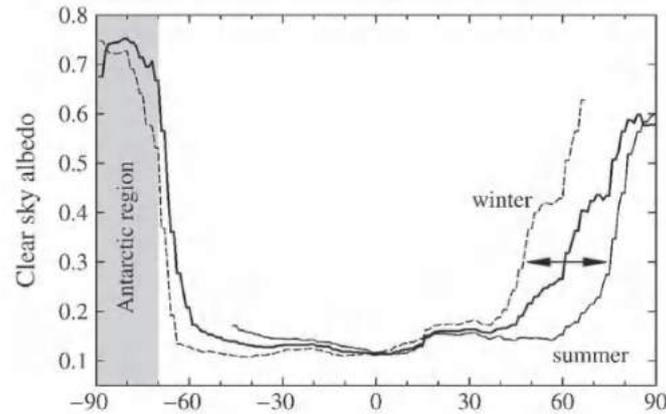


Figura 3.8: Albedo de la superficie terrestre promediado según latitud geográfica. Fuente [6].

Y como el flujo observado en fase cero es

$$F_{obs}(0) = \frac{L_{ref}}{4\pi\Delta^2} \phi(0)C = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2 \pi R^2 A}{r^2 4\pi\Delta^2} 1.C = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2 R^2 AC}{r^2 \Delta^2 4} = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2 R^2}{r^2 \Delta^2} p \quad (3.30)$$

de donde que el albedo geométrico y el flujo observado en fase cero quedan vinculados por datos conocidos. En general no conocemos $\phi(\alpha)$ pero siempre es posible observar el flujo en fase cero o próximo de cero y de ésta forma obtenemos el albedo geométrico si conocemos el radio (r y Δ suelen ser conocidos por métodos dinámicos). Sólo cuando se puede calcular la integral de fase q podemos conocer el albedo Bond, que es fundamental para deducir la radiación absorbida y de allí su temperatura de equilibrio. Notar que si la integral de fase es suficientemente pequeña el albedo geométrico puede ser mayor que 1. Otra forma de conocer el albedo es midiendo la radiación infrarroja reemitida como explicamos en 3.9.

3.8 Magnitud observada y absoluta

La relación entre el flujo observado de un cuerpo y el Sol y sus magnitudes es por definición

$$m - m_{\odot} = -2,5 \log \frac{F_{obs}}{F_{Sol}} \quad (3.31)$$

donde m_{\odot} es la magnitud observada del Sol, que en el visual es $m_{\odot} = -26,74$ y F_{Sol} es el flujo observado en la Tierra del Sol que se relaciona con el flujo saliente solar F_{\odot} como

$$F_{Sol} = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{(1ua)^2} \quad (3.32)$$

Ejercicio 3.2 Un asteroide que se encuentra a $r = 3$ ua del Sol y se encuentra en oposición se observa con magnitud aparente $m = 13$. Sabiendo que su radio es $R = 50$ km hallar su albedo geométrico.

Como se encuentra en oposición $\alpha = 0$ y $\Delta = r - 1 = 2$ ua. Entonces

$$m - m_{\odot} = -2,5 \log \frac{F_{obs}}{F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{(1ua)^2}} = -2,5 \log \left[p \frac{R^2 (1ua)^2}{r^2 \Delta^2} \right] = -2,5 \log p + 36,28$$

de donde obtenemos $p = 0,04$. ■

Dado que

$$F_{ob}(\alpha) = cte \frac{\phi(\alpha)}{(r\Delta)^2} \quad (3.33)$$

por definición de magnitud observada tenemos

$$m = cte' - 2,5 \log F_{ob}(\alpha) = H + 5 \log(r\Delta) - 2,5 \log \phi(\alpha) \quad (3.34)$$

donde H (también conocida como $V(1,0)$) es la **magnitud absoluta**, la magnitud observada imponiendo $r = \Delta = 1$ ua y $\alpha = 0$ (lo cual geoméricamente es imposible, no panic!).

Ejercicio 3.3 (parcial mayo 2014) Un asteroide que se encuentra a $r = 2,5$ ua del Sol y a $\Delta = 2$ ua de la Tierra se observa con magnitud aparente $m = 15$. Asumiendo que su función de fase es $\phi(\alpha) = (\cos(\alpha) + 1)/2$ hallar su magnitud absoluta H . Sabiendo que su albedo geométrico es $p = 0,1$ hallar su albedo Bond.

El ángulo de fase resulta $\alpha = 22,3$, de donde $\phi(\alpha) = 0,9625$ y por lo tanto $H = 11,46$. El albedo Bond es

$$A = pq = p2 \int_{\alpha=0}^{\pi} \phi(\alpha) \sin \alpha d\alpha = 0,2$$

3.9 Temperatura superficial de equilibrio

La hipótesis fundamental que haremos es la del **equilibrio térmico**, es decir que toda la radiación absorbida es reemitida. La luminosidad absorbida por un cuerpo esférico de radio R y albedo Bond A es:

$$L_{abs} = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \pi R^2 (1 - A) \quad (3.35)$$

La luminosidad reemitida, ignorando fuentes internas de calor:

$$L_{em} = \sigma T^4 S \quad (3.36)$$

Con $S = 4\pi R^2$ para rotador rápido y $S = 2\pi R^2$ para lento (solo reemite en el hemisferio iluminado). Si la superficie está en equilibrio térmico se igualan y obtenemos

$$T_{eq}^4 = T_{\odot}^4 \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \frac{(1 - A)}{4} \quad (3.37)$$

para rotador rápido (para lento se cambia el 4 por un 2). La T_{eq} es la predicha por la teoría en base a la radiación absorbida en la hipótesis de que luego es reemitida. Ver que si logramos medir esta radiación reemitida podemos deducir directamente T_{eq} y deducir de allí el albedo. Conociendo el albedo y la radiación reflejada puedo deducir el radio del objeto. Este procedimiento es fundamental para conocer el tamaño de objetos pequeños.

Hay que tener en cuenta que la luminosidad observada puede ser superior a la absorbida debido a eventuales fuentes internas de calor. Ajustando la luminosidad observada a la emisión de un cuerpo negro se define la llamada **temperatura efectiva**, T_{ef} . Esto es especialmente importante en los planetas gigantes pues claramente emiten más energía de la que reciben por lo cual deben tener fuentes internas de calor. En un planeta con atmósfera la temperatura efectiva y de equilibrio sería

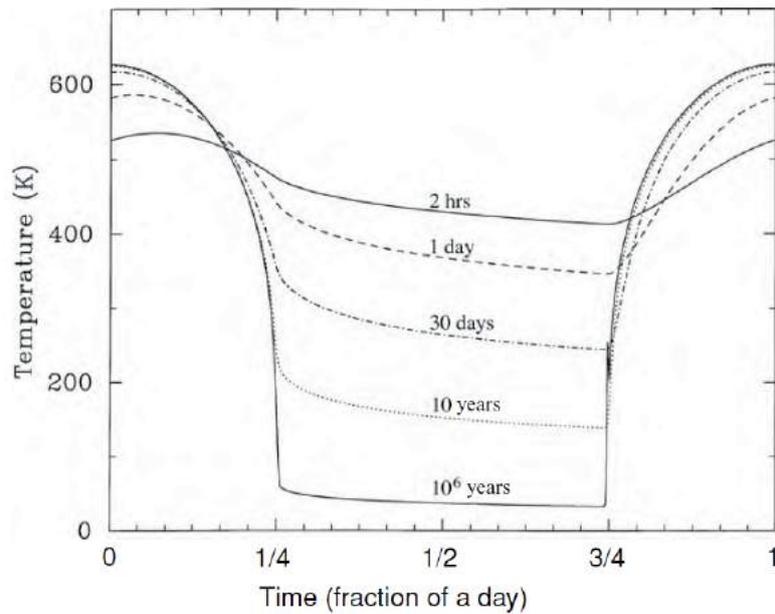


Figura 3.9: Temperatura de equilibrio según período de rotación para un planeta como Mercurio. Fuente [43].

la temperatura en el tope de la atmósfera, es decir de donde salen los fotones observados, no en la superficie.

Asumimos que el intercambio de calor se realiza en la superficie del cuerpo. O sea que no consideramos la variación de la temperatura hacia el interior. Como veremos en el capítulo de superficies, la radiación solar calienta básicamente la superficie y afecta muy poco a su interior inmediato.

3.10 Temperatura subsolar

Si es un rotador lento, el flujo absorbido por un elemento de área de superficie que tiene al Sol a una distancia cenital z es

$$F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \cos z (1 - A) \quad (3.38)$$

y el reemitido

$$\sigma T^4 \quad (3.39)$$

igualando se obtiene la temperatura en función de z , $T(z)$. La temperatura subsolar es la correspondiente al Sol en el cenit ($z = 0$).

3.11 Insolación

La insolación es la cantidad de energía solar, Q , recibida por un elemento de área al cabo de un día:

$$Q = \int_{t_{sal}}^{t_{pue}} F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \cos z dt \quad (3.40)$$

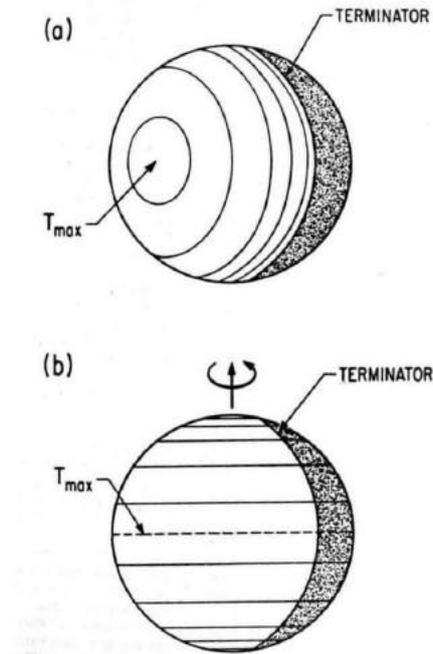


Figura 3.10: Distribución de temperaturas para rotador lento (Mercurio, Luna) y rápido (Tierra).

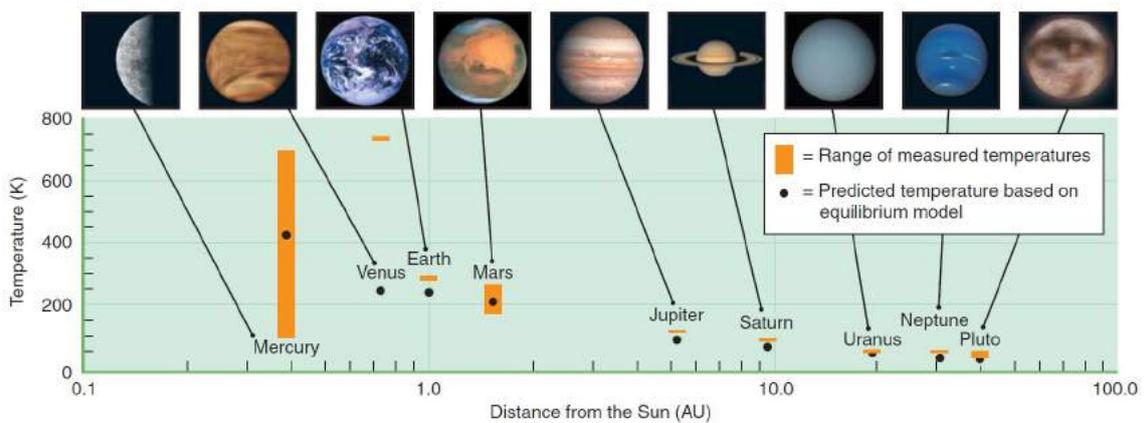


Figura 3.11: Temperaturas superficiales de equilibrio y observadas. Fuente [30].

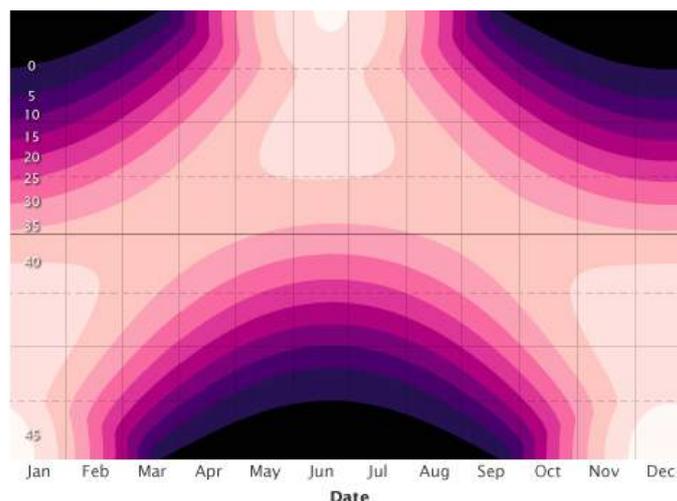


Figura 3.12: Insolación en Tierra. La variación de la distancia al Sol genera un pequeño efecto.

se hace el cambio de variable a ángulo horario

$$dH_{\odot} = \frac{2\pi}{P} dt \quad (3.41)$$

y usamos (de Astronomía Fundamental! no se acuerdan?)

$$\cos z = \sin \phi \sin \delta_{\odot} + \cos \phi \cos \delta_{\odot} \cos H_{\odot} \quad (3.42)$$

obteniendo

$$Q(r, \delta_{\odot}, \phi) = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \frac{P}{\pi} (\sin \phi \sin \delta_{\odot} H_p + \cos \phi \cos \delta_{\odot} \sin H_p) \quad (3.43)$$

donde H_p es el ángulo horario de puesta del Sol ($\cos H_p = -\tan \phi \tan \delta_{\odot}$) y P es la duración del día o período sinódico de rotación del objeto. ϕ es la latitud del punto y δ_{\odot} es la declinación del Sol para ese día visto desde el planeta (y que depende de la oblicuidad de su eje de rotación y de su posición orbital). En los rotadores rápidos el período sinódico y sidéreo son muy parecidos pero en rotadores lentos son muy diferentes. En el caso de Mercurio el período sinódico es 176 días terrestres, es decir, exactamente igual a 2 años mercurianos debido a una resonancia spin-orbita. En términos de velocidades angulares como $\omega_{sin} = \omega_{sid} - \omega_{orb}$ tenemos

$$\frac{1}{P_{sin}} = \frac{1}{P_{sid}} - \frac{1}{P_{orb}} \quad (3.44)$$

En el caso de Mercurio $\omega_{sid} = 1,5\omega_{orb}$ y por lo tanto $\omega_{sin} = 0,5\omega_{orb}$. Si bien el período de rotación sidérea es menor al año mercuriano su *día* es mayor y exactamente igual a 2 años mercurianos, detalle que muy pocos textos resaltan.

Las variaciones periódicas en la insolación generan las **estaciones**. Y las variaciones de largo plazo debido a cambios orbitales o en el eje de rotación planetario generan **cambios climáticos**.

3.12 Presión de radiación (tamaños entre 10^{-7} y 10^{-5} m)

El efecto es especialmente importante para partículas del orden de $10^{-7} - 10^{-6}$ m y altamente dependiente de la composición de la partícula. Generado por la **transferencia de momento lineal de los fotones a las partículas** de polvo lo cual genera una perturbación en la dirección radial en

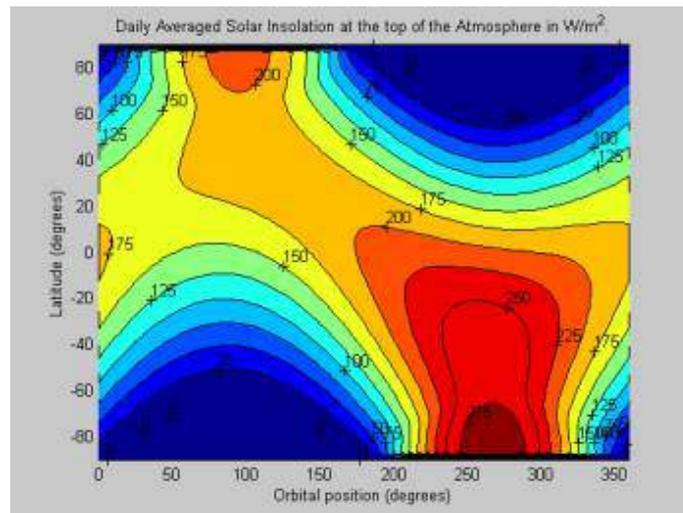


Figura 3.13: Insolación en Marte: es notorio el efecto de la variación de distancia al Sol. En el verano del hemisferio sur la insolación es muy superior a la del norte.

Table E.2 Terrestrial Planets: Geophysical Data				
	Mercury	Venus	Earth	Mars
Mean radius R (km)	2440	6051.8	6371.0	3389.9
Mass ($\times 10^{24}$ kg)	0.3302	4.8685	5.9736	0.64185
Density (kg m^{-3})	5427	5204	5515	3933
Flattening ϵ			1/298.257	1/154.409
Semimajor axis			6378.136	3397
Sidereal rotation period	58.6462 d	-243.0185 d	23.934 19 h	24.622 962 h
Mean solar day (in days)	175.9421	116.7490	1	1.027 490 7
Polar gravity (m s^{-2})			9.832 186	3.758
Equatorial gravity (m s^{-2})	3.701	8.870	9.780 327	3.690
Core radius (km)	~1600	~3200	3485	~1700
Obliquity to orbit (deg)	~0.1	177.3	23.45	25.19
Sidereal orbit period (yr)	0.240 844 5	0.615 182 6	0.999 978 6	1.880 711 05
Escape velocity v_e (km s^{-1})	4.435	10.361	11.186	5.027
Geometric albedo	0.106	0.65	0.367	0.150

Figura 3.14: Principales propiedades físicas de los planetas terrestres. Fuente [43].

Table E.3 Giant Planets: Physical Data				
	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune
Mass (10^{24} kg)	1898.6	568.46	86.832	102.43
Density (kg m^{-3})	1326	687.3	1318	1638
Equatorial radius (1 bar) (km)	71 492 \pm 4	60 268 \pm 4	25 559 \pm 4	24 766 \pm 15
Polar radius (km)	66 854 \pm 10	54 364 \pm 10	24 973 \pm 20	24 342 \pm 30
Volumetric mean radius (km)	69 911 \pm 6	58 232 \pm 6	25 362 \pm 12	24 624 \pm 21
Flattening ϵ	0.064 87	0.097 96	0.022 93	0.017 1
Sidereal rotation period	9 ^h 55 ^m 29 ^s .71	10 ^h 32 ^m 35 ^s \pm 13	-17 ^h 14 ^m	16 ^h
Hydrostatic flattening ^a	0.065 09	0.098 29	0.019 87	0.018 04
Equatorial gravity (m s^{-2})	23.12 \pm 0.01	8.96 \pm 0.01	8.69 \pm 0.01	11.00 \pm 0.05
Polar gravity (m s^{-2})	27.01 \pm 0.01	12.14 \pm 0.01	9.19 \pm 0.02	11.41 \pm 0.03
Obliquity (deg)	3.12	26.73	97.86	29.56
Sidereal orbit period (yr)	11.856 523	29.423 519	83.747 407	163.723 21
Escape velocity v_e (km s^{-1})	59.5	35.5	21.3	23.5
Geometric albedo	0.52	0.47	0.51	0.41

Figura 3.15: Principales propiedades físicas de los planetas jovianos. La rotación de los gigantes se deduce considerando las variaciones en sus campos magnéticos. Fuente [43].

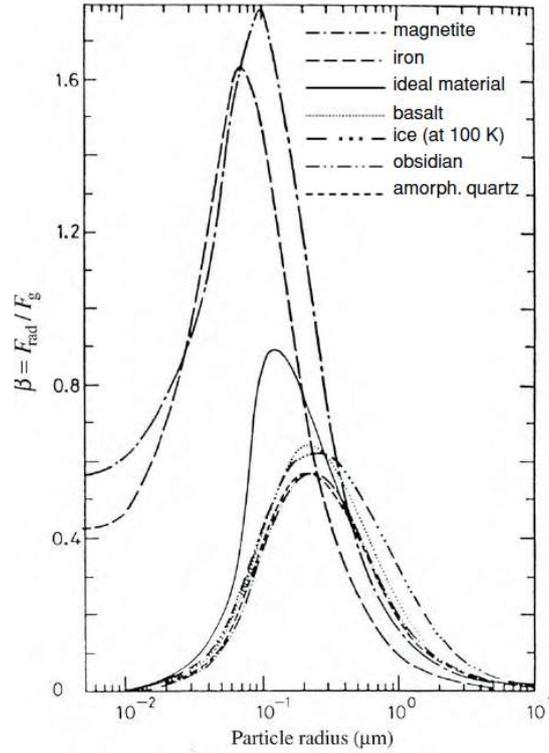


Figura 3.16: β para diferentes tamaños y composiciones. Fuente [43].

sentido saliente. Los fotones absorbidos luego son reemitidos pero en forma isotrópica por lo cual la reemisión no genera ningún efecto neto. La fuerza de los fotones sobre la partícula de radio R se relaciona con el momento transferido como:

$$F_{rad} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta mc}{\Delta t} = \frac{\Delta mc^2}{\Delta t} \frac{1}{c} = \frac{\Delta \epsilon}{\Delta t} \frac{1}{c} = \frac{L_{\odot} \pi R^2}{4\pi r^2} Q_{pr} \frac{1}{c} \quad (3.45)$$

siendo Q_{pr} un coeficiente que indica la eficiencia de la interacción de la radiación con la partícula y depende fuertemente del tamaño pues si la partícula es de tamaño comparable o menor que la longitud de onda de la radiación no hay interacción y $Q_{pr} = 0$. La fuerza gravitacional del Sol es

$$F_g = \frac{GM_{\odot} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{r^2} \quad (3.46)$$

de donde

$$\frac{F_{rad}}{F_g} = \frac{3L_{\odot} Q_{pr}}{16\pi c GM_{\odot} R \rho} = cte \frac{Q_{pr}}{R \rho} \equiv \beta \quad (3.47)$$

Resultando la gravedad efectiva:

$$(1 - \beta) \frac{GM_{\odot} m}{r^2} \quad (3.48)$$

Donde β depende del tamaño, densidad y composición de la partícula. Si β es pequeño el movimiento es una elipse pero con período orbital mayor al Kepleriano pues el fenómeno es equivalente a una partícula atraída por un Sol con masa $(1 - \beta)M_{\odot}$. Si $\beta \sim 1$ o mayor la partícula escapa.

3.13 Frenado Poynting-Robertson (tamaños entre mm y cm)

Para partículas mayores a 10^{-5} m la presión de la radiación es pequeña y se hace evidente otra componente del mismo problema y es que existe un **efecto de aberración en la incidencia de los fotones** que ejerce una presión extra sobre el hemisferio que apunta hacia adelante. Recordemos que un observador con velocidad v formando un ángulo θ con la dirección de la fuente, por efecto de la aberración de la luz verá la fuente desplazada $\Delta\theta = \frac{v}{c} \sin \theta$. Una partícula en órbita circular ($\theta = 90^\circ$) recibe los fotones solares con una potencia dada por

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} = \frac{L_\odot \pi R^2}{4\pi r^2} Q_{pr} \quad (3.49)$$

pero debido al efecto de aberración de la luz habrá un exceso de absorción v/c en la cara que va en dirección del movimiento. La fuerza neta del efecto es contraria al movimiento y dada por

$$F_{PR} = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} \frac{1}{c} \frac{v}{c} = \frac{L_\odot R^2}{4r^2 c} \frac{v}{c} Q_{pr} \quad (3.50)$$

que genera un frenado y la partícula cae espiraleando al Sol. Si la órbita no es circular se prueba que la excentricidad orbital también decrece hasta convertirse en circular. Si bien esta explicación parece convincente y el resultado es correcto en realidad el efecto Poynting-Robertson es un efecto relativista y su correcta deducción solo puede ser realizada en una formulación relativista, asunto sobre el que aún se siguen publicando trabajos (ver [31]). Lo que importa en todo caso es que el efecto Poynting-Robertson es debido a una componente no radial de la presión de radiación. Notar que $F_{pr}/F_{PR} = c/v$ por lo que la relación es independiente del tamaño de la partícula y siempre es mayor la presión (radial) de la radiación (ver figura 3.17). Lo que ocurre es que los efectos orbitales dependen de la magnitud de la presión de la radiación frente a la atracción solar: si es grande (β grande), la perturbación radial domina y la partícula es expulsada hacia afuera pero si es pequeña la perturbación radial acaba anulándose (como vimos en la discusión sobre resonancias orbitales) y no así la transversa (el efecto Poynting-Robertson). Por esta razón, a pesar de que F_{pr}/F_{PR} es independiente del tamaño las partículas pequeñas son expulsadas mientras que las mas grandes caen hacia el Sol.

3.14 Efecto Yarkovsky (tamaños entre m y km)

Efecto relevante para asteroides del orden de m a 10 km. **Debido a la inercia térmica** un cuerpo suficientemente grande tiene más caliente el hemisferio en donde transcurre la tarde-noche y por lo tanto emitirá más energía en ese hemisferio generando un empuje. Hagamos un razonamiento bien simplificado para tener una idea del orden de magnitud del fenómeno. En un lapso Δt un asteroide emite en un hemisferio como

$$\varepsilon = \sigma T^4 2\pi R^2 \Delta t \quad (3.51)$$

pero si hay una diferencia de temperatura ΔT entre un hemisferio y otro (tarde y mañana) la diferencia de emisión entre ambos hemisferios podemos estimarla como

$$\Delta\varepsilon \sim \frac{d\varepsilon}{dT} \Delta T = 4\sigma T^3 2\pi R^2 \Delta T \Delta t \quad (3.52)$$

Esta diferencia genera una fuerza transversa neta sobre la región más caliente en dirección entrante

$$F_Y \sim \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} \frac{1}{c} = \frac{4\sigma T^3 2\pi R^2}{c} \Delta T \quad (3.53)$$

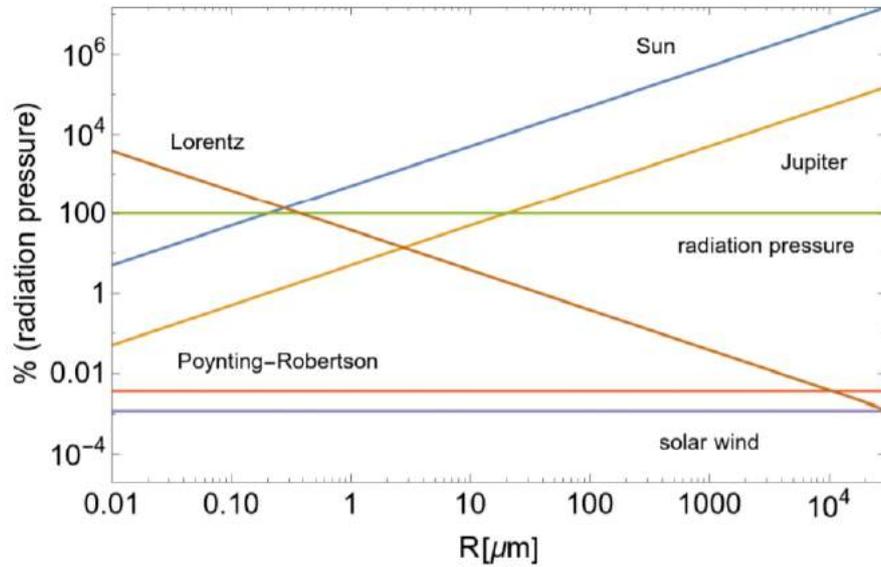


Figura 3.17: Magnitud de las fuerzas evaluadas en un grano de densidad 2.8 gr/cc localizada 8 ua del Sol en relación a la presión de radiación. Se indica la fuerza solar, la de Júpiter y la fuerza de Lorentz originada por el campo magnético interplanetario sobre el grano asumiendo una carga de 5 V. La fuerzas gravitacionales del Sol y Júpiter son independientes del tamaño pero en relación a la presión de radiación crecen. Fuente [42].

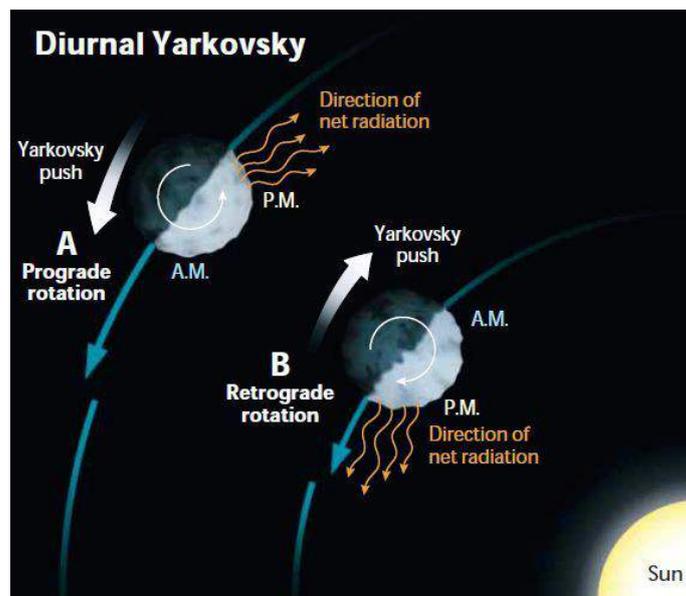


Figura 3.18: Efecto Yarkovsky.

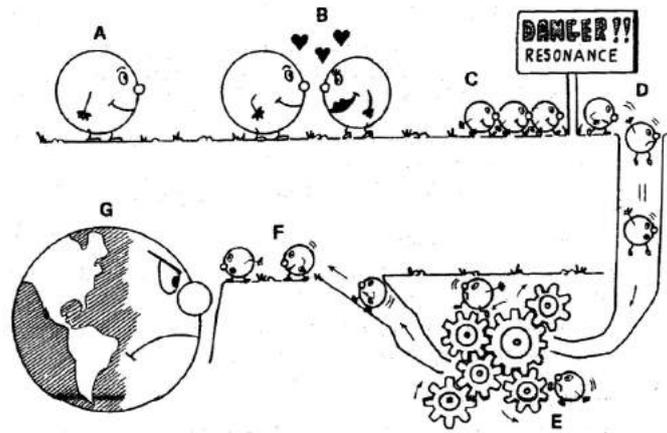


Figura 3.19: Icónico cómic de V. Zappala explicando el origen de los meteoritos.

Esa es la fuerza, la aceleración la obtenemos dividiendo por la masa del asteroide supuesto esférico

$$a_Y \sim \frac{4\sigma T^3 2\pi R^2}{c \frac{4}{3}\pi R^3 \rho} \Delta T = \frac{6\sigma T^3}{cR\rho} \Delta T \quad (3.54)$$

donde ΔT depende de la inercia térmica, la conductividad del material y del tamaño entre otros parámetros. Si es muy buen conductor o si el cuerpo es muy pequeño (y por tanto su temperatura es casi uniforme) $\Delta T \sim 0$ y no hay efecto. Para objetos muy alejados las temperaturas serán bajas y el efecto también. El efecto genera un crecimiento del semieje orbital si la rotación es prógrada (hemisferio más caliente está en dirección opuesta al movimiento) y un decrecimiento del semieje si es retrograda (hemisferio más caliente está en la dirección del movimiento). Para un objeto de 1 km de diámetro un valor típico del efecto en el semieje es de 10^{-4} ua por millón de años, parece poco pero es suficiente para dejar una huella detectable. En la sección 2.2 calcularemos un ejemplo.

El efecto Yarkovsky explicaría el hecho de que los meteoritos metálicos en general presentan una edad de exposición a los rayos cósmicos superior a la de los pétreos. Cuando un asteroide se destruye por impacto y genera una familia de fragmentos estos comienzan a ser expuestos a los rayos cósmicos y a la vez son sometidos al efecto Yarkovsky que es más notable en los pétreos. Estos meteoroides pétreos migran entonces más rápido que los metálicos y alcanzan rutas dinámicas gravitacionales (por lo tanto independientes de la masa) hacia la Tierra antes que los metálicos. Esas rutas son resonancias (ver 2.7) que elevan la excentricidad rápidamente y los ponen en ruta de colisión con la Tierra hasta que se transforman en bólidos al encuentro con la atmósfera y, si sobreviven, en meteoritos. Los metálicos tienen el mismo destino pero por migrar más lentamente estarán más expuestos a los rayos cósmicos.

3.15 Efecto YORP (asteroides)

Este modelo muy ideal que hemos visto representa el efecto **diurno**, también hay uno **estacional** debido a las variaciones anuales de temperatura. El efecto Yarkovsky también genera un momento que modifica la orientación del eje y la velocidad de rotación del asteroide y se conoce como YORP. Este efecto parece ser la principal causa de disrupción de asteroides por exceso de velocidad de rotación generando asteroides binarios y múltiples lo que a su vez prueba la escasa cohesión de algunos asteroides. YORP domina completamente la rotación de los asteroides haciendo que las oblicuidades de los ejes de rotación se acumulen hacia 0 y 180. Ver más sobre Yarkovsky y YORP en [7].

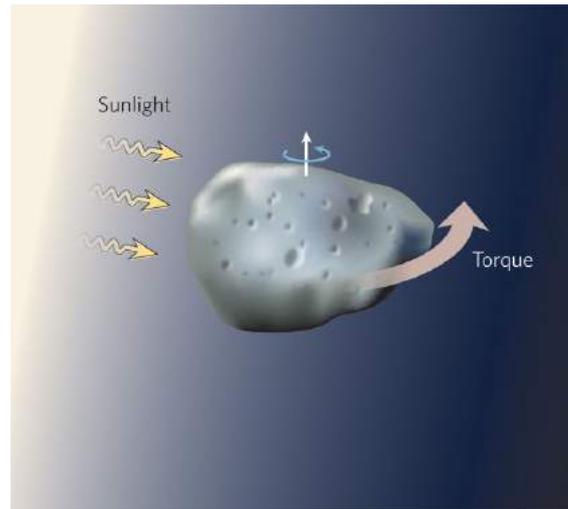


Figura 3.20: Efecto YORP.

Ejercicio 3.4 Hallar da/dt para una partícula sometida al frenado PR. La fuerza neta del efecto Poynting-Robertson era

$$F_{PR} = \frac{L_{\odot} R^2 v}{4r^2 c} Q_{pr}$$

y la aceleración será F_{PR}/m donde $m = \rho R^3 \pi 4/3$ es la masa. Si la órbita es cuasi circular ($\dot{r} \sim 0, r \sim a, h \sim rv, v^2 \sim \mu/a$) el semieje varía como

$$\frac{da}{dt} = \frac{2ah}{\mu} T = -\frac{3L_{\odot}}{8\pi c^2 a R \rho} Q_{pr}$$

o sea disminuye sistemáticamente y la partícula cae al Sol. Aplicación numérica: si $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $Q_{pr} = 1$, $R = 10^{-4}$, $a = 1 \text{ ua}$, tenemos $da/dt = 0,034 \text{ m/s}$. A ese ritmo en unos 100.000 años llega al Sol. ■

Ejercicio 3.5 Estimar da/dt en función de ΔT debido al efecto Yarkovsky para un asteroide en órbita circular de $a = 2,5 \text{ ua}$ de $R = 1000 \text{ m}$, $\rho = 2000$, $A = 0,15$

$$\frac{da}{dt} = \frac{2ah}{\mu} a_Y = \frac{2a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \frac{6\sigma T^3}{cR\rho} \Delta T$$

donde $\sqrt{\mu} = \sqrt{GM_{\odot}}$ y tomamos como temperatura la de equilibrio

$$T^4 = T_{\odot}^4 \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \frac{(1-A)}{4}$$

de donde $T = 175 \text{ K}$ y obtenemos $\frac{da}{dt} = 2,5 \times 10^{-5} \Delta T \text{ ua por millón de años}$. Considerando que ΔT es de algunos grados tenemos un efecto de 10^{-4} ua/Ma . ■

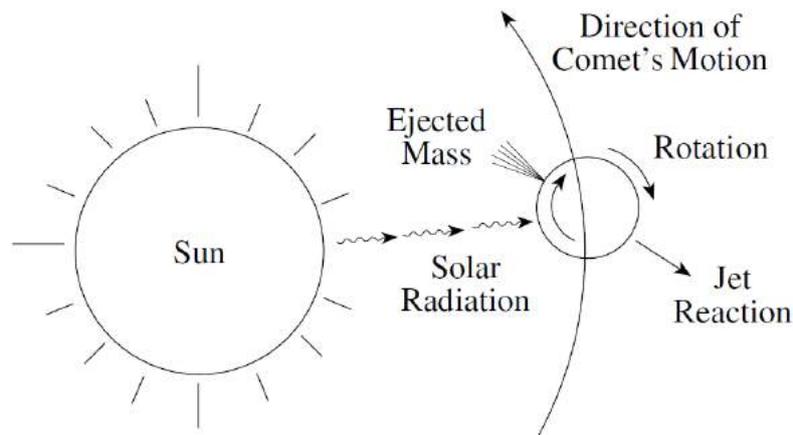


Figura 3.21: Fuerzas no gravitacionales en cometas. Fuente [36].

3.16 Fuerzas no gravitacionales en cometas

La radiación solar sobre los hielos superficiales genera jets de gas que actúan como cohetes impulsando al cometa en la dirección del movimiento (si rotan en sentido directo) o en la dirección contraria al movimiento (si rotan en sentido retrogrado). Es un efecto análogo al de la inercia térmica pero lo que se emite es gas y polvo, no fotones. Es muy irregular, notorio y difícil de modelar a pesar de lo cual se suele utilizar como perturbación la expresión

$$(R, T, N) = g(r)(A_1, A_2, A_3) \quad (3.55)$$

donde A_1, A_2, A_3 son constantes para cada cometa y $g(r)$ es una función que va disminuyendo al crecer r . En principio la perturbación radial A_1 no genera mayores cambios, la A_3 es pequeña y la que genera variaciones en el semieje del cometa es A_2 por ser transversa y por lo tanto afectar su velocidad orbital. Ver [15].

3.17 Frenado por viento solar (menores a 10^{-7} m)

El viento solar no es radiación electromagnética sino un flujo de protones y electrones eyectados por el Sol y cuyo efecto más conocido es el de la formación de las colas iónicas de los cometas. El flujo de partículas cargadas proveniente del Sol arrastra los iones presentes en las atmósferas cometarias generando la cola iónica azulada y recta en dirección casi (debido al efecto de aberración como ocurre con la lluvia) opuesta al Sol. La otra cola de los cometas (curvada) es la de polvo generada por la presión de radiación. Pero un efecto menos conocido del viento solar es el efecto de frenado que produce este viento en partículas pequeñas menores a 10^{-7} m pues al ser su tamaño inferior a la longitud de onda de la radiación solar resultan transparentes a esta y no interactúan con ella por lo que el efecto de la interacción con los protones y electrones del viento solar se hace evidente. Son básicamente protones solares que impactan a las partículas con velocidad relativa del orden de 10^2 km/s con componentes radial y transversa. La componente radial afecta el período orbital de la partícula como en el caso de la presión de radiación pero la componente transversa, originada en el **efecto de aberración del flujo de protones** observado desde la partícula, la frena. Análogo a Poynting-Robertson pero como $v_{vs} \ll c$ el efecto de aberración es más importante y la partícula se frena y cae al Sol. Este efecto de frenado solo ocurre en las partículas más pequeñas, en partículas mayores la presión de la radiación domina generando un empuje hacia afuera del sistema. Ver sección 8.10.

3.18 Problemas

Problema 3.1 Una nube fría interestelar esférica de radio R y densidad uniforme y coeficiente de absorción α pasa por delante de una estrella. Hallar la intensidad de la radiación recibida por el observador en función de la distancia Δ entre las proyecciones en el cielo del centro de la nube y la estrella.

Problema 3.2 Una nube que pasa delante de una estrella disminuye su intensidad observada a la décima parte. Hallar la profundidad óptica de la nube, τ , y la variación en la magnitud observada.

Problema 3.3 Del estudio fotométrico de un asteroide se deduce que la radiación total reflejada es la mitad de la emitida en infrarrojo. Calcular el albedo Bond del asteroide.

Problema 3.4 Calcular la temperatura de equilibrio de la Luna. (a) Suponiendo que es rotador rápido. (b) Suponiendo rotador lento y en función de la altura del Sol visto desde la Luna. Albedo Bond de la Luna $A = 0,123$.

Problema 3.5 Un asteroide se mueve en una órbita circular de radio 2.5 ua coplanar con la eclíptica. La magnitud aparente del asteroide en la oposición es $m_1 = 15,2$ y cuando alcanza el ángulo de fase máximo α_m es $m_2 = 16,8$. Si $\Phi(\alpha)$ es la función de fase, calcular el cociente $\Phi(\alpha_m)/\Phi(0)$.

Problema 3.6 Un asteroide de rotación rápida tiene un albedo Bond $A = 0,25$ y se encuentra en oposición ($\alpha = 0$) a una distancia heliocéntrica $r = 2,6$ ua. Asumiendo que su albedo geométrico también es 0.25 y que es independiente de la longitud de onda, deducir a partir de qué longitud de onda, λ , el flujo recibido en la Tierra proveniente de la radiación térmica del asteroide pasa a ser mayor que el flujo recibido en la Tierra proveniente de la luz solar reflejada.

Problema 3.7 Plutón tiene un semieje orbital $a = 39,5$ ua y una excentricidad orbital de $e = 0,25$. Asumiendo rotación lenta y sabiendo que su albedo es $A = 0,55$ hallar su temperatura de equilibrio en el perihelio y en el afelio. Suponiendo que se encuentra en oposición hallar la relación de flujos reflejados recibidos en la Tierra F_{per}/F_{afe} . Hallar el error en la temperatura considerando que el error en el albedo es 0.1

Problema 3.8 Si R es el radio en km de un asteroide esférico, H su magnitud absoluta y p su albedo geométrico probar que

$$R \simeq \frac{670}{\sqrt{p}} 10^{-H/5}$$

Problema 3.9 Calcular la relación entre la insolación recibida el 21 de junio y la recibida el 21 de diciembre en la Tierra despreciando la absorción de la atmósfera para un lugar de $\phi = -35^\circ$. Suponer órbita circular para la Tierra. Si la oblicuidad del eje de rotación terrestre fuera cero, cual sería la insolación?

Problema 3.10 Calcular el período orbital entorno del Sol para un grano de polvo con $\beta = 0,3$ y semieje mayor $a = 1$ ua.

Problema 3.11 (parcial 2020) Se observa un asteroide en oposición a una distancia $\Delta = 1$ ua de la Tierra (o sea que $r = 2$ ua). Su magnitud aparente es $m = 10$. Analizando su espectro de emisión en el infrarrojo se puede deducir una temperatura de equilibrio $T_e = 190$ K. Asumiendo que es esférico de rotación rápida y que su albedo Bond es igual a su albedo geométrico hallar su radio R .



4. Atmósferas

Conceptos fundamentales

- Las atmósferas actuales son el resultado de un largo proceso evolutivo de pérdidas, generación de gases y evolución química que aun continúa.
- La escala de altura es el parámetro fundamental que describe la estructura vertical de las atmósferas.
- Cuando el camino libre medio de las moléculas es igual a la escala de altura estamos en el inicio de la exósfera pero (en el presente) solo una pequeña fracción tiene la velocidad superior a la velocidad de escape.
- El perfil térmico en la alta atmósfera depende de la capacidad que tengan las moléculas existentes de absorber la radiación solar
- La temperatura en la troposfera está determinada por el balance de calor con la superficie planetaria que depende de la opacidad atmosférica en el IR (efecto invernadero).
- El calor se transporta a lo largo de la atmósfera fundamentalmente por convección y radiación.
- La circulación atmosférica está determinada por la rotación y las diferencias superficiales de temperatura.
- El porcentaje de CO₂ en Venus, Tierra y Marte es similar pero en la Tierra se encuentra no en la atmósfera sino fundamentalmente integrado a su superficie y océanos.
- Convencionalmente en los planetas gigantes se llama atmósfera a la región por encima del nivel de 1 atmósfera de presión.
- En los planetas gigantes el período de rotación no se deduce de sus "superficies" sino de sus campos magnéticos.

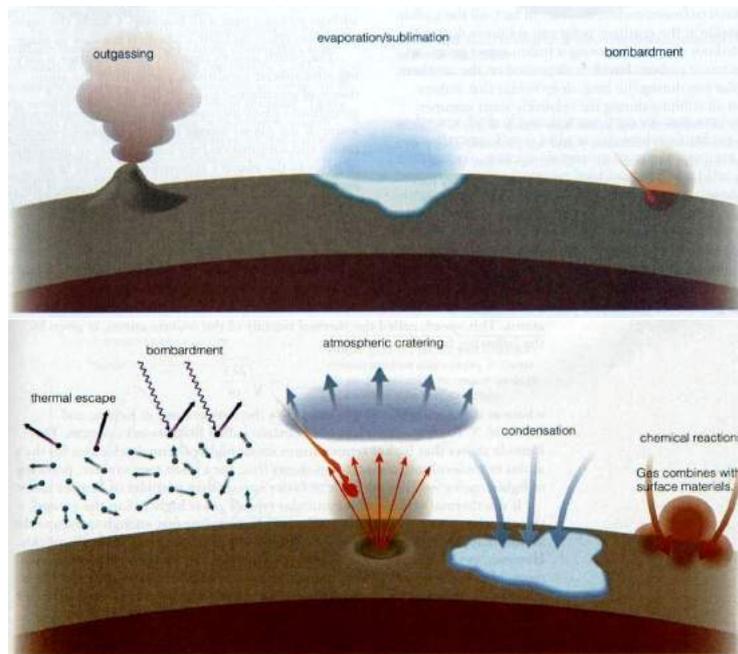


Figura 4.1: Procesos de generación y pérdida de atmósferas. Fuente [5].

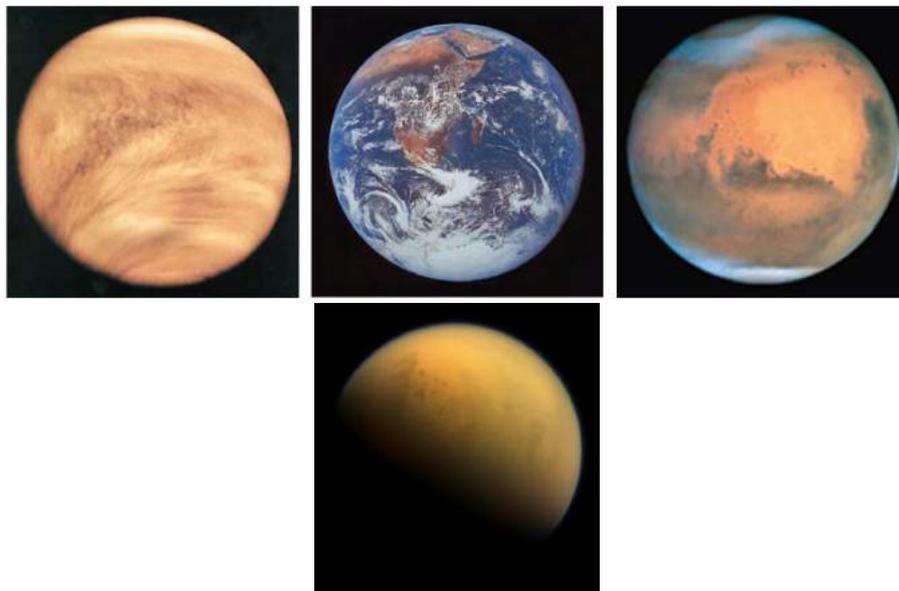


Figura 4.2: Venus, Tierra, Marte, Titan. Cuatro cuerpos terrestres con atmósferas comparables. Fuente [30].

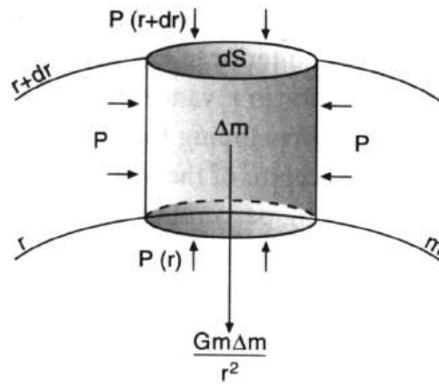


Figura 4.3: Equilibrio hidrostático.

4.1 Ecuación de estado de gas ideal

Si N es la densidad numérica de moléculas, ρ la densidad, μ el peso molecular y k la constante de Boltzmann la ecuación del gas ideal se puede escribir como

$$P = NkT = \frac{\rho}{\mu}kT \quad (4.1)$$

o también

$$P = \frac{n}{V}\mathcal{R}T \quad (4.2)$$

donde n es el número de moles y \mathcal{R} la constante de los gases. Como $N = nN_{av}/V$ siendo N_{av} el número de Avogadro tenemos que $\mathcal{R} = N_{av}k$.

4.2 Equilibrio hidrostático

La ecuación que nos permite determinar la presión al interior de un cuerpo es la ecuación de equilibrio hidrostático, aplicable a una amplia gama de cuerpos celestes.

Si no hay otra fuerza actuante más que la acción de la gravedad la diferencia entre la presión en la tapa y en la base del cilindro es:

$$dP = \frac{F}{dS} = -\frac{GM(r)\Delta m}{r^2} \frac{1}{dS} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) dS dr \frac{1}{dS} \quad (4.3)$$

de donde

$$dP = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) dr = -g(r) \rho(r) dr \quad (4.4)$$

que es la ecuación de **equilibrio hidrostático** siendo $g(r)$ la gravedad a una distancia r del centro.

4.3 Escala de altura

Asumiendo equilibrio hidrostático tenemos

$$dP = -g(r) \rho(r) dz \quad (4.5)$$

donde la aceleración

$$g(r) = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM R^2}{R^2 r^2} = g_{sup} \frac{R^2}{r^2} \quad (4.6)$$

con $r = R + z$, siendo R el radio planetario y z la altura sobre la superficie. Dado que $\rho = \frac{P\mu}{kT}$ tenemos

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g\mu}{kT} dz = -\frac{dz}{H} \quad (4.7)$$

Definimos **escala de altura** (como veremos es un parámetro que aparece por todos lados)

$$H(z) = \frac{kT}{g\mu} \quad (4.8)$$

y si asumimos H constante:

$$P(z) = P_{sup} e^{-z/H} \quad (4.9)$$

Pero H no es constante, sólo da una idea de cómo cae la presión a cierta altura z . Si la atmósfera es una mezcla de gases en equilibrio la temperatura es la misma para los diferentes gases y cada gas aporta una presión parcial P_i siendo la presión total la suma de ellas. Ver que a menor μ , mayor H , los gases más livianos se extienden más alto en la atmósfera respecto a los más pesados. Estas diferencias en la abundancia de los diferentes gases en la atmósfera es contrarrestada por el proceso de difusión que tiende a mezclar los gases. En el caso de la Tierra con principales componentes N_2 y O_2 tenemos $H_{sup} = 9$ km y en la exósfera $H_{exo} = 30$ km.

Presión superficial asumiendo $g = cte$ a lo largo de la atmósfera:

$$\int_{sup}^{\infty} dP = - \int_{z=0}^{\infty} g(r)\rho(r)dr = -g \frac{m_{atm}}{4\pi R^2} \quad (4.10)$$

de donde

$$P_{sup} = g \frac{m_{atm}}{4\pi R^2} \quad (4.11)$$

que es un resultado obvio pues tenemos $P_{sup} = \frac{F_{atm}}{S_{sup}}$.

Ejercicio 4.1 Si transportáramos la atmósfera terrestre al planeta Marte calcular cuál sería la presión en la superficie de Marte despreciando la atmósfera propia marciana. Suponiendo que la temperatura en Marte es 215 K comparar la H_T de nuestra atmósfera a 288 K con la H_M de esta atmósfera artificial en Marte.

La presión en Tierra es

$$P_T = \frac{GM_T}{R_T^2} \frac{m_{atm}}{4\pi R_T^2}$$

y esa atmósfera en Marte generaría la presión

$$P_M = \frac{GM_M}{R_M^2} \frac{m_{atm}}{4\pi R_M^2}$$

dividiendo:

$$P_M = P_T \frac{M_M}{M_T} \left(\frac{R_T}{R_M}\right)^4 = 1,34P_T$$

por lo que nuestra atmósfera en Marte generaría una presión superior a 1 atmósfera. Por otro lado nuestra escala de altura es

$$H_T = \frac{kT_T}{g_T\mu}$$

Table E.10 Atmospheric Parameters for Venus, Earth, Mars and Titan^a

Parameter	Venus	Earth	Mars	Titan
Mean heliocentric distance (AU)	0.723	1.000	1.524	9.543
Geometric albedo A_0	0.69	0.367	0.15	0.21
Bond albedo	0.77	0.306	0.25	0.20
Surface temperature (K)	737	288	215	93.7
Equilibrium temperature (K)	232	255	210	85
Exobase temperature (K)	270–320	800–1250	200–300	149
Surface pressure (bar)	92	1.013	0.00636	1.47
Scale height at surface (km)	16	8.5	11	20
Adiabatic lapse rate (K/km)	10.4	9.8	4.4	1.4

Figura 4.4: Parámetros atmosféricos de 'planetas' terrestres. Fuente [43].

Table E.9 Basic Atmospheric Parameters for the Giant Planets^a

Parameter	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune
Mean heliocentric distance (AU)	5.203	9.543	19.19	30.07
Geometric albedo (A_0)	0.52	0.47	0.51	0.41
Bond albedo	0.343 ± 0.032	0.342 ± 0.030	0.290 ± 0.051	0.31 ± 0.04
Effective temperature (K)	124.4 ± 0.3	95.0 ± 0.4	59.1 ± 0.3	59.3 ± 0.8
Equilibrium temperature (K)	110	81	58	46
Temperature ($P = 1$ bar) (K)	165.0	134.8	76.4	71.5
Tropopause temperature (K)	111	82	53	52
Mesosphere temperature (K)	160–170	150	140–150	140–150
Exobase temperature (K)	900–1300	800	750	750
Tropopause pressure (mbar)	140	65	110	140
Scale height (at 1 bar) (km)	24	47	25	23
Adiabatic lapse rate (K/km)	2.1	0.9	1.0	1.3
Energy balance ^b	1.63 ± 0.08	1.87 ± 0.09	1.05 ± 0.07	2.68 ± 0.21

Figura 4.5: Parámetros atmosféricos de planetas gigantes. Fuente [43].

entonces:

$$H_M/H_T = \frac{T_M g_T}{T_T g_M} \sim 2$$

O sea que nuestra atmósfera en Marte generaría mayor presión y se extendería en altura aproximadamente el doble que en la Tierra. ■

4.4 Densidad integrada

La **densidad integrada** se define como el número de moléculas por unidad de área desde altura z hasta ∞

$$N_{int}(z) = \int_z^\infty N(z) dz = - \int_{P(z)}^{P(\infty)} \frac{dP}{g\mu} = \frac{P(z)}{g\mu} = \frac{N(z)kT}{g\mu} \quad (4.12)$$

de donde

$$N_{int}(z) = N(z)H(z) \quad (4.13)$$

Table E.11 Basic Atmospheric Parameters for Mercury, the Moon, Triton and Pluto^a

Parameter	Mercury	Moon	Triton	Pluto
Mean heliocentric distance (AU)	0.387	1.000	30.069	39.48
Geometric albedo A_0	0.138	0.113	0.76	0.44–0.61
Bond albedo	0.119	0.123	0.85	~0.3–0.7
Surface temperature (K)	100–725	277	38	~40–60
Equilibrium temperature (K)	434	270	32	39
Exobase temperature (K)	600	270–320		58
Surface pressure (bar)	few $\times 10^{-15}$	3×10^{-15}	1.4×10^{-5}	1.5×10^{-5}
Scale height at surface (km)	13–95	65	14	33

Figura 4.6: Parámetros de las 'atmósferas' tenues. Son tan tenues que en general no se consideran atmósferas sino gases en equilibrio con la superficie. Fuente [43].

4.5 Exósfera

Camino libre medio l de una molécula de sección eficaz σ (unidades de área) a una altura z se obtiene de

$$\sigma l N(z) = 1 \quad (4.14)$$

El camino libre medio en la exósfera se define integrando en dirección vertical pues N depende de z :

$$\int_z^\infty \sigma N(z) dz = 1 = \sigma \int_z^\infty N(z) dz = \sigma N_{int}(exo) = \sigma H_{exo} N_{exo} \quad (4.15)$$

entonces

$$\sigma H_{exo} N_{exo} = 1 \quad (4.16)$$

de donde podemos concluir que el camino libre medio vertical en la base de la exósfera es igual a la escala de altura de la exósfera, $l = H_{exo}$. O también, **la exósfera es la región que comienza a una altura en donde el camino libre medio vertical es igual a la escala de altura**. En la exósfera las moléculas que se mueven verticalmente escaparían siempre que tengan una velocidad superior a la de escape del planeta. Para que escape una fracción significativa de moléculas la temperatura debe ser alta, muy superior a la de la superficie sólida del planeta, que es debida fundamentalmente a la absorción de rayos X y UV solares.

4.6 Escala térmica

Es la escala de tiempo necesaria para que la atmósfera pierda todo su calor. Considerando una columna de atmósfera de base dS , la energía cinética será

$$\mathcal{E}_c \sim N_{int}(0) k T dS = N(0) H(0) k T dS = P_{sup} H(0) dS \quad (4.17)$$

la energía emitida por unidad de tiempo es $\sigma T^4 dS$ siendo σ la constante de Stefan-Boltzmann y T la temperatura de equilibrio (no la de la superficie del planeta), de donde el tiempo necesario para que la atmósfera pierda todo el calor es la llamada escala térmica

$$t \sim \frac{PH}{\sigma T^4} \quad (4.18)$$

si la escala térmica es del orden de horas o menos la atmósfera se congelaría en la noche.

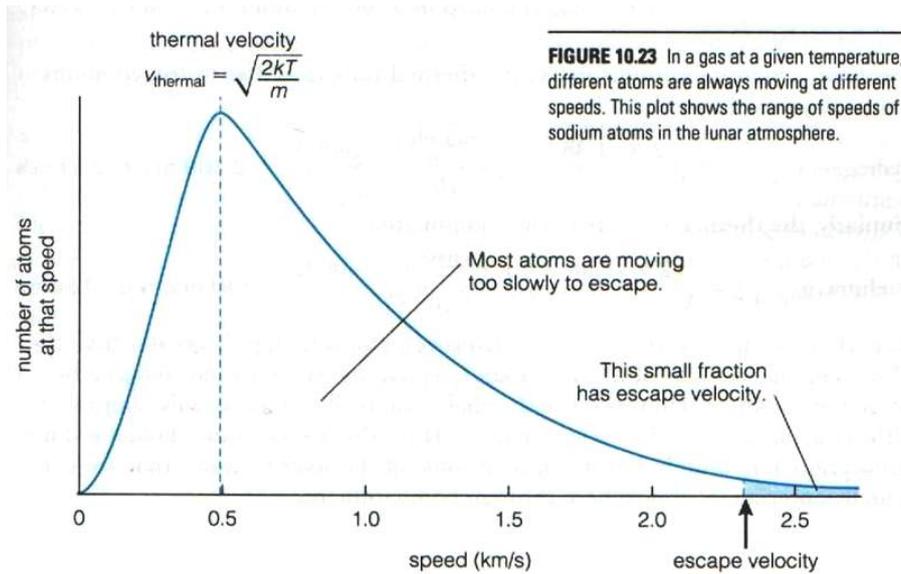


Figura 4.7: Distribución Maxwelliana de velocidades. Fuente [5].

Ejercicio 4.2 Calcular la densidad de la atmósfera en la superficie de la Tierra y su escala de altura H asumiendo que está compuesta enteramente de nitrógeno molecular y sabiendo que la temperatura en la superficie es 288 K y la presión 10^5 Pa. Calcule su escala de tiempo térmica sabiendo que la temperatura de equilibrio es 254 K.

$$P = NkT = \frac{\rho}{\mu}kT$$

de donde $N = 2,5 \times 10^{25}$ partículas por m^3 . La escala de altura se calcula con $\mu = 28m_p$ de donde $H = 8,7$ km. La escala térmica es

$$t \sim \frac{PH}{\sigma T^4} \simeq 42,7 \text{ días}$$

Si fueran algunas horas nos congelaríamos de noche...

4.7 Escape térmico o Jeans

La distribución de velocidades de las moléculas sigue una Maxwelliana

$$f(v)dv = N \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda}{v_0} e^{-\lambda} dv \tag{4.19}$$

donde el parámetro λ está dado por $\lambda = (v/v_0)^2$ siendo v_0 la velocidad más probable de la distribución: $v_0^2 = 2kT/\mu$. No confundir con la velocidad cuadrática media $v_{cm}^2 = 3v_0^2/2$. El número de moléculas que escapa por unidad de tiempo y área es la integral de todas las moléculas con velocidad con componente vertical (de ahí el $\cos \theta$) superior a la de escape que apuntan hacia arriba ($0 < \theta < \pi/2$) desde la exósfera:

$$\Phi_J = N_{exo} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_{v_{esc}}^{\infty} v \cos \theta f(v) dv = N_{exo} \frac{v_0}{2\sqrt{\pi}} (1 + \lambda_{esc}) e^{-\lambda_{esc}} \tag{4.20}$$

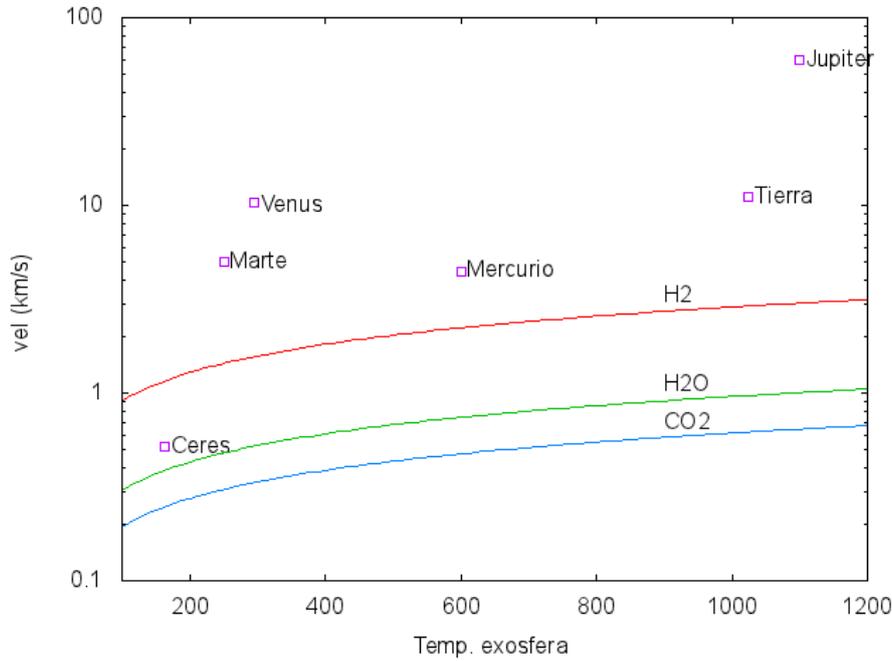


Figura 4.8: Velocidad de las moléculas de diferentes gases según la temperatura. Se representan también las condiciones de varias exósferas. La velocidad de escape de Ceres es demasiado baja para retener Hidrógeno pero podría retener agua y dióxido de carbono.

con

$$\lambda_{esc} = \left(\frac{v_{esc}}{v_0}\right)^2 = \frac{g\mu}{kT}(R+z) = \frac{(R+z)}{H(z)} \quad (4.21)$$

siendo en este caso z la base de la exósfera y R el radio del planeta. O sea, λ_{esc} también es igual a la distancia planetocéntrica de la exósfera sobre escala de altura de la exósfera. También véase que λ_{esc} es igual al cociente entre la energía potencial de la molécula dividido su energía cinética.

4.8 Escala de tiempo de pérdida de atmósfera

Si S es la superficie de la atmósfera, el número de moléculas en la exósfera

$$N \sim N_{int}S = N_{exo}H_{exo}S \quad (4.22)$$

tasa de pérdida

$$\frac{dN}{dt} = \Phi_J S \quad (4.23)$$

el tiempo de escape de las moléculas de la exosfera:

$$t_{esc} = N / \frac{dN}{dt} = N_{exo}H_{exo} / \Phi_J \quad (4.24)$$

Si $\lambda_{esc} \gg 1$, o sea si la velocidad media de las moléculas es bien inferior a la de escape, tenemos

$$t_{esc} \sim \frac{H_{exo}e^{\lambda_{esc}}}{v_0\lambda_{esc}} \quad (4.25)$$

y esa sería la escala de tiempo de pérdida de la exosfera, no de la atmósfera en su conjunto. Notar que **la pérdida sería muy rápida** si $\lambda_{esc} \sim 1$ o menor pues eso implica $v_0 \sim v_{esc}$, y de acuerdo a 4.21 esto ocurre **cuando la escala de altura es comparable al radio del planeta**.

4.9 Gradiente adiabático

Consideramos una burbuja de atmósfera caliente de masa m que no radia con suficiente rapidez y se eleva conservando su calor. La primera ley de la termodinámica nos dice que la variación de la energía interna es igual al calor absorbido por el sistema, dQ , menos el trabajo que el sistema hace sobre el ambiente (PdV):

$$dU = dQ - PdV \quad (4.26)$$

en un gas ideal la energía interna solo depende de la temperatura y está dada por

$$dU = mc_v dT \quad (4.27)$$

donde c_v es el calor específico a la masa a volumen constante (a veces en los libros aparece con la misma notación el calor específico no a la masa sino al número de moles... qué cosa che!), entonces en un proceso adiabático tenemos

$$dQ = mc_v dT + PdV = 0 \quad (4.28)$$

En un gas ideal se cumple

$$n\mathcal{R} = (c_p - c_v)m \quad (4.29)$$

siendo n el número de moles y \mathcal{R} la constante de los gases. Considerando que $m = \rho V$ y que $n\mathcal{R} = PV/T$ tenemos

$$P = \frac{n\mathcal{R}}{V}T = \frac{(c_p - c_v)m}{V}T = \rho T(c_p - c_v) \quad (4.30)$$

entonces

$$0 = mc_v dT + PdV = mc_v dT + \rho T(c_p - c_v)dV \quad (4.31)$$

y como $\rho = m/V$ tenemos

$$c_v \frac{dT}{T} = -(c_p - c_v) \frac{dV}{V} \quad (4.32)$$

por lo que integrando y considerando que $PV = n\mathcal{R}T$ se llega a

$$TP^{1/\gamma-1} = cte \quad (4.33)$$

ecuación bien conocida en termodinámica para un proceso adiabático donde $\gamma = c_p/c_v$. Para un gas monoatómico $\gamma = 5/3$, diatómico $\gamma = 7/5$ y poliatómico $\gamma = 4/3$. Nótese que si bien c_p, c_v son diferentes son del mismo orden. Si diferenciamos respecto a r , distancia desde el centro del planeta:

$$\frac{dT}{dr} + T(1/\gamma - 1) \frac{1}{P} \frac{dP}{dr} = 0 \quad (4.34)$$

y dado que $P = NkT$ y además por equilibrio hidrostático $dP/dr = -g\rho$ llegamos a la expresión que indica la variación de temperatura debido al movimiento convectivo, o sea el **gradiente convectivo** (*lapse rate*)

$$\frac{dT}{dr} |_{conv} = \frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{g\mu}{k} \quad (4.35)$$

Si en algún lugar de la atmósfera obtenemos que

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{rad} > \left. \frac{dT}{dr} \right|_{conv} \quad (4.36)$$

la radiación es ineficiente transportando el calor y se instala el movimiento convectivo. La convección transporta rápidamente gas a regiones altas y frías donde se genera condensación formando nubes de agua en Tierra, ácido sulfúrico en Venus, dióxido de carbono en Marte y amoníaco, agua y metano en los planetas gigantes. Si en el proceso hay algún gas que cambia de estado (agua que condensa por ejemplo) es necesario modificar la ecuación 4.28:

$$mc_v dT = -PdV - Lw \quad (4.37)$$

donde L es el calor latente y w la cantidad de masa que condensa. Dado que se libera calor por condensación del agua este gradiente convectivo (húmedo) es menor al caso anterior (seco).

4.10 Circulación global

La convección instala en las atmósferas **celdas de Hadley** consistentes en movimientos verticales ascendentes en la región caliente ecuatorial, desde allí por la alta atmósfera a las regiones frías en los polos donde desciende y luego por superficie retorna al punto de partida en el ecuador. Estas celdas se rompen debido a la aceleración de Coriolis que depende de la velocidad de rotación del planeta. En el caso de la Tierra la celda se divide en 3 en cada hemisferio por lo que el calor ecuatorial no llega a los polos. En Marte debido a su tenue atmósfera y en Venus debido a su lenta velocidad de rotación existe una única celda de Hadley por hemisferio. En Marte las celdas no parten exactamente desde el ecuador pues según la época la región más caliente se desplaza bastante del ecuador. En el caso de Venus como en Titan existe superrotación de sus atmósferas, es decir que circulan con independencia de la rotación planetaria. La atmósfera de Venus circula en 4 o 5 días.

Ejercicio 4.3 Calcular el gradiente convectivo dT/dr para la Tierra asumiendo una atmósfera compuesta enteramente de N_2 .

Tenemos: $\mu = 28m_p$, $\gamma = 7/5$, $g = 9,8$

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{conv} = -9,5$$

grados por km. Es un gradiente demasiado alto en relación al observado (-6.5 K/km). Por que? ■

4.11 Efecto invernadero

Asumimos un razonamiento bien simplificado. Tenemos una atmósfera plana dividida en varias capas. La atmósfera es transparente en el visible, la radiación solar la atraviesa sin ser absorbida, el suelo absorbe la radiación visible y la reemite en forma de infrarrojo. Cada capa absorbe toda la radiación infrarroja que recibe y la reemite. Esto implica que el espesor óptico en IR de cada capa debe ser 1 pues es el valor medio para el cual los fotones se absorben. Asumiendo un modelo de capas de espesor $\Delta\tau = 1$ el balance térmico de la capa superior, capa 1, (emitido = absorbido) es:

$$2\sigma T_1^4 = 0 + \sigma T_2^4 \longrightarrow T_2^4 = 2T_1^4$$

pues no absorbe nada del exterior y recibe de la capa inmediatamente inferior a temperatura T_2 . La capa inmediatamente inferior:

$$2\sigma T_2^4 = \sigma T_1^4 + \sigma T_3^4 \longrightarrow T_3^4 = 3T_1^4$$

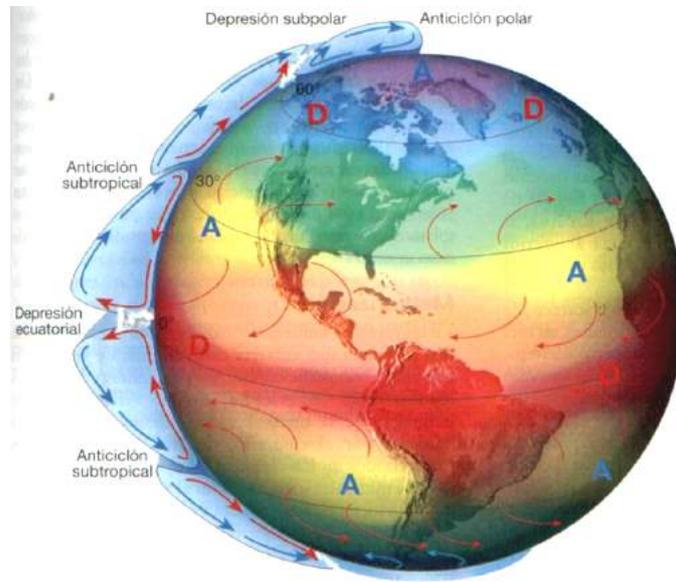


Figura 4.9: Celdas de Hadley. Fuente [58].

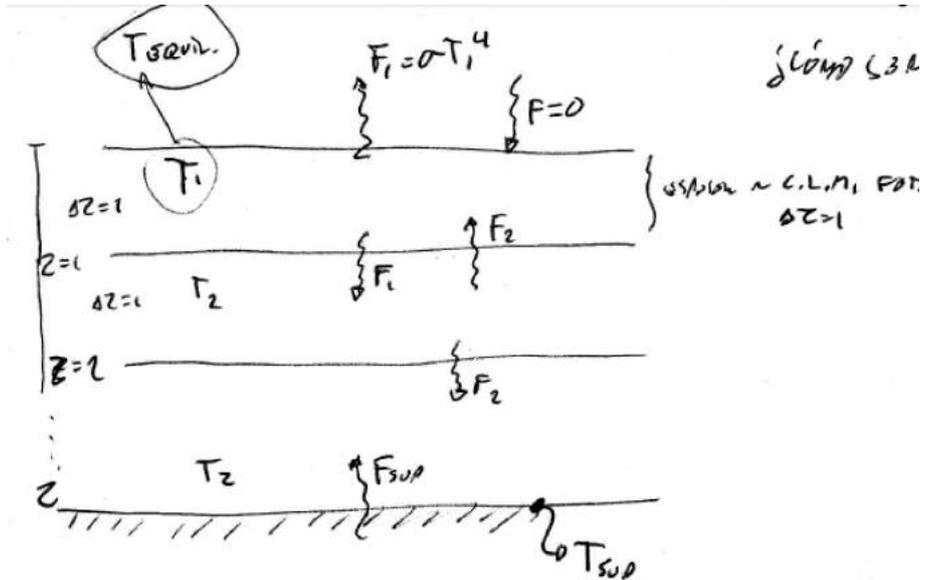


Figura 4.10: Efecto invernadero. Flor de figura.

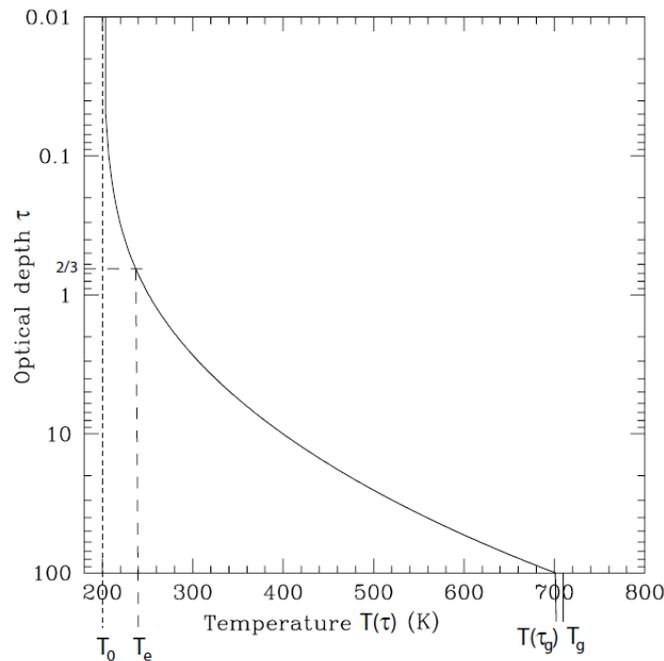


Figura 4.11: Temperatura en función de la profundidad óptica suponiendo transporte por radiación.

y así sucesivamente. De donde de la capa $(\tau - 1)$ deducimos $T_{\tau}^4 = \tau T_1^4$ y en la capa superficial (τ) tenemos:

$$2\sigma T_{\tau}^4 = \sigma T_S^4 + \sigma(\tau - 1)T_1^4 \longrightarrow T_S^4 = (\tau + 1)T_1^4$$

Este modelo simple da un resultado aproximado para la temperatura superficial en función de la temperatura T_1 . La fórmula correcta es

$$T_{sup}^4 = \left(1 + \frac{3}{4}\tau\right)T_{eq}^4 \quad (4.38)$$

donde τ corresponde al infrarrojo (no del visible). Notar que la temperatura de la superficie (T_{sup}) sería algo mayor que la temperatura de la capa de atmósfera en contacto con ella (T_{τ}), pero en la práctica esta diferencia es reducida por transporte de calor por conducción o convección. La temperatura de la capa exterior de la atmósfera (T_1) es la temperatura de equilibrio T_{eq} del planeta. La temperatura en la superficie es superior a la temperatura de equilibrio: **efecto invernadero**. Si τ es muy grande habrá gran gradiente térmico radiativo y se instalará la convección que será más efectiva transportando el calor. En las atmósferas planetarias hay regiones dominadas por la convección y otras por la radiación.

Ejercicio 4.4 (parcial mayo 2014) Sabiendo que la temperatura de equilibrio de Venus es 232 K y su temperatura superficial es 737 K calcular la profundidad óptica de su atmósfera. ¿Cuál sería la temperatura superficial de Venus si estuviera a 4 ua del Sol? ¿Cómo sería su presión superficial comparada con la actual?

Podemos aplicar

$$T_{sup}^4 = \left(1 + \frac{3}{4}\tau\right)T_{eq}^4$$

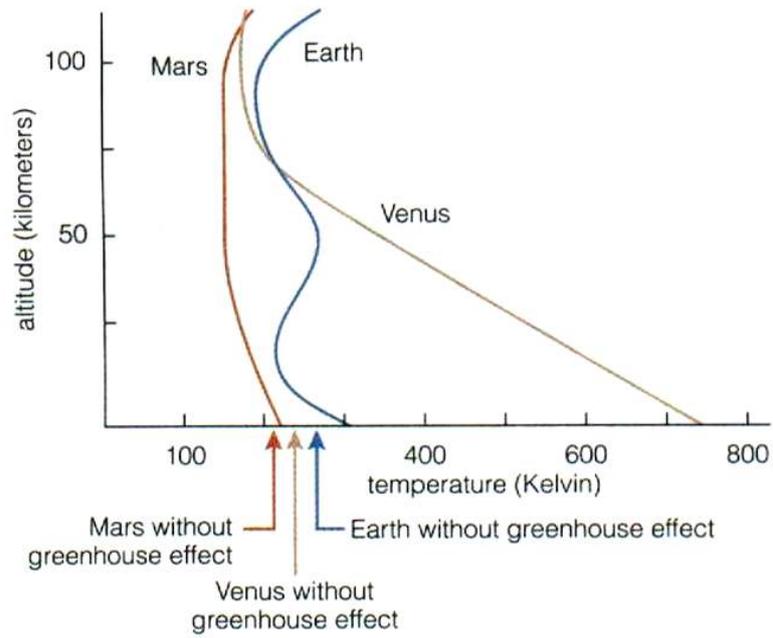


Figura 4.12: Perfiles de temperatura en las atmósferas de Venus, Tierra y Marte. Fuente [5].

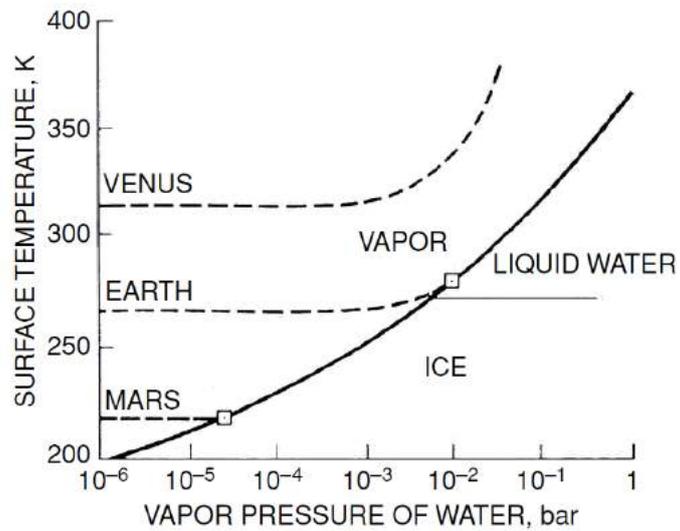


Figura 4.13: Evolución del agua en los 3 planetas. Fuente [43].

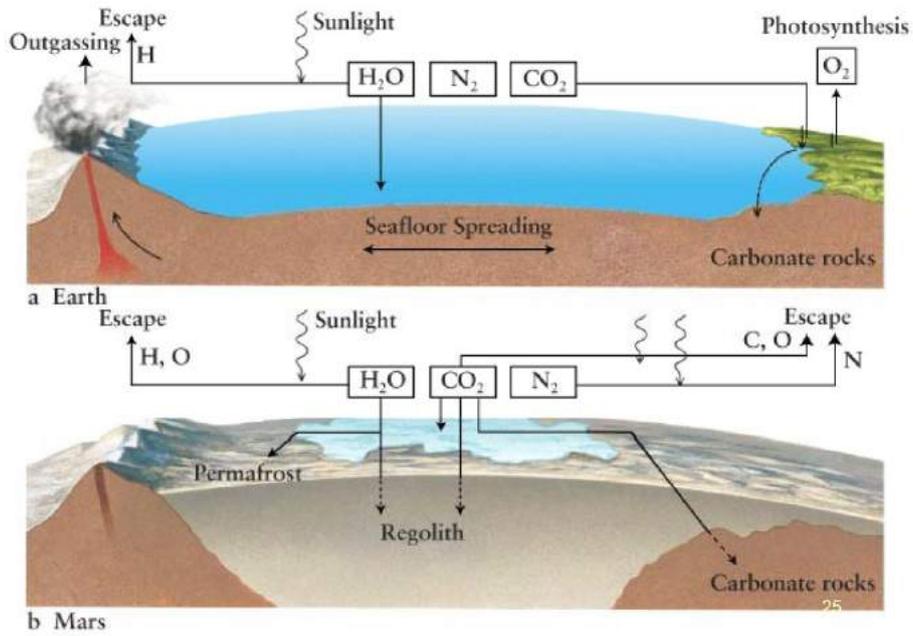


Figura 4.14: Evolución comparada de las atmósferas de la Tierra y Marte.

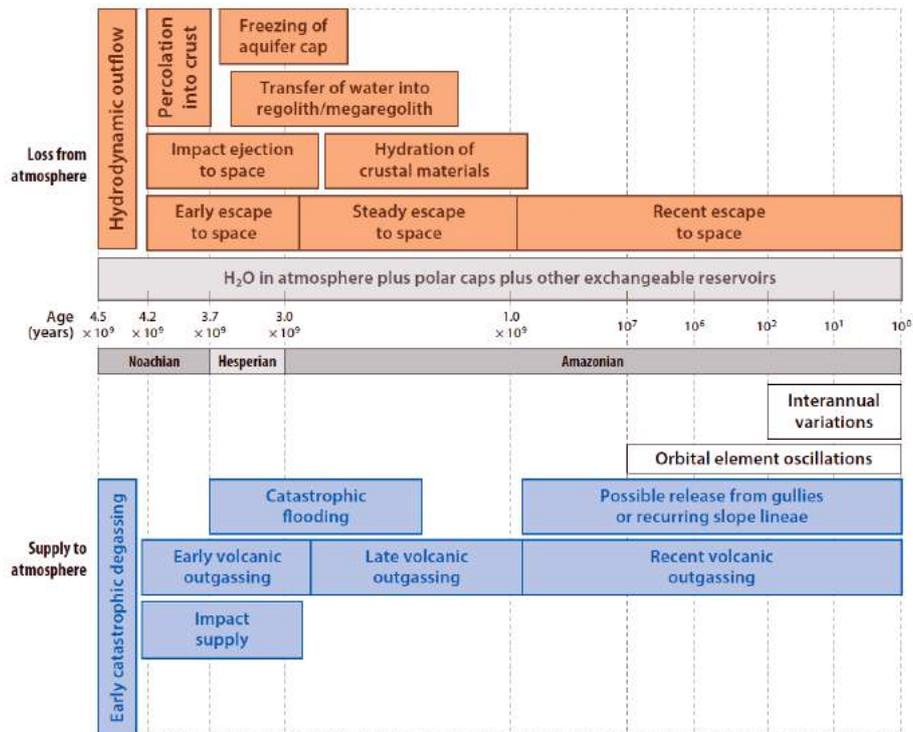


Figura 4.15: Aportes y pérdidas de agua en la atmósfera marciana a lo largo de su historia. Fuente [26].

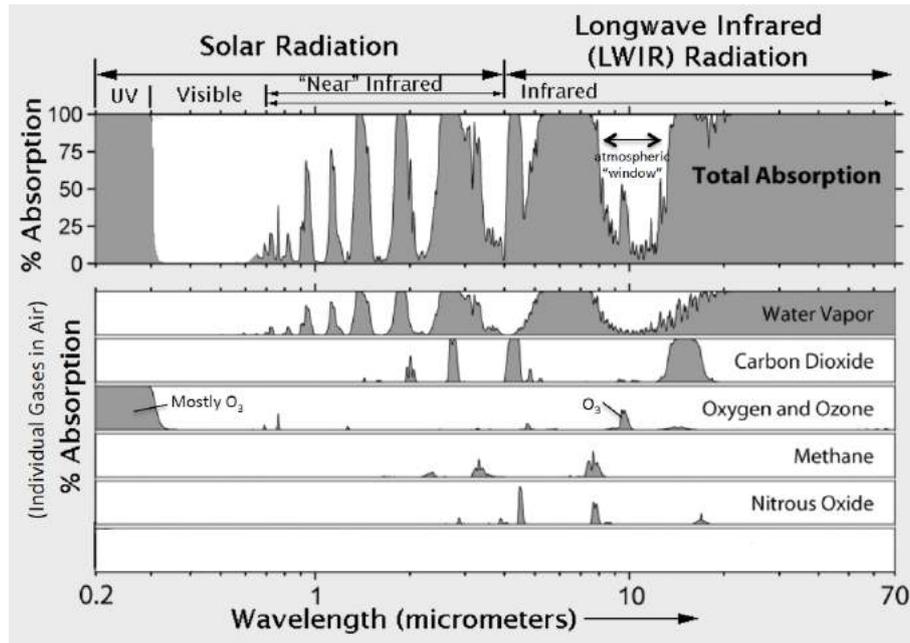


Figura 4.16: Absorción de la radiación en la atmósfera terrestre y principales responsables.

de donde resulta $\tau = 134,5$, esos fotones no escapan! La temperatura de equilibrio cumple

$$T_{eq}^4 = T_{\odot}^4 \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \frac{(1-A)}{4}$$

por lo tanto

$$\frac{T_{4ua}^4}{T_{ven}^4} = \frac{a_{ven}^2}{4^2}$$

de donde la temperatura de equilibrio a 4 ua sería 98.5 K y la superficial 313 K. La presión sería la misma pues es generada por la masa de atmósfera y la gravedad que se mantienen. ■

4.12 Estructura térmica

En general las atmósferas pueden dividirse en una **troposfera** donde la temperatura decrece con la altura y el calor del suelo se transporta por radiación y convección. Luego una **mesosfera** en donde continúa el descenso de temperatura ahora exclusivamente por radiación y luego la **termosfera** donde la temperatura crece por conducción, es decir, colisión entre las propias moléculas excitadas por la radiación solar. Es allí donde comienza la **exosfera**, región desde donde la atmósfera se pierde hacia el espacio. En el caso de la Tierra la mesosfera es interrumpida por la **estratosfera**, región en donde la temperatura crece por la absorción de rayos UV debido a la presencia de ozono.

La atmósfera terrestre se extiende centenares de kilómetros por encima de su superficie, es relativamente transparente al visible e IR próximo permitiendo que el 99% de la radiación solar logre penetrar en la tropósfera, donde reside el grueso de la atmósfera, donde el tiempo y el clima tienen lugar y donde tiene lugar la biósfera. El 30% de esa energía es reflejada y el 70% es absorbida en el suelo produciendo una temperatura de equilibrio de 255 K. A esta temperatura la Tierra reemite radiación infrarroja que es reabsorbida por los gases de la atmósfera, especialmente el agua y el dióxido de carbono. Debido a este efecto invernadero la temperatura superficial de la

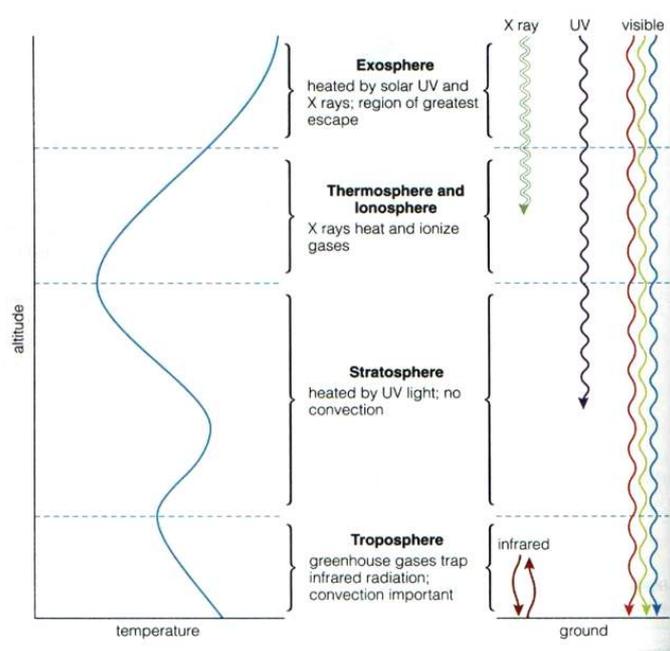


Figura 4.17: Perfil de temperatura en la atmósfera terrestre y sus causas. Fuente [5].

Tierra llega a los 288 K. En la tropósfera la temperatura decrece con la altura a razón de 6.5 grados por km. El calor se propaga hacia arriba por radiación y convección.

La radiación UV solar si bien es solo el 1% y no afecta directamente la superficie terrestre controla todo el perfil térmico de la atmósfera por encima de la tropósfera y la mayor parte de los procesos químicos, dinámicos y radiativos. La radiación X y UV disocia las moléculas de Oxígeno permitiendo la formación de Ozono que absorbe el UV siendo responsable del calentamiento de la estratósfera. Tanto el oxígeno como el nitrógeno absorben rayos X y extremo UV siendo los responsables de la temperatura de la termosfera (1000 K) a alturas superiores a los 200 km. La radiación X y UV es la responsable de la ionización del nitrógeno y oxígeno formándose como consecuencia una atmósfera de plasma débilmente ionizado llamada **ionósfera** que se encuentra embebida en la atmósfera neutra entre los 50 y los 1000 km.

4.13 Composición y evolución

Las atmósferas primitivas eran ricas en H y He, y fueron eliminadas en los planetas terrestres por el viento solar primitivo, persisten en los gigantes. Las atmósferas secundarias se forman por aporte de impactos o desgaseamiento de los minerales, son ricas en H₂O, CO₂, CH₄, NH₃. La evolución química genera CO, N₂, CO₂ perdiéndose H₂. Las fracciones de N₂ y CO₂ en Venus y Marte son similares pero totalmente diferente a las de la Tierra en donde domina el N₂, como en Titan. Sin embargo si incluimos el CO₂ que se encuentra integrado al océano y suelo terrestre la fracción obtenida es similar a la de Venus y Marte. Todo esto indica una evolución atmosférica diferente.

En la Tierra está presente la **reacción a la intemperie de Urey**, una reacción química entre el CO₂ disuelto en el agua con silicatos del suelo. La reacción libera Ca y Mg y convierte CO₂ en bicarbonato que a su vez se une a otros iones para formar minerales carbonatados. El CaCO₃ terrestre es fundamentalmente producido por organismos en el océano y luego en las altas presiones y temperaturas típicas de la tectónica de placas es transformado en CO₂ volviendo a la atmósfera. En cambio en Venus el CO₂ atmosférico no es barrido generándose un enorme efecto invernadero.

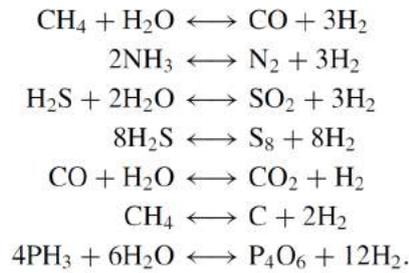


Figura 4.18: Reacciones químicas más comunes en las atmósferas terrestres.

Constituent	Earth	Venus	Mars	Titan
N ₂	0.7808	0.035	0.027	~0.95
O ₂	0.2095	0–20 ppm	0.0013	
CO ₂	345 ppm	0.965	0.953	10 ppb
CH ₄	2 ppm		10–250 ppb	0.049
H ₂ O	<0.03	30 ppm	<100 ppm	0.4 ppb
Ar	0.009	70 ppm	0.016	28 ppm
CO	0.2 ppm	20 ppm	700 ppm	45 ppm
O ₃	~10 ppm		0.01 ppm	
SO ₂	<2 ppb	100 ppm		

Figura 4.19: Composición de las atmósferas terrestres. Fuente [43].

En Marte es probable que el ciclo existiera en el pasado pero al cesar la actividad volcánica la atmósfera perdió capacidad de retenerlo.

Banded Iron Formations: el Fe liberado en la actividad volcánica de las dorsales oceánicas se distribuye por todo el océano sin precipitar. Inyecciones de oxígeno en el océano forman FeO el cual precipita al fondo oceánico generando capas durante millones de años. Las BIF son testigos de esas inyecciones de oxígeno en el océano por organismos fotosintéticos. Hoy las BIFs están en la corteza continental y el 90% de la explotación actual del hierro proviene de ellas. Se han identificados BIFs con edades de hasta 2600 Ma.

4.14 Planetas gigantes

Mientras en los planetas terrestres predomina el CO₂ o el N₂ en los gigantes los principales componentes son el H y el He. Sin embargo la coloración está dada por el amoníaco en Júpiter y Saturno y por el metano en Urano y Neptuno. Otra característica de estas atmósferas son los **vientos zonales** en bandas de latitud que circulan con velocidades bien diferentes. Son generados por el efecto Coriolis llevado al extremo dada la alta velocidad de rotación y las dimensiones planetarias y se piensa que están conectados con movimientos interiores que por ahora son prácticamente desconocidos. Siendo las atmósferas la única parte visible de los planetas gigantes es difícil deducir el período correcto de rotación por lo cual se suele adoptar el período que se deduce de las variaciones observadas en las emisiones de radio generadas en sus campos magnéticos.

TABLE 9.2 | Atmospheres if All Available Carbon Dioxide Were Included

	PLANET		
	Venus	Earth	Mars
Carbon dioxide (%)	96.5	98.0	96.0
Nitrogen (%)	3.5	1.6	2.7
Oxygen (%)	0.0	0.4	0.1
All other constituents (%)	0.0	0.0	1.2

Figura 4.20: Composición atmosférica considerando todo el CO₂ disponible en suelo. Fuente [30].

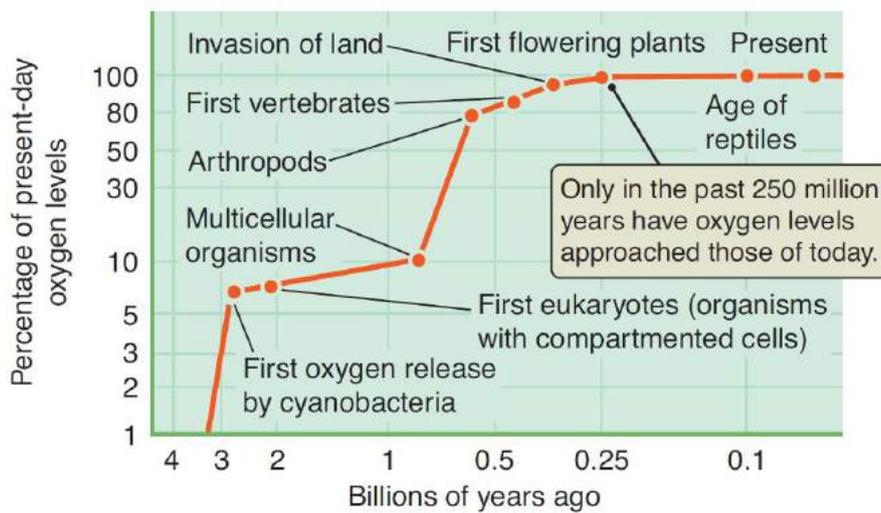


Figura 4.21: Evolución de la concentración del oxígeno en la atmósfera terrestre. Fuente [30].

Table E.13 Atmospheric Composition of the Sun and the Giant Planets^a

Gas	Element ^b	Protosolar	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune
H ₂	H	0.835	0.864	0.88	~0.83	~0.82
He	He	0.162	0.136	0.119	~0.15	~0.15
H ₂ O	O	8.56 × 10 ⁻⁴	>4.2 × 10 ⁻⁴			
CH ₄	C	4.60 × 10 ⁻⁴	2.0 × 10 ⁻³	4.5 × 10 ⁻³	0.023	0.03
NH ₃	N	1.13 × 10 ⁻⁴	7 × 10 ⁻⁴	5 × 10 ⁻⁴		
H ₂ S	S	2.59 × 10 ⁻⁵	7.7 × 10 ⁻⁵			

Figura 4.22: Composición de los planetas gigantes. Fuente [43].

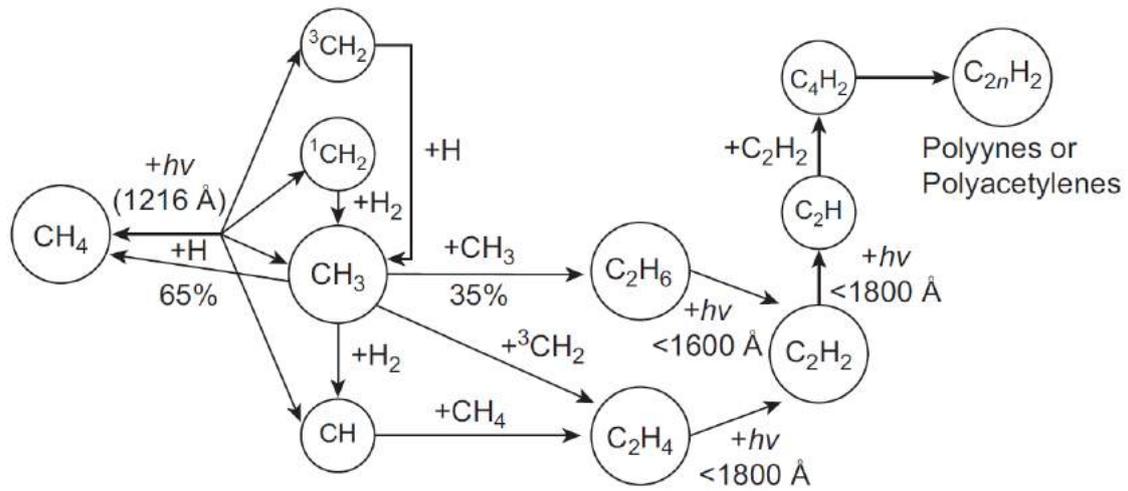


Figura 4.23: Química del metano en los planetas gigantes. Fuente [54].

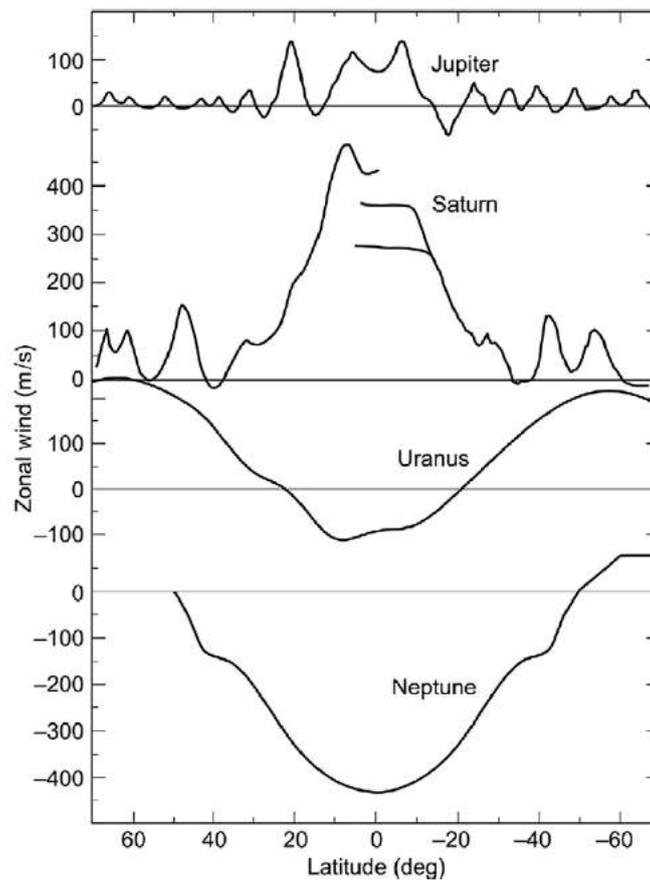


Figura 4.24: Vientos zonales en los planetas gigantes. Fuente [54].

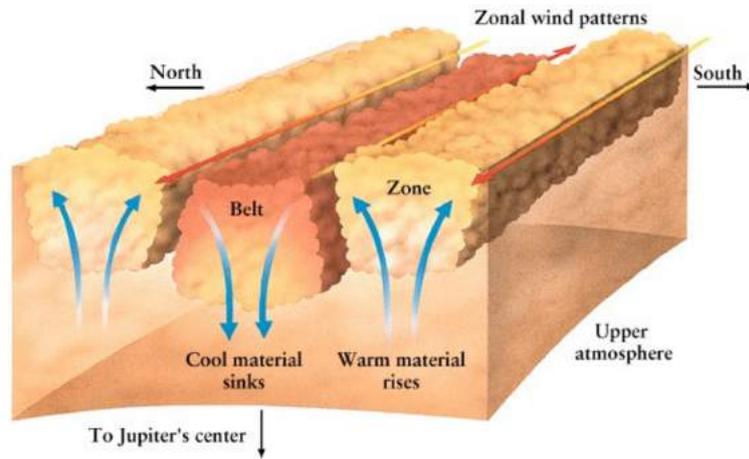


Figura 4.25: Sistema de anillos (marrones, fríos) y zonas (blancos, cálidos) en la atmósfera de Júpiter.

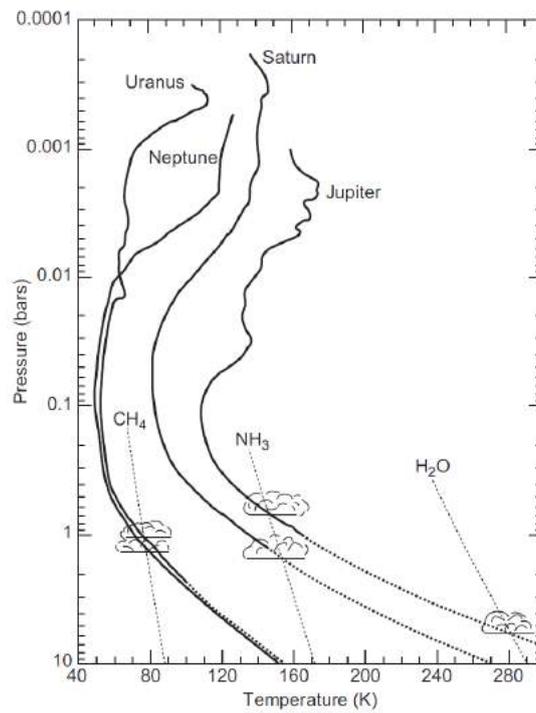


Figura 4.26: Perfiles de temperatura en función de la presión para los gigantes. Se suele tomar como superficie la capa atmosférica de presión 1 atmósfera. Fuente [54].

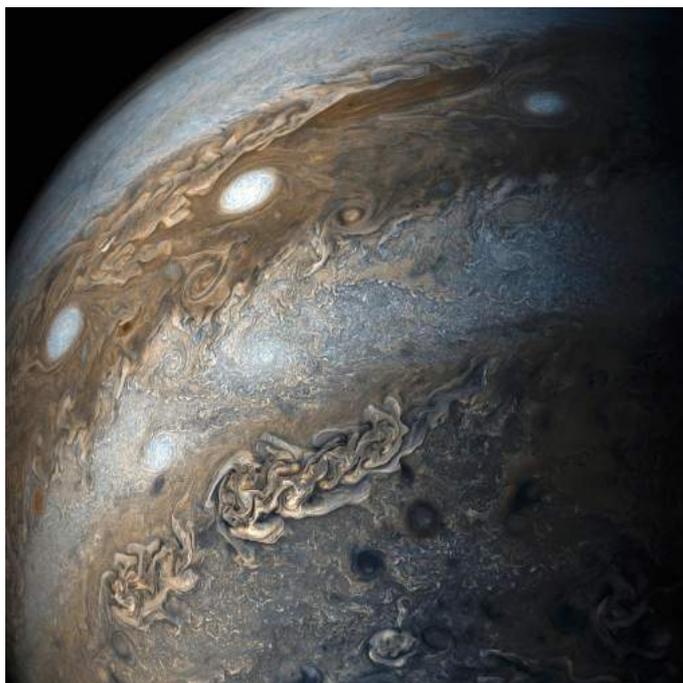


Figura 4.27: Júpiter desde la sonda Juno.

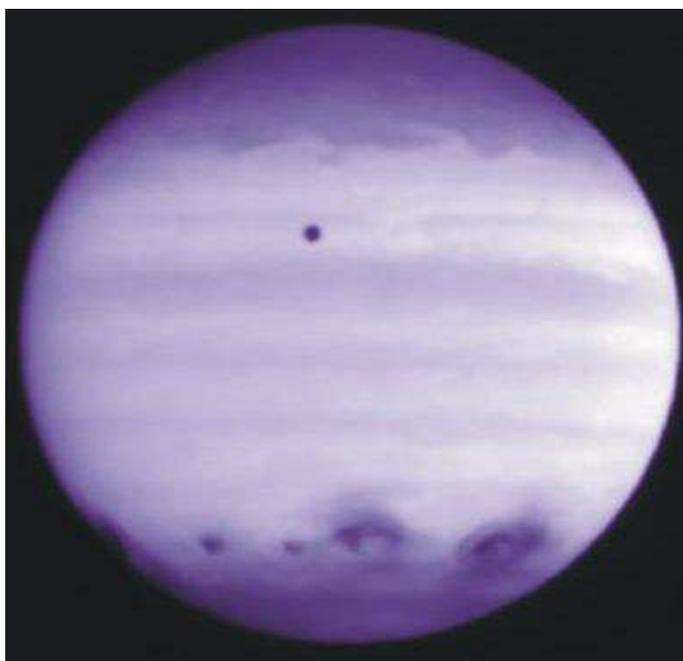


Figura 4.28: Júpiter desde Hubble en ultravioleta mostrando abajo los efectos en su atmósfera de los impactos de los fragmentos del cometa Shoemaker-Levy 9 destruido previamente por mareas.



Figura 4.29: Tormenta en Saturno.

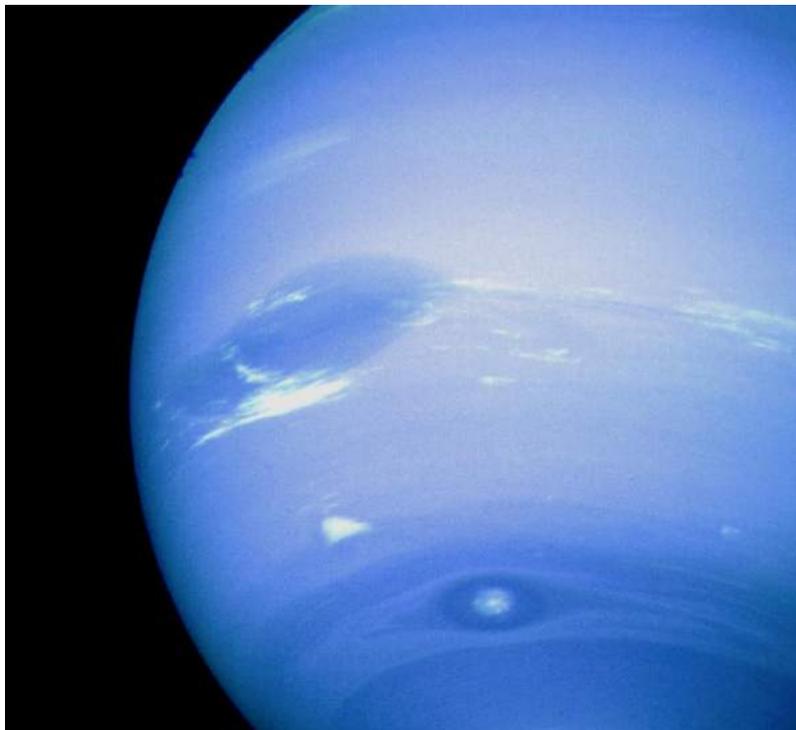


Figura 4.30: Neptuno: color azul debido a la absorción del rojo por el metano.

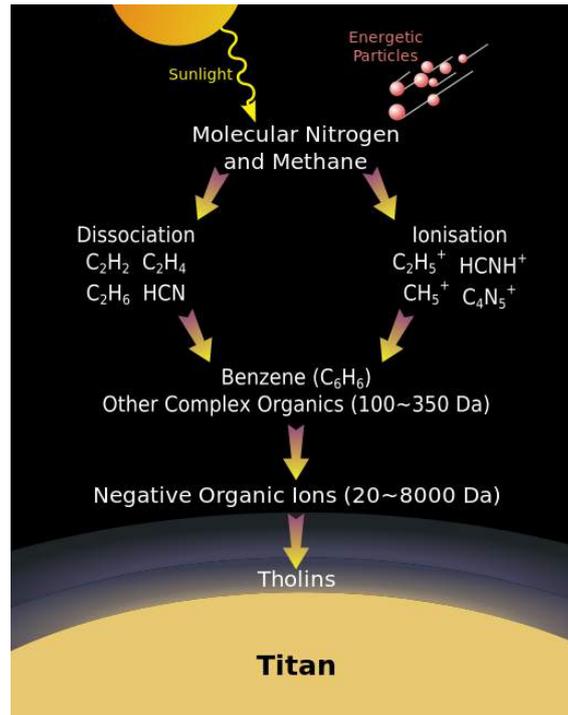


Figura 4.31: Formación de los Tholins, abundantes en el Sistema Solar exterior.

4.15 Captura isoterma

Supongamos una nube infinita con cierta densidad ρ y temperatura T . Colocamos un planeta y considerando exclusivamente su campo gravitacional la nube se reacomodará debido al equilibrio hidrostático. Suponiendo que la temperatura es constante podemos calcular la presión superficial en el planeta de radio R y masa M .

$$dP = -\frac{GM}{r^2}\rho dr = -\frac{GM}{r^2}\frac{P\mu}{kT}dr \quad (4.39)$$

$$\int_{P_{sup}}^{P_{\infty}} \frac{dP}{P} = -\frac{GM\mu}{kT} \int_R^{\infty} r^{-2} dr \quad (4.40)$$

de donde

$$P_{sup} = P_{\infty} e^{\alpha} \quad (4.41)$$

con $\alpha = \frac{GM\mu}{kTR}$ donde la presión del gas lejos del campo del planeta es $P_{\infty} = k\rho T/\mu$.

Ejercicio 4.5 La Nube Negra de la novela de Hoyle estaba compuesta fundamentalmente de hidrógeno molecular con una densidad de $1,3 \times 10^{-10}$ g/cc ($1,3 \times 10^{-7}$ kg/m³) y temperatura 95 K. Si la Tierra estuviera sumergida en la Nube Negra estimar la presión atmosférica que habría en la superficie terrestre.

Tenemos:

$$\alpha = \frac{GM_{\oplus} 2m_p}{kTR_{\oplus}} = 160$$

$$P_{\infty} = \frac{k\rho T}{2m_p} = 0,05$$

$$P_{sup} = \frac{k\rho T}{\mu} e^{\alpha} = 1,6 \times 10^{68}$$

pascales, o sea 10^{63} atmósferas, resultado absolutamente absurdo pues ni colocando toda la masa del universo sobre la superficie terrestre se alcanza esa presión. Esto ocurre por usar las formulas a ciegas. Lo que dice ese resultado es que en esas condiciones la Tierra se traga toda la nube. En la realidad eso no es así exactamente pues si hay una velocidad relativa entre la Tierra y la nube solo una fracción estará ligada gravitacionalmente a la Tierra y por lo tanto en condiciones de contribuir a la presión. Asimismo si consideramos la existencia del Sol difícilmente la Tierra pueda acretar masa más allá de su esfera de Hill. Lo relevante en este ejercicio es el calculo del factor α , si $\alpha \gg 1$ hay una importante captura pero si $\alpha \sim 1$ o menos la captura es despreciable. ■

4.16 Energía de la atmósfera

La energía potencial de la atmósfera es

$$|\varepsilon_p| \sim G \frac{M m_{atm}}{R} \quad (4.42)$$

y la energía cinética de la atmósfera es

$$\varepsilon_c \sim \frac{m_{atm}}{\mu} kT \quad (4.43)$$

y el cociente

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_c} \sim \frac{GM\mu}{RkT} = \frac{R}{H} \quad (4.44)$$

y como $R \ll H$ la energía cinética de la atmósfera es muy inferior a su energía potencial. Aplicando flexiblemente el teorema del virial podemos decir que si a la atmósfera se le inyecta una cantidad de energía comparable a su energía potencial la atmósfera será eyectada.

4.17 Pérdida de atmósfera por impactos

Un proyectil antes de llegar a la superficie debe atravesar la atmósfera planetaria. En el proceso el proyectil cede energía a la atmósfera y pierde momento lineal frenándose. Para que el frenado sea importante la masa de atmósfera barrida m_b debe ser mayor o comparable a la del proyectil m_{ast} . Esto lo podemos deducir considerando que la cantidad de movimiento transferida por la atmósfera al proyectil es

$$\Delta p \sim m_b v = m_{ast} \Delta v \quad (4.45)$$

donde Δv es el cambio en la velocidad generado por el frenado atmosférico. Y tenemos que $\Delta v/v \sim 1$ cuando $m_b \sim m_{ast}$ y esto ocurre para radios pequeños hasta un cierto radio limite. Un asteroide de sección eficaz $S = \pi R^2$ que cae verticalmente barre una masa m_b de atmósfera dada por

$$m_b = m_{atm} \frac{S}{4\pi R_p^2} = \frac{m_{atm}}{4\pi R_p^2} S = \frac{P}{g} S \quad (4.46)$$

donde R_p es el radio planetario, P la presión superficial, g la aceleración de la gravedad superficial y si ingresa con una distancia cenital z

$$m_b = \frac{P}{g} \frac{S}{\cos z} \quad (4.47)$$

a su vez la masa del asteroide sería $m_{ast} = \rho \pi R^3 / 3$. Cuando se verifica

$$\frac{m_b}{m_{ast}} > 1 \quad (4.48)$$

entonces habrá un frenado importante del asteroide y la energía que trae se depositará fundamentalmente en la atmósfera y no en el suelo. Pero para que haya una pérdida importante de atmósfera como criterio suele considerarse que si un proyectil tiene un diámetro menor a la escala de altura de la atmósfera la energía inyectada por el proyectil podrá ser absorbida y disipada en la atmósfera. Pero si el diámetro es mayor a H habrá eyección de una fracción importante de atmósfera en la región de impacto.

4.18 Problemas

Problema 4.1 Asumiendo que la Tierra tiene rotación rápida y albedo 0.31 hallar la temperatura de equilibrio sin considerar la existencia de atmósfera. Sabiendo que la temperatura superficial del planeta es 288 K hallar la profundidad óptica en el infrarrojo τ_{ir} de la atmósfera terrestre.

Problema 4.2 Si la Tierra estuviera a 5 ua del Sol estimar cómo cambiaría la escala de altura de su atmósfera. ¿Cómo sería su presión superficial?

Problema 4.3 a) Calcular la masa de agua que sería necesario inyectar en forma gaseosa a la atmósfera de Marte para elevar su presión atmosférica a 1 bar.

b) ¿Qué fracción de los océanos terrestres significa esta cantidad sabiendo que la masa de los océanos es $1,33 \times 10^{21}$ kg?

c) Si en vez de agua fuera nitrógeno molecular ¿cuánta masa de N_2 se necesitaría?

Problema 4.4 Estimar la presión en los océanos de la Tierra en función de la profundidad. Suponiendo que los océanos tienen en media 4 km de profundidad y que cubren la mitad de la superficie terrestre estimar cuánto aumentaría la presión en la superficie terrestre si todos los océanos se evaporaran integrándose a la atmósfera.

Problema 4.5 Estimar la energía necesaria que hay que inyectar en la atmósfera de Venus para que escape en su mayor parte y sobreviva lo necesario para que la presión superficial sea de 1 atmósfera. Suponiendo que su composición no cambia calcular la nueva temperatura superficial una vez que se haya disipado toda la energía inyectada. Ta bueno el problema.

Problema 4.6 Calcular el gradiente convectivo dT/dr para la Tierra asumiendo una atmósfera compuesta enteramente de N_2 y para Marte asumiendo una atmósfera de CO_2 .

Problema 4.7 Exobase terrestre. a) Considerando una temperatura de 1000 K para la exósfera calcular su escala de altura H_{exo} asumiendo que está constituida por N_2 . b) Hallar la densidad numérica $N(z_{exo})$ de moléculas de nitrógeno en la exobase. c) Estimar la altura z_{exo} a la que se encuentra la exobase asumiendo una temperatura media para toda la atmósfera de 600 K. Dato: el diámetro de una molécula de N_2 es 375×10^{-12} m.

Problema 4.8 Sabiendo que la temperatura superficial de Venus es $T = 737$ K y la presión $P = 92 \times 10^5$ Pa hallar la densidad de la atmósfera en la superficie. Asumir que está compuesta enteramente de CO_2 . Hallar la escala de altura y estimar la presión a esa altura.

Problema 4.9 A partir de la definición de $v_0^2 = 2kT/\mu$ construya un gráfico de v_0 en función de la temperatura para el caso de las moléculas H_2 , H_2O y CO_2 . Ubique en esta gráfica las condiciones (v_{esc}, T_{exo}) de los 4 planetas terrestres y Júpiter tomadas de las tablas E.2, E.3, E.9, E.10 y E.11

del libro *Fundamental Planetary Science*. Ubique también un hipotético objeto con $v_{esc} = 1$ km/s y $T = 700$ K. Extraiga sus conclusiones acerca de la abundancia de estos gases en los diferentes cuerpos.

Problema 4.10 Suponga que un asteroide de radio 15 km impacta la Tierra a una velocidad de 30 km/s. Estimar la masa de atmósfera terrestre eyectada aplicando el teorema del virial.

Problema 4.11 Hallar la relación entre la densidad y el radio $\rho(R)$ de un asteroide para que sea sustancialmente frenado por la atmósfera terrestre. Adoptar el criterio de que la masa del asteroide debe ser comparable a la masa de atmósfera barrida por el asteroide.



5. Superficies

Conceptos fundamentales

- El balance de calor con la radiación solar en las superficies ocurre en los primeros centímetros. El interior planetario no es afectado por la radiación solar.
- La inercia térmica y la profundidad de piel térmica describen la forma en la que la superficie administra la radiación solar absorbida.
- La capa más exterior es la corteza que por su composición se distingue del manto. La litosfera es la capa más externa del planeta que puede considerarse rígida y comprende a la corteza y parte del manto.
- Los minerales forman las rocas y éstas sufren procesos de transformación.
- Los minerales más abundantes son los silicatos (olivina, piroxeno, feldespato, mica).
- Las rocas ígneas más comunes por lugar de formación son basaltos formados en superficie (bajo contenido de sílice) y granitos bajo superficie (alto contenido de sílice).
- Se llama tectónica a las deformaciones generadas por movimientos superficiales. La tectónica de placas es única en la Tierra y generada por la convección del manto.
- El vulcanismo puede ocurrir por colisión de placas o ruptura de corteza. Requiere fuente interna de calor.
- La edad de las superficies es el tiempo desde la última alteración y puede determinarse por la población de cráteres.
- Las superficies de los satélites próximos a los planetas gigantes son jóvenes por efecto de la disipación de calor por mareas.
- El efecto de los impactos es más bien comparable al de una explosión.
- Hace unos 3800 Ma el bombardeo de proyectiles sufrió una abrupta caída.
- El hielo de agua es un "mineral común en los cuerpos del Sistema Solar.
- En las superficies heladas pueden encontrarse compuestos orgánicos (tholins).
- Hay evidencia de que algunos asteroides y cometas serían de pilas de escombros ligados gravitacionalmente y por una débil cohesión.

Se da por entendido que nos referimos a superficies sólidas por lo que se excluyen los planetas

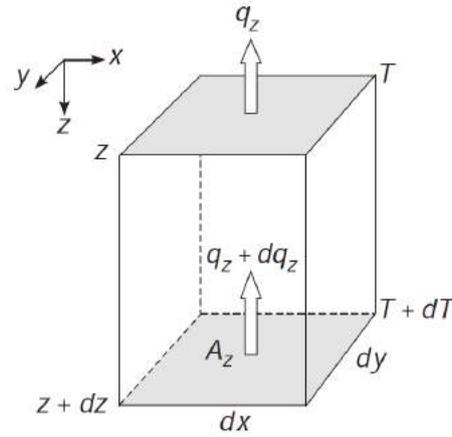


Figura 5.1: Variación del flujo de calor, q , a lo largo de un elemento de volumen. z va en dirección al centro del planeta. Fuente [44].

gigantes pues si la tienen deben estar muy en su interior y por lo tanto siendo parte de los interiores planetarios.

5.1 Inercia térmica y piel térmica

La Ley de Fourier relaciona el gradiente de temperatura en un medio con el flujo de calor en dirección z , $q = \Delta Q / \Delta t$ (calor por unidad de área y tiempo):

$$q = -K_T \frac{\partial T}{\partial z} \quad (5.1)$$

donde K_T es la **conductividad térmica**. El gradiente de temperatura es contrario al flujo q . Ver que $\Delta T \propto 1/K_T$. Algunos K_T : regolito $\sim 0.001 - 0.01$, condrita ~ 1 , rocas y hielos entre 2 y 4, metales $\sim 40-100 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Si hay una variación en el flujo q al cabo de cierto tiempo existirá una acumulación de calor y una variación de temperatura dada por:

$$\Delta x \Delta y \Delta z \cdot \rho \cdot c_p \cdot \Delta T = (q(z) - q(z + \Delta z)) \cdot \Delta x \Delta y \cdot \Delta t \quad (5.2)$$

de donde

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial q}{\partial z} \quad (5.3)$$

Para las rocas $c_p \sim 1200 \text{ J/kgK}$, regolito ~ 800 , para el agua líquida ~ 4200 , hielo ~ 2100 , metales $c_p \sim 500 \text{ J/kgK}$. Ver que $\Delta T \propto 1/\rho c_p$ y como teníamos que $\Delta T \propto 1/K_T$, si multiplicamos ambas expresiones tenemos:

$$(\Delta T)^2 \propto \frac{1}{\rho c_p} \frac{1}{K_T} = \frac{1}{\gamma^2} \quad (5.4)$$

o sea, $\Delta T \propto 1/\gamma$, de donde se define **inercia térmica**:

$$\gamma = \sqrt{K_T \rho c_p} \quad (5.5)$$

que tiene unidades de $\text{J m}^{-2} \text{ K}^{-1} \text{ s}^{-1/2}$ y que da una medida de la lentitud (inercia) con que un cuerpo varía su temperatura debido a variaciones en su entorno. El efecto Yarkovsky depende de

	regolito	rocas	agua	hielo	metal
ρ	1200	3000	1000	920	8000
K_T	0.005	3	0.5	1.6	80
c_p	800	1200	4200	2100	500

Cuadro 5.1: Valores aproximados para referencia.

K_T y de γ y es aproximadamente $\propto \gamma/(1 + a\gamma + b\gamma^2)$, por lo cual tanto una inercia muy alta como una muy baja lo anulan.

Si diferenciamos $\partial(5.1)/\partial z$ usando (5.3) obtenemos:

$$-K_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial q}{\partial z} = -\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.6)$$

o sea:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K_T}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (5.7)$$

que es la **ecuación de difusión del calor** donde se define **difusividad térmica** como:

$$k_D = \frac{K_T}{\rho c_p} \quad (5.8)$$

que da una idea de la penetrabilidad del calor. Para rocas y hielo $k_D \sim 10^{-6}$ m²/seg.

Dado un planeta de temperatura uniforme cuya temperatura superficial ($z = 0$) se hace variar periódicamente con período $P = 2\pi/\omega$ de la forma $cte + T_0 \cos(\omega t)$ (por ejemplo éste sería un modelo simple debido al calentamiento por la radiación del Sol) queremos ver cómo es la función que da la variación de temperatura con la profundidad y el tiempo $T(z, t)$. Buscamos soluciones del tipo $T(z, t) = Z(z)\tau(t)$ y se obtiene (ver [44])

$$T(z, t) = cte + T_0 e^{-z/L} \cos[(\omega t - z/L)] \quad (5.9)$$

lo que indica que a una profundidad z la temperatura oscilará con amplitud $T_0 e^{-z/L}$ con la misma ω pero estará desfasada una cantidad z/L respecto a la superficie, donde

$$L = \sqrt{2k_D/\omega} \quad (5.10)$$

se define como **profundidad de piel térmica** y nos da una idea de hasta qué profundidad son apreciables las variaciones superficiales periódicas (diarias, anuales) de temperatura. Algunos valores: Marte y Luna ~ 4 cm, Mercurio ~ 15 cm. Una alta K_T implica poca variación superficial de temperatura pero gran penetrabilidad al interior del planeta. La escasa profundidad de piel térmica que presentan las superficies nos indica que la temperatura interior de los planetas no está afectada por la radiación solar recibida. Cabe recordar que el perfil de temperaturas obtenido asume que no hay ninguna fuente de calor interior, hemos considerado exclusivamente una fuente de calor superficial.

Ejercicio 5.1 (parcial junio 2014) De acuerdo con observaciones fotométricas y espectroscópicas y a un evidente efecto Yarkovsky se estima que la superficie del asteroide (6489) Golevka tiene densidad $\rho = 1700$ kg m⁻³, calor específico $c_p = 680$ J kg⁻¹K⁻¹ y conductividad térmica $K_T = 0,01$ W m⁻¹K⁻¹. Calcule su coeficiente de difusividad térmica, k_D , expresando claramente sus unidades. Considerando que su período rotacional es de 6 horas estimar hasta qué profundidad es afectado el perfil térmico por las variaciones diurnas superficiales de temperatura. Considerando que su órbita es muy excéntrica y que su semieje mayor es $a = 2,5$ ua estimar

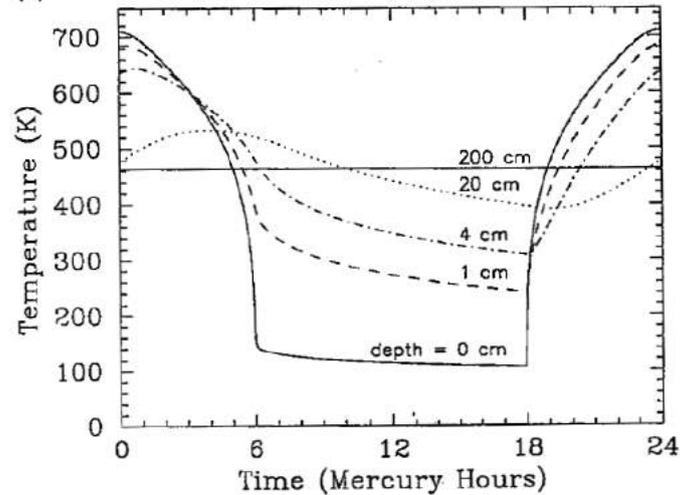


Figura 5.2: Modelo de temperaturas según z a lo largo de un día de Mercurio. Fuente [43].

hasta qué profundidad es afectado el perfil térmico por las variaciones estacionales superficiales de temperatura.

El coeficiente de difusividad térmica es

$$k_D = \frac{K_T}{\rho c_p} = \frac{0,01}{1700 \times 680} = 8,65 \times 10^{-9}$$

en m^2/s . Las variaciones diurnas ocurren con $\omega = 2\pi/(6 \times 3600) = 2,91 \times 10^{-4}$ rads/s, de donde $L = 0,0077$ m, apenas 8 milímetros.

Las variaciones estacionales ocurren con un período de $a^{3/2}$ años lo que nos da un $L = 0,59$ m, son más profundas. ■

5.2 Litósfera y corteza

La estructura interior de un planeta terrestre típico es núcleo, manto y corteza y se distinguen por su composición. Pero desde el punto de vista de las propiedades mecánicas se suele distinguir entre **astenósfera** (sólida pero con movimientos) y **litósfera** (sólida y rígida) que comprende a la corteza. Los fenómenos que trataremos en esta sección ocurren en la **corteza**, la parte más externa de la litósfera. La corteza está compuesta de rocas que a su vez están compuestas de minerales.

5.3 Minerales

Compuestos químicos separables mecánicamente de las rocas. Se han clasificado más de 5000 minerales diferentes y pueden agruparse en:

- Elementos nativos: Ni-Fe, grafito, diamante, plata, oro, ...
- Sulfuros (-S): piritita (FeS_2)
- Haluros (-Cl, -F, -Br, -I): fluorita (CaF_2)
- **Óxidos e Hidróxidos** (-O, -OH): espinela (MgAl_2O_4), cuarzo (SiO_2 , sílice), hematita (Fe_2O_3), corundum (Al_2O_3), rubí, zafiro. **Segundos más abundantes en la corteza terrestre.**
- Carbonatos, nitratos (- CO_3): calcita (CaCO_3)
- Sulfatos (- SO_4): anhidrita (CaSO_4)
- Fosfatos (- PO_4)

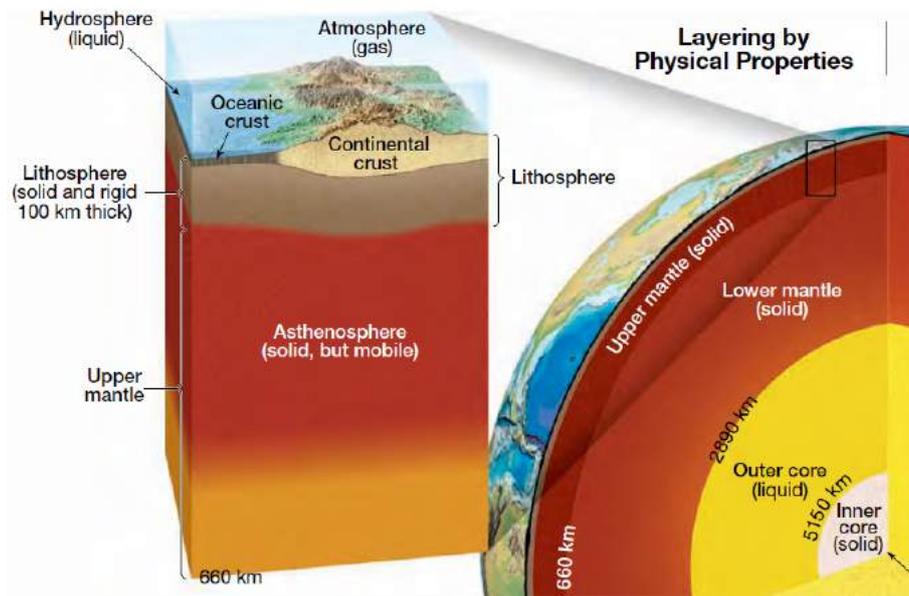


Figura 5.3: Astenosfera, litósfera, corteza continental y corteza oceánica. Fuente [58].

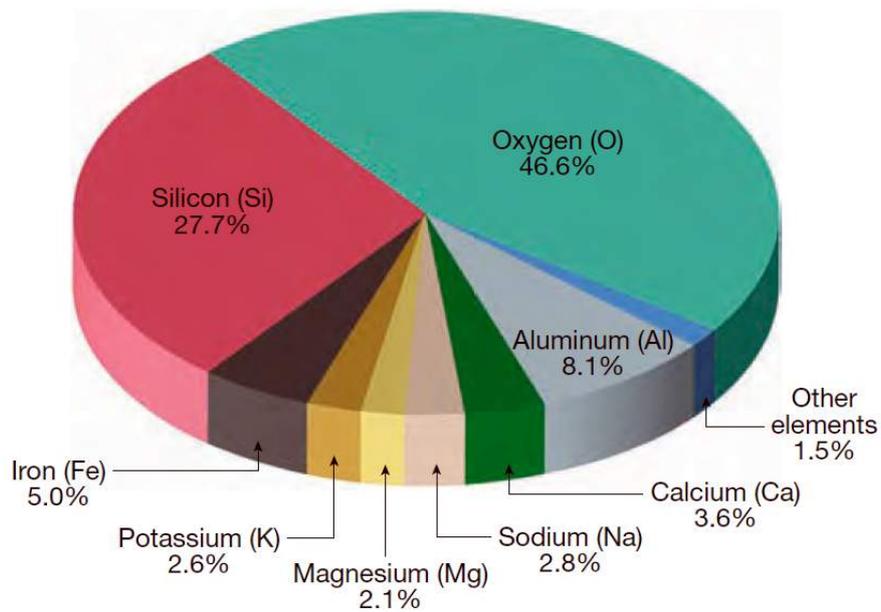


Figura 5.4: Abundancias de elementos en la corteza continental terrestre. Fuente [58].

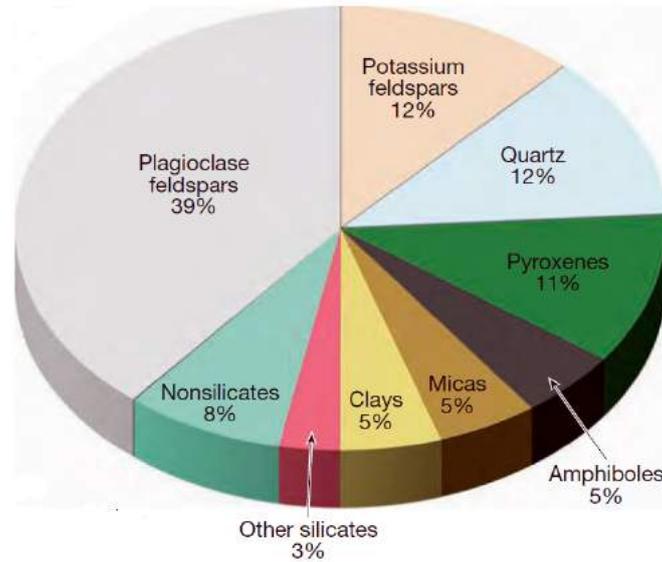


Figura 5.5: Abundancias de minerales en la corteza continental terrestre. Fuente [58].

- **Silicatos** ($-\text{SiO}_4$): olivina ($-(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{SiO}_4$), piroxenos ($-(\text{Si}, \text{Al})_2\text{O}_6$), feldespatos, micas, enstatita, talco, topacio. **Son los mas abundantes en la corteza de los planetas terrestres.**
- Hielos: H_2O , CO_2 , NH_3 , CH_4
- Compuestos carbonosos: en meteoritos, asteroides y cometas

Cuarzo y feldespato son menos densos y los más abundantes en la corteza terrestre. El 60% de los minerales en la superficie terrestre son feldespatos y cuarzo. **Olivina y piroxeno** son más densos y se supone constituyen una parte importante del manto. Una guía ilustrada puede encontrarse aquí <https://geology.com/minerals/>.



Figura 5.6: Dos rocas ígneas: granito y basalto.



Figura 5.7: Roca metamórfica (mármol) y breccia.

5.4 Rocas

Compuestas por combinaciones de minerales. Una buena muestra de tipos de rocas con sus fotografías se encuentra en Wikipedia en el link https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tipos_de_rocas. O también aquí <https://geology.com/rocks/>.

- **Primitivas:** no fueron transformadas por calor o presión (presentes en meteoritos, asteroides, cometas).
- **Ígneas:** por enfriamiento de magma (basaltos, granitos, obsidiana, anortosita, mica, diorita).
- **Sedimentarias:** a partir de depósitos generados por erosión (arcilla (clay), esquisto (shale), arenisca (sandstone), caliza (limestone), estalactitas, antracita, sílex). De origen orgánico: ámbar, tiza (chalk), corales, calizas.
- **Metamórficas:** transformaciones mecánicas, químicas y calor: mármol (carbonatos), cuarcita (cuarzo), anfibolita, gneiss, pizarra (slate).
- **Breccias:** fragmentos de diversas rocas cementadas en zonas de impacto o gran presión tectónica.

5.5 Clasificación de rocas ígneas

- Por lugar de formación:
 - Formada en superficie: enfriamiento rápido, volcánicas, cristales de grano fino (basaltos, obsidiana). Los basaltos **son las rocas mas abundantes** en el Sistema Solar.

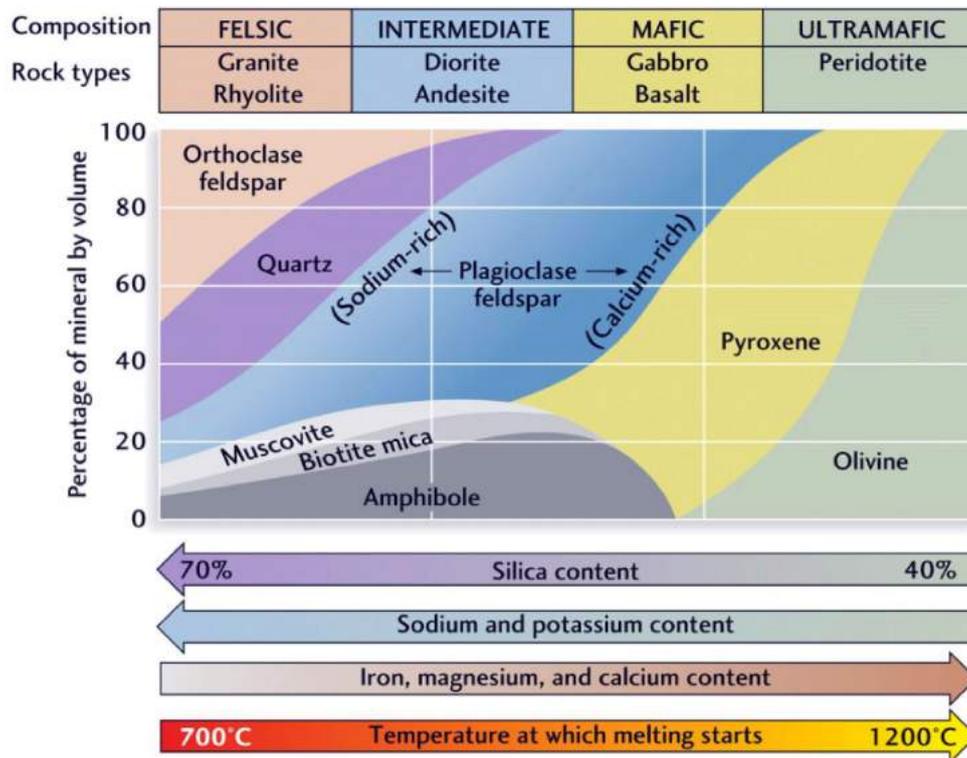


Figura 5.8: Clasificación de rocas ígneas. Fuente [58].

- Formada bajo superficie: enfriamiento lento, plutónicas, cristales grandes (granitos).
- Por contenido de sílice:
 - Bajo contenido de sílice (SiO_2 , sílica): basaltos, oscuros, 40% sílice + olivino y piroxeno
 - Alto contenido de sílice: granitos, coloridos, 70% sílice + feldespatos y cuarzo.

Los basaltos son las rocas más abundantes en los cuerpos del sistema solar. Los granitos en cambio se forman por un proceso de fraccionamiento de los minerales del magma que por ahora sólo se ha encontrado en forma abundante en la Tierra y muy pequeñas trazas en la Luna. La existencia de granito indica un reprocesamiento del magma y esto implica tectónica de placas o la existencia de un océano o alguna actividad geológica que permita la decantación de minerales en el magma.

5.6 Procesos geológicos

Son los procesos que modifican las superficies. Los podemos clasificar en

- Gravitación y rotación
- Tectónica
- Vulcanismo
- Efectos atmosféricos
- Impactos

Cuando hablamos de **edad de una superficie** nos referimos al tiempo transcurrido desde su última modificación. La edad de solidificación de una roca, en caso de poseer una muestra, puede determinarse con precisión por el método radiométrico (ver 8.15). La edad de la morfología de la superficie puede estimarse por la densidad de cráteres (aplicable a muchos objetos del sistema solar), por el grado de erosión (atmosférica, hielos o por bombardeo de micrometeoros) o por la

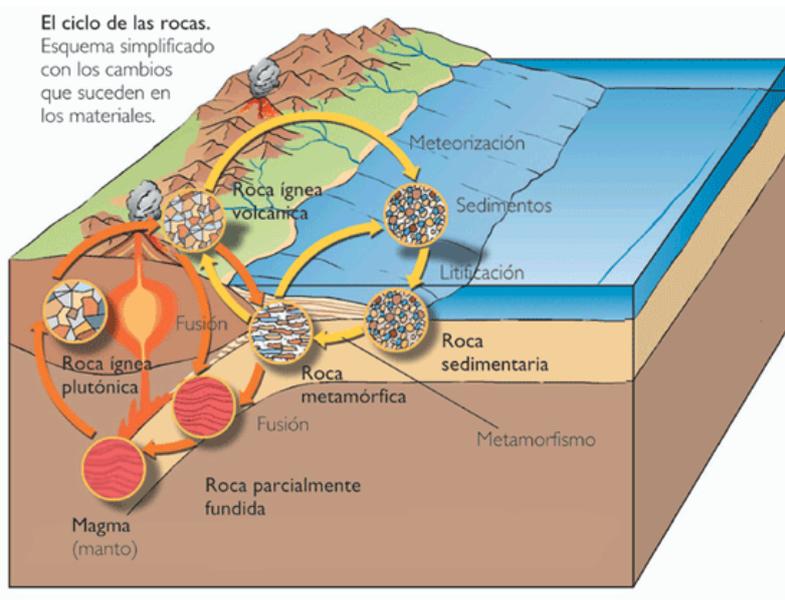


Figura 5.9: El ciclo de las rocas. Fuente [58].

existencia de capas sedimentarias (Tierra, Marte).

5.6.1 Gravitación y rotación

- definen forma
- equilibrio **isostático**: tiende a suavizar variaciones en g . Si hay equilibrio isostático (la cantidad de masa en cada columna de roca es constante) una montaña (de menor densidad, como un iceberg) no genera variaciones importantes en el campo gravitacional. En el ejemplo de la figura se debe cumplir

$$(h_1 + h_2 + h_3)\rho_c = h_2\rho_c + h_3\rho_m \quad (5.11)$$

- mareas generan calentamiento y sincronía (o resonancia) spin-órbita (Mercurio y todos los grandes satélites)
- derrumbes (pregúntele a los antiguos egipcios a quienes se les vivían derrumbando las primeras pirámides)
- eje de rotación se reorienta hacia la dirección del máximo momento de inercia (Marte, Vesta, Encelado)
- inestabilidad rotacional (en asteroides y cometas)

5.6.2 Tectónica

- son deformaciones por movimientos de superficie
- compresión o expansión por cambios de temperatura
- **plegamientos** (folding), **fallas** (faults), **fosa tectónica** (graben), **pilar tectónico** (horst), **montañas**, **fisuras** (rilles), **crestas rugosas** (wrinkle ridges)
- **tectónica de placas**: son únicas en la Tierra, generan montañas y terremotos y reciclan corteza oceánica en períodos de 100 - 200 Ma. Gran parte de la corteza continental sobrevive y se conserva en forma de **cratons** debido a su menor densidad.
- litosfera terrestre: básicamente son 12 placas que flotan sobre la **astenosfera** desplazándose algunos cm por año

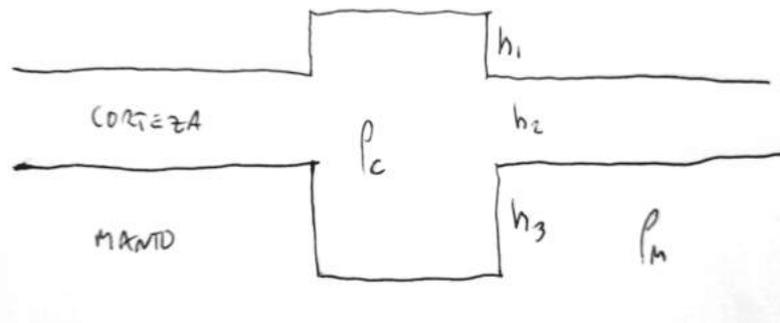


Figura 5.10: Isostasia. Si hay equilibrio isostático la columna de masa es constante.

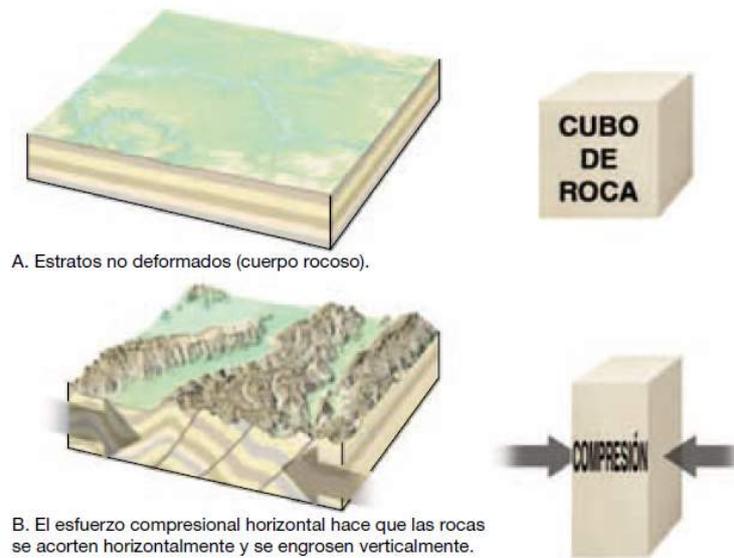


Figura 5.11: Plegamientos por compresión. Fuente [58].

- las rocas basálticas y densas del fondo oceánico se generan en grietas (dorsales oceánicas) que expanden el fondo
- **ciclo de Wilson**: formación y destrucción de supercontinente, reciclaje oceánico con ciclo de 100 Ma
- en Mercurio, Marte y Luna la litosfera es muy gruesa, solo puede haber movimientos verticales que generan fosas y pilares tectónicos

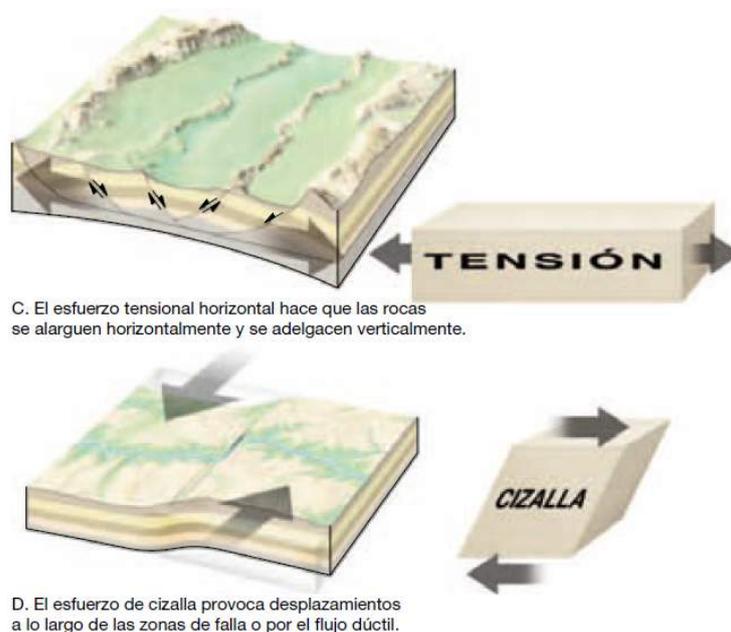


Figura 5.12: Fosas, pilares y fallas por efectos por tensión y cizalla. Fuente [58].

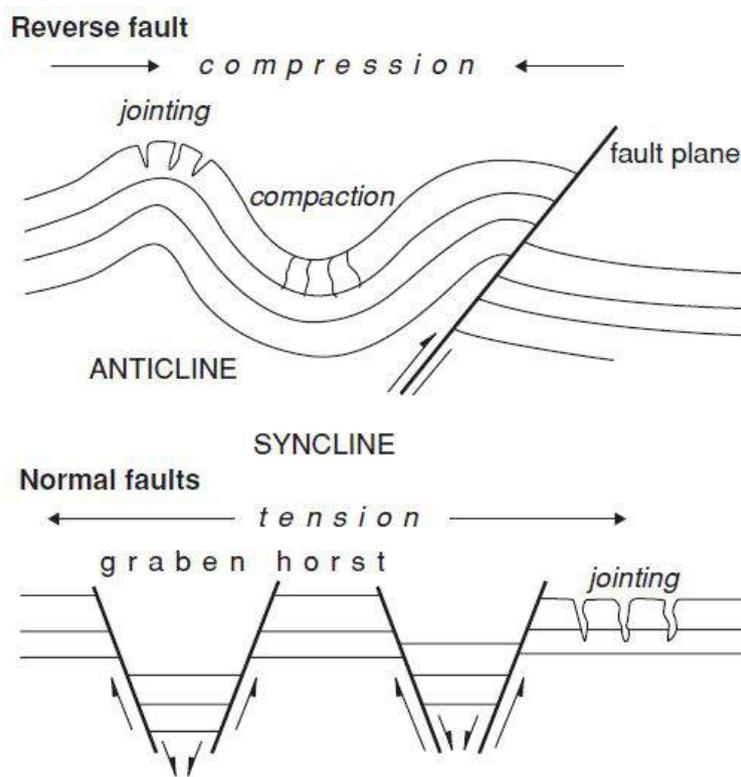


Figura 5.13: Efectos por compresión y tensión. Fuente [43].

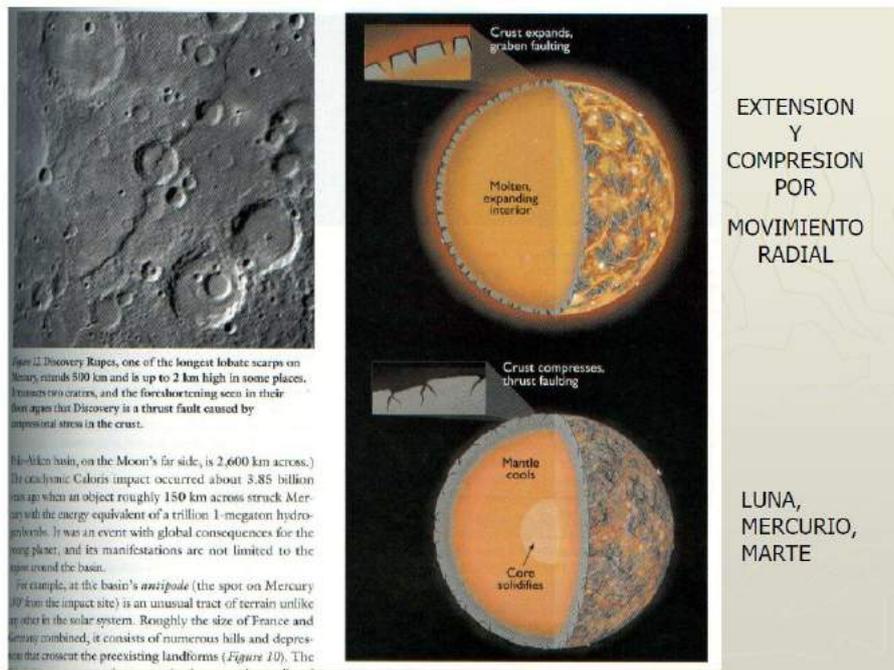


Figura 5.14: Efectos por movimientos verticales en Mercurio. Fuente [4].

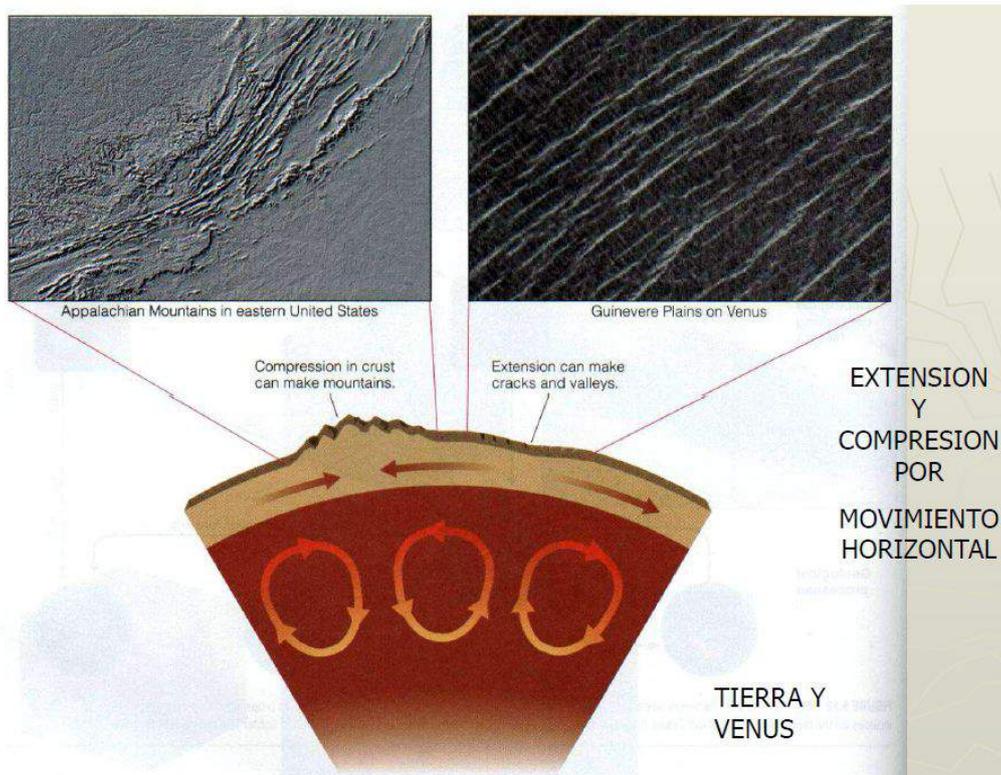


Figura 5.15: Efectos por movimientos horizontales en Venus y Tierra. Mientras en la Tierra los movimientos generan subduccion de placas en Venus no. Fuente [5].

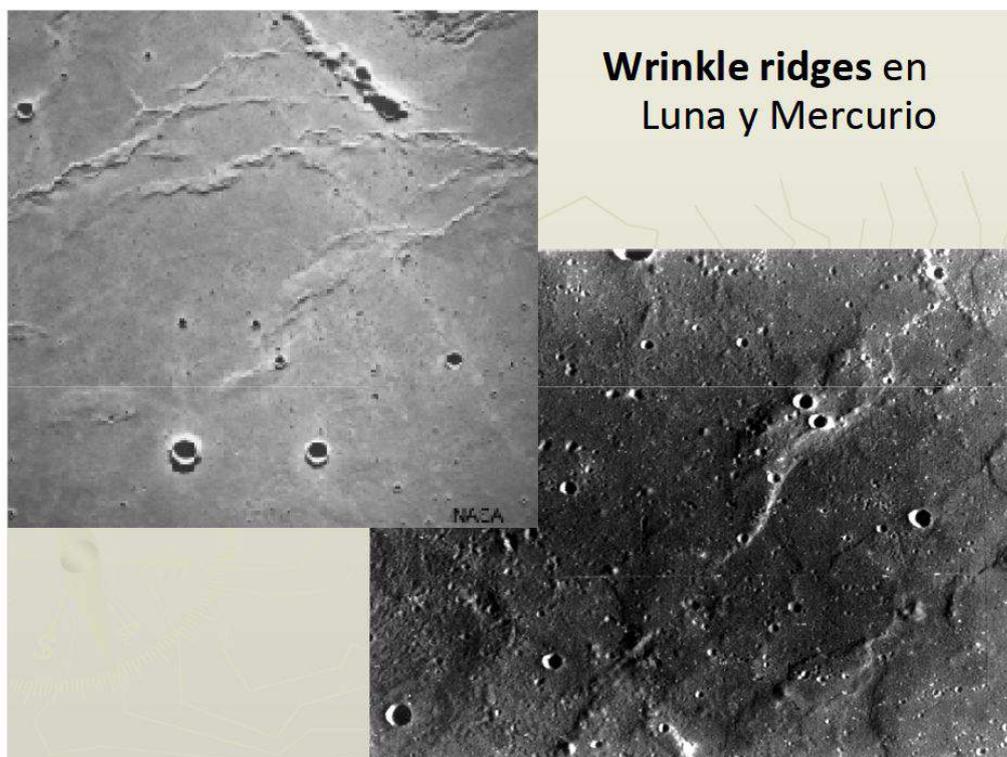


Figura 5.16: Crestas sinuosas generadas por compresión en Luna y Mercurio.



Figura 5.17: Fosa tectónica (rille) en la Luna.

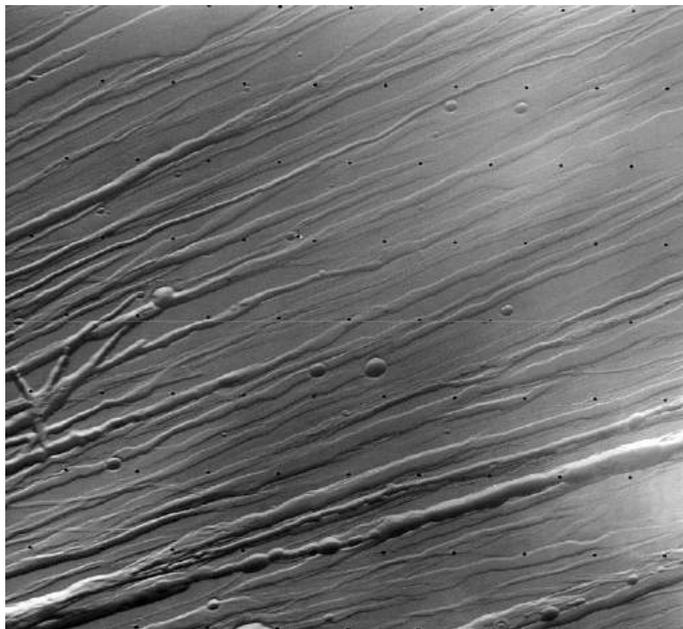


Figura 5.18: Pilares y fosas tectónicas en Marte.

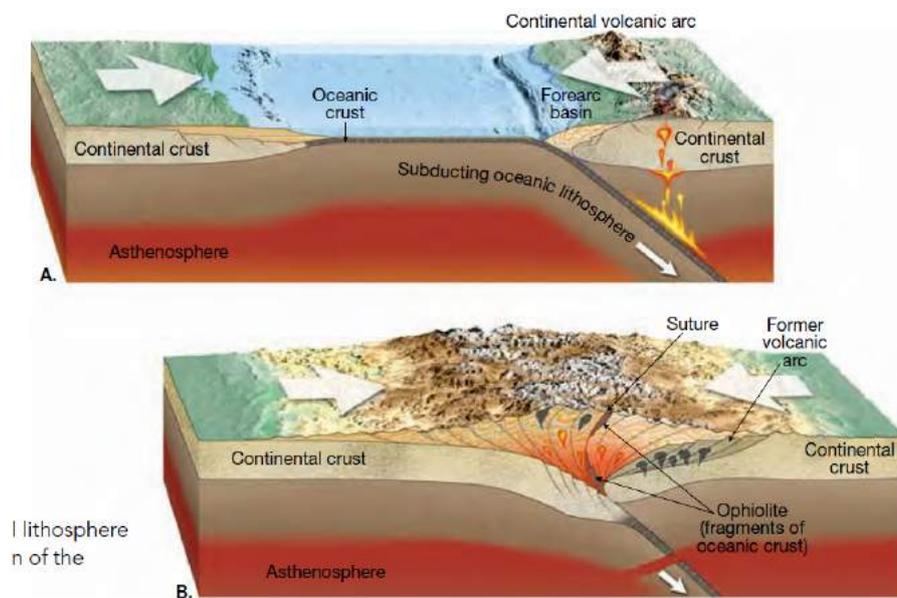


Figura 5.19: Tectónica de placas en la Tierra generando volcanes y montañas. Fuente [58].

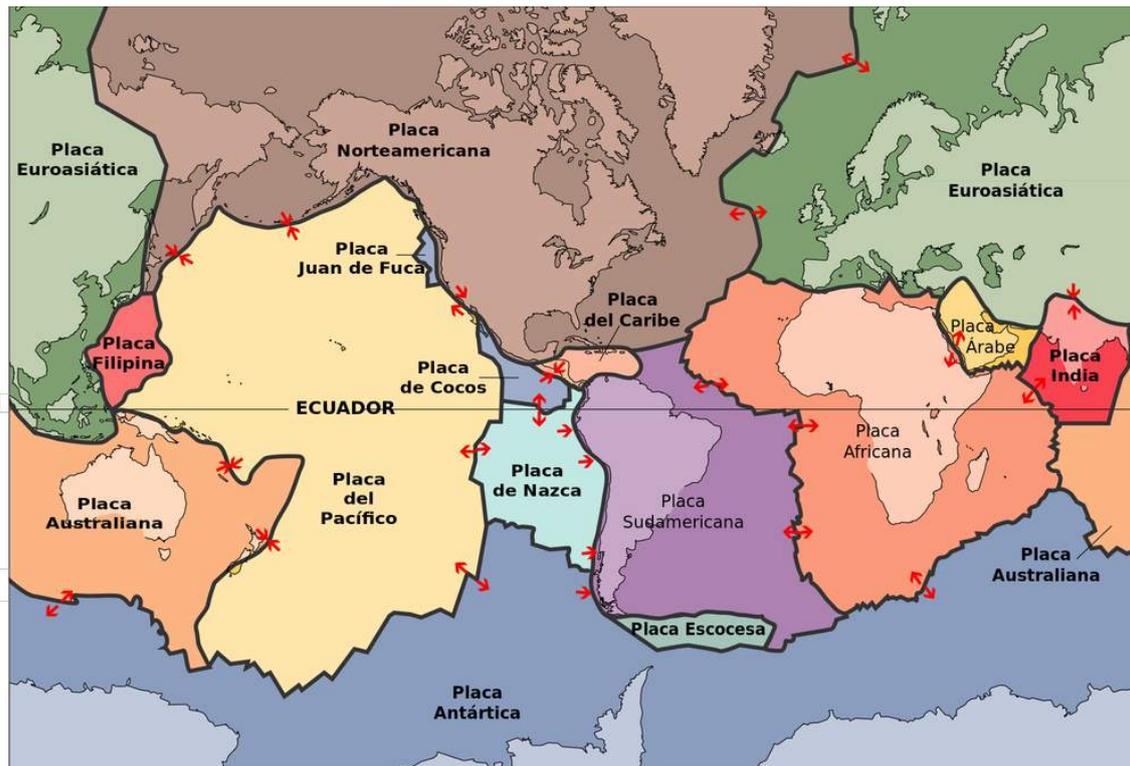


Figura 5.20: Principales placas terrestres.

5.6.3 Vulcanismo

- generan cambios superficiales y atmosféricos (Venus, Io, etc)
- se requiere magma interior, es decir calor (por acreción, mareas, fricción, decaimiento radioactivo)
- en lugares de colisión de placas (caso Tierra) o en ruptura de corteza debido a **penachos** (plumas) que generan **puntos calientes** (hot spots) como Hawaii
- generación de canales internos de lava que luego colapsan (Luna, Venus, Marte)
- transporte de calor, volátiles y materiales radioactivos desde el interior a la superficie
- mas allá de Júpiter existe el **criovulcanismo** en donde lo que se expulsa no es magma sino fluidos que se congelan al salir al exterior

5.6.4 Efectos atmosféricos

- si la presión es alta existen fluidos que generan modificaciones mecánicas y físicas (Tierra, Marte, Titan)
- protección contra proyectiles, rayos cósmicos y fotones ionizantes
- hielos subsuperficiales: CO₂ y H₂O en Marte, H₂O en Tierra, CH₄ en Titan, N₂ en Pluton y Tritón
- glaciares: arrastre de rocas, generación de valles
- los hielos presentan alto albedo lo que impide mas aun la absorción de calor potenciando el congelamiento
- vientos generan dunas
- desgaste químico

La roca ígnea desgastada genera arena, pero no sólo arena. La arena constituye los granos mas grandes, que en el caso de la Tierra son constituidos fundamentalmente de sílice. Otra parte de la

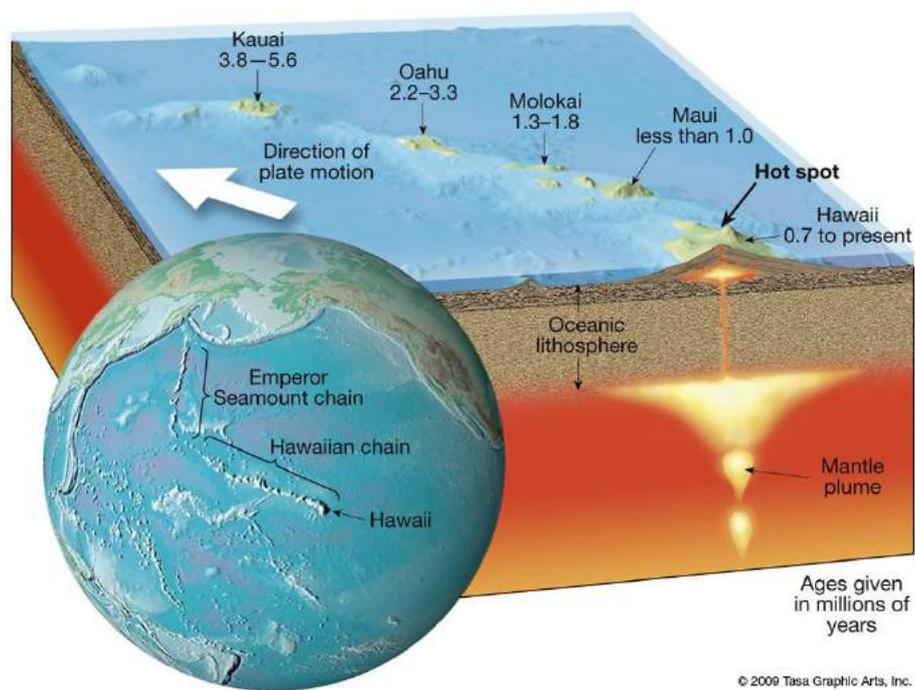


Figura 5.21: Puntos calientes generados por penachos. Fuente [58].

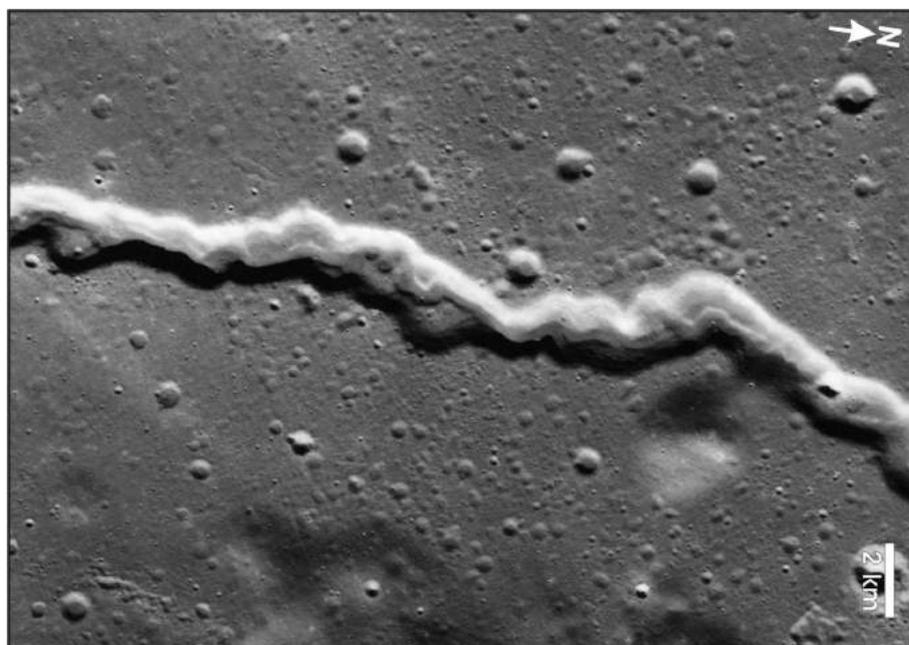


Figura 5.22: Canales o tubos de lava colapsados en Luna (rille). Notar que no existen afluentes como en los ríos.



Figura 5.23: Glaciar terrestre.

roca desgastada forma la arcilla constituida por otros minerales. Arena y arcilla tienen los mismos progenitores. En la Tierra tenemos varios tipos de arenas y sedimentos de origen biológico como las calizas, que difícilmente se puedan encontrar en otros cuerpos, a menos que...

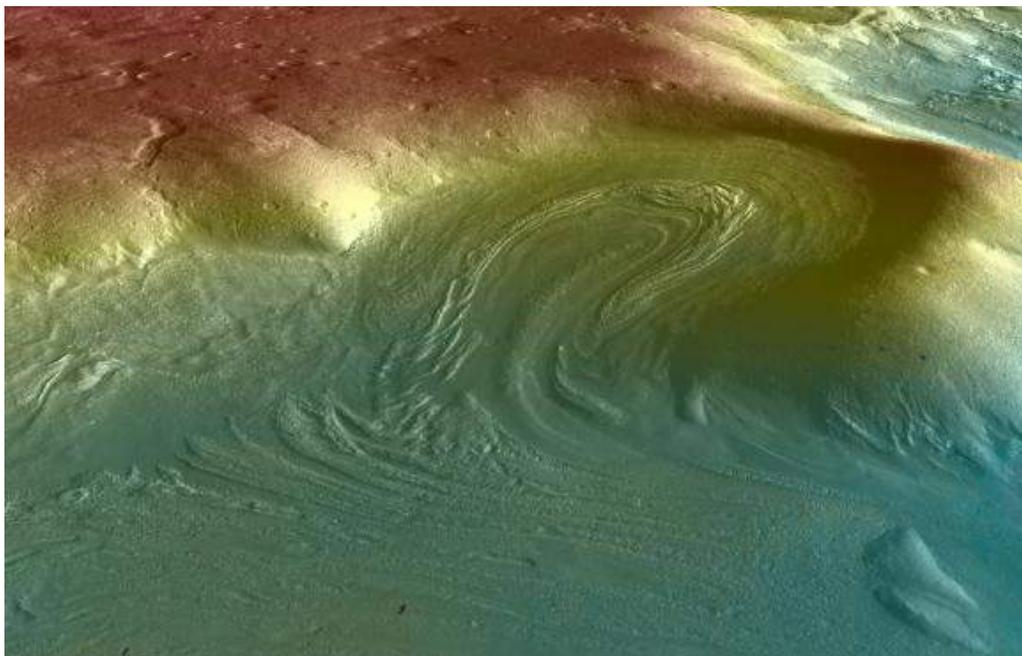


Figura 5.24: Huellas de glaciares en Marte.



Figura 5.25: Dunas en Marte



Figura 5.26: Tornados de polvo en Marte



Figura 5.27: Tormenta de polvo en Marte

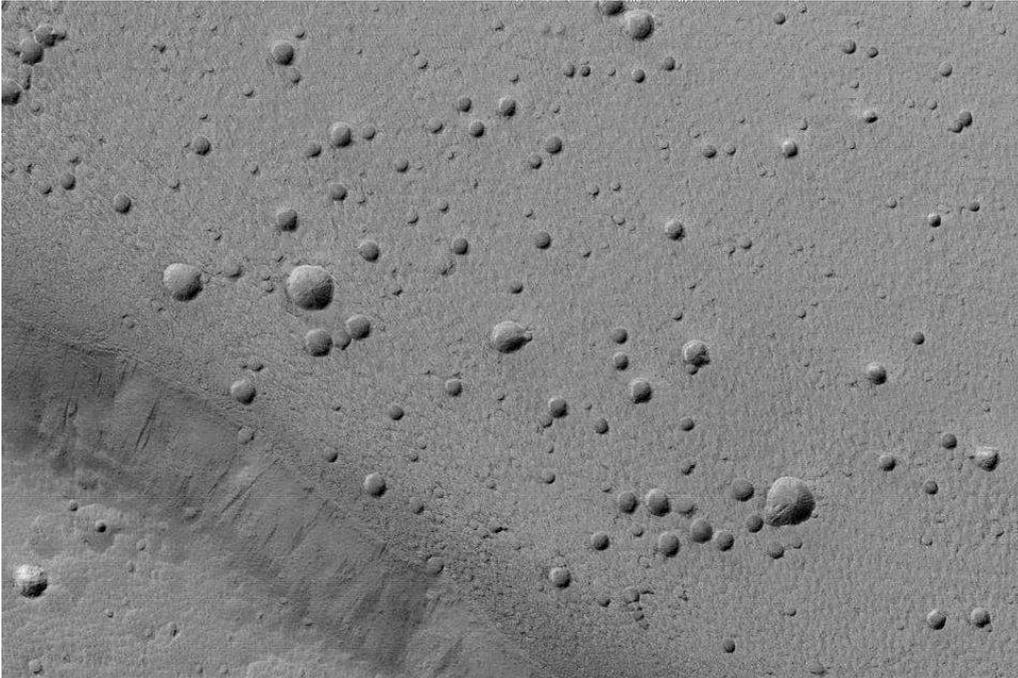


Figura 5.28: Dolinas: falsos cráteres en Marte (por hundimientos)

5.6.5 Impactos

Un meteorito es sustancialmente frenado por la atmósfera si la masa de atmósfera barrida es comparable con la masa del meteorito. La presión de la atmósfera sobre el asteroide es $P \sim \frac{1}{2}\rho_{atm}v^2$ (ver 2.3) la cual puede destruir al asteroide si supera su resistencia S_m . Los cráteres se forman por el impacto a **hipervelocidad** (velocidad superior a la velocidad de propagación de las ondas en el suelo) de un proyectil. Las ondas se propagan en el granito a unos 5 km/s, por lo cual si la velocidad de impacto es superior se genera un efecto igual al de una explosión, quedando en el lugar un cráter. El medio no es capaz de transportar la energía con suficiente velocidad y se volatiliza tanto el suelo como el proyectil. En estos casos la presión de la onda de impacto sobre el suelo de densidad ρ es $P \sim \frac{1}{2}\rho v^2$ [12], la cual si vence la resistencia del medio lo funde y volatiliza, lo cual ocurre generalmente.

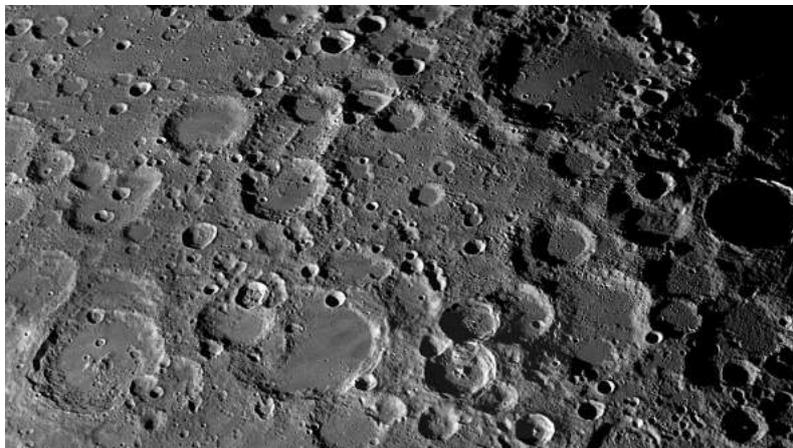


Figura 5.29: Cráteres.

Características de los cráteres de impacto:

- casi todos circulares (poco efecto de la inclinación de la trayectoria), abundantes en cuerpos sin atmósfera
- colisiones hipersónicas: varios km/seg, presión Mbars
- diámetro de cráter varias veces el diámetro del proyectil (Arizona: 30 y 1200 m)
- tipos: **microcráter** (hasta 1 cm, en cuerpos sin atmósfera generados por colisiones de polvo), **simples** (hasta 1 km, forma de bowl, depresión $\sim D/5$), **complejos o grandes** (hasta 100 km, suelo llano y pico central), **basamentos multianillos** que forman montañas
- etapas de formación: contacto y compresión por onda de choque, excavación y eyección de material, colapso.
- desgaste: la atmósfera terrestre borra un cráter de 1 km en 1 Ma. En sup. heladas desaparecen por flujos plásticos. Vulcanismo.
- **Regolito**: resultado del efecto sistemático de microimpactos que pulverizan la superficie generando una capa de varios metros

Si E es la energía inyectada por un impacto en Joules, se suele traducir a magnitudes de la escala Richter \mathcal{M}_R como

$$\log E = 6,24 + 1,44 \mathcal{M}_R \quad (5.12)$$

En el caso de impactos también suele usarse como unidad el megaton $1Mt = 4,18 \times 10^{15}$ Joules. Un simulador de impactos se encuentra en <https://impact.ese.ic.ac.uk/ImpactEarth/>.

5.6.6 Cráteres: densidad y tasa

La **distribución acumulativa** de cráteres (número de cráteres con diámetro mayor que D) suele modelarse como

$$N_c(D) = aD^\alpha \quad (5.13)$$

con $\alpha < 0$ y en general su valor esta entre -2 y -3. El máximo cráter teórico se obtiene imponiendo $N_c(D_{max}) = 1$ pero la distribución real siempre se aparta de la teórica para los mayores diámetros debido a la estadística de pocos números. El número de cráteres con diámetro entre D_1, D_2 es $N_c(D_1) - N_c(D_2) = -dN_c$. De donde la distribución **no acumulativa** se obtiene de

$$N(D) = -\frac{dN_c}{dD} = -a\alpha D^{\alpha-1} \quad (5.14)$$

El área ocupada por los cráteres entre D_1, D_2 suponiendo que no se superponen es

$$Area(D_1, D_2) = \int_{D_1}^{D_2} \pi(D/2)^2 N(D) dD \quad (5.15)$$

En general para $D < D_{sat}$ la superficie está **saturada**, es decir los cráteres se superponen. D_{sat} se obtiene imponiendo

$$4\pi R_p^2 = \int_{D_{sat}}^{D_{max}} \pi(D/2)^2 N(D) dD \quad (5.16)$$

Ejercicio 5.2 La distribución acumulativa de cráteres de un planeta es del tipo $N_c = kR^{-2,5}$. Sabiendo que tiene 60 cráteres con radios $R \geq 50$ km, estimar R_{max} .

$$N_c(50) = k50^{-2,5} = 60$$

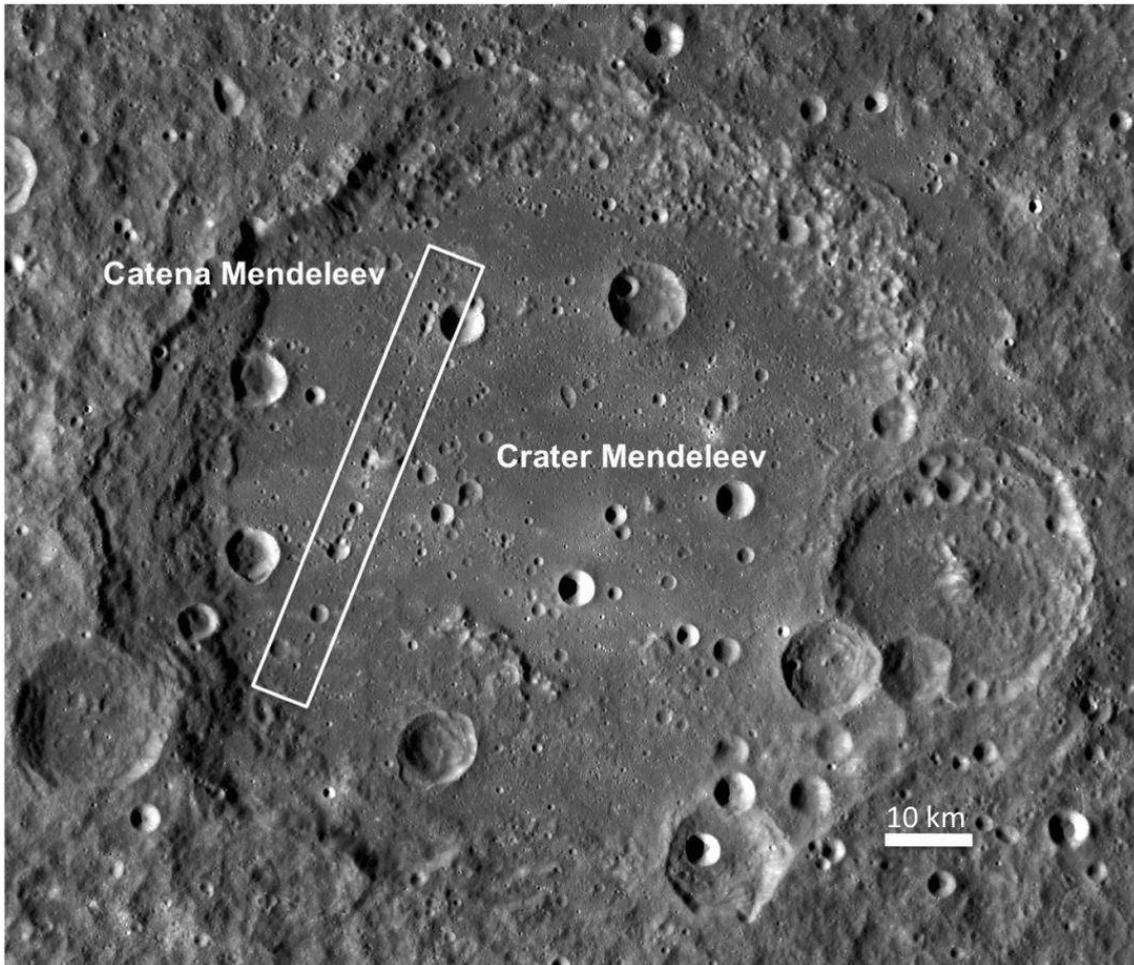


Figura 5.30: Cráteres de diversas edades. Las cadenas de cráteres pueden ser generadas por fisuras interiores, por impacto de un objeto disgregado o por eyecciones de un impacto cercano.

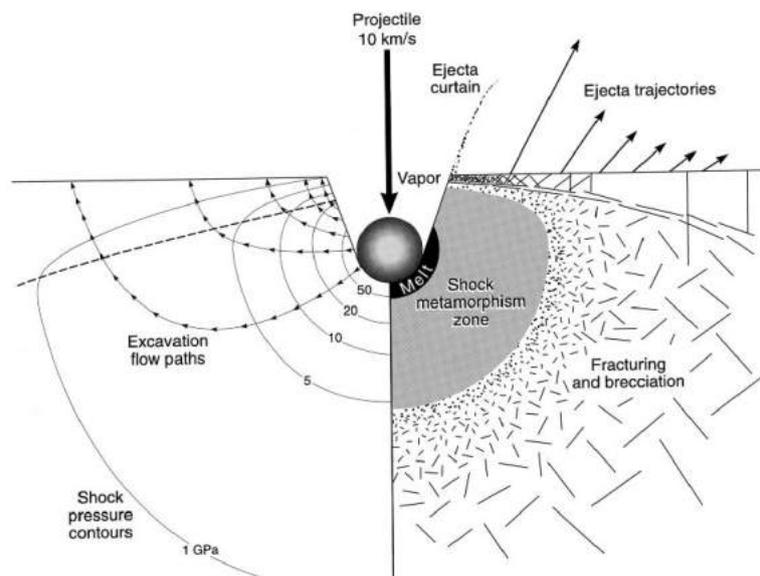


Figura 5.31: Proceso de formación de cráter. Fuente [23].

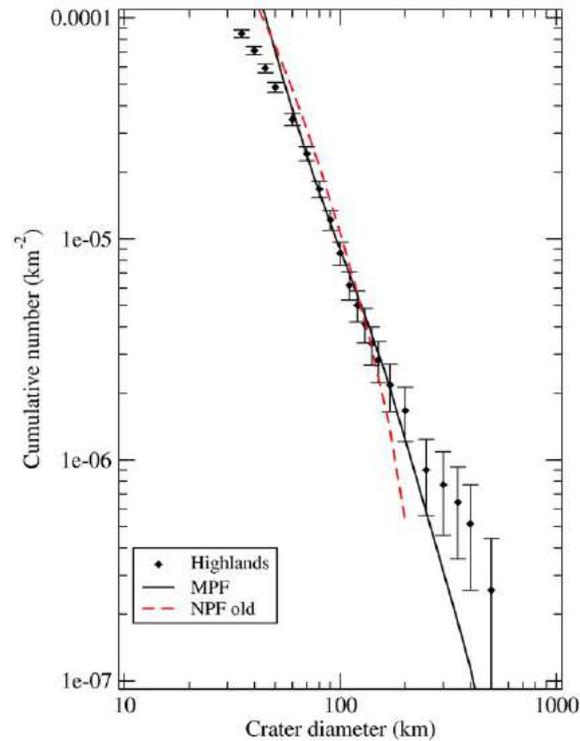


Figura 5.32: Típica distribución acumulativa de cráteres. La teórica es la recta y la real se aparta por saturación para los cráteres menores.

$$N_c(R_{max}) = kR_{max}^{-2.5} = 1 = 60 \times \left(\frac{50}{R_{max}}\right)^{2.5}$$

de donde $R_{max} \sim 257$ km. ■

Ejercicio 5.3 La distribución acumulativa de cráteres de un planeta es del tipo $N_c \propto D^{-2.5}$. El planeta tiene una región de su superficie muy antigua y otra muy joven de áreas similares. En la antigua hay 100 cráteres con $D > 500$ m y en la joven hay 100 cráteres con $D > 100$ m. Asumiendo que la tasa de craterización se mantuvo constante estimar la relación entre sus edades.

$$N_c(500) = a500^{-2.5} = 100$$

$$N_c(100) = b100^{-2.5} = 100$$

de donde $a/b = 56$ que es la relación de edades entre ambas superficies. ■

Algunos datos sobre la tasa de impactos:

- tasa muy alta en el pasado: **Late Heavy Bombardment** (LHB), la duda es si esto constituyó un pico o si es la caída natural desde la formación. El LHB ocurrió cuando las cortezas ya estaban formadas.
- tasa actual en la Luna para $D > 4$ km $\sim 2,7 \times 10^{-14}$ cráteres por km² por año
- coherente con los 20 cráteres nuevos (entre 2 y 120 m) observados por Mars Orbiter en 5 años
- la **edad de las superficies** puede determinarse por la distribución de cráteres usando la lunar

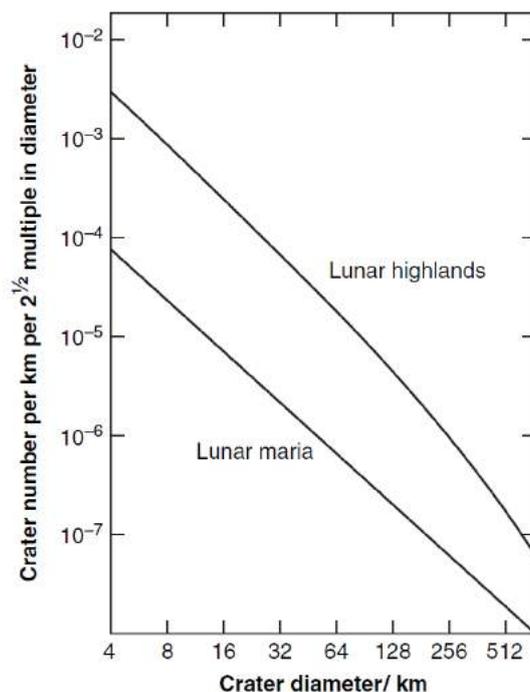


Figura 5.33: Distribución de cráteres lunares en una superficie antigua y en una más joven (mares). Fuente [28].

como referencia (a menor cantidad de cráteres menos edad de la superficie)

- variaciones en la tasa: la destrucción de un asteroide genera un incremento del flujo de proyectiles
- distribución compleja: saturación de cráteres, destrucción de cráteres por erosión, variaciones en flujo

5.6.7 Proyectiles

- para los planetas terrestres: asteroides y cometas
- para los jovianos y sus satélites: centauros y TNOs
- 10000 toneladas por año caen a la Tierra
- 7200 meteoritos con $R > 2$ cm llegan a la superficie por año (cada cuanto cae uno en mi jardín?)
- hace 65 Ma: extinción Kretacico-Terciario, **capa de iridio** y cráter Chicxulub (asteroide de 10 km). La historia de este descubrimiento esta en este video https://youtu.be/_HXHOSbCl1aQ.
- hace 252 Ma: extinción Permico-Triasico de 80% de especies (vulcanismo masivo o impacto?)

Ejercicio 5.4 Si 7200 meteoritos con $R > 2$ cm llegan a la superficie por año, cada cuanto cae uno en mi jardín?

Tenemos que por año caen

$$4\pi R_{\oplus}^2 \mapsto 7200$$

entonces si mi jardín tiene 15 por 20 metros

$$15 \times 20 \mapsto X$$

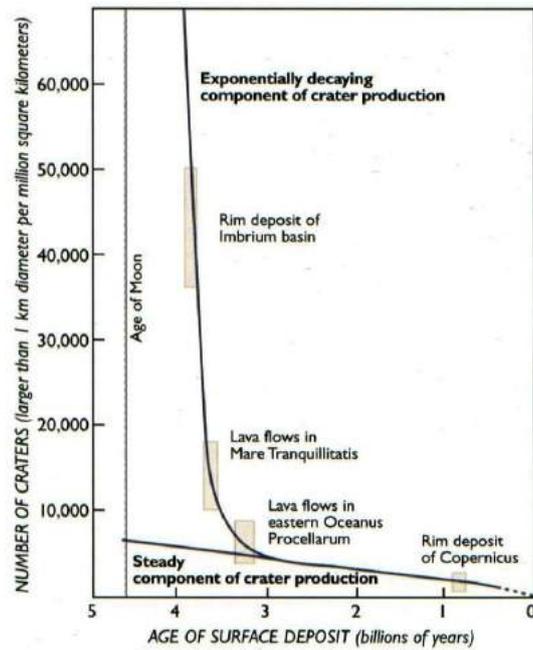


Figura 5.34: Variaciones en la tasa de impactos registrados en la Luna mostrando el crecimiento exponencial de la tasa de cráteres hace unos 3800 Ma (Late Heavy Bombardment?). La tasa de cráteres es observada y la edad de la región se determinó mediante decaimiento radioactivo en rocas recogidas por las misiones Apollo. Fuente [4].

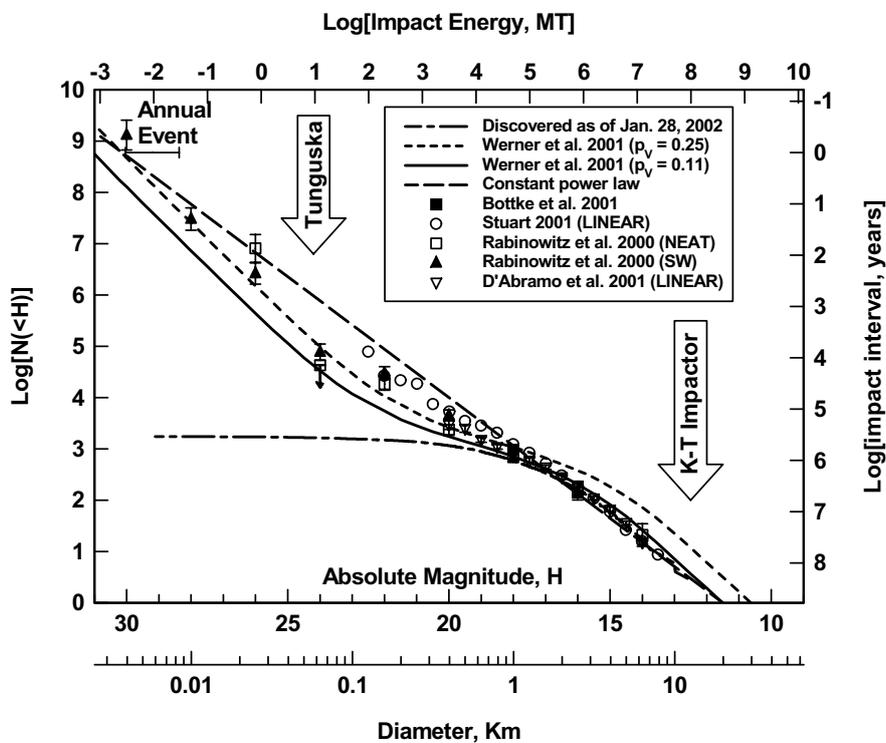


Figura 5.35: Frecuencia de impactos con la Tierra y energía asociada. Fuente [48].

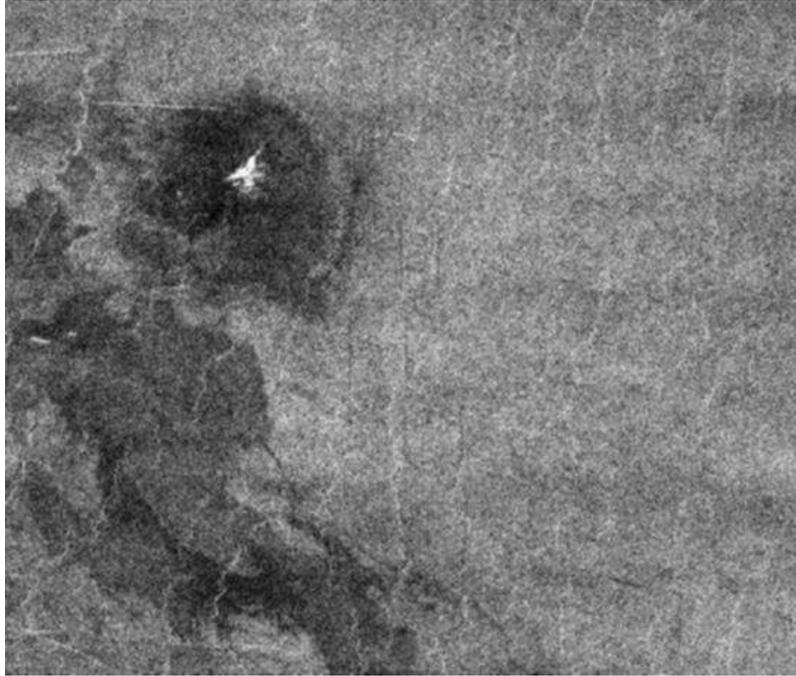


Figura 5.36: Posible huella de airburst en Venus.

de donde $X = 4 \times 10^{-9}$ por año, o sea cae 1 cada $1/X$ años o sea cada 238 Ma. Tranquilo. ■

5.6.8 Interacción con la atmósfera

- presión aerodinámica de la atmósfera sobre el proyectil $\frac{1}{2}\rho_{atm}v^2$
- si la masa de atmósfera barrida es comparable a la del proyectil habrá frenado sustancial
- ejemplo: proyectil metálico requiere $R \geq 1$ m para impactar a hipervelocidad en suelo terrestre
- proyectil sufre **ablación**, se genera gran gradiente de T y debido a baja conducción puede explotar (**airburst**) antes del impacto (Tunguska, 30 m en 1908 y Chelyabinsk, 20 m en 2013).
- poder destructivo del airburst depende de altura y energía cinética del proyectil
- Venus: huellas oscuras de airbursts

El orden de magnitud del **área desbastada por un airburst** puede estimarse como

$$A \sim 1000E^{2/3} \quad (5.17)$$

donde E es la energía del impacto en Mt y A el área en km^2 . En el caso de Tunguska $E \sim 4$ y $A \sim 2000 \text{ km}^2$. En [34] se relata el caso del impacto del asteroide 2008TC3.

Ejercicio 5.5 Se estima que el objeto que generó el fenómeno en Chelyabinsk en febrero 15 de 2013 (ver [53]) fue un pequeño asteroide de 20 m de diámetro y masa $1,3 \times 10^7$ kg que ingresó a la atmósfera a una velocidad de 19 km/s con una inclinación de 18 grados respecto al horizonte. Estimar si la atmósfera terrestre fue capaz de frenar sustancialmente su caída. Calcular la energía en Mt que transporta el asteroide y estimar el área destruida por la onda expansiva.

Se frena si la masa de atmósfera barrida es comparable a la masa del proyectil. La masa de atmosfera barrida es

$$m_{atm} = \frac{PS}{g \sin i} = \frac{P\pi R^2}{g \sin i} = \frac{10^5 \pi 10^2}{9,8 \sin 18} = 1,04 \times 10^7 \text{ kg}$$

la masa del proyectil es similar a la de la atmósfera barrida por lo tanto hubo importante frenado. Si hubiese caído verticalmente el divisor *sin* sería el triple por lo que la masa de atmósfera hubiese sido la tercera parte y no hubiese habido tanto frenado. La energía cinética es

$$E = \frac{1}{2}m_p v^2 = 0,5 \times 1,7 \times 10^7 (19000)^2 = 3 \times 10^{15} J = 0,73 Mt$$

y el área afectada

$$A \sim 1000E^{2/3} \sim 810 km^2$$

Ejercicio 5.6 Estimar el frenado en la velocidad Δv de un asteroide de masa m que ingresa con velocidad v a la atmósfera y en su trayecto barre una masa atmosférica m_{atm} .

La cantidad de movimiento cedida por el asteroide a la atmósfera es $\Delta p \sim m_{atm}v$ (ver 2.15). Por lo tanto suponiendo que la masa del asteroide no se altera, este Δp generará un cambio en su velocidad dado por $\Delta p \sim m\Delta v$. Por lo tanto

$$\frac{\Delta v}{v} \sim \frac{m_{atm}}{m}$$

Por esta razón es que decimos que habrá un frenado sustancial cuando la masa de atmósfera barrida sea comparable a la masa del asteroide.

5.7 Geología de algunas superficies

Abundante cantidad de imágenes para analizar se encuentran en <https://photojournal.jpl.nasa.gov/>.

Las superficies las conocemos a través de

- análisis de muestras: Tierra, Luna, Marte, Vesta (por los meteoritos),
- estudios in situ: Luna, Marte, Venus, Mercurio, Titan, Júpiter, Eros, Itokawa, Tempel 1, Churyumov-Gerasimenko, Ceres, Ryugu ...
- sensoramiento remoto: espectro visible e infrarrojo, espectroscopia de neutrones y de rayos gamma

Las edades de las superficies se pueden estimar por: la existencia de capas sedimentarias (que en el caso de la Tierra se vinculan a la historia de la actividad biológica), el desgaste atmosférico (Marte) o por microimpactos (Luna) y la tasa de cráteres. La edad de solidificación de las rocas que constituyen una superficie se puede determinar por el decaimiento radioactivo de sus elementos como veremos en 8.15.

5.7.1 Tierra

- dos cortezas: una nueva, en formación y densa, la oceánica constituida por basalto y otra continental generada por rocas ígneas recicladas y con fraccionamiento de material que las hace mas livianas y emergen sobre la oceánica.
- tectonica de placas: la corteza esta fraccionada y existe movimiento horizontal generando zonas de colisión y de subduccion. Esto genera montañas, terremotos y actividad volcánica.
- intensa erosión que genera desgaste y rocas sedimentarias en los fondos marinos, que eventualmente emergen (Cañón del Colorado)
- la erosión borra los cráteres de impacto, por ejemplo, el cráter Chicxulub de 200 km de diámetro en la península de Yucatán solo se detecto por anomalías gravimetricas pues se

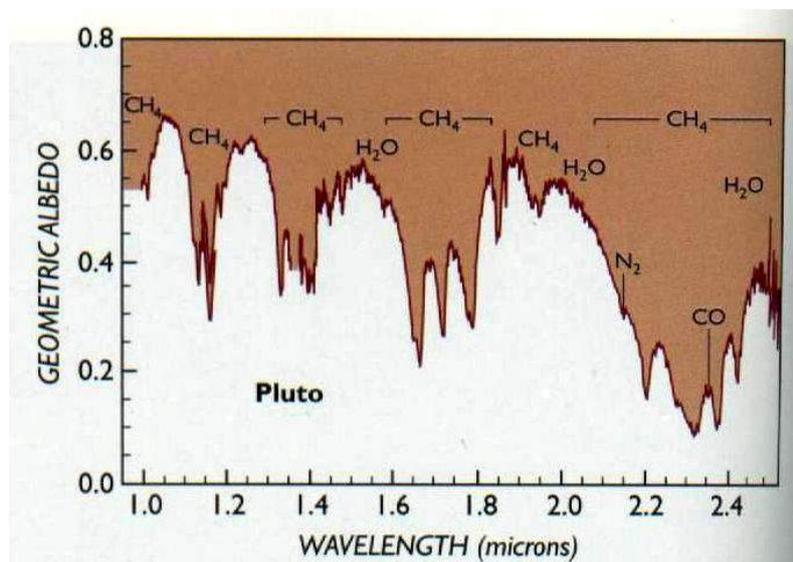


Figura 5.37: Identificación de bandas espectrales en Plutón. Fuente [4].

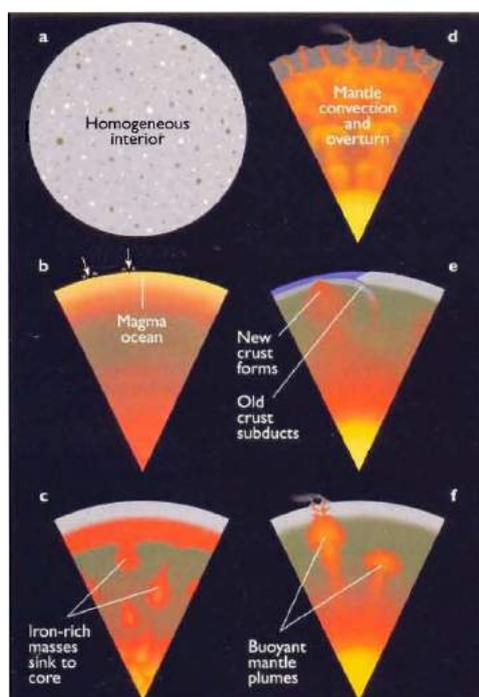


Figura 5.38: Cortezas: etapas evolutivas. Fuente [4].

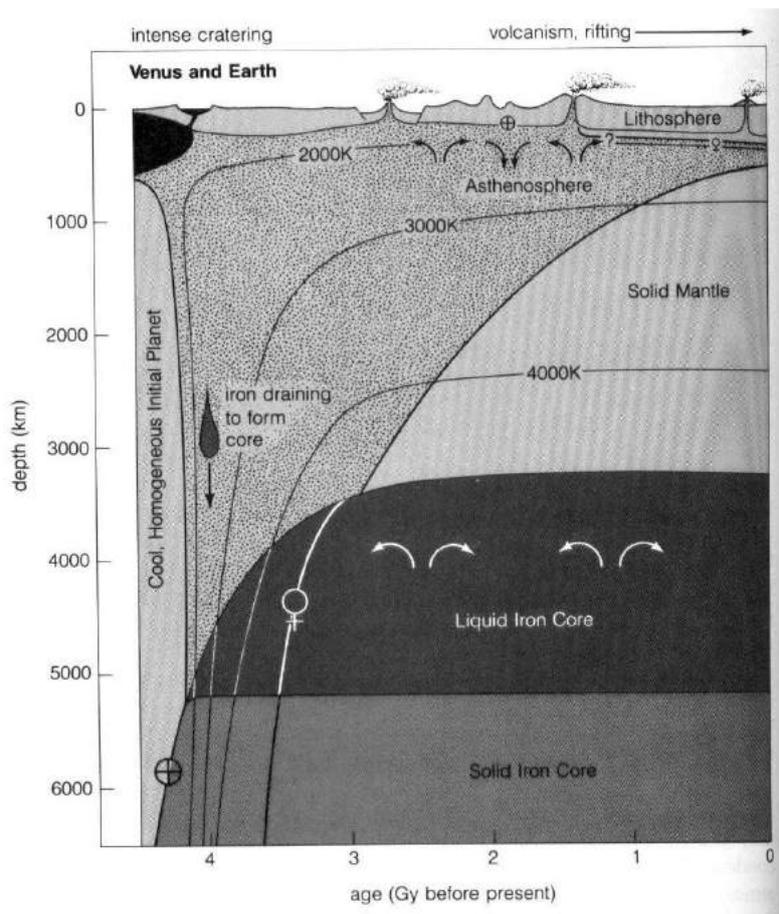


Figura 5.39: Posible evolución de Venus y Tierra. Fuente [25].

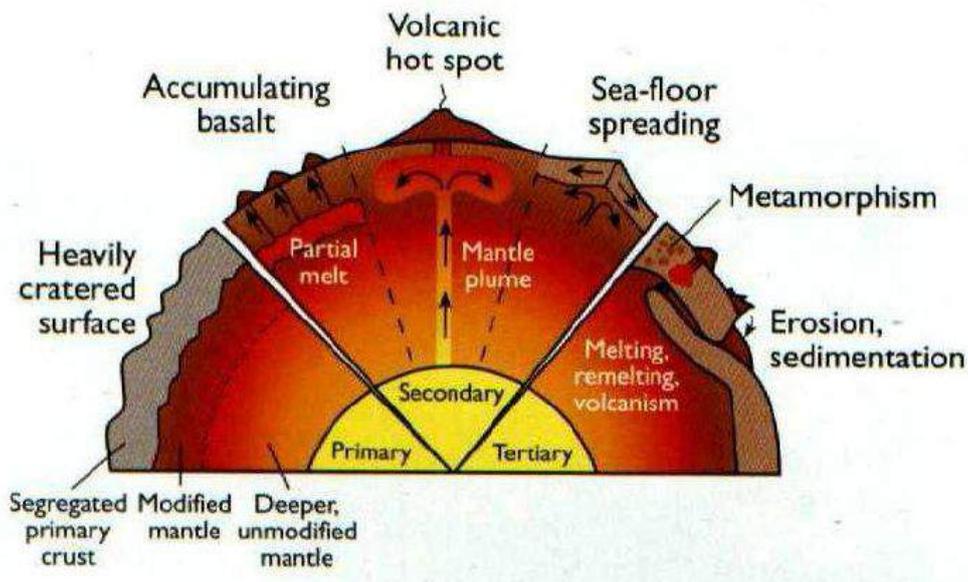


Figura 5.40: Cortezas, diferentes etapas evolutivas: primarias, secundarias y terciarias. Fuente [4].

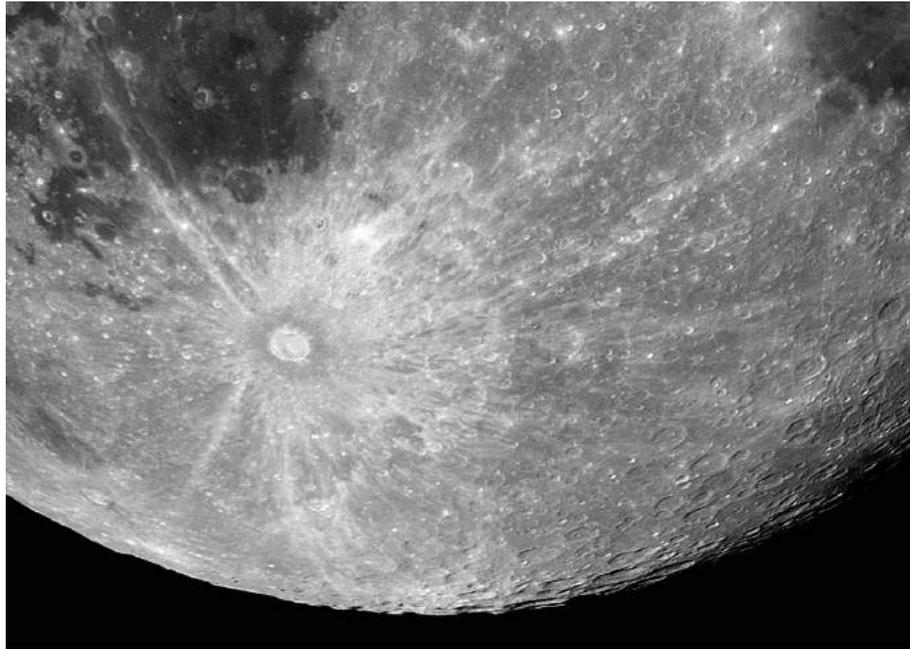


Figura 5.41: Cráter reciente (~ 100 Ma) Tycho y mar de basalto.

encuentra cubierto por 2 km de capas sedimentarias. Ver historia de su descubrimiento en https://youtu.be/_HXH0SbC1aQ.

- la actividad biológica modifico completamente la atmósfera
- junto a Titán son los únicos cuerpos que poseen líquidos en su superficie

5.7.2 Luna

- superficie muy antigua
- 80% superficies altas con albedos 0.11 a 0.18, saturadas de cráteres, edad 4.4 Gyr regolito de 15 m
- 16% superficies bajas con albedos 0.07 a 0.10, dirigidos hacia la Tierra, edad 3.1 a 3.9 Gyr regolito de 2 a 8 m. Son los **mares**, compuestos de basalto, magma que afloro a traves de fracturas en la corteza tal vez generadas por impactos anteriores
- polo sur: cráter multianillo cuenca **Aitken** de $D = 2500$ km, **el mayor del Sistema Solar**
- muy poca agua en sus minerales
- breccias por impactos, anortositas, KREEP
- poco vulcanismo
- wrinkle ridges
- mascons: concentraciones de masa debido a impacto que vuela corteza y sube el manto mas denso.

5.7.3 Mercurio

- superficie muy antigua
- planicies inter-cráteres de 3.8 Gyrs con mayor albedo que los mares lunares
- impacto: basamento **Caloris** de $D = 1550$ km con anillos de 2 km de altura y terreno caótico en antípodas.
- wrinkle ridges por contracción de corteza
- capa de 50 m de hielo en los polos, posible fuente: cometas

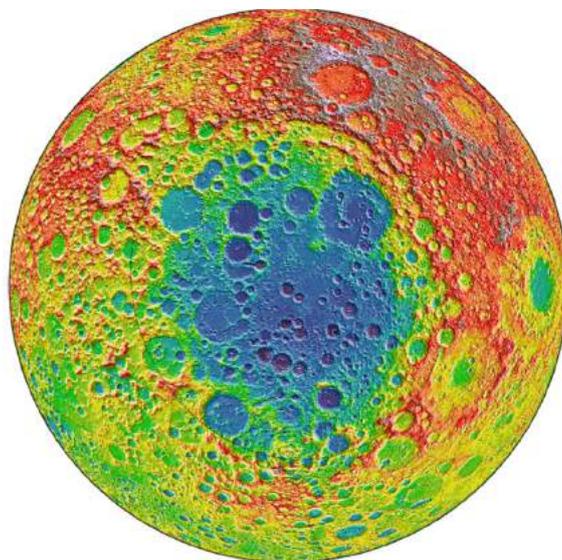


Figura 5.42: Basamento multianillo Aitken en las proximidades del polo sur lunar. No confundir con el cráter Aitken. Este basamento no es un cráter sino lo que quedó de un inmenso impacto luego cubierto por otros cráteres. Fuente NASA.

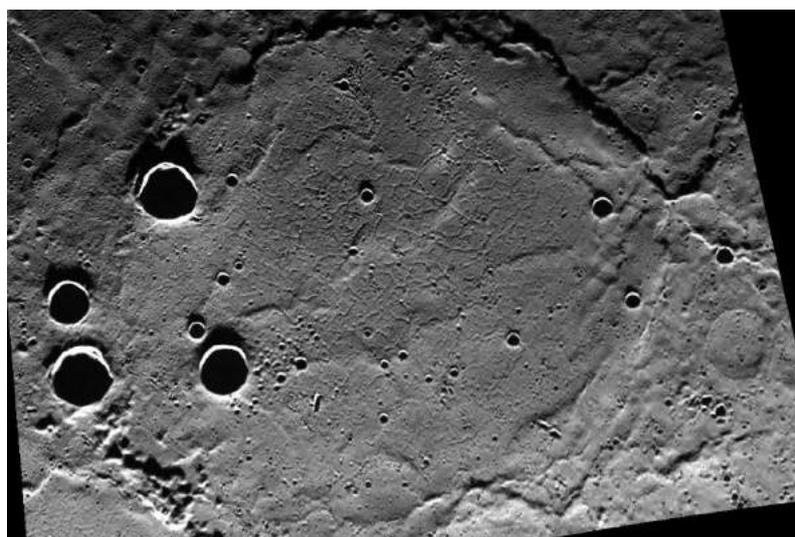


Figura 5.43: Detalle de planicie intercráter en Mercurio con antiguo cráter cubierto por derrames de lava.

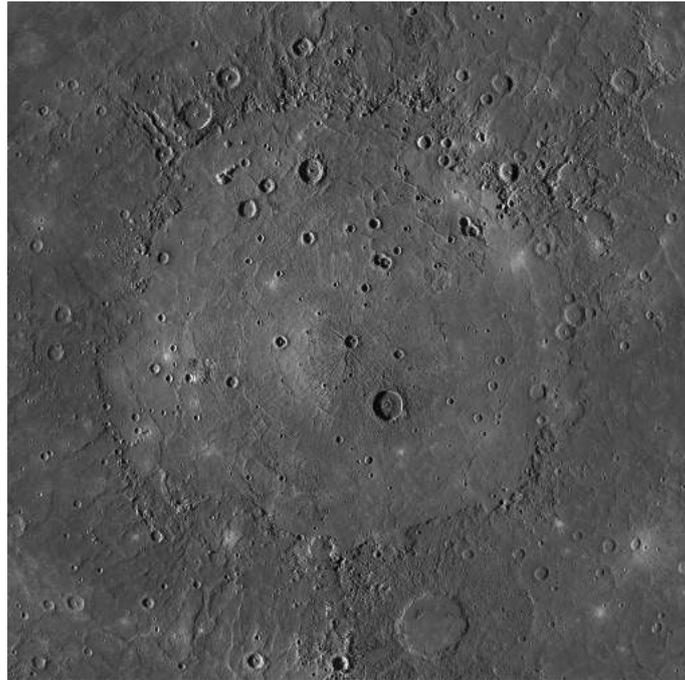


Figura 5.44: Antiguo basamento Caloris en Mercurio cubierto por derrames de lava

5.7.4 Venus

- tectónica importante: superficie joven $\sim 10^8$ años, pocos cráteres
- imágenes en infrarrojo y radio de Magallanes, visible de Veneras.
- basaltos, roca sólida y seca
- superficies altas: Isthara Terra, Afrodita Terra
- histograma unimodal de elevaciones
- poca erosión: vientos de 1 m/seg, algunas dunas
- miles de volcanes, y se han contabilizado unos 85000 mini-volcanes
- **panqueques** o domos circulares de 1 km de alto y hasta 50 km diámetro: lava muy viscosa
- **coronas**: anillos concéntricos elevados generados por puntos calientes
- **aracnoides**: formaciones circulares con grietas radiales, probable terreno hundido

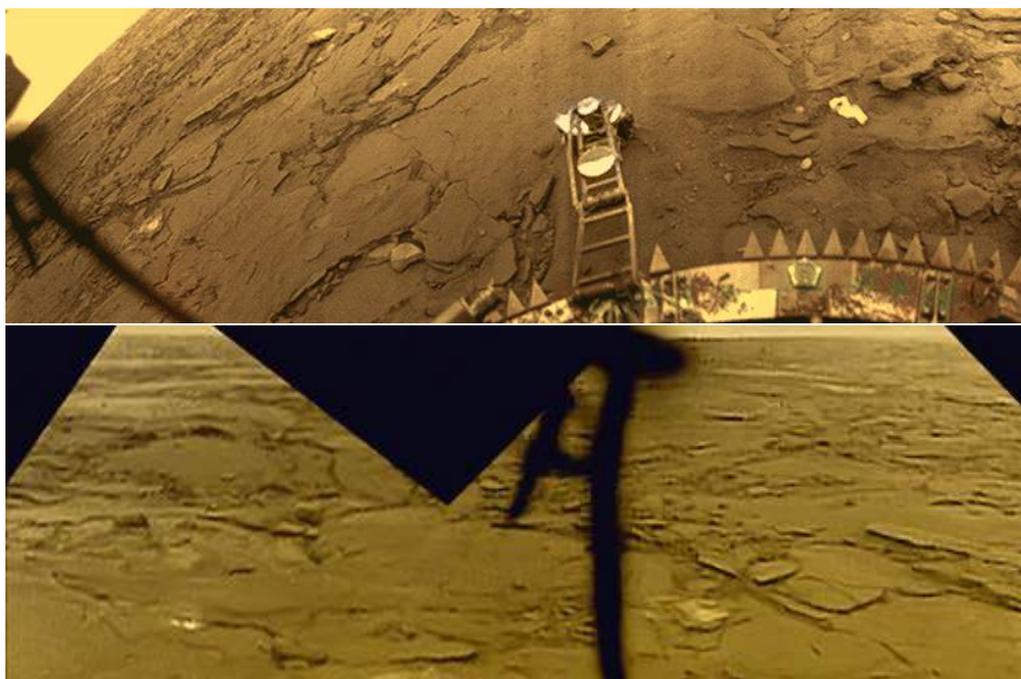


Figura 5.45: Suelo basáltico de Venus desde las sondas Venera.

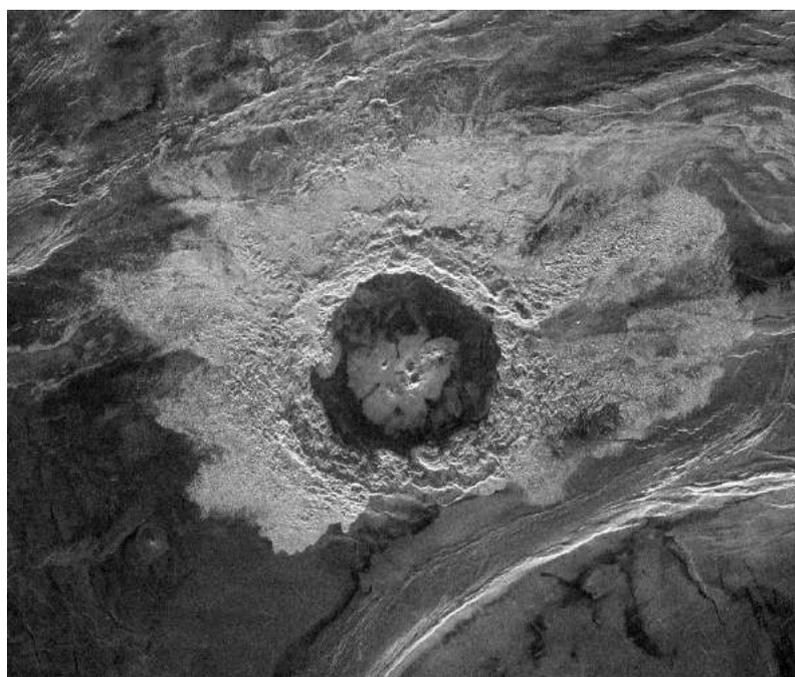


Figura 5.46: Cráter de impacto en Venus, con derrame de lava.

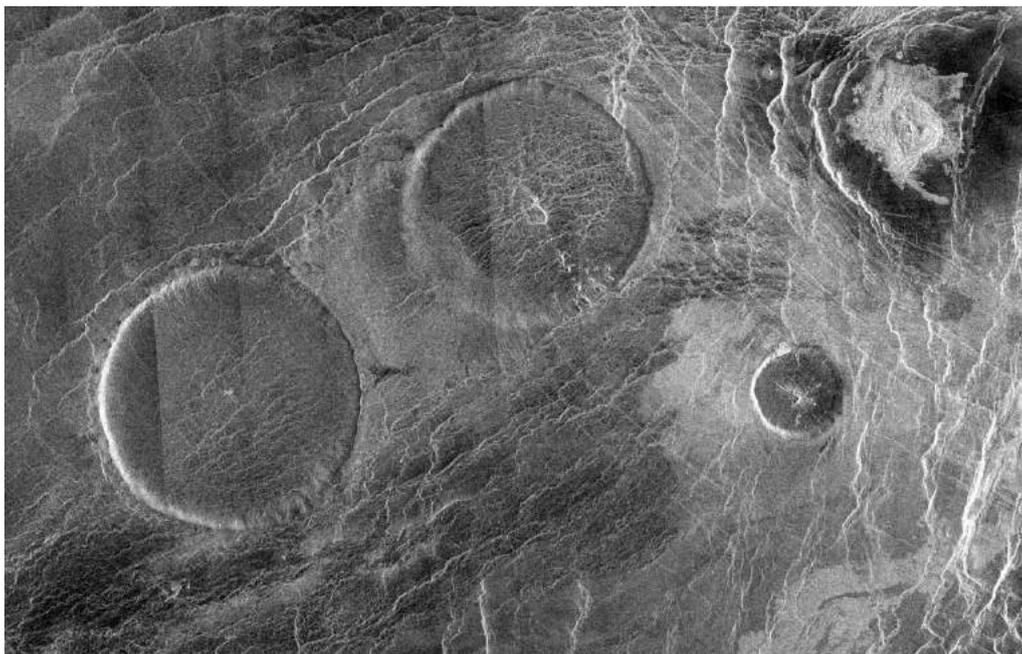


Figura 5.47: Panqueques en Venus

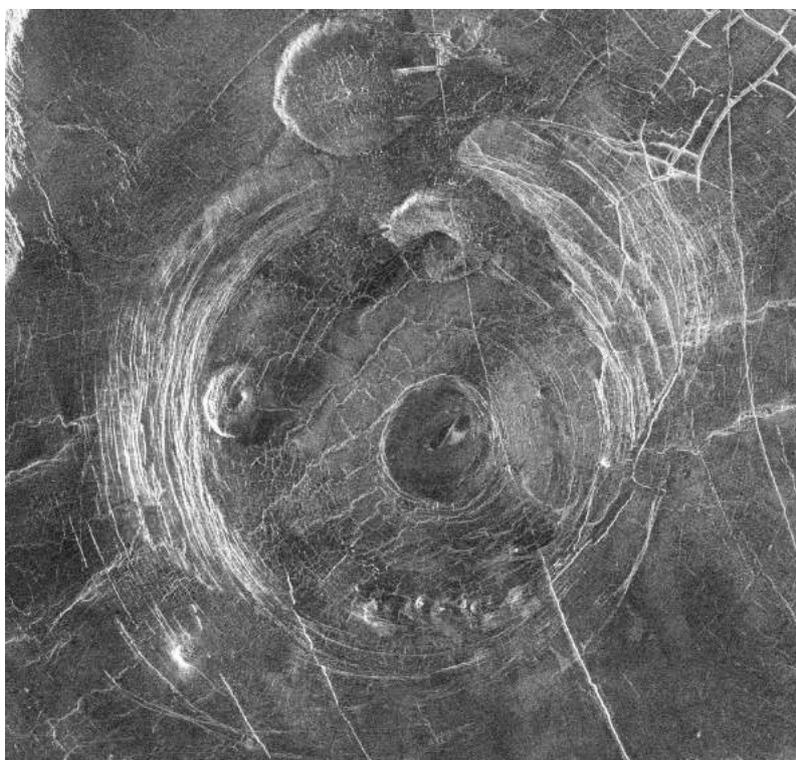


Figura 5.48: Coronas en Venus, zonas elevadas.

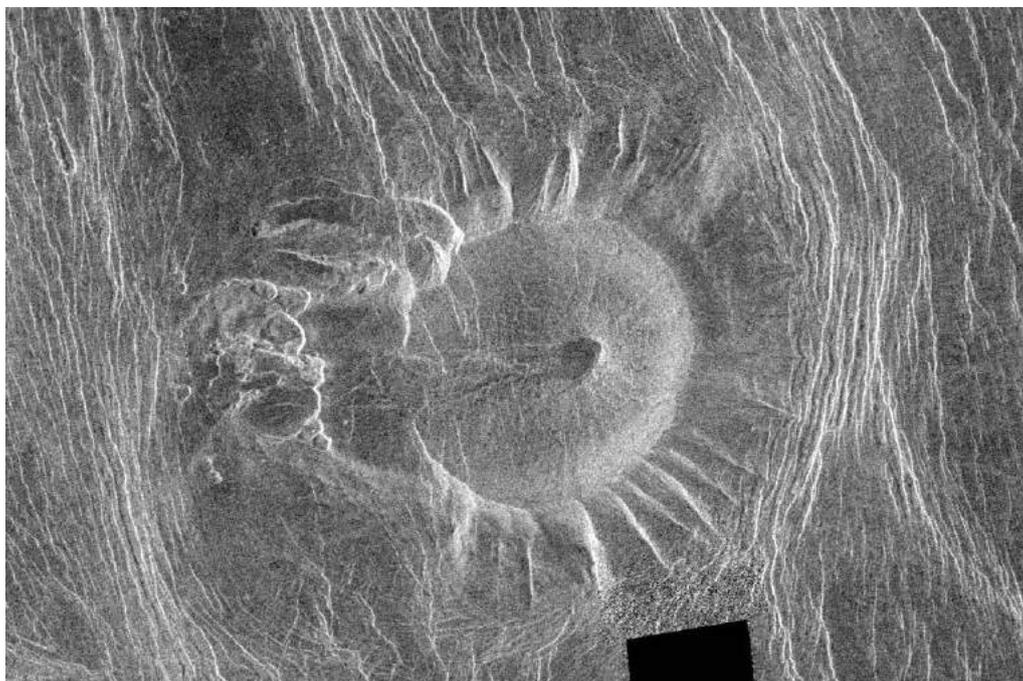


Figura 5.49: Aracnoide en Venus, zonas deprimidas.

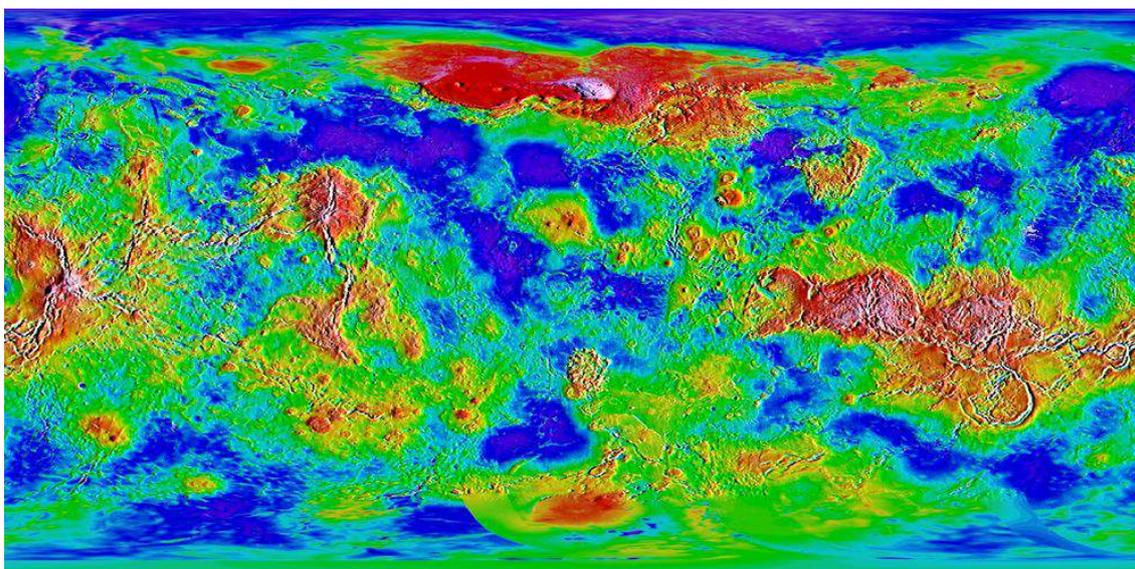


Figura 5.50: Mapa topográfico de Venus

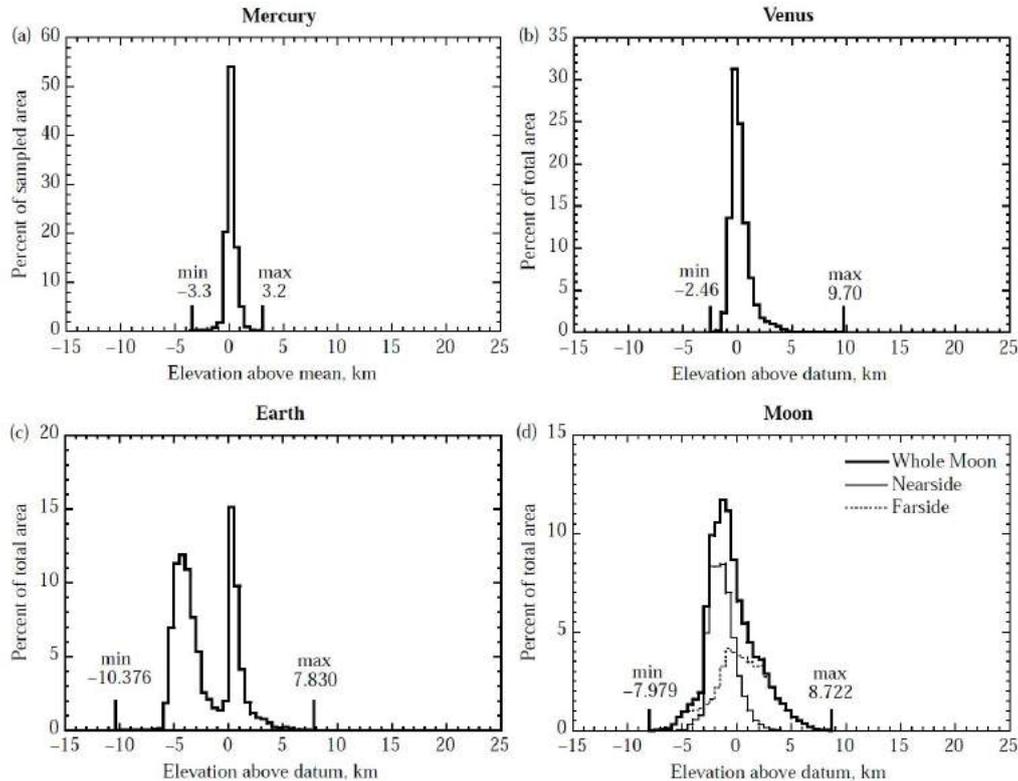


Figura 5.51: Histograma de elevaciones. Tierra: 2 superficies interactuando. Mercurio, Venus y Luna: corteza única. Marte es similar a la Tierra. Fuente [46].

5.7.5 Marte

- superficie muy antigua
- hemisferio sur tipo Luna, elevado entre 1 y 4 km, con muchos cráteres, edad 4.45 Gyr
- hemisferio norte llano, nivel bajo, edad de 3 a 3.5 Gyr
- color rojo debido a óxidos
- **dicotomía crustal** norte-sur: ¿gran impacto o convección del manto?
- **región Tharsis**: 4 volcanes gigantes + sistema de cañones (Valle Marineris). Hay registros de actividad en los últimos 100 Myr.
- volcanes gigantes en el ecuador, si se formaron en otras latitudes el eje de rotación debió migrar por conservación de momento angular
- **Monte Olimpo**: volcán mas grande del Sistema Solar, la corteza no se desplaza respecto a la fuente de magma (como ocurre en Hawaii)
- **Valle Marineris** de 4000 x 600 x 7 km formado por tectónica que da lugar a flujo subterráneo y luego sedimentación
- **hielo permanente** en los polos, efectos de glaciares de hace algunos millones de años
- meteorito ALH84001: roca marciana formada hace 4.5 Gyr, eyectada hace 16 Ma, impacto en Antártida hace 13000 años, recogida en 1984 muestra formaciones microscópicas que llevaron a pensar en microorganismos marcianos

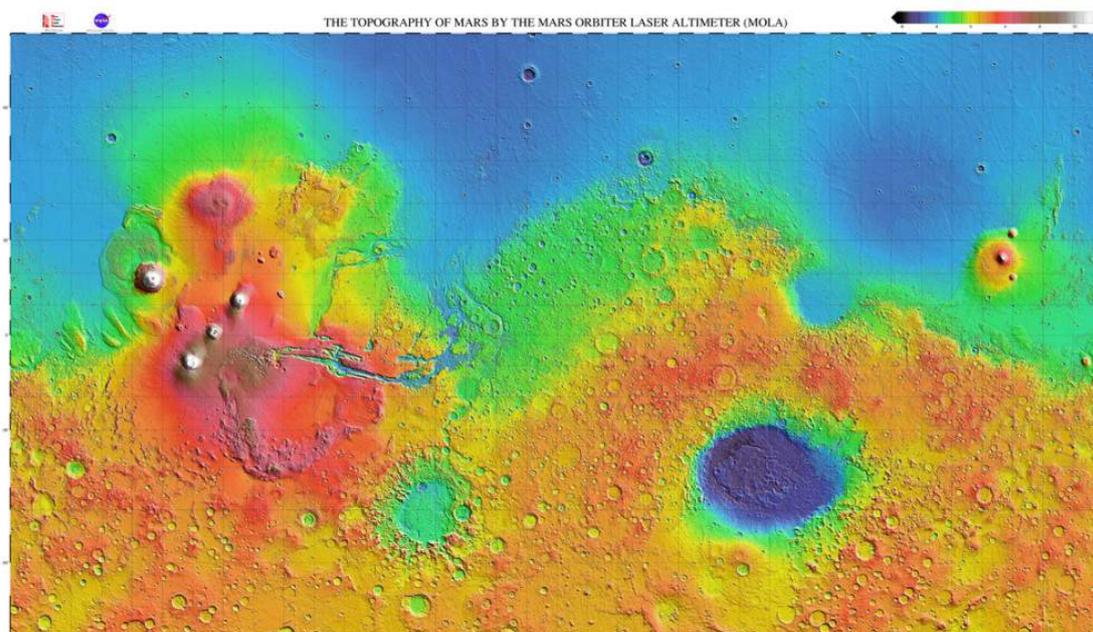


Figura 5.52: Topografía marciana: dicotomía crustal.

5.7.6 Satélites Galileanos

Se aprecia un gradiente composicional.

- Io rocoso, elipsoide triaxial por mareas de Júpiter, sin cráteres, 400 volcanes, flujo de calor 25 veces superior al terrestre, el interior no puede disipar el calor por conducción entonces se funde y genera actividad volcánica. Origen del calor: mareas de Júpiter y resonancia Laplaciana. Erupciones de lava de azufre y SO_2 con temperaturas entre 700 y 1800 K.
- Europa: 20 km de hielo superficial y luego 100 km de **océano**, intensa tectónica en el hielo
- Ganímedes diferenciado, 50% rocas, 50% hielos, cráteres sobre el hielo.
- Calisto homogéneo, 50% rocas, 50% hielos

5.7.7 Titan

- superficie generada por criovulcanismo
- presenta erosión por flúidos
- edad inferior a 1 Gyr
- dunas
- bloques (cantos rodados) de metano sólido en la superficie
- color anaranjado debido a **tholins**: compuestos orgánicos originados por la radiación solar sobre el metano

5.7.8 Otros satélites de Saturno

- Encelado: un hemisferio muy joven 1 Ma y otro muy viejo 1 Gyr, albedo ~ 1 (hielo puro), **geiseres** de agua en el polo sur que alimentan el anillo E
- Iapetus: hemisferio de avance oscuro con depósitos orgánicos
- Mimas: el objeto más craterizado del Sistema Solar, extraña distribución de temperaturas (pacman)
- Hyperion: muy poroso, rotación caótica

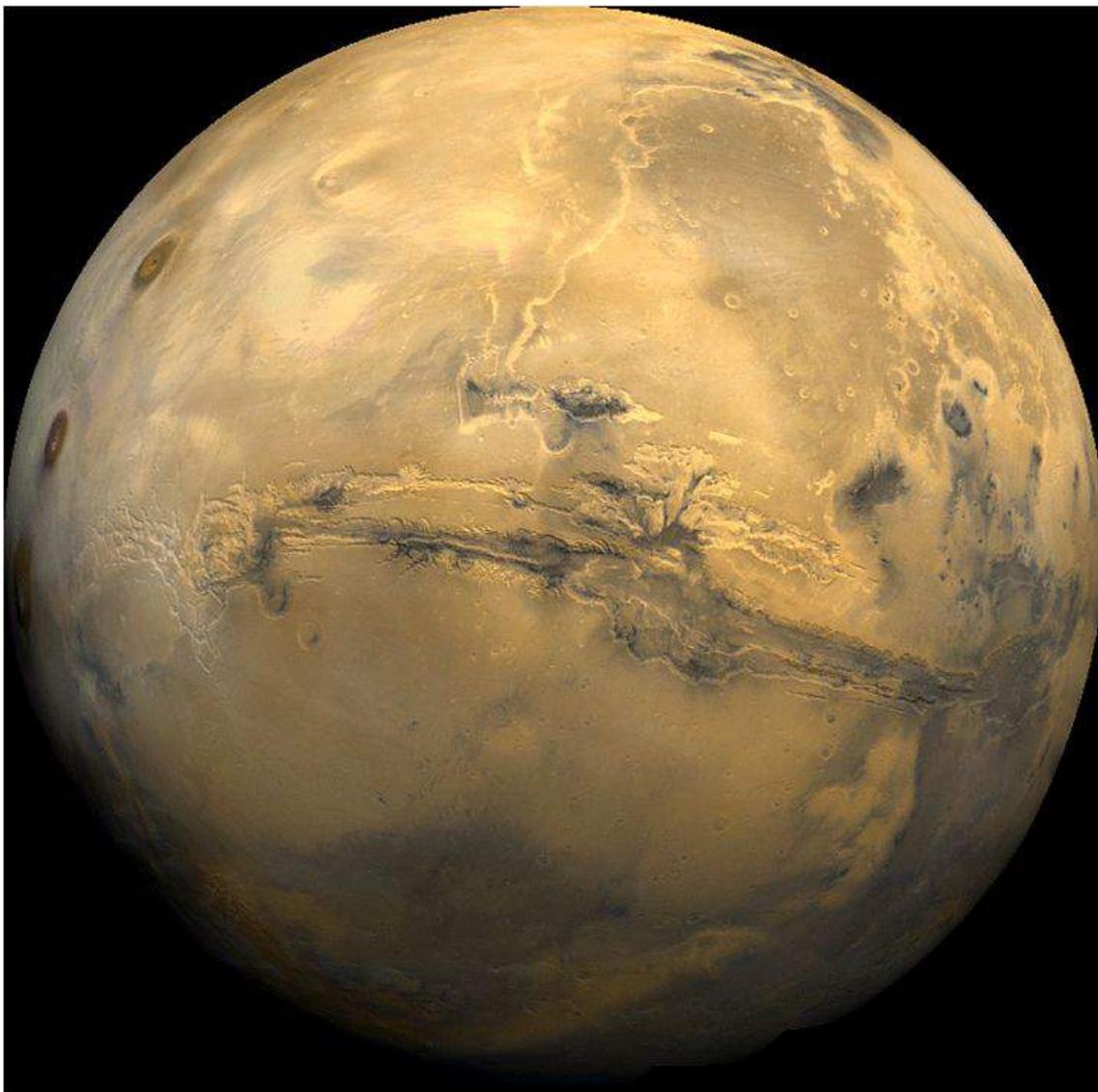


Figura 5.53: Reconstrucción fotográfica de la topografía marciana. La superficie visible no corresponde a un hemisferio completo (el Valle Marineris está exagerado)

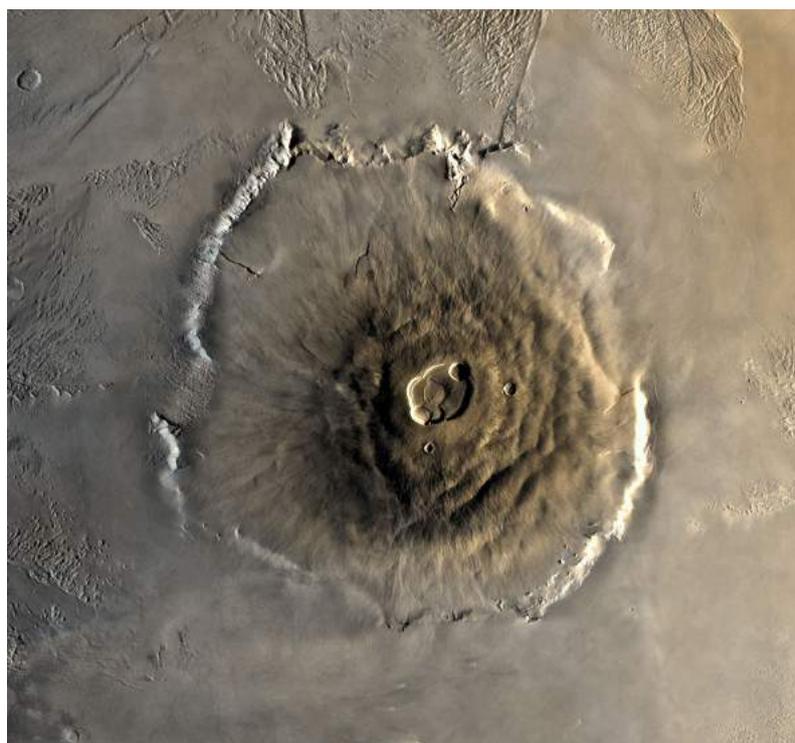


Figura 5.54: Monte Olimpo en Marte, volcán gigante con 600 km de diámetro y 23 km de altura.



Figura 5.55: Dunas del Norte cubiertas de hielo seco (CO₂) en Marte

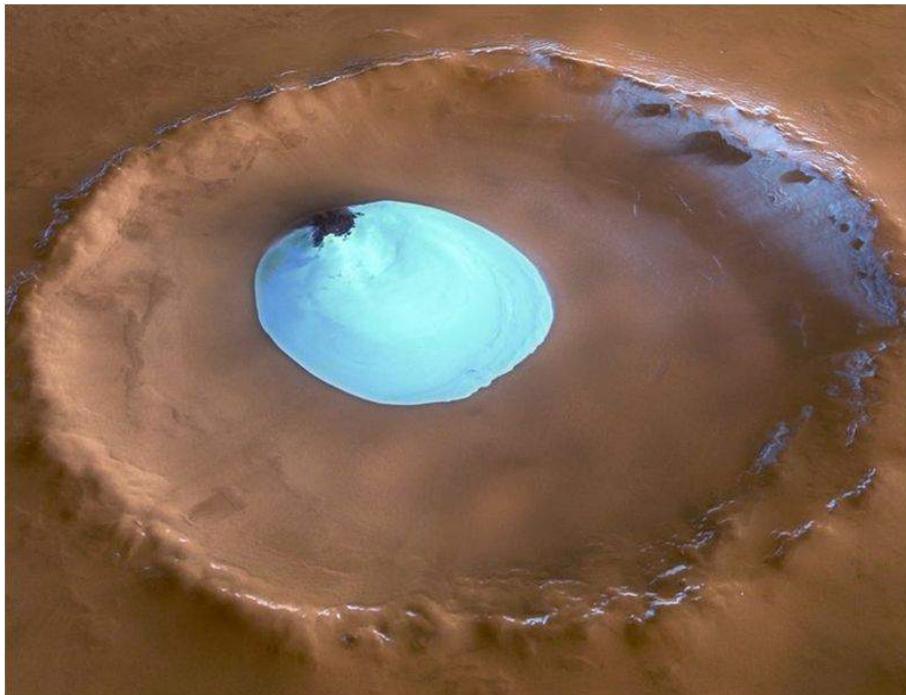


Figura 5.56: Hielo seco en cráter en Marte



Figura 5.57: Depósitos sedimentarios en cráter Gale en Marte

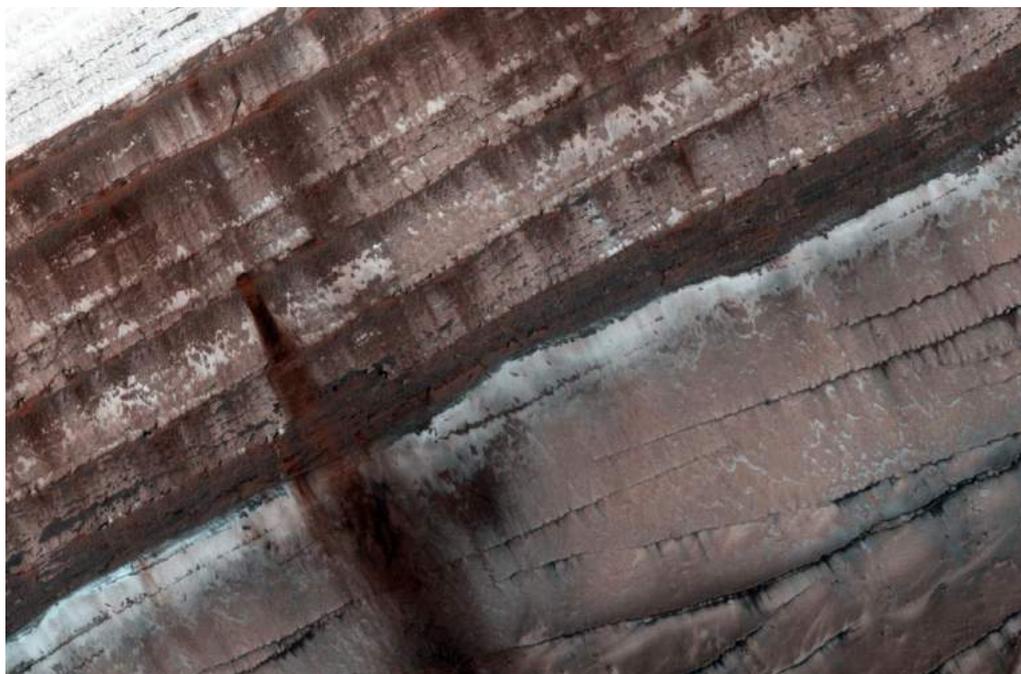


Figura 5.58: Depósitos estratificados de hielo de agua y polvo en polo norte



Figura 5.59: Hielo subsuperficial en Marte

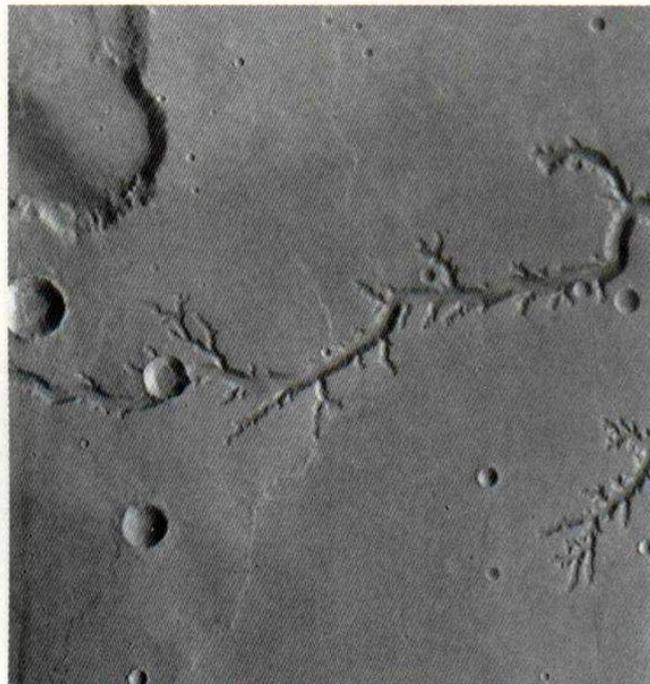


Figura 5.60: Erosión por deshielo subsuperficial en Marte

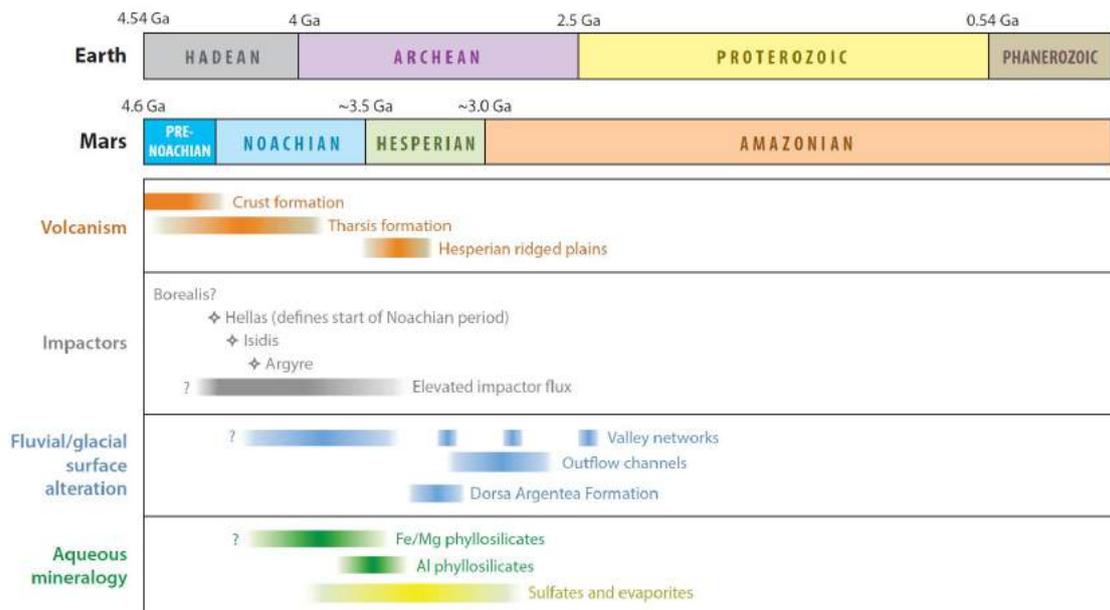


Figura 5.61: Mayores eventos en la historia geológica de Marte comparado con la Tierra. La última actividad en Marte fue fluvial/glacial hace 2.5 Ga. Fuente [60].



Figura 5.62: Los mayores satélites del Sistema Solar.

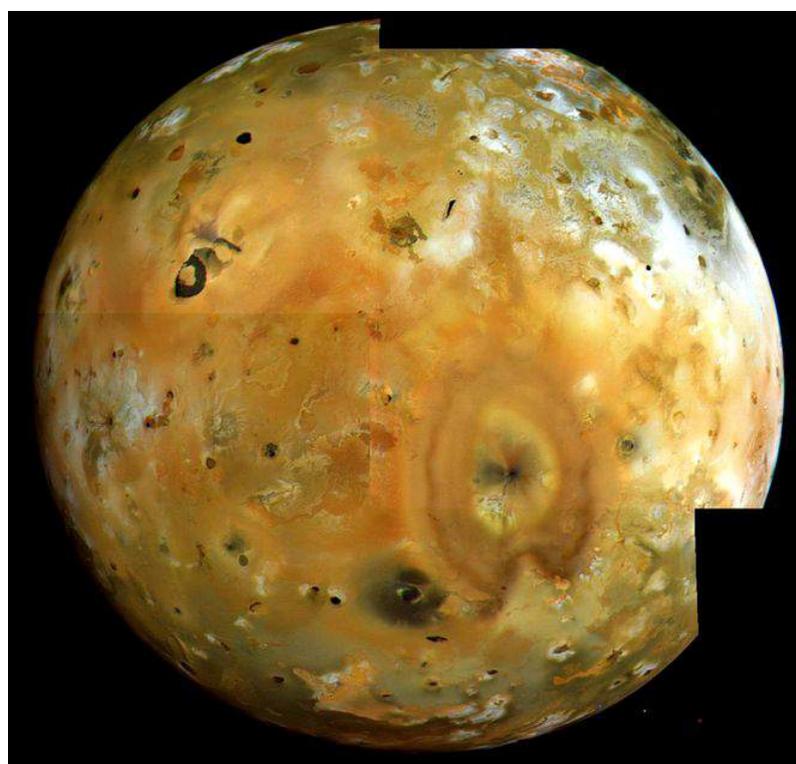


Figura 5.63: Io

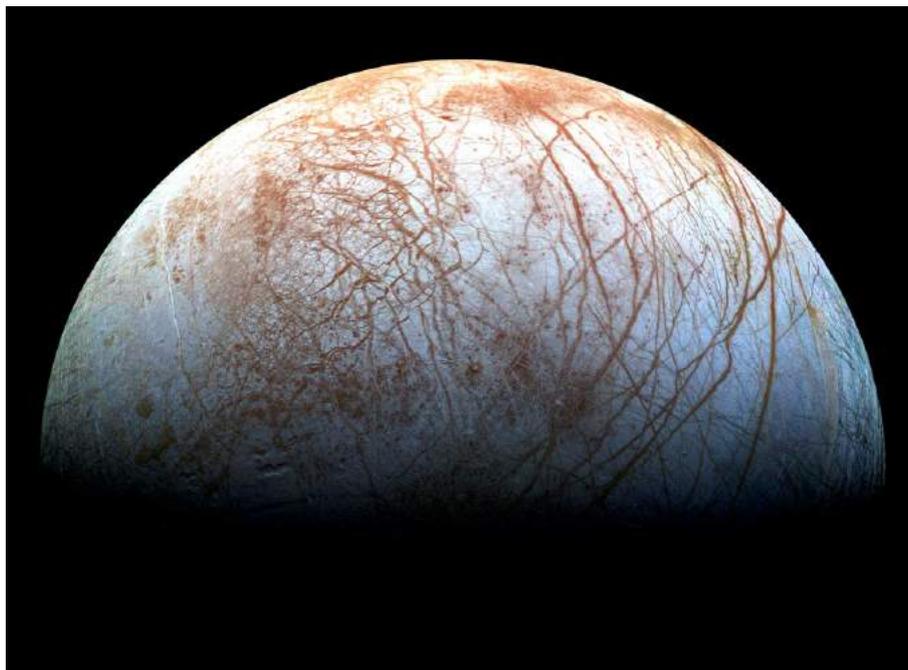


Figura 5.64: Europa: tectónica de hielo.



Figura 5.65: Europa: hielo de agua.

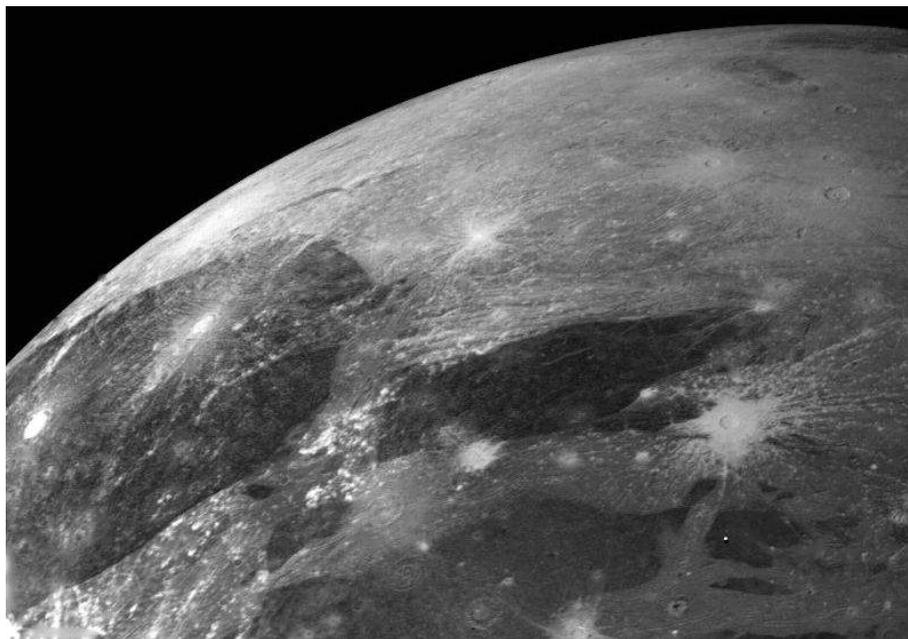


Figura 5.66: Ganimedes: cráteres en hielo.

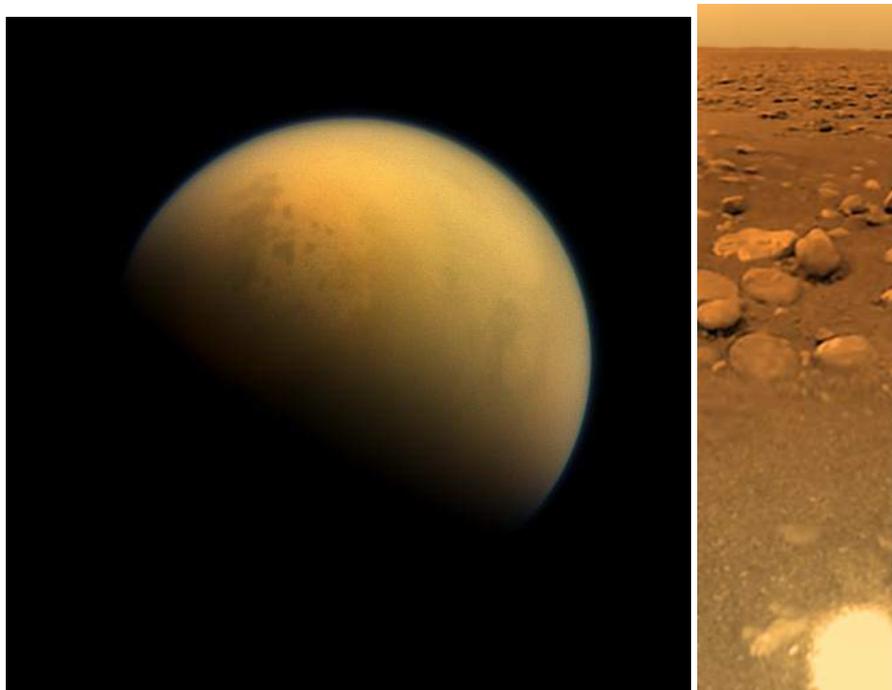


Figura 5.67: Titan: tholins y bloques de metano.



Figura 5.68: Encelado con una superficie antigua craterizada y otra joven sin cráteres.

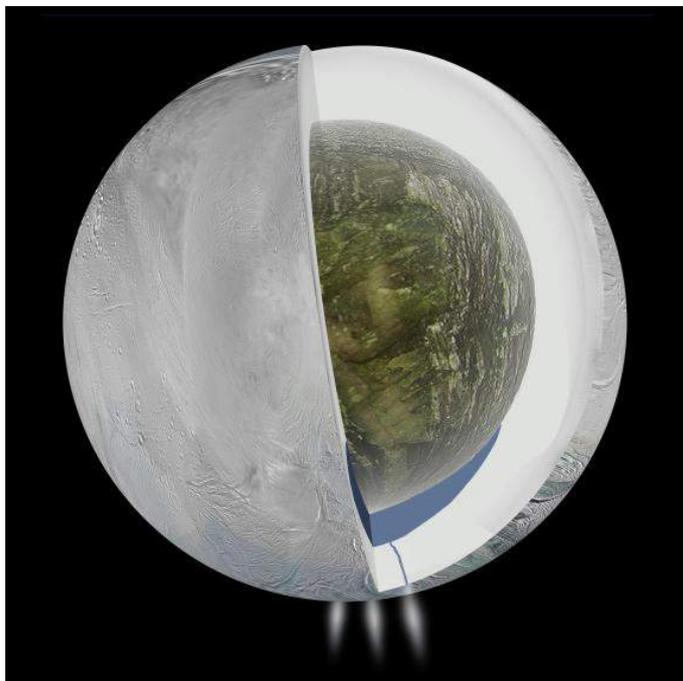


Figura 5.69: Encelado y sus geysers en el hemisferio sur.

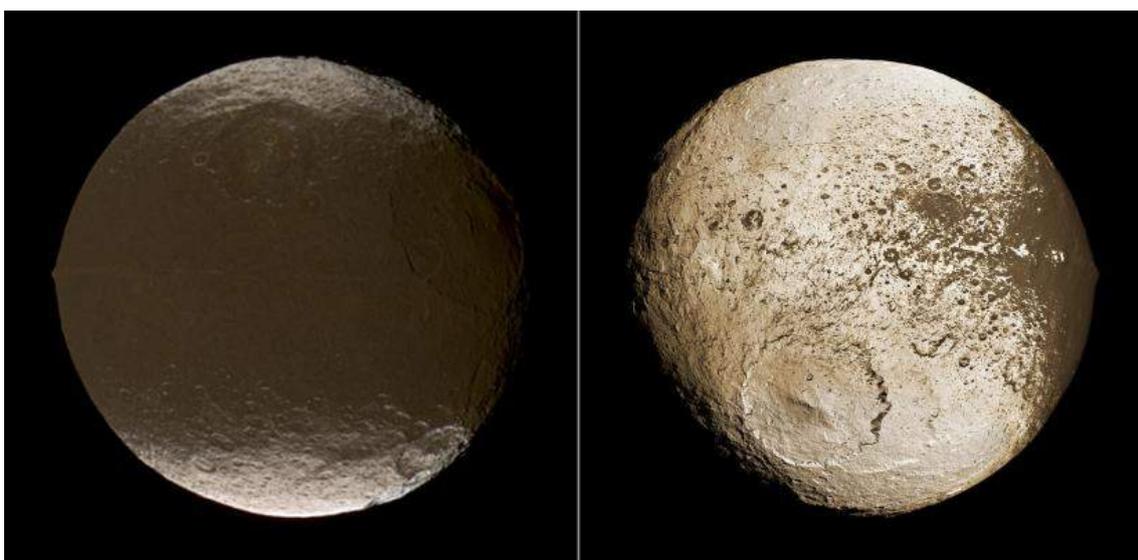


Figura 5.70: Iapetus

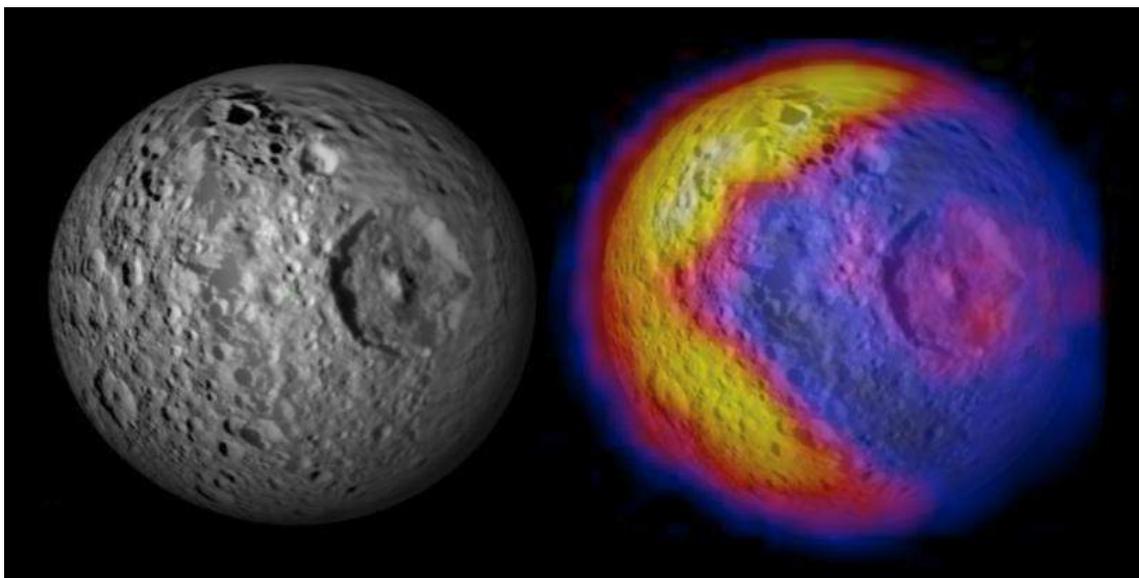


Figura 5.71: Mimas en visible e IR

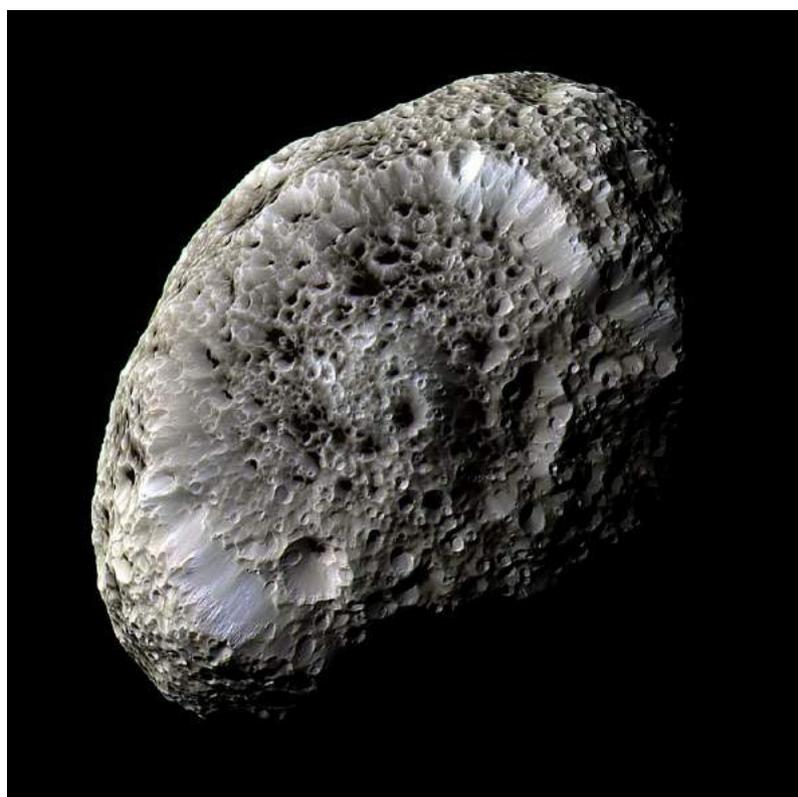


Figura 5.72: Hyperion



Figura 5.73: Phobos. Satélite de Marte que está cayendo hacia el planeta por intercambio de momento angular. Las estrías serían debido a rocas que se desplazaron desde el cráter.

5.7.9 Otros cuerpos

- Phobos, satélite de Marte presenta misteriosas estrías que podrían ser generadas por rocas que rodaron desde el cráter principal.
- Vesta: gran cráter en hemisferio sur, su eje de rotación se adaptó a su nueva forma. Basáltico. Es parte de un asteroide mayor bien diferenciado y destruido.
- Ceres: sales brillantes (evaporitas), hielo subsuperficial?. El polo se corrió 36 grados debido a colisión, hay evidencia de remanente de abultamiento ecuatorial anterior. Parece estar muy poco diferenciado.
- Itokawa: pila de escombros
- Ryugu y Bennu tienen formas similares pues es una estructura de equilibrio típica de pilas de escombros.
- Hartley 2: cuello de regolito
- Churyumov-Gerashimenko: hielos, material no diferenciado
- Miranda (Urano): superficie reprocesada
- Tritón (Neptuno): $T = 38 \text{ K}$, albedo 0.9 por condensación cíclica de hielos, $e \sim 0, i = 159$, ¿origen por captura?, rotación sincrónica, órbita circularizada por mareas que generan calor en acuerdo con la baja edad de su superficie
- Plutón: tholins, hielos, glaciares de Nitrógeno, indicios de líquidos en el pasado
- Caronte: tholins en el polo a partir de material generado en Plutón, enorme fractura ecuatorial formada al congelarse y expandirse su interior de agua
- Ultima Thule: parecen dos bolas de hielo pegadas, una es bastante achatada. Es considerado un planetesimal primordial.

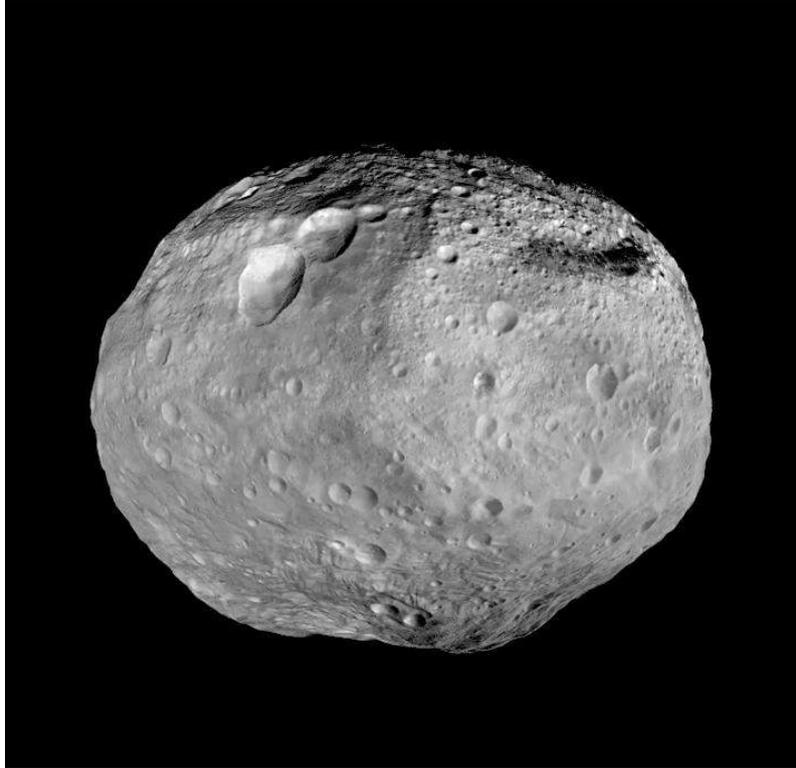


Figura 5.74: Vesta. La región inferior es un gran cráter que se cree que generó algunos asteroides y los meteoritos basálticos.

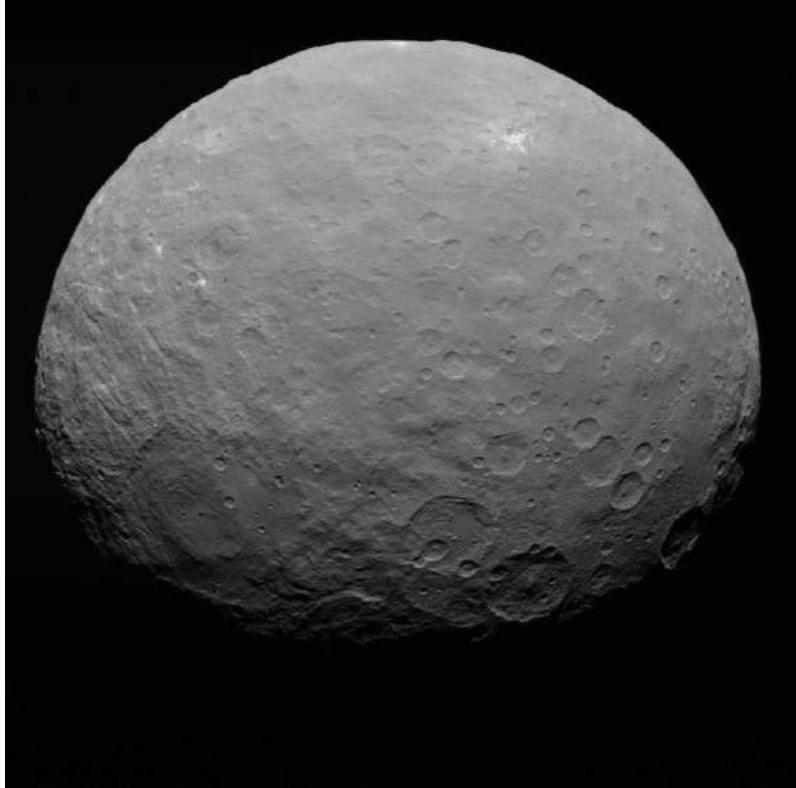


Figura 5.75: Planeta enano Ceres. Primer asteroide descubierto. Los puntos brillantes serían sales como carbonato de sodio. Tal vez sales de un océano interior.

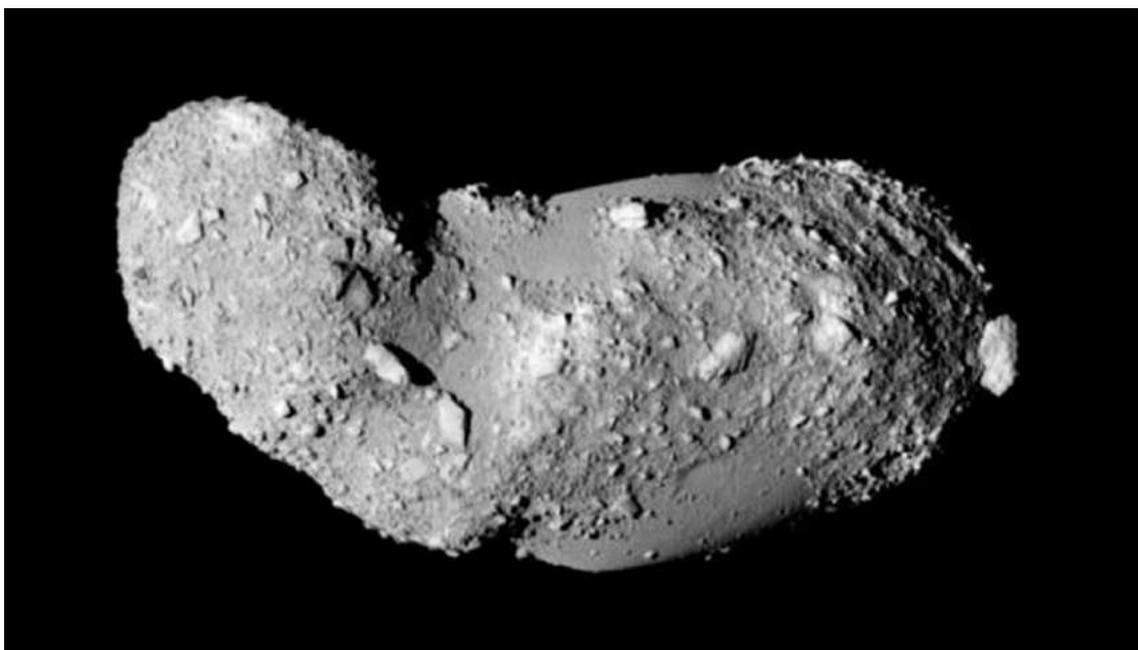


Figura 5.76: Itokawa, pila de escombros.

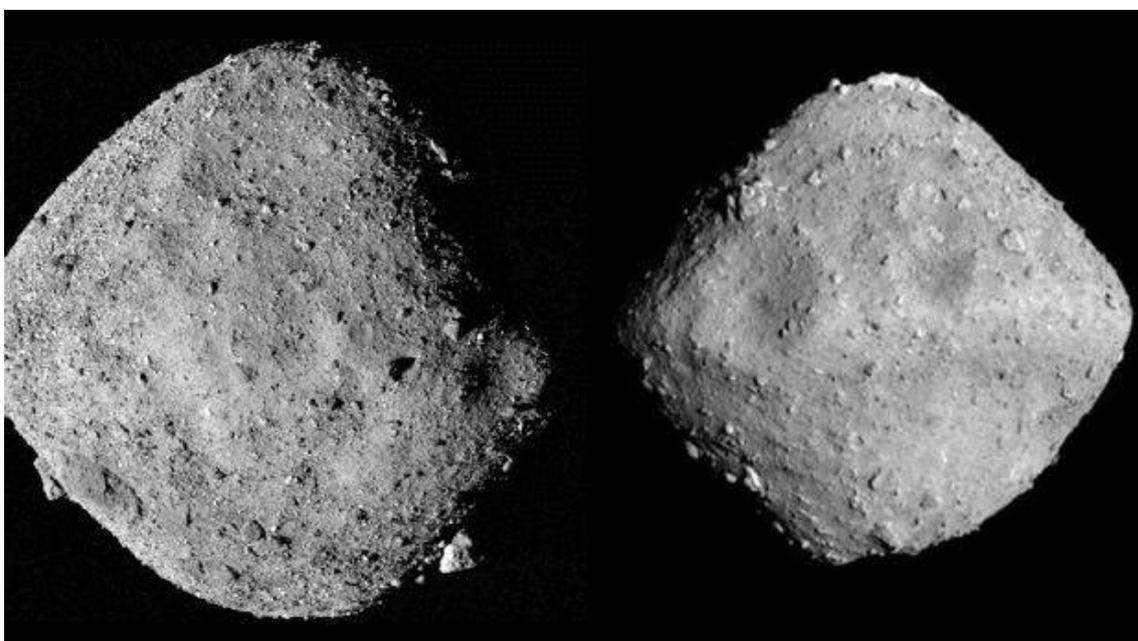


Figura 5.77: Bennu (izquierda) y Ryugu (derecha), dos asteroides pila de escombros que adoptaron la misma forma de equilibrio.

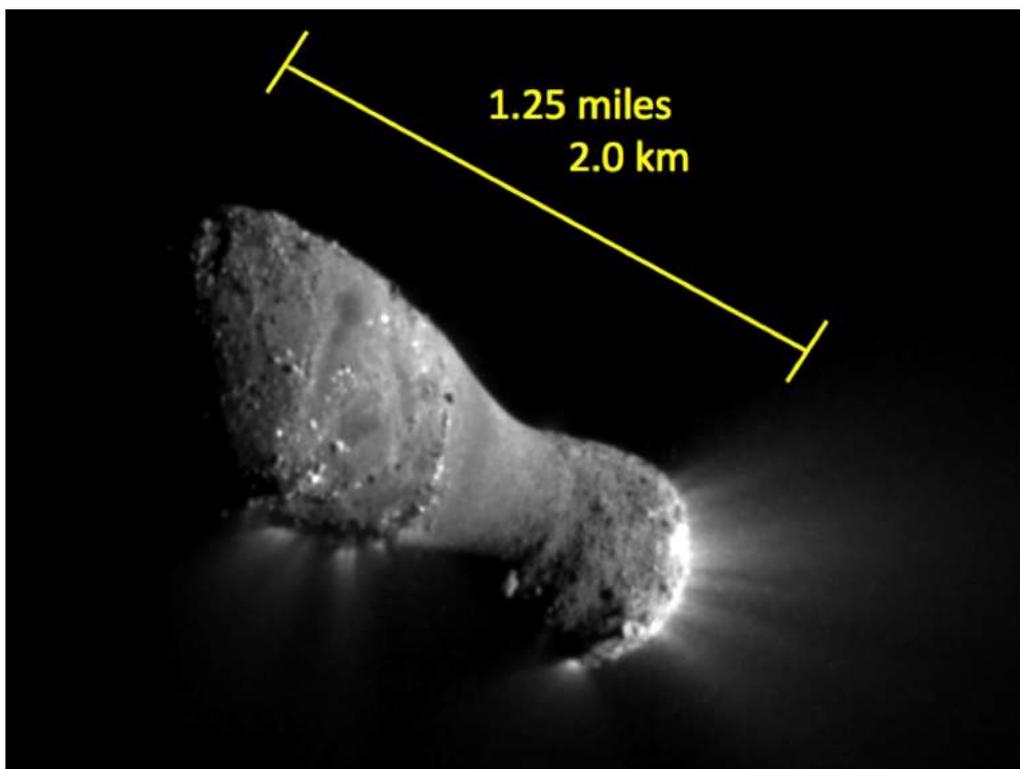


Figura 5.78: Cometa Hartley 2

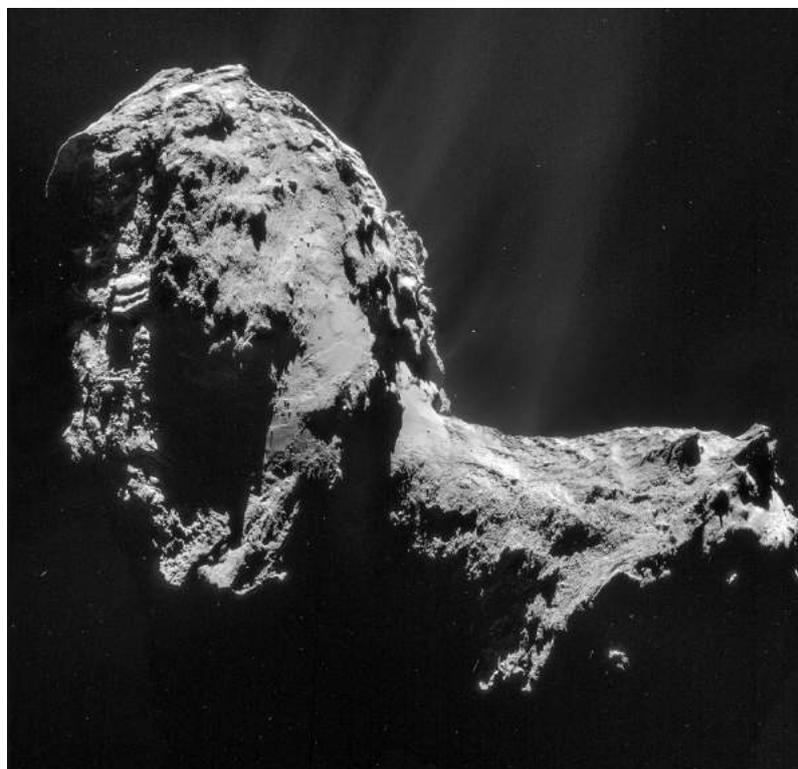


Figura 5.79: Cometa Churyumov-Gerasimenko

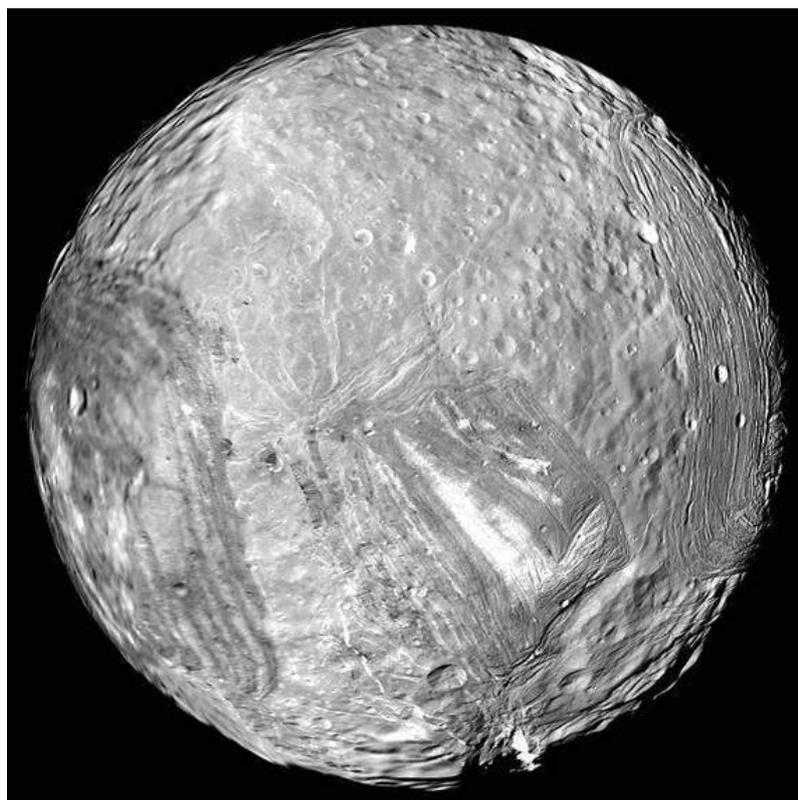


Figura 5.80: Miranda



Figura 5.81: Triton



Figura 5.82: Pluton



Figura 5.83: Pluton: pozos en glaciár de Nitrógeno.



Figura 5.84: Caronte con su enorme fractura ecuatorial formada al congelarse y expandirse su interior de agua.

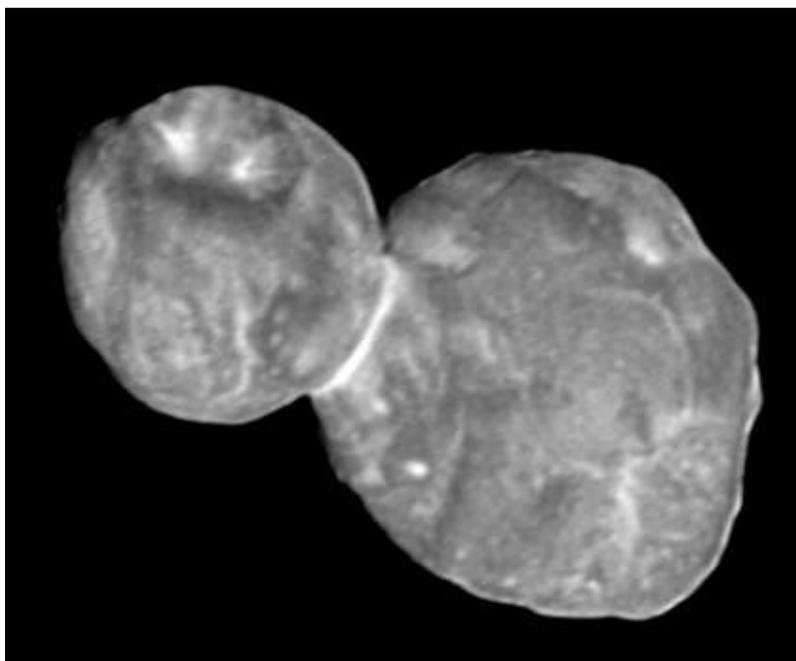


Figura 5.85: Ultima Thule el objeto visitado más alejado del Sistema Solar a 43.4 ua. Es un binario de contacto, son 2 bolas achatadas de hielo pegadas.

5.8 Problemas

Problema 5.1 Un asteroide rocoso tiene densidad $\rho = 3,3 \text{ g cm}^{-3}$ (3300 kg m^{-3}), calor específico $c_p = 1200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y conductividad térmica $K_T = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Suponiendo un período rotacional de 10 horas estimar hasta qué profundidad es afectado el perfil térmico por las variaciones superficiales de temperatura.

Problema 5.2 Sabiendo que la temperatura del interior terrestre crece 25 grados por kilómetro y asumiendo que las rocas de la litosfera tienen conductividad térmica $K_T = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ calcular la energía total que emite la Tierra por segundo.

Problema 5.3 Averigüe K_T , ρ y c_p del basalto y del regolito lunar y calcule la relación entre sus inercias térmicas. Calcule las pieles térmicas en ambos materiales para las variaciones diurnas de temperatura en la Luna.

Problema 5.4 Si las placas litosféricas se mueven en media a razón de 6 cm por año estimar el tiempo necesario para reciclar completamente la corteza terrestre.

Problema 5.5 Un asteroide rocoso de $\rho = 3,4 \text{ g/cc}$ y de 10 km de diámetro colisiona a la Tierra con la mínima velocidad posible. Calcular la energía inyectada a la corteza terrestre y presión desarrollada por el impacto. Calcular la magnitud en la escala Richter.

Problema 5.6 La distribución acumulativa de cráteres de un planeta es del tipo $N_c = kR^{-2,5}$. a) Sabiendo que tiene 60 cráteres con radios entre 50 y R_{max} km estimar R_{max} . b) Si el planeta tiene un radio $R_p = 1000$ km calcular el valor R_s a partir del cual la superficie del planeta está saturada de cráteres, o sea, el área ocupada por los cráteres con $R > R_s$ cubre completamente la superficie del planeta.

Problema 5.7 (parcial junio 2014) Un planeta tiene una población de cráteres del tipo $N(R, R + dR) = kR^{-\alpha} dR$ siendo k una constante y $\alpha < 3$. Asumiendo que los cráteres no se superponen hallar α sabiendo que el área cubierta por los cráteres con radio $R < R_{max}/8$ es igual al área cubierta por los cráteres con $R > R_{max}/8$, donde R_{max} es el radio del mayor cráter.

Problema 5.8 Una superficie ha estado expuesta a un bombardeo de proyectiles cuyo flujo disminuye con el tiempo, t , siguiendo la ley: $F(t) = F_0 \exp(-t/T)$ donde F_0 es el flujo inicial en el instante $t = 0$ y T es una constante en años. a) Probar que el número total de proyectiles que impactaron hasta el presente, t , en una superficie que tiene una edad E es $N(t) = F_0 T \exp(-t/T) [\exp(E/T) - 1]$ b) Cual es la relación entre la densidad de cráteres en una superficie de edad $E = T$ y otra de edad $2T$?

Problema 5.9 A partir del material disponible en la web Photojournal (NASA) o sitios similares seleccionar imágenes de superficies que contengan: plegamientos, fosas y pilares tectónicos, fisuras, cadena de cráteres por fisura, fisuras en hielo, volcanes, derrames de magma, canales de lava, huellas de flujo de agua, efectos de viento, flujo de hielo, cráteres simples, cráteres complejos, basamentos multianillos, cráteres jóvenes y cráteres antiguos.

Problema 5.10 Estimar el radio que debería tener un asteroide rocoso para atravesar la atmósfera de Venus y llegar a hipervelocidad a su superficie.



6. Interiores

Conceptos fundamentales

- El momento de inercia guarda información sobre la variación de la densidad al interior del planeta y puede ser estimado a partir de los momentos gravitacionales.
- Todo cuerpo tiene una energía potencial generada por su propio campo que lo mantiene ligado.
- Una vez que la presión interna es superior a la resistencia del material el cuerpo se deforma adaptándose a su propio campo gravitacional.
- Los cambios de estado generan discontinuidades en la densidad interior afectando el momento de inercia y los momentos gravitacionales.
- La rotación altera el potencial generando achatamiento y este a su vez altera el potencial del planeta.
- La precesión ocurre por el momento generado por un satélite sobre el abultamiento ecuatorial del planeta.
- Las mareas de un satélite generan estiramiento del planeta en una dirección cambiante.
- La luminosidad es la energía emitida que a su vez en parte es la reemitida originada en el Sol y en parte es intrínseca debida a procesos internos que liberan calor.
- El calor generado por la acreción se agota mientras que las fuentes continuas pueden ser la contracción gravitacional, el decaimiento radioactivo y las mareas.
- La propagación de ondas permite conocer los interiores planetarios.
- La ecuación de estado de los sólidos se basa en el modulo de incompresibilidad.
- En los planetas gaseosos la ecuación de estado suele ser un polítropo.

6.1 Momento de inercia de planeta esférico

Supongamos un planeta esférico. Si ϕ es el ángulo de latitud la masa de un anillo de latitud ϕ y ancho $d\phi$ en el planeta es:

$$dm = \rho(r) \times dr \times rd\phi \times 2\pi r \cos \phi \quad (6.1)$$

Momento de inercia del anillo respecto al eje del mundo del planeta:

$$dm(r \cos \phi)^2 \quad (6.2)$$

de donde el **momento de inercia** de una esfera se obtiene integrando en r, ϕ :

$$I = \int_0^R \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r^4 2\pi (\cos \phi)^3 \rho(r) dr d\phi = \frac{8\pi}{3} \int_0^R \rho(r) r^4 dr \quad (6.3)$$

si la densidad es constante obtenemos

$$I = \frac{2}{5} MR^2 \quad (6.4)$$

Si el **coeficiente de inercia** $\frac{I}{MR^2}$ es menor que 0.4 es indicativo de que la densidad crece al centro (ver figura 6.3). El momento angular rotacional de una esfera que rota con velocidad angular ω es $I\omega$ y su energía cinética rotacional $\frac{1}{2}I\omega^2$.

6.2 Energía potencial de esfera

Calcularemos la energía potencial de una esfera generada por su propio campo gravitacional. Energía potencial de cáscara de radio r y espesor dr

$$d\varepsilon_p = -G \frac{M(r)}{r} 4\pi r^2 dr \rho(r) \quad (6.5)$$

donde

$$M(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr \quad (6.6)$$

Si ρ es constante se obtiene que la **energía potencial de una esfera homogénea** es

$$\varepsilon_p = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (6.7)$$

Ejercicio 6.1 Si un asteroide como Ceres impacta en la Tierra a 30 km/s y cede toda su energía cinética a la corteza terrestre estime mediante el teorema del virial el espesor de capa terrestre que resulta completamente volatilizada.

La energía potencial de una fina cascara superficial terrestre sería

$$\varepsilon_p = -G \frac{M_{\oplus}}{R} 4\pi R^2 dR \rho(R)$$

La energía cinética aportada por Ceres es $0,5mv^2$. El teorema del virial dice que el limite del equilibrio es cuando la energía potencial es el doble de la cinética, entonces:

$$G \frac{M_{\oplus}}{R} 4\pi R^2 dR \rho(R) = mv^2$$

de donde teniendo todos los datos podemos despejar dR el espesor de corteza terrestre que se volatilizaría. El resultado es 9.2 km. ■

Table E.14 Densities and Central Properties of the Planets and the Moon^a

Planet	Radius (Equatorial) (km)	Density (kg m ⁻³)	Uncompressed Density (kg m ⁻³)	Central Pressure (Mbar)	Central Temperature (K)
Mercury	2 440	5 427	5 300	~0.4	~2 000
Venus	6 052	5 204	4 300	~3	~5 000
Earth	6 378	5 515	4 400	3.6	6 000
Moon	1 738	3 340	3 300	0.045	~1 800
Mars	3 396	3 933	3 740	~0.4	~2 000
Jupiter	71 492	1 326		~80	~20 000
Saturn	60 268	687		~50	~10 000
Uranus	25 559	1 318		~20	~7 000
Neptune	24 766	1 638		~20	~7 000

Figura 6.1: Densidades medias y propiedades centrales. Fuente [43].

6.3 Presión interna y resistencia

La presión en el interior de un planeta se obtiene por equilibrio hidrostático:

$$dP = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)dr \quad (6.8)$$

si asumimos densidad constante

$$M(r) = \frac{4\pi r^3}{3}\rho \quad (6.9)$$

podemos calcular la presión interna como

$$\int_{sup}^{P(r)} dP = P(r) - 0 = -\int_R^r \frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)dr \quad (6.10)$$

Si en algún lugar $P(r) > S_m$ (**resistencia interna**) el material se reacomoda tendiendo a la forma esférica. La presión central se calcula como $P(r=0)$ y un valor aproximado se obtiene asumiendo densidad constante. La densidad crece hacia el centro por la propia diferenciación sufrida por el planeta pero también por la presión de las capas superiores que comprime el material. Por eso además de la densidad de un planeta también se considera la densidad sin compresión, es decir, a densidad del material constitutivo si no estuviera bajo presión.

Ejercicio 6.2 Asumiendo que el interior de Mercurio está constituido por 2 zonas homogéneas: un núcleo interior de Fe de $\rho_N = 8300$ y un manto rocoso de densidad $\rho_M = 3500$, calcular el radio del núcleo, el coeficiente de inercia $\alpha = I/MR^2$ y la presión central P_c . Datos: $R = 2440$ km, $M = 3,3 \times 10^{23}$ kg.

El radio del núcleo lo obtenemos de

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho_N R_N^3 + \frac{4}{3}\pi\rho_M [R^3 - R_N^3]$$

El momento de inercia es igual a la suma del momento del núcleo más el del manto. El del manto es igual al de una esfera de radio planetario y densidad ρ_M menos el de una esfera de radio R_N y densidad ρ_M .

$$I = I_N + I_M = 0,4M_N R_N^2 + 0,4\frac{4}{3}\pi R^5 \rho_M - 0,4\frac{4}{3}\pi R_N^5 \rho_M$$

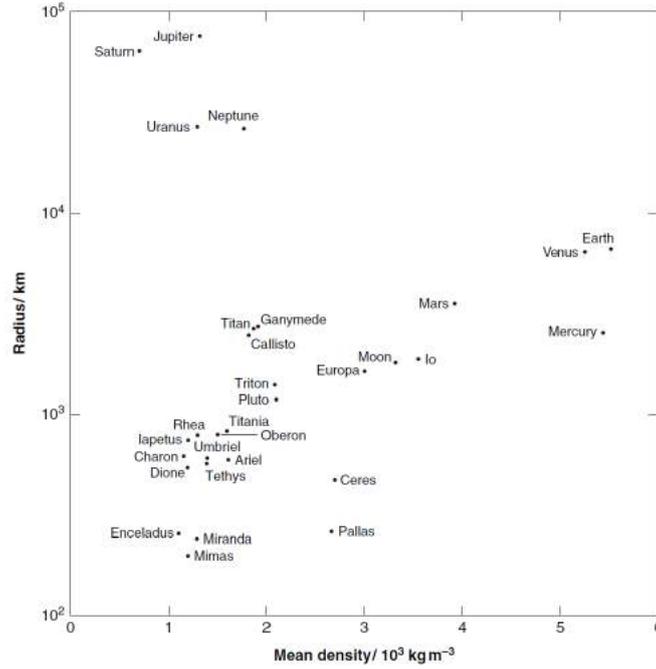


Figura 6.2: Densidades de algunos cuerpos: a mayor radio, mayor compresion y mayor densidad. Los gaseosos están claramente despegados del resto. Fuente [28].

Para la presión central hay que integrar equilibrio hidrostático en 2 tramos:

$$\int_{centro}^{sup} dP = 0 - P_c = -G \int_0^{R_N} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_N}{r^2} \rho_N dr - G \int_{R_N}^R \frac{4}{3} \pi (r^3 - R_N^3) \rho_M + M_N}{r^2} \rho_M dr$$

6.4 Potencial y achatamiento

Para un planeta que rota con ω existe una aceleración centrífuga perpendicular al eje de rotación que en un punto de latitud ϕ será de magnitud $\omega^2 R \cos \phi$, el máximo corresponde al valor ecuatorial. El potencial total en la superficie del planeta será la suma de ambos $V = V_g + V_c$ siendo

$$V_g = -G \frac{M}{R} \quad (6.11)$$

$$V_c = -\frac{1}{2} \omega^2 (R \cos \phi)^2 \quad (6.12)$$

pues $-dV_c/dr$, con $r = R \cos \phi$, es la aceleración centrífuga. Un planeta no rígido de radio R procurará adaptar su superficie a una superficie de equipotencial por lo que se achatara en los polos y para caracterizarlo se define **achatamiento** como

$$\varepsilon = \frac{(R_{ecua} - R_{polo})}{R} \quad (6.13)$$

Contrariamente a la deformación por mareas, la deformación por achatamiento es permanente en la medida que no cambie la rotación del planeta. Podemos estimar el achatamiento que presenta

la superficie de equipotencial en el polo debido a la diferencia de potencial entre el polo (sin potencial centrífugo) y el ecuador donde el centrífugo es máximo. Para esto hacemos un desarrollo a primer orden del potencial en el polo $V_{polo}(R + dR)$ y lo igualamos al potencial en el ecuador $V_{ecu}(R)$ ya que los dos puntos pertenecen a la superficie de equipotencial:

$$V_{polo}(R + dR) = V_g(R) + \frac{dV_g}{dR}(R)dr = V_{ecu}(R) = -G\frac{M}{R} - \frac{1}{2}\omega^2 R^2 \quad (6.14)$$

$$-G\frac{M}{R} + G\frac{M}{R^2}dR = -G\frac{M}{R} - \frac{1}{2}\omega^2 R^2 \quad (6.15)$$

de donde llegamos a

$$\frac{|dR|}{R} \simeq \frac{\omega^2 R^3}{2GM} \quad (6.16)$$

Pero si consideramos que el volumen del planeta debe conservarse (si admitimos incompresibilidad) entonces el ecuador se elevara una cantidad e de forma que se deberá cumplir que el volumen del elipsoide deberá ser igual al de la esfera original, o sea $R^3 = a^2c$ donde a y c son los radios ecuatoriales y polares. Entonces tenemos $R^3 = (R + e)^2(R - dr)$ de donde obtenemos $e \sim dr/2$, es decir que en ecuador se ensancha la mitad de lo que se hunde el polo. El achatamiento quedaria

$$\varepsilon = \frac{(R_{ecua} - R_{polo})}{R} \sim \frac{3\omega^2 R^3}{4GM} \quad (6.17)$$

El achatamiento real dependerá de la respuesta que el planeta tiene a esa modificación en el potencial pero su valor es de ese orden. A veces se utiliza directamente el cociente

$$q_r = \frac{a_{cen}}{a_{gra}} = \frac{\omega^2 R^3}{GM} \quad (6.18)$$

para cuantificar la relación entre centrífuga y gravitacional, cuando q_r se aproxima a 1 el objeto se disgrega a menos que exista una alta cohesión.

Ejercicio 6.3 Estimar el achatamiento polar para la Tierra.

Tenemos

$$\varepsilon \sim \frac{3\omega^2 R^3}{4GM} = 2,6 \times 10^{-3}$$

el valor real es $3,3 \times 10^{-3}$. ■

La distribución interna de masas determina el potencial gravitacional, $V(r, \theta, \lambda)$, que suele representarse como desarrollo en armónicos esféricos. Los coeficientes que multiplican los términos de orden alto indican detalles del campo que sólo son físicamente apreciables en las proximidades de la superficie del planeta. Los coeficientes de los términos de orden bajo reproducen grandes rasgos de la distribución de masas que son apreciables hasta a grandes distancias. En el caso de la Tierra se conocen con buena determinación los términos hasta grado 360 y su espectro brinda valiosa información sobre la distribución interna de masas de los planetas.

Si el planeta tiene simetría de revolución el ángulo acimutal no interviene y el potencial se puede escribir como:

$$V(r, \theta) = -\frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n J_n P_n(\cos \theta) \right] \quad (6.19)$$

Body	J_2 ($\times 10^{-6}$)	J_3 ($\times 10^{-6}$)	J_4 ($\times 10^{-6}$)	J_6 ($\times 10^{-6}$)	I/MR^2	References
Sun					0.059	
Mercury	22.5 ± 0.1		6.5 ± 0.8		0.353	5
Venus	4.46 ± 0.03	-1.93 ± 0.02	-2.38 ± 0.02		0.33	1
Earth	1 082.627	-2.532 ± 0.002	-1.620 ± 0.003	-0.21	0.331	1
Moon	203.43 ± 0.09				0.393	1, 2
Mars	$1 960.5 \pm 0.2$	31.5 ± 0.5	-15.5 ± 0.7		0.365	1
Jupiter	$14 696.4 \pm 0.2$		-587 ± 2	34 ± 5	0.254	1
Saturn	$16 290.7 \pm 0.3$		-936 ± 3	86 ± 9	0.210	4
Uranus	$3 343.5 \pm 0.1$		-28.9 ± 0.2		0.23	1
Neptune	$3 410 \pm 9$		-35 ± 10		0.23	1
Io	$1 860 \pm 3$				0.378	3
Europa	436 ± 8				0.346	3
Ganymede	128 ± 3				0.312	3
Callisto	33 ± 1				0.355	3

Figura 6.3: Propiedades dinámicas de los interiores planetarios. Fuente [43].

donde θ es la colatitud, R el radio ecuatorial, P_n los polinomios de Legendre y los J_n son los **momentos gravitacionales** que es necesario determinar siguiendo el movimiento de satélites. Dados R y M el potencial gravitacional de un planeta queda completamente descrito por los coeficientes del desarrollo.

Un desarrollo de bajo orden pero que considera la no simetría de revolución es la formula de MacCullagh:

$$V(\vec{r}) = -\frac{GM}{r} \left[1 + \frac{(A+B+C-3I)}{2Mr^2} \right] \quad (6.20)$$

donde A, B, C son los momentos principales de inercia y I es el momento en la dirección de \vec{r} .

$$I = \hat{r}\Pi\hat{r} = (Ax^2 + By^2 + Cz^2)/r^2 \quad (6.21)$$

Por ser de bajo orden la formula de MacCullagh solo es valida lejos del planeta. Si está en equilibrio hidrostático hay simetría norte-sur, los J impares son nulos y se cumple $J_{2n} \propto q_r^n$. Y en este caso, dado que $B = A$ y considerando que

$$P_2(\cos \theta) = \frac{3}{2} \cos^2 \theta - 1 \quad (6.22)$$

comparando ambos desarrollos se verifica que

$$J_2 = (C - A)/MR^2 \quad (6.23)$$

donde C, A son los momentos de inercia polar y ecuatorial. Si hay equilibrio hidrostático se prueba que el achatamiento cumple

$$\varepsilon \simeq \frac{3}{2} J_2 + \frac{q_r}{2} \quad (6.24)$$

y también se verifica la **relación de Radau-Darwin**

$$\frac{C}{MR^2} = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{2}{5} \sqrt{\frac{5q_r}{2\varepsilon}} - 1 \right) \quad (6.25)$$

que suele usarse para verificar si un cuerpo está bajo equilibrio o no.

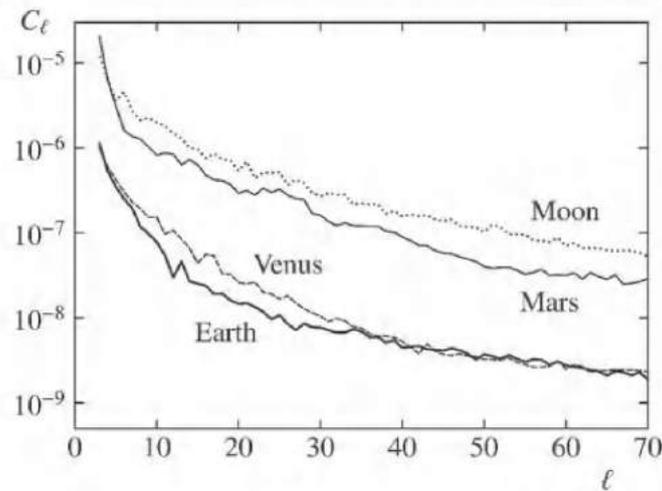


Figura 6.4: Espectro de los coeficientes C_l (relacionados con los J) según su grado l para algunos cuerpos. Cuanto más pequeños más apartados de la forma esférica. Fuente [6].

6.5 Geoide y elipsoide de revolución

La superficie planetaria de referencia suele tomarse como un elipsoide de revolución. Se llama **geoide** a la superficie de equipotencial, $V(r, \theta, \lambda) = cte$, real (gravitatorio más centrífugo) que se aproxima más a la superficie física del planeta. La **altura del geoide** es la separación entre el geoide y el elipsoide de revolución (algunos metros), depende de cada punto y contiene información sobre la distribución interna (no superficial) de masas. La gran depresión que tiene el geoide terrestre en el océano indico se estima tiene que ver con la reciente migración de la placa de la India (hace unos 30 Ma). Debido a la no esfericidad de la Tierra la gravedad superficial no está dirigida a su centro, aun suponiendo que la Tierra no rota (y por lo tanto despreciando la aceleración centrífuga) la vertical no pasa por el centro terrestre excepto en los polos y en el ecuador. La no esfericidad genera los términos que dependen de los J_n que hacen que el potencial real se aparte del Kepleriano y esto genera perturbaciones en la órbita de los satélites haciéndolas variar.

6.6 Precesion de la rotación planetaria

Sobre el abultamiento ecuatorial del planeta (generado por la rotación, no por las mareas) un satélite no ecuatorial (como la Luna) genera un momento $\vec{\mathcal{M}}$ que a su vez produce una variación del momento angular \vec{L} del planeta:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mathcal{M}} \quad (6.26)$$

generando **precesión de su eje de rotación**. Consideremos al plano orbital del satélite como plano inercial de referencia \vec{x}, \vec{y} y al eje de rotación del planeta inclinado un ángulo i respecto al eje inercial \vec{z} . Habíamos visto en 2.12 que el momento del satélite sobre el planeta era

$$\vec{\mathcal{M}} = \vec{r} \wedge (-\vec{F}) = \vec{r} \wedge m \nabla V \quad (6.27)$$

siendo V el potencial del planeta que si suponemos tiene simetría de revolución (y por lo tanto independiente de su rotación) estará dado por 6.19 y como

$$\vec{r} \wedge \nabla V = \vec{r} \wedge \left(\frac{\partial V}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{\theta} \right) = \vec{r} \wedge \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{\theta} = -\frac{GM}{r^3} R^2 J_2^3 \cos \theta \sin \theta \hat{r} \wedge \hat{\theta} \quad (6.28)$$

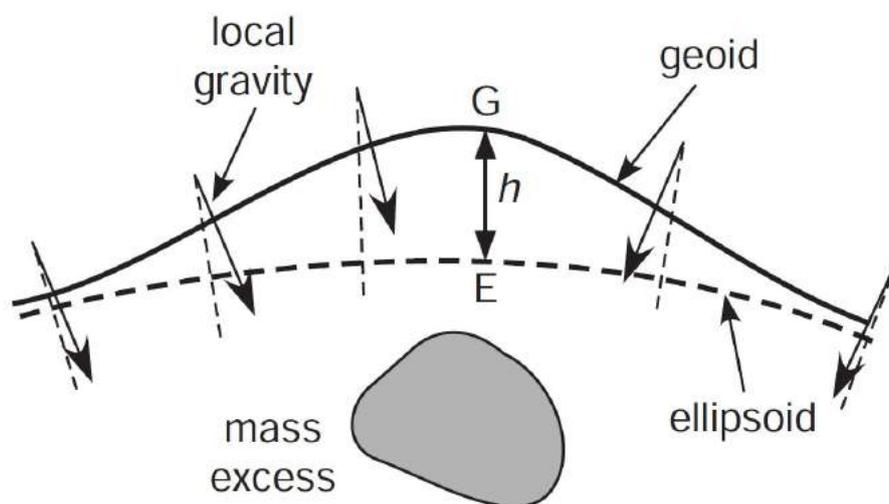


Figura 6.5: Deformaciones del geoid respecto al elipsoide de referencia. La superficie física puede ser diferente. Fuente [44].

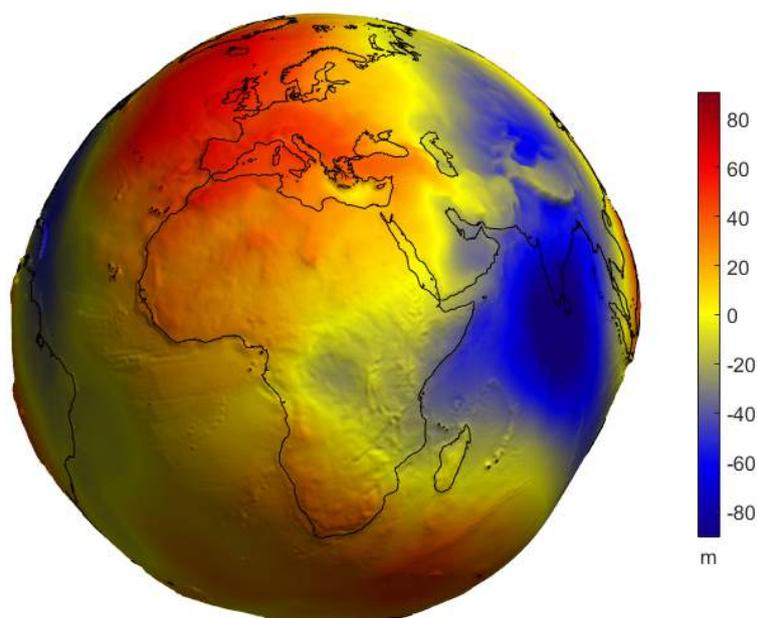


Figura 6.6: Altura del geoid notablemente exagerada para su mejor visualización.

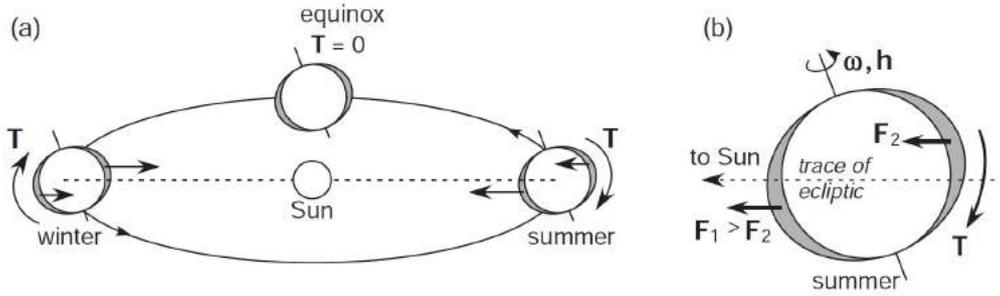


Figura 6.7: Torque del Sol sobre el abultamiento ecuatorial de la Tierra. La Luna ejerce un torque análogo. Fuente [44].

siendo θ la colatitud del satélite y como $\theta = 90 - \phi$ siendo ϕ la latitud tenemos que $\cos \theta \sin \theta = \cos \phi \sin \phi$. Como el momento tiene dirección perpendicular al eje de revolución del planeta ($\hat{r} \wedge \hat{\theta}$) y como

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = C \frac{d\vec{\omega}}{dt} = C \frac{d(\omega \hat{\omega})}{dt} = C \left(\frac{d\omega}{dt} \hat{\omega} + \omega \frac{d\hat{\omega}}{dt} \right) \quad (6.29)$$

entonces $d\omega/dt = 0$ (el satélite no afecta al modulo de la velocidad de rotación planetaria) y

$$C\omega \frac{d\hat{\omega}}{dt} = -m \frac{GM}{r^3} R^2 J_2 3 \cos \phi \sin \phi \hat{r} \wedge \hat{\theta} \quad (6.30)$$

Si el satélite es ecuatorial $\phi \equiv 0$ y no hay efecto. Si el satélite tiene una órbita de inclinación i entonces $-i < \phi < i$. Como el eje de rotación del planeta está inclinado i respecto al eje inercial z entonces

$$\left| \frac{d\hat{\omega}}{dt} \right| = \frac{2\pi \sin i}{T_{prec}} \quad (6.31)$$

Por otro lado el vector $\cos \phi \sin \phi \hat{r} \wedge \hat{\theta}$ presenta una componente sistemática que varia entre 0 y $\cos i \sin i$ por lo que tomamos como valor medio $\cos i \sin i / 2$ (si, es medio bestia pero mas o menos anda por ahí) de donde

$$\frac{2\pi \sin i}{T_{prec}} = \frac{m}{C\omega} \frac{GM}{r^3} R^2 J_2 3 \frac{\cos i \sin i}{2} = \frac{m}{C\omega} \frac{G(C-A)}{r^3} \frac{3}{2} \cos i \sin i \quad (6.32)$$

entonces

$$\frac{2\pi}{T_{prec}} = \Omega_{pre} = -\frac{3Gm}{2r^3\omega} \frac{(C-A)}{C} \cos i \quad (6.33)$$

que nos da la expresión para la velocidad angular de precesión de un planeta de momentos de inercia A y C que rota con velocidad angular ω generada por un satélite m a una distancia r con una órbita inclinada un angulo i respecto al ecuador planetario. La expresión resulta útil para intentar inferir los momentos de inercia del planeta. Por otro lado la no existencia de un satélite masivo y por lo tanto la no existencia de un momento forzante dominante puede llevar a una evolución caótica del eje de rotación lo cual genera cambios climáticos importantes en el planeta. Este parece ser el caso de Marte. Mercurio en cambio tiene una rotación controlada por el Sol, Venus probablemente también y la Tierra por la Luna y el Sol. Generalmente la precesion es acompañada de otras oscilaciones de pequeña amplitud y periodo denominadas nutacion.

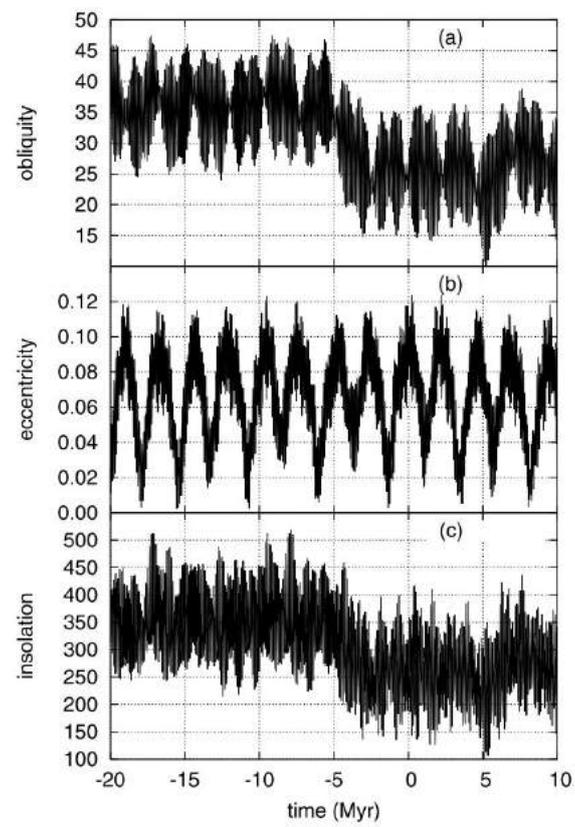


Figura 6.8: Cambios en la oblicuidad de Marte (a), variaciones en la excentricidad orbital (b) y efectos en la insolación (c). Fuente [39].

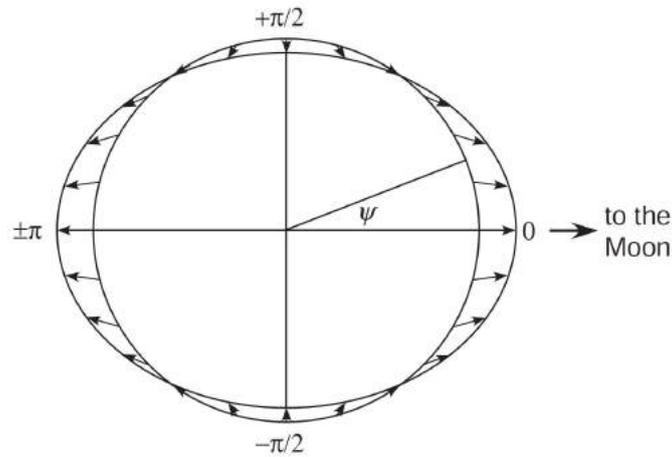


Figura 6.9: Deformaciones debido a mareas. Fuente [44].

Ejercicio 6.4 Sabiendo que el período de la precesión del eje terrestre es de 26000 años estimar $(C - A)/C$ para la Tierra considerando los efectos del Sol y la Luna.

El efecto total de precesión podemos suponerlo como la suma de las componentes del Sol y Luna suponiendo que ambos están en la eclíptica $i = \varepsilon = 23,5$:

$$\Omega_{pre} = -\frac{3G \cos \varepsilon}{2\omega} \left[\frac{M_{\odot}}{a^3} + \frac{m_L}{r^3} \right] \frac{(C - A)}{C}$$

donde a es 1 ua y r la distancia Tierra-Luna. La masa de la Luna es $m_L = M_{\oplus}/81 = 7,35 \times 10^{22}$, la distancia es $r = 384400$ km, la rotación terrestre es $\omega = 2\pi/(24 \times 60 \times 60)$. Entonces:

$$\frac{(C - A)}{C} \sim 0,00322$$

El valor estandar asumido para la Tierra es $\sim 0,00325$.

6.7 Deformación de mareas

Supongamos un planeta de masa M y radio R sometido a las mareas generadas por un satélite de masa m ubicado a una distancia r . La aceleración del satélite sobre el planeta es Gm/r^2 y la marea en el punto P de la superficie del planeta que tiene al satélite en el cenit es $-2GmR/r^3$. Esto altera el potencial próximo al punto P y el planeta tendera a deformarse siguiendo una superficie de equipotencial que coincide con el potencial puramente gravitacional $-GM/R$ a 90 grados de P pues allí no hay marea. Siguiendo un razonamiento igual al realizado en 6.4 tenemos que la aceleración de mareas es generada por un potencial

$$V_{marea} = -\frac{GmR^2}{r^3} \quad (6.34)$$

pues $-dV/dR$ nos da la aceleración de mareas. Veremos cuanto se desplaza P respecto a R o más fácil, cuanto se hunde el círculo a 90 grados de P , es decir en la dirección perpendicular a OP siendo O el centro del planeta:

$$V_{\perp}(R + dR) = V_{grav}(R) + \frac{dV_{grav}}{dR}(R)dR = V_P(R) = -G\frac{M}{R} - \frac{GmR^2}{r^3} \quad (6.35)$$

$$-G\frac{M}{R} + G\frac{M}{R^2}dR = -G\frac{M}{R} - \frac{GmR^2}{r^3} \quad (6.36)$$

de donde llegamos a la **marea de equilibrio** H

$$H = -dR = R\frac{m}{M}\left(\frac{R}{r}\right)^3 \quad (6.37)$$

Pero haciendo la misma consideración que hicimos en 6.4 referido a la conservación del volumen se puede probar que lo que se eleva el punto P sería el doble de H . En realidad depende de la rigidez del planeta (ver 6.12) siendo que para un fluido el desplazamiento es $2,5H$. Si se trata de un sólido esa cantidad es reducida por la elasticidad del planeta. Entonces, la superficie del planeta se eleva $\sim 2,5H$ allí donde el satélite está en el cenit (marea alta) y a su vez se hunde $\sim H$ en los lugares del planeta donde el satélite se ve en el horizonte (marea baja).

Ejercicio 6.5 Estimar cuanto se levantan los océanos debido a las mareas lunares.

$$H = R\frac{m}{M}\left(\frac{R}{r}\right)^3 = 0,0123\left(\frac{1}{60}\right)^3 R$$

por lo cual $2,5H$ da unos 91 cm aproximadamente. También hay una contribución del Sol por lo que las mayores mareas generan una elevación entre 1 y 2 metros. ■

6.8 Balance de calor

Fuentes de calor:

- Acreción
- Diferenciación y contracción gravitacional
- Decaimiento radioactivo
- Mareas

Pérdidas de calor:

- Conducción y convección (en interiores)
- Radiación (superficies)
- Vulcanismo

El perfil de temperaturas interiores depende del calor inicial del planeta inmediatamente luego de su formación, depende de las fuentes de calor y del mecanismo de transporte de calor. En las estrellas la radiación y la convección dominan mientras que en los cuerpos sólidos dominan la convección y la conducción en el transporte y la pérdida se realiza por radiación. Fuentes iniciales: acreción, contracción gravitacional y diferenciación, decaimiento radioactivo de vida corta. Es posible que fuentes radioactivas de vida corta (menos de 1 Ma como ^{41}Ca y ^{26}Al) hayan inyectado calor al inicio pero esto implica que estas fuentes debieron ser implantadas en el disco. Esto podría haber ocurrido en la hipótesis de que el colapso de la nube fue provocado por una explosión de supernova que es una fuente natural de ese material radioactivo. Fuentes presentes hoy día: contracción gravitacional, decaimiento radioactivo de larga vida, mareas, radiación solar. Pérdidas: radiación.

La luminosidad total en el infrarrojo de un planeta es la suma de la reemitida y la intrínseca

$$L_{tot} = L_{ree} + L_{int} \quad (6.38)$$

La **temperatura efectiva** se define a partir de

$$L_{tot} = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4 \quad (6.39)$$

Table 9.2 $L_{\text{out}}/W_{\text{abs}}$, a_B , and T_{eff} for some planetary bodies

Planetary body	$L_{\text{out}}/W_{\text{abs}}^a$	a_B	T_{eff}/ K
Venus	1.000	0.76	229
Earth	1.0002	0.30	See Q9.2
Mars	1.000	0.25	210
Titan	1.000	0.21	85
Triton	1.000	~ 0.85	~ 32
Pluto ^b	1.000	~ 0.5	~ 37
Jupiter	1.67	0.34	124
Saturn	1.77	0.34	95
Uranus	1.06	0.30	59
Neptune	2.62	0.29	59
Mercury ^c	1.000	0.10	436
Moon ^c	1.000	0.11	271

Figura 6.10: Flujo emitido sobre absorbido, albedo Bond y temperatura efectiva. Notar el exceso de emisión en Júpiter, Saturno y Neptuno que delata una fuente interna.

La luminosidad intrínseca es generada por fuentes internas y es

$$L_{\text{int}} = 4\pi R^2 \sigma (T_{\text{ef}}^4 - T_{\text{eq}}^4) \quad (6.40)$$

donde la temperatura de equilibrio se obtiene conociendo el albedo.

6.8.1 Calor de acreción

La mínima velocidad de impacto de un proyectil es la v_{esc} del planeta y la energía cinética aportada es equivalente a la potencial (si viene con órbita parabólica). La energía inyectada a un planeta por un planetesimal m es del orden de su energía potencial, o sea GMm/R . Si el planeta acreta proyectiles que van formando una capa dr la energía incorporada es

$$\varepsilon = \frac{GM(r)}{r} 4\pi r^2 dr \rho_{\text{pro}} \quad (6.41)$$

Si esa energía se distribuye en una masa m del planeta su temperatura se incrementa tal que $\varepsilon = mc_p \Delta T$ asumiendo que no hay pérdidas de calor. Interesa especialmente si el incremento de temperatura es suficiente como para fundir el material superficial. Se estima que la energía aportada llega hasta cierta profundidad en el manto. Si suponemos que la energía total aportada por la masa acretada se distribuye en una cáscara superficial de espesor dR tenemos que la variación temporal de temperatura en esa cáscara será:

$$4\pi R^2 \cdot dR \cdot \rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{dm}{dt} \left(\frac{GM}{R} - c_p (T - T_0) \right) - 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (6.42)$$

donde ρ es la densidad de la cáscara, c_p su calor específico, T_0 la temperatura de los planetesimales y dm/dt es la tasa con que se acretan los planetesimales. Si la tasa es muy pequeña el balance es definido por las pérdidas por radiación pero si es alta la temperatura estará determinada por el proceso de acreción.

La cantidad de calor de acreción almacenada por un planeta es $Q \propto R^3$ y el flujo emitido es $F \propto R^2$ por lo que la **vida térmica** de un planeta es $\propto Q/F \propto R$. Esto significa que si bien los

cuerpos mayores todavía conservan calor de su época de formación, existe un radio a partir del cual los cuerpos menores ya no conservan calor y su temperatura interna está dada por el balance con la radiación solar absorbida o por otros mecanismos como el decaimiento radioactivo.

Ejercicio 6.6 Si toda la masa de la Luna fuera acretaada sobre la Tierra formando una capa esférica, estimar el incremento en la temperatura que dicha capa experimentaría. Suponer un material rocoso: $c_p = 1,2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

El incremento de temperatura se debe a la transformación de la energía cinética en calor, la energía cinética es del mismo orden que la potencial entonces como el calor se distribuye en la misma masa lunar que ahora está distribuida en la superficie

$$\Delta Q = \frac{G \cdot M_{\oplus}}{R_{\oplus}} m_L = c_p \cdot \Delta T \cdot m_L$$

de donde en estas hipótesis

$$\Delta T = \frac{G \cdot M_{\oplus}}{R_{\oplus} c_p} \sim 52000 \text{ K}$$

lo cual es enorme, demasiada energía como para considerarla confinada a la masa acretaada, seguramente se transmitirá a parte del volumen de la Tierra. Pero es razonable asumir que la energía de los impactos en la Tierra fue suficiente para fundir al menos su corteza. ■

6.8.2 Calor por diferenciación

La diferenciación o contracción gravitacional libera energía. Si diferenciamos 6.7 obtenemos

$$d\varepsilon_p = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R^2} dR \quad (6.43)$$

y si se comprime $dR < 0$ y la energía potencial (que es negativa) disminuye (aumenta en valor absoluto) por lo que aumenta la cinética en forma de calor que se propaga por el interior hasta ser liberado por la superficie.

Ejercicio 6.7 Suponiendo que la Tierra fue en sus orígenes un cuerpo homogéneo de densidad $\rho = 5500$ con el radio actual $R = 6380 \text{ km}$ y con un período de rotación de 10 hs y que una separación química ocurrió generando un núcleo de densidad $\rho_N = 12800$ y un manto de densidad $\rho_M = 4200$ calcular el nuevo período de rotación asumiendo conservación del momento angular. Considerando conservación de la energía total de la Tierra calcular el incremento de temperatura de su interior asumiendo un calor específico $c = 1 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Lo primero es hallar el radio del núcleo a partir de:

$$M_{\oplus} = \frac{4}{3} \pi \rho_N R_N^3 + \frac{4}{3} \pi \rho_M [R^3 - R_N^3] = \frac{4}{3} \pi \rho R^3$$

de donde

$$R^3 (\rho - \rho_M) = R_N^3 (\rho_N - \rho_M)$$

resultando $R_N = 3400 \text{ km}$. El nuevo momento de inercia es

$$I_1 = I_N + I_M = 0,4 \frac{4}{3} \pi [\rho_N R_N^5 + \rho_M (R^5 - R_N^5)] = 8,09 \times 10^{37}$$

y el inicial era

$$I_0 = 0,4 \frac{4}{3} \pi \rho R^5 = 9,74 \times 10^{37}$$

por conservación de momento angular tenemos

$$I_0 \omega_0 = I_1 \omega_1$$

por lo que el nuevo período de rotación es de 8.3 horas. La nueva energía potencial será la suma de la del núcleo más la del manto $\varepsilon_1 = \varepsilon_N + \varepsilon_M$. La del núcleo es la de una esfera

$$\varepsilon_N = -\frac{3}{5} \frac{GM_N^2}{R_N}$$

pero la del manto sería

$$\varepsilon_M = -G \int_{R_N}^R \frac{M(r)}{r} 4\pi r^2 dr \rho_M$$

donde $M(r) = M_N + \frac{4}{3} \pi \rho_M (r^3 - R_N^3)$ resultando

$$\varepsilon_M = -4\pi G \rho_M \frac{4}{3} \pi \left[R_N^3 (\rho_N - \rho_M) \frac{(R^2 - R_N^2)}{2} + \rho_N \frac{(R^5 - R_N^5)}{5} \right]$$

También hay un cambio en la energía cinética rotacional $0,5I\omega^2$ por lo que para calcular el incremento de temperatura planteamos

$$\varepsilon_0 + \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2 = \varepsilon_1 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \Delta Q$$

entonces

$$\Delta Q = (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) + \left(\frac{1}{2} I_0 \omega_0^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 \right) = (-2,24 + 2,5) \times 10^{32} + (2,97 - 1,78) \times 10^{30} = 27,2 \times 10^{30}$$

el aporte de la energía cinética es muy pequeño y lo podríamos haber despreciado para tener una idea del orden de magnitud del efecto. La variación de temperatura la deducimos de

$$\Delta Q = cM\Delta T$$

y obtenemos $\Delta T = 4530$ grados lo cual es una variación enorme y si hubiese ocurrido tal vez la Tierra se hubiese volatilizado (habría que aplicar el teorema del virial para tener una idea). ■

6.9 Temperatura interior en régimen

Supongamos que tenemos un planeta con un núcleo que libera una potencia L (energía por unidad de tiempo) y que esa energía se propaga por conducción a lo largo del manto del planeta cuya conductividad térmica es K_T . Podríamos utilizar la ecuación 5.1 para estimar como varía la temperatura a lo largo del manto del planeta. En este caso debemos considerar que el calor se propaga a lo largo de cascaras esféricas y no planas como habíamos supuesto al estudiar conductividad en superficies. Quedaría entonces:

$$q(r) = \frac{L}{4\pi r^2} = -K_T \frac{\partial T}{\partial r} \quad (6.44)$$

Integrando podríamos obtener $T(r)$. Ver que si asumimos K_T constante a lo largo de todo el interior planetario (lo cual esta lejos de la realidad) resulta que T decae con $1/r$. Los planetas en general transportan el calor por conveccion en el manto, por conducción en la corteza y lo emiten por radiación en su superficie.

6.10 Enfriamiento de esfera homogénea

Si tenemos una esfera gaseosa de temperatura T su energía total seria $\varepsilon \sim NkT$ y si radia como un cuerpo negro la perdida de energía superficial seria

$$d\varepsilon/dt = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (6.45)$$

y de ambas expresiones integrando obtenemos que el tiempo de enfriamiento desde una temperatura T_{ini} a una T_{fin} resulta

$$\Delta t \sim \frac{Nk}{12\sigma\pi R^2} \left(\frac{1}{T_{fin}^3} - \frac{1}{T_{ini}^3} \right) \quad (6.46)$$

En el caso de un planeta solido no podemos aplicar esa expresión. Supongamos un planeta recién formado homogéneo con temperatura uniforme, queremos saber como va cambiando su perfil de temperaturas $T(r,t)$ en función del tiempo a medida que radia como cuerpo negro. Para eso usamos la ecuación de difusión del calor 5.7 en coordenadas esféricas

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k_D \nabla^2 T = k_D \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (6.47)$$

con la condición de borde impuesta por la tasa de perdida de energia dada por la emisión de cuerpo negro a temperatura $T(R,t)$, o sea $q(R) = \sigma T^4(R,t)$ y esto lo igualamos a 6.44. La solución $T(r,t)$ (aunque es un clásico problema) es tan complicada que amerito un reporte de NASA que puede ser buscado en <https://ntrs.nasa.gov/>. Usando estas soluciones es posible tener una idea de la historia térmica de la Tierra y la Luna por ejemplo. Es común encontrar en los libros de física el enfriamiento de una esfera sumergida en un fluido por lo que la condición de borde es transmisión de calor por conducción o conveccion. En nuestro caso el planeta esta en el vacío por lo que el calor se pierde por radiación. Un excelente libro donde se trata en detalle el balance de calor en planetas es [17].

6.11 Ondas

Las ondas mecánicas penetran fácilmente a grandes profundidades por lo cual su estudio constituye una herramienta esencial para conocer el interior.

- Ondas interiores (body), se propagan siguiendo ley de Snell:
 - Ondas (P) de presión o primarias
 - Ondas (S) de sacudida o secundarias
- Ondas superficiales
 - Ondas de Love, horizontales
 - Ondas de Rayleigh verticales (olas)

Las ondas de presión o **primarias** se propagan con velocidad:

$$v_P = \sqrt{\frac{K_m + \frac{4}{3}\mu_{rg}}{\rho}} \quad (6.48)$$

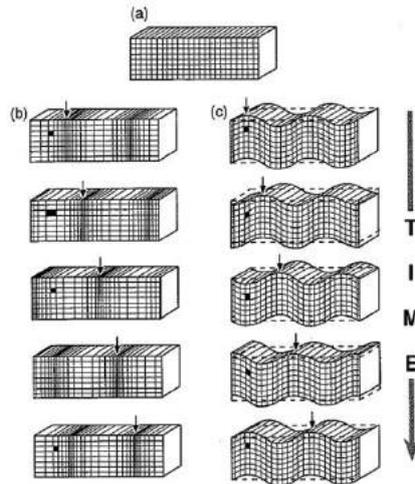


Figura 6.11: Ondas interiores. Fuente [43].

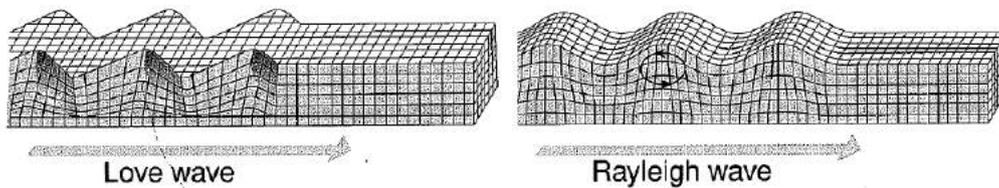


Figura 6.12: Ondas superficiales. Fuente [43].

Las ondas de sacudida o **secundarias**

$$v_S = \sqrt{\frac{\mu_{rg}}{\rho}} \quad (6.49)$$

donde μ_{rg} es el **modulo de rigidez** del material y K_m el **modulo de incompresibilidad** que se define como

$$K_m = -\frac{dP}{dV/V} \quad (6.50)$$

y es la presión necesaria para comprimir el volumen un cierto porcentaje. El modulo de rigidez en cambio mide la presión necesaria para modificar la forma manteniendo el volumen constante. En un fluido $\mu_{rg} = 0$ y las ondas S no se propagan. Eliminando μ_{rg} tenemos

$$K_m/\rho = v_P^2 - \frac{4}{3}v_S^2 \quad (6.51)$$

Como las velocidades se obtienen a través de la prospección geofísica K_m/ρ suele ser un dato. K_m y μ_{rg} crecen con ρ y crecen más rápido por lo que v_S, v_P crecen al interior del planeta. En general dependen de la presión y densidad. A través del análisis de las ondas es posible determinar discontinuidades debido a cambios de estado del material o cambios en la estructura cristalina que generan saltos en la densidad, como por ejemplo la discontinuidad de Mohorovicic en la corteza terrestre.

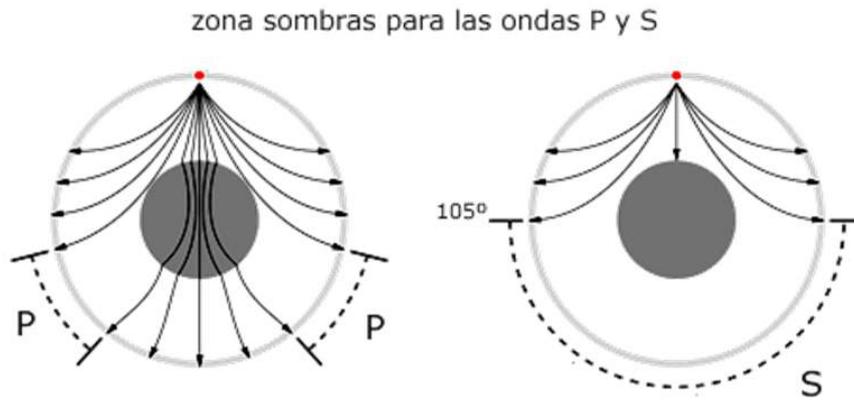


Figura 6.13: Sombras en las ondas P y S generadas por núcleo líquido.

6.12 Numeros de Love

Para comparar la rigidez con la gravedad g de un cuerpo se define el numero adimensionado

$$\tilde{\mu} = \frac{19}{2} \frac{\mu_{rg}}{\rho g R} \quad (6.52)$$

Si es próximo a la unidad la rigidez y la gravedad son comparables (caso Tierra) y si es muy grande la rigidez domina la estructura (pequeño cuerpo helado). La respuesta del planeta al potencial de mareas está dada por los números de Love $h_2 = 2,5/(1 + \tilde{\mu})$ y $k_2 = 1,5/(1 + \tilde{\mu})$. En particular la elevación en la dirección del satélite esta dada por $h_2 H$, que si es un fluido resulta $2,5H$. Y a su vez k_2 es un numero muy importante pues es proporcional a la tasa de disipación de energía del planeta por mareas.

6.13 Ecuación de estado para planetas sólidos

La ecuación de estado es la que relaciona la presión con la densidad. De la definición de K_m :

$$K_m = -V \frac{dP}{d\rho} \frac{d\rho}{dV} \quad (6.53)$$

dado que $M = V\rho$ tenemos por conservación de masa:

$$dM = \rho dV + V d\rho = 0 \quad (6.54)$$

entonces

$$K_m = \rho \frac{dP}{d\rho} \quad (6.55)$$

que suele tomarse como ecuación de estado para el interior de un planeta sólido. Esa ecuación vincula tres parámetros pero es necesario otra relación para resolver la estructura interna. Un modelo posible es el de **Bullen** (o hipótesis de Bullen) que asume una relación lineal de K_m con la presión

$$K_m = K_0 + bP \quad (6.56)$$

donde K_0 es el valor superficial. Otro modelo de estado posible es el **politropo**

$$P = k\rho^{1+1/n} \quad (6.57)$$

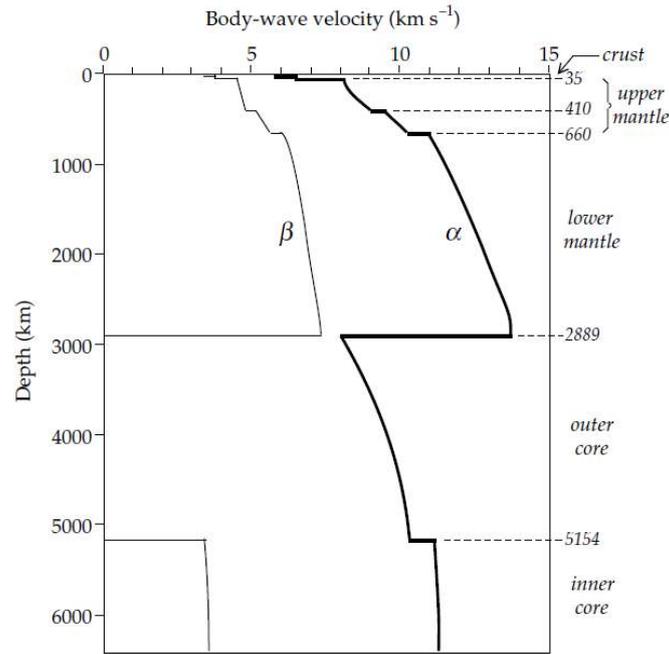


Figura 6.14: Velocidades de propagación en el interior terrestre.

donde k es una constante. Otra posible ecuación de estado es

$$\rho(P) = \rho_0 + cP^n \quad (6.58)$$

donde c, n son constantes.

De la ecuación de equilibrio hidrostático y de la ecuación de estado 6.55 se obtiene la **ecuación de Adams-Williams** para el interior planetario:

$$\frac{d\rho}{dr} = -G \frac{M(r)\rho(r)^2}{r^2 K_m} \quad (6.59)$$

generalmente K_m/ρ se determina por ondas sísmicas y suele presentar discontinuidades (ejemplo, núcleo y manto) por lo que la ecuación debe resolverse por tramos. Para resolver la ecuación se diferencia una vez más convirtiéndola en una ecuación diferencial de segundo orden en la incógnita $\rho(r)$. Insertando en ella los valores inferidos de K_m/ρ es posible integrarla numéricamente y obtener $\rho(r)$.

6.14 Planetas gigantes

Por su densidad, composición superficial, achatamiento y lugar de formación deducimos que son fundamentalmente gaseosos. Júpiter y Saturno están fundamentalmente compuestos de H y He mas un núcleo de "ices" y "rocas". El interior de los planetas gigantes tiene temperaturas de miles de grados y no se debe confundir el término "ices" como gases congelados. Por "ices" se entiende una sopa caliente de agua, metano, amoniaco y varias especies químicas derivadas de estos compuestos. Debido a su gran masa las presiones en su interior son muy superiores a las presiones de los planetas terrestre por lo que es difícil imaginar el estado de esos núcleos "rocosos". La composición de Urano y Neptuno es algo diferente con una envoltura de H, He y metano seguida de un océano iónico de amoniaco. Los modelos sugieren un carozo rocoso al igual que Jupiter y Saturno. La presión interior de los planetas gigantes es tan alta que es difícil de estudiar el

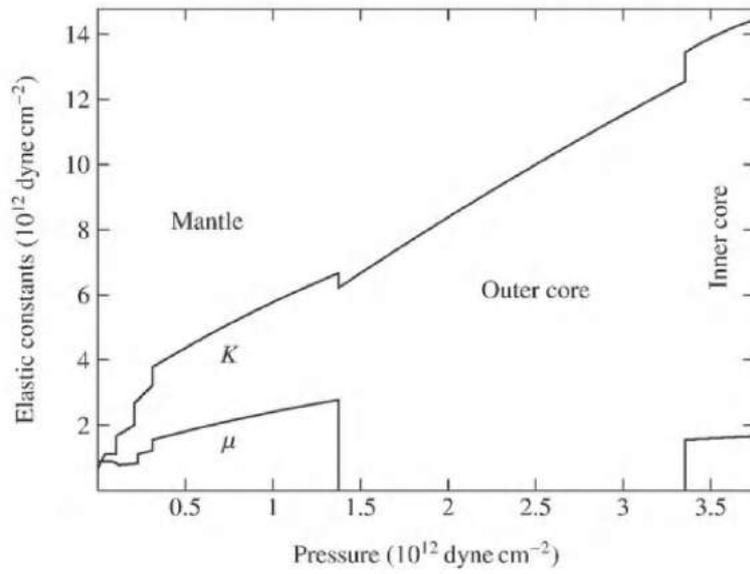


Figura 6.15: Modulo de incompresibilidad y de rigidez para el interior terrestre.

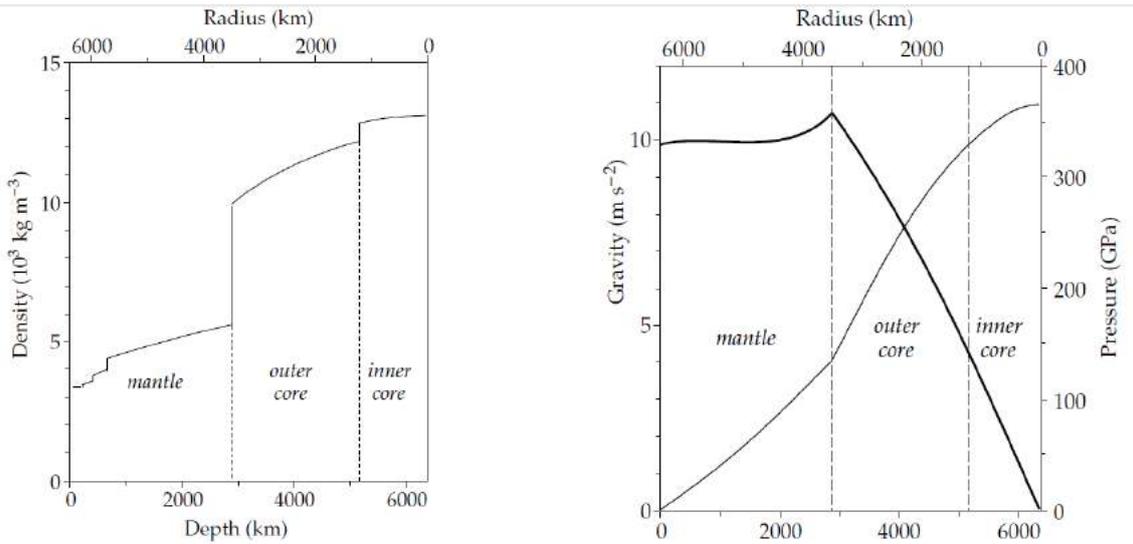


Figura 6.16: Densidad deducida en el interior terrestre y gravedad y presión resultantes.

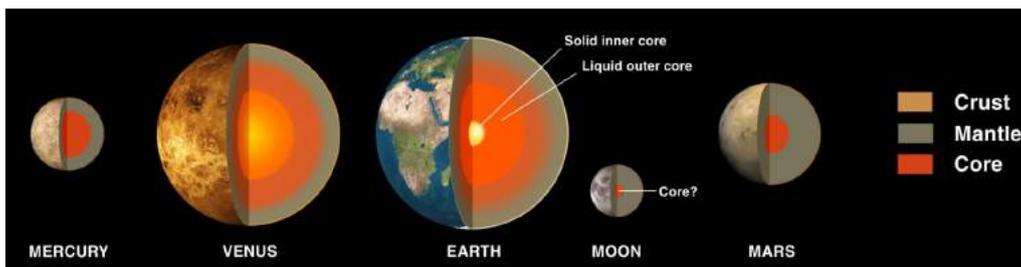


Figura 6.17: Interiores de los planetas terrestres. Fuente [4].

comportamiento de la materia en los laboratorios por lo cual se conoce muy poco sus propiedades y básicamente son deducidas del diagrama de fases del H que en parte es conocido.

Siendo fundamentalmente fluidos la ecuación de estado no puede ser la misma que para un cuerpo sólido. Asumiendo equilibrio hidrostático y una ecuación de estado típica de fluidos como

$$P = k\rho^2 \quad (6.60)$$

diferenciando dos veces se llega a la ecuación

$$r \frac{d^2\rho}{dr^2} + 2 \frac{d\rho}{dr} + \frac{G2\pi}{k} r\rho = 0 \quad (6.61)$$

y se prueba que una solución es

$$\rho = \rho_c \left[\frac{\sin(cr)}{cr} \right] \quad (6.62)$$

donde ρ_c es la densidad central. Como $\rho(R) = 0$ tenemos $cR = \pi$ por lo que el radio del planeta resulta independiente de la densidad $R = \pi/c$. Se prueba que la masa del planeta es independiente de R . Si a un planeta como Júpiter le agregamos masa mantendrá aproximadamente el mismo radio.

En Júpiter y Saturno a cierta profundidad la presión es tan grande que el hidrógeno pierde su electrón y pasa a ser muy conductor por lo que se le llama **Hidrógeno metálico**. A lo largo del interior de Jupiter y Saturno existe una región en donde el H y He no son miscibles por lo cual el He migra hacia el interior cambiando de esta forma su energía potencial y generando calor, lo cual es una explicación posible para la luminosidad intrínseca de estos planetas. Este fenómeno no ocurre en Urano y Neptuno. Un libro de referencia sobre interiores planetarios es [11].

Ejercicio 6.8 Asumiendo que el interior de Saturno puede ser representado por un polítopo de la forma $P = k\rho^2$ en equilibrio hidrostático, escribir la ecuación para $\rho(r)$ y probar que la solución es del tipo $\rho(r) = \rho_c \sin(ar)/ar$. Asumiendo que en la superficie $\rho(R_S) = 0$, hallar la densidad central ρ_c . Datos: $M_S = 5,7 \times 10^{26}$ kg, $R_S = 6 \times 10^7$ m.

Derivamos el politopo e igualando a equilibrio hidrostático obtenemos

$$\frac{dP}{dr} = 2k\rho \frac{d\rho}{dr} = -G \frac{M(r)}{r^2} \rho$$

de donde

$$2kr^2 \frac{d\rho}{dr} = -GM(r)$$

y recordando la definición de $M(r)$ y derivando nuevamente obtenemos finalmente la ecuación

$$r \frac{d^2\rho}{dr^2} + 2 \frac{d\rho}{dr} + \frac{G2\pi}{k} r\rho = 0$$

Calculando las derivadas de $\rho(r) = \rho_c \sin(ar)/ar$ y sustituyendo en la ecuación se prueba que efectivamente es una solución. Para el cálculo de la presión central debemos calcular la masa de Saturno mediante

$$M(r) = \int_0^{R_S} 4\pi r^2 \rho_c \frac{\sin(ar)}{ar} dr$$

usando $\rho(R_S) = 0$. ■

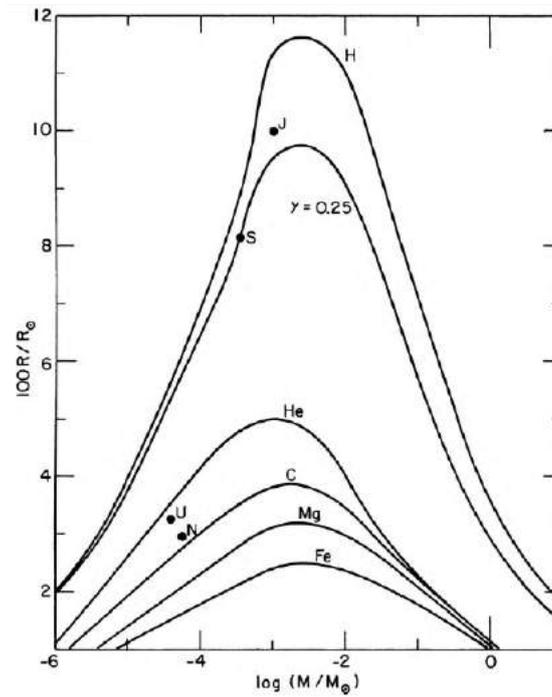


Figura 6.18: Radio esperado para un planeta gaseoso en función de su masa y composición. Fuente [43].

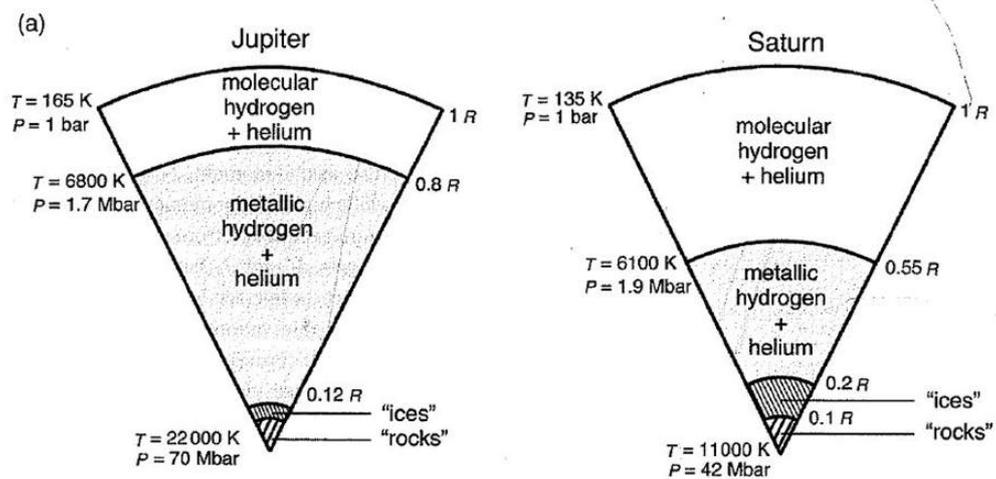


Figura 6.19: Modelos para Júpiter y Saturno. Fuente [43].

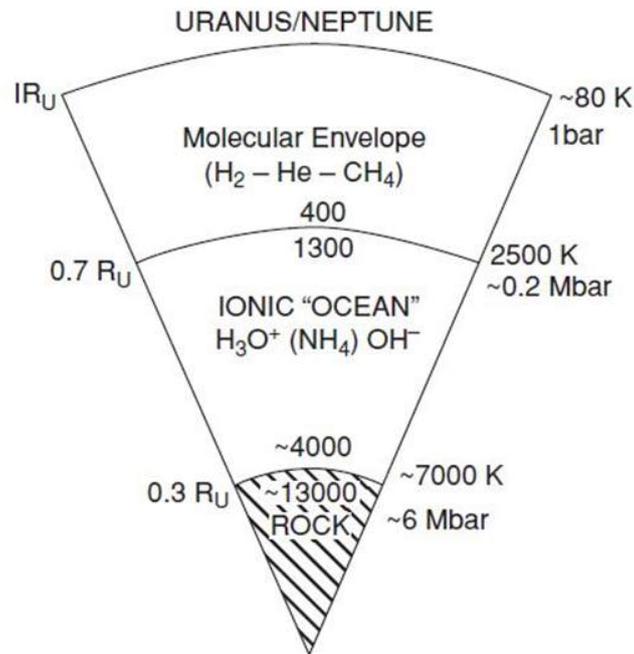


Figura 6.20: Modelo para Urano y Neptuno. Fuente [43].

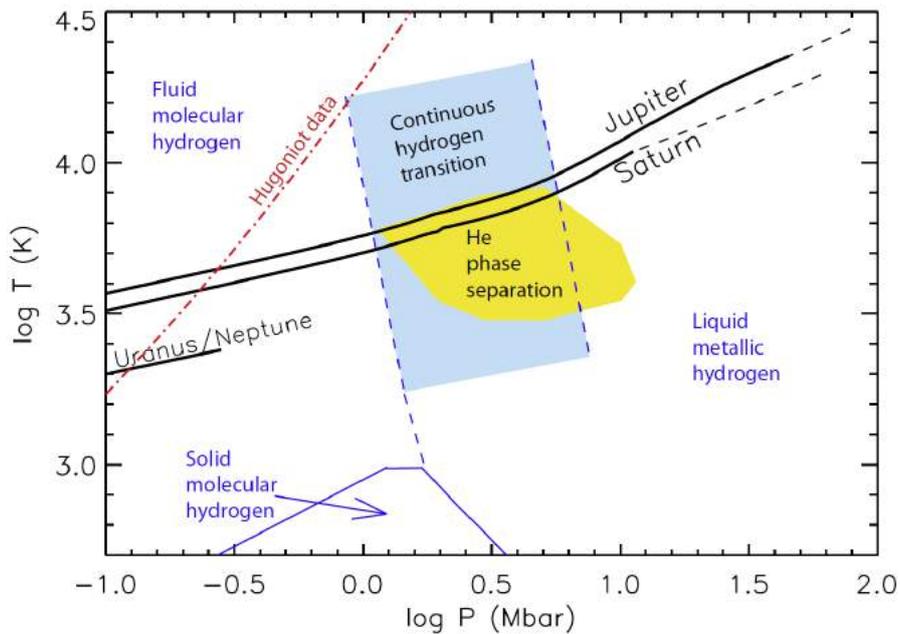


Figura 6.21: Diagrama de fases para el hidrógeno y condiciones en los planetas gigantes. Fuente [54].

6.15 Problemas

Problema 6.1 Sea un asteroide rocoso ($\rho = 3500$) de radio R y sabiendo que su resistencia a la compresión es $S_m = 2 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ calcular el radio mínimo para que al menos la mitad de su masa se encuentre significativamente comprimida. Idem para uno metálico de $\rho = 8000$ y $S_m = 4 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$.

Problema 6.2 La litósfera es la capa externa sólida del manto superior, el cual se encuentra en estado sólido si $T < 1200 \text{ K}$. Considerando que la conductividad térmica de la Tierra es $K_T = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y que el flujo de calor es 0.075 W m^{-2} estimar el espesor de la litósfera terrestre.

Problema 6.3 Estimar a que distancia debería estar la Luna para que debido a las mareas los océanos se elevaran 1 km (salado!). Considerar que la elevación es $5H/2$.

Problema 6.4 Suponiendo que el núcleo terrestre tiene temperatura uniforme y un radio de 3500 km y asumiendo que en el manto el calor se propaga por radiación y que tiene conductividad térmica $K_T = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y que el flujo de calor en la superficie terrestre es 0.075 W m^{-2} estimar la temperatura del núcleo.

Problema 6.5 La temperatura de equilibrio de Júpiter es 110 K y su temperatura efectiva es 124 K . Si el exceso es debido a la contracción gravitacional del planeta calcular cuanto debería contraerse su radio en un año.

Problema 6.6 Asumiendo densidad constante y equilibrio hidrostático estimar la presión central en la Tierra y en Júpiter. Comparar con los valores obtenidos por métodos más precisos.

Problema 6.7 Utilizando los datos de la tabla E2 de FPS calcular el cociente $I/(MR^2)$ para la Tierra y la Luna usando la relación de Radau-Darwin. Comparar con los valores reales de la tabla E15 y explicar los resultados. ¿Cuál tiene un núcleo más diferenciado?

Problema 6.8 Asumiendo que el interior de Saturno puede ser representado por un polítropo de la forma $P = k\rho^2$ en equilibrio hidrostático, escribir la ecuación para $\rho(r)$ y probar que la solución es del tipo $\rho(r) = \rho_c \sin(ar)/ar$. Asumiendo que en la superficie $\rho(R_S) = 0$, hallar la densidad central ρ_c . Datos: $M_S = 5,7 \times 10^{26} \text{ kg}$, $R_S = 6 \times 10^7 \text{ m}$.

Problema 6.9 Calcular la cantidad total de energía interna perdida por la Tierra asumiendo que el flujo superficial o luminosidad intrínseca es 0.075 W m^{-2} y que se ha mantenido constante a lo largo de la vida del Sistema Solar. Calcular la temperatura que tendría la Tierra si ese flujo no se hubiese escapado. Tomar como calor específico de las rocas $c_p = 1200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Problema 6.10 Suponiendo que la luminosidad intrínseca observada de la Tierra es enteramente producida por materiales radiogénicos y suponiendo que la Luna tiene igual composición que la Tierra estimar el flujo superficial de la Luna.

Problema 6.11 Compare la luminosidad intrínseca de la Tierra con la solar reflejada y la infrarroja reemitida suponiendo albedo Bond $A = 0,31$.

Problema 6.12 El tiempo requerido por ondas P y S para alcanzar una estación que se encuentra a un ángulo al centro terrestre de 40° del lugar donde se produjo un terremoto es de 7.5 min y 14 min respectivamente. Suponiendo que las ondas se propagan en línea recta a través de un medio elástico uniforme de densidad $\rho = 4000$, calcular el módulo de incompresibilidad K_m y el coeficiente de rigidez μ_{rg} .



7. Sol y magnetosferas

Conceptos fundamentales

- El ciclo de actividad del Sol está relacionado con su actividad en superficie y en su interior.
- El viento solar se propaga a velocidad constante y es portador del campo magnético interplanetario, que interactúa con los cuerpos del Sistema Solar y se invierte en cada ciclo solar.
- La estructura del Sol se obtiene resolviendo numéricamente las ecuaciones que describen el transporte de la radiación por su interior.
- A lo largo de su existencia el Sol varía su luminosidad y su tamaño.
- El modelo de dipolo para los campos magnéticos planetarios es una aproximación y suelen estar inclinados respecto al eje de rotación y desplazados respecto al centro.
- Para que exista un campo magnético debe haber un fluido conductor con movimientos convectivos.
- Las magnetósferas protegen las atmósferas y superficies del flujo de partículas cargadas.

7.1 Estructura del Sol

El Sol es una estrella de la secuencia principal, una de las 1.500.000 millones de estrellas que conforman nuestra galaxia (se multiplicó por 5 recientemente según datos de GAIA de 2019). En la actualidad se encuentra próximo al brazo espiral Sagitario-Carina. La trayectoria orbital del Sol en la galaxia no es planar sino ondulante de pequeña amplitud cruzando el plano de la galaxia cada 30 millones de años y completando una vuelta en torno del centro en 250 millones de años. El Sol es una esfera de gas casi perfecta (apenas achatado en los polos debido a su movimiento de rotación) que se mantiene unida por su propia gravedad.

Si bien el Sol presenta una rotación y campos magnéticos variables en principio podemos despreciarlos para obtener una descripción aproximada de su interior. Calcular un modelo para el Sol significa obtener la temperatura, densidad, presión y composición química en función de la distancia al centro. Para esto partimos de una serie de leyes físicas que sabemos se cumplen

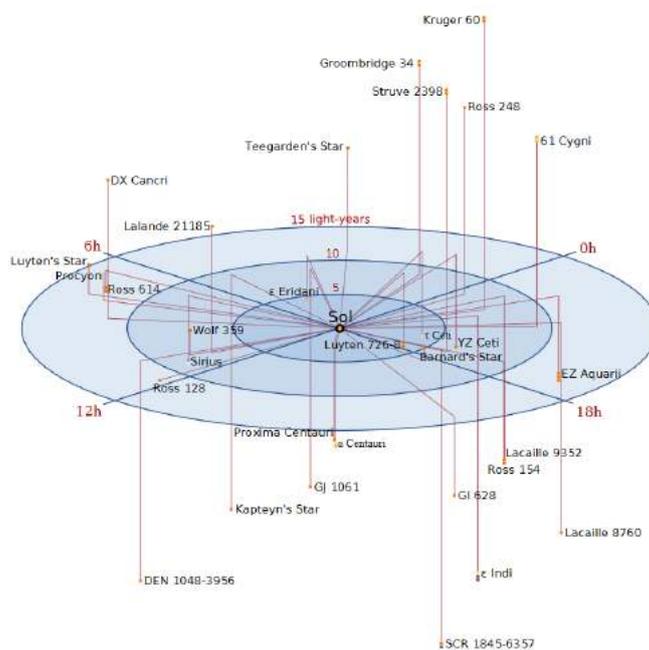


Figura 7.1: Vecindario solar.

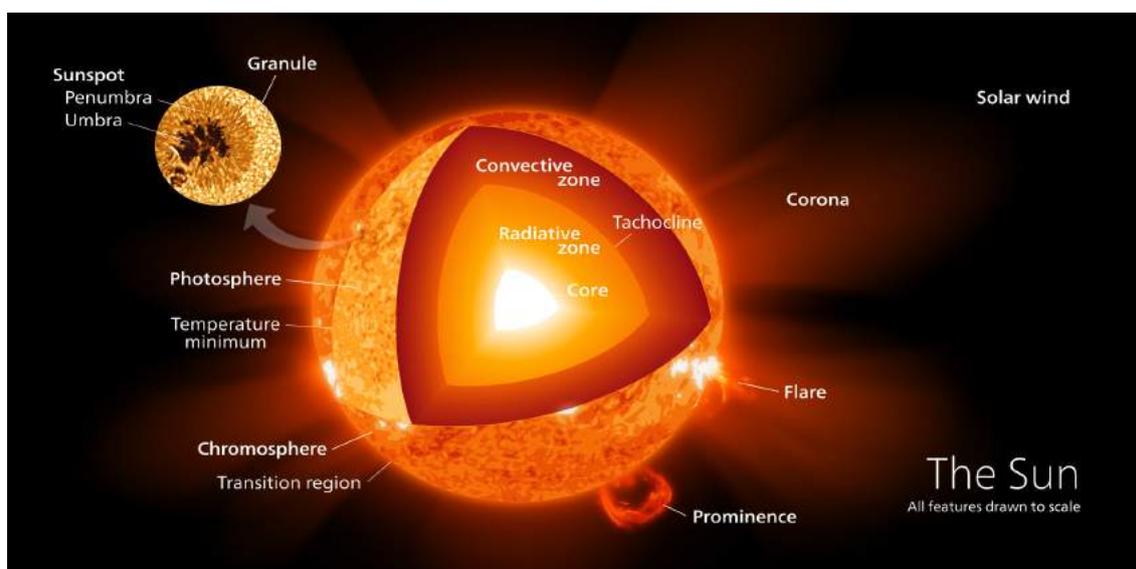


Figura 7.2: Estructura del Sol. Fuente: Wikipedia.

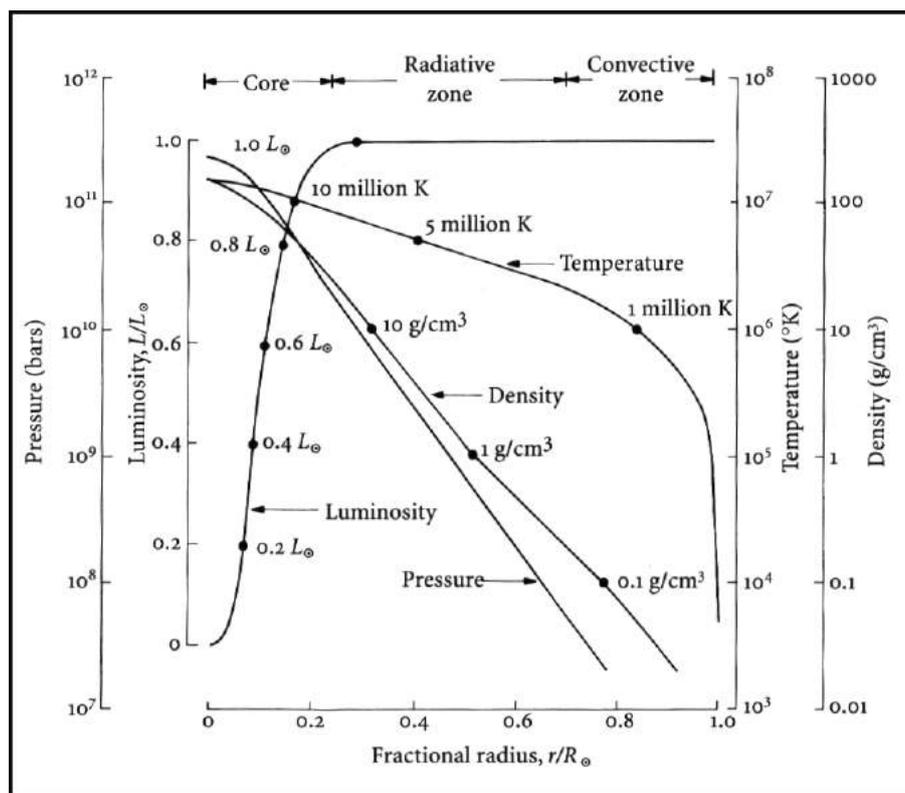


Figura 7.3: Modelo de interior solar. [38].

en su interior y ciertas condiciones de borde como por ejemplo la temperatura superficial. Las ecuaciones se resuelven en forma numérica obteniendo gráficos que representan las variables antes mencionadas en función de la distancia al centro.

Los rayos gamma producidos en las reacciones nucleares en el núcleo del Sol se dispersan, absorben o son reemitidos por electrones libres, iones y átomos en su camino hacia la superficie. Un rayo gamma típico sufre 10^{26} absorciones y reemisiones hasta salir a la superficie lo cual le lleva típicamente cientos de miles de años. La opacidad es una medida de la eficiencia con que la materia inhibe el pasaje de los fotones a través de su interior. Su valor depende de los varios procesos que pueden actuar simultáneamente: transiciones electrónicas, ionización, dispersión por electrones, iones y átomos. La estructura del Sol depende sensiblemente de la opacidad, si ésta cambia todos los parámetros del Sol deberán ajustarse de tal manera que toda la energía generada llegue a la superficie y no quede bloqueada en algún punto de su interior.

La energía que se genera en el interior del Sol debe ser transportada hacia el exterior. Existen tres mecanismos para esto: transporte **radiativo** es decir a través de fotones, transporte **convectivo** es decir por movimiento de gases y transporte por **conducción** es decir colisiones entre las partículas resultando una transferencia de energía entre partículas en contacto. Este último mecanismo no es eficiente en el Sol. Como resultado el Sol presenta zonas radiativas y zonas convectivas.

El **núcleo** del Sol es un reactor de fusión estabilizado gravitacionalmente. La materia se encuentra casi completamente ionizada debido a las altas temperaturas. Es una esfera con un radio igual a la quinta parte que el solar. En el núcleo en cada segundo 5 millones de toneladas de masa son transformadas en energía.

La **zona radiativa** llega hasta 75% del radio solar, la energía se transporta por la difusión de los fotones en un medio altamente ionizado.

Por encima de la zona radiativa la temperatura desciende lo suficiente como para que existan

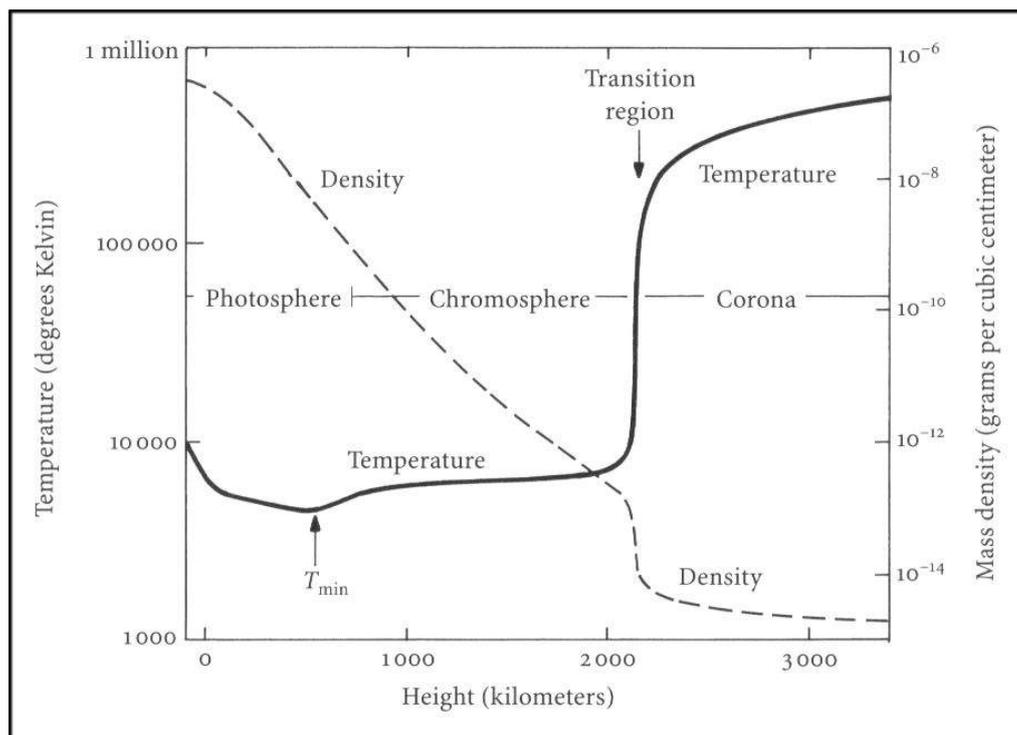


Figura 7.4: Atmósfera solar.

átomos parcialmente ionizados y neutros lo cual amplía las posibilidades de la materia de absorber fotones aumentando notoriamente la opacidad del medio. La alta opacidad hace difícil la continuación de la radiación de los fotones hacia el exterior y esto provoca una caída rápida de la temperatura con la distancia al centro lo cual a su vez provoca que se instale a partir de allí un régimen **convectivo**. Las capas exteriores del Sol se encuentran en equilibrio convectivo y es allí donde se generan los fenómenos propios de la actividad solar. La atmósfera solar que sigue a la zona convectiva se divide en 3 capas: fotosfera, cromosfera y corona.

La **fotosfera** tiene un espesor de 500 kms y su límite exterior es el límite del globo solar visible. Los fotones que recibimos salen de la fotosfera. El gas que la compone se encuentra en equilibrio térmico con la radiación que la atraviesa por lo cual pueden ser aplicables las leyes de radiación de cuerpo negro. La **cromosfera** es una región de transición que se extiende 2000 kms por encima de la fotosfera. Es más caliente que la fotosfera (10000 K) debido al efecto de ondas hidromagnéticas y de compresión vinculadas a los espículos y granulos. La emisión de energía es fundamentalmente en la línea H alfa. La **corona** consiste de plasma muy caliente (2 millones de grados, no está en equilibrio térmico con la radiación que corresponde a 5800 K) fluyendo gradualmente hacia el medio interplanetario en forma de **viento solar**. La energía de la corona proviene de la disipación de energía mecánica desde la zona convectiva y de la disipación de la energía magnética por reconexión de líneas de campo. La radiación de rayos X solar observada es originada en la corona por el mecanismo de **Bremsstrahlung**, que consiste en la emisión de fotones por parte de electrones libres a alta velocidad que son acelerados al pasar próximos de protones.

7.2 Actividad Solar

Se entiende por actividad solar la serie de fenómenos transitorios que ocurren en su atmósfera y que generan un variable flujo de partículas (basicamente protones y electrones) y radiación de diversa longitud de onda.

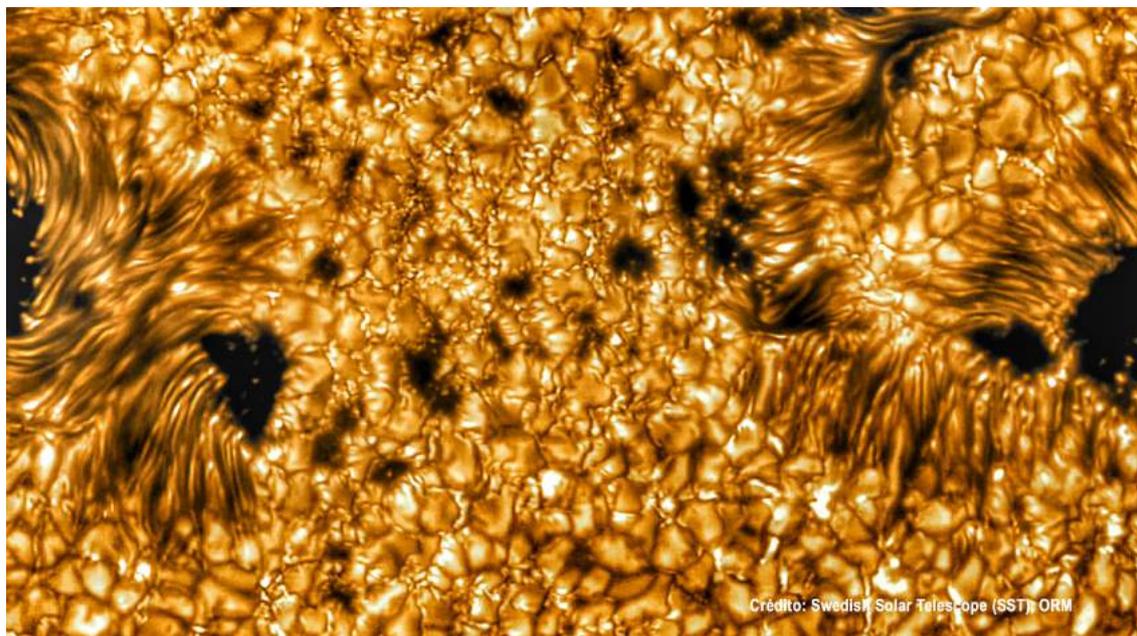


Figura 7.5: Granulaciones y manchas en la fotosfera.



Figura 7.6: Imagen en H alfa mostrando la cromósfera, donde se aprecian espículos y plages. También se observan varias prominencias hacia la corona que proyectadas contra el disco solar parecen filamentos oscuros.

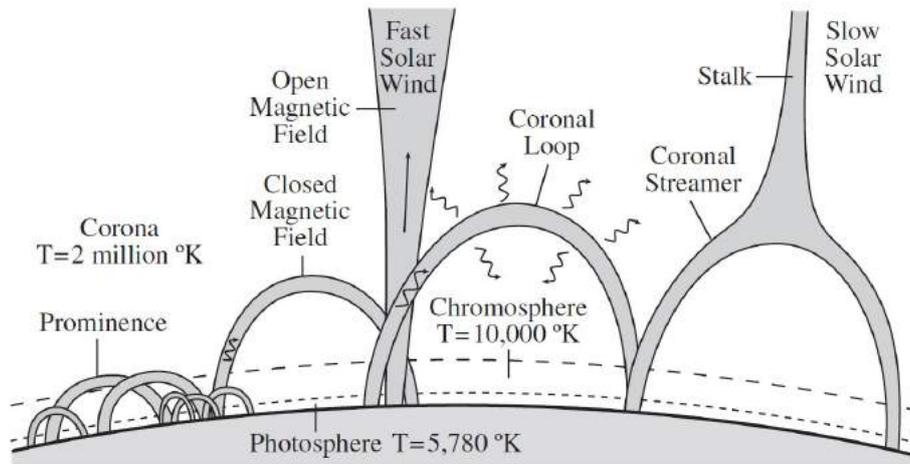


Figura 7.7: Loops magneticos que emergen de la fotosfera atravesando la cromosfera y se despliegan en la corona generando prominencias, fuentes de rayos X, UV y viento solar. Cada pie tiene polaridad diferente. Fuente [35]

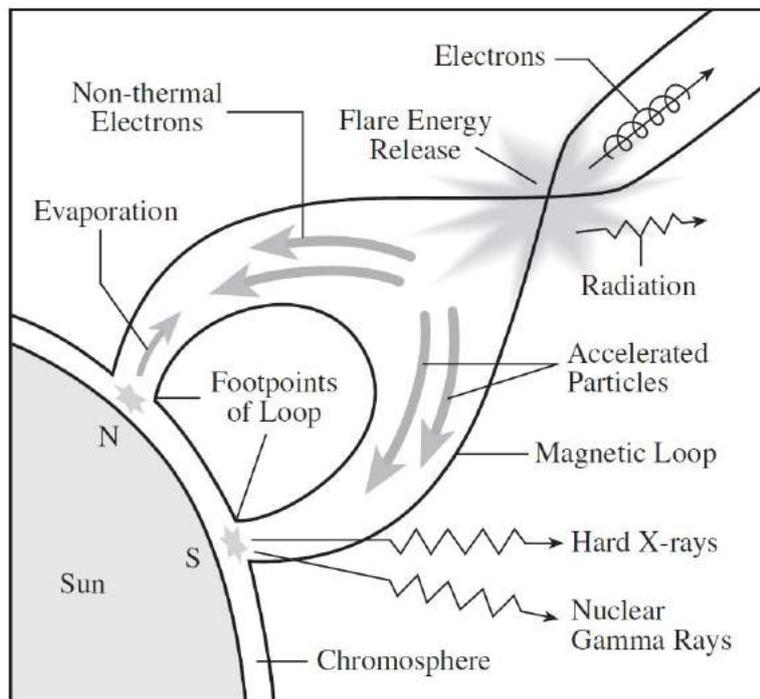


Figura 7.8: Modelo de producción de flare de rayos X. Fuente [35]

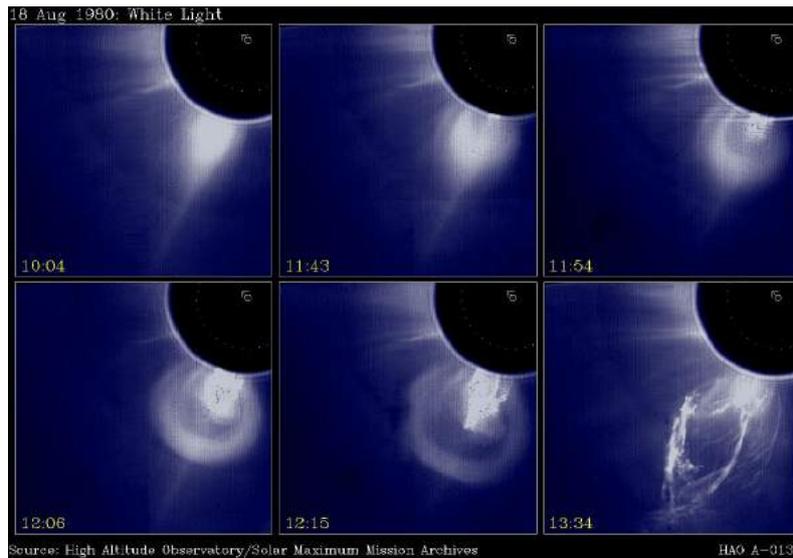


Figura 7.9: Secuencia de una eyección de masa coronal en la corona.

En la **fotósfera** encontramos granulos, fáculas y manchas.

- **Granulos:** células convectivas de centenares de km de diámetro que transfieren la energía desde la zona convectiva hacia el exterior. Tienen una vida media de algunos minutos.
- **Fáculas:** son regiones que en el visible son más brillantes que el resto de la fotósfera por ser más densas y calientes.
- **Manchas:** son producidas por concentraciones de fuertes campos magnéticos en la fotósfera. Pueden llegar a tener 50000 km de diámetro y duran varios días o semanas. Se encuentran en latitudes solares menores a 35 grados. Cada mancha es un polo por lo que en general las manchas aparecen de a pares o en grupos interactuando magnéticamente.

En la **cromósfera** encontramos espículos, flares y plages.

- **Espículos:** en H alfa presentan el aspecto de cabellos saliendo y cayendo desde la cromósfera alcanzando la corona. Tienen una vida de algunos minutos y pueden alcanzar 15000 km de altura.
- **Flares:** son erupciones de partículas y radiaciones en un amplio espectro de energías (desde X hasta radio) que acompañan a las manchas y que ocurren en forma de explosiones en la corona. Tienen vida de algunos minutos y temperaturas de hasta centenares de millones de grados. Las partículas eyectadas alcanzan la Tierra horas o días después produciendo interferencia en comunicaciones y auroras. Parecen ser producidas por la inyección abrupta de grandes cantidades de energía magnética en pequeñas regiones de la corona.
- **Plages:** son regiones en la cromósfera que en H alfa se aprecian como más brillantes y se corresponden con regiones activas ubicadas más abajo en la fotósfera.

En la **corona** se desarrollan prominencias y otras estructuras como eyecciones de masa.

- **Prominencias:** son regiones de gas frío (10000 K) y denso embebido en la corona de baja densidad y alta temperatura (millones de grados). Ocurren en regiones de campos magnéticos horizontales que las sostienen. Cuando se observa proyectado sobre el disco solar se lo suele llamar **filamento**. Pueden estar asociadas a regiones activas (prominencias activas) o alejadas de las mismas (prominencias quiescentes). Pueden también ser eruptivas en cuyo caso están asociadas a eyecciones de masa coronal.
- **Eyección de masa coronal:** es una burbuja magnética de plasma eyectada a gran velocidad desde la corona hacia el espacio interplanetario.

7.3 Ecuaciones del interior del Sol

Si asumimos que existe equilibrio entre la gravedad y el gradiente de presión dentro del gas entonces se verifica el equilibrio hidrostático:

$$dP = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)dr = -g(r)\rho(r)dr \quad (7.1)$$

siendo $g(r)$ la gravedad a una distancia r del centro. Hemos supuesto un cuerpo esférico con densidad sólo dependiente de r , en esas hipótesis sabemos que la masa que genera campo gravitacional es sólo $M(r)$, es decir la que se encuentra entre el centro y la distancia r . Para obtener $M(r)$ es necesario integrar una casaca esférica entre 0 y r con:

$$dM(r) = 4\pi r^2 \rho(r) dr \quad (7.2)$$

El problema se simplifica si suponemos densidad constante pues $M(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ e integrando entre 0 y R obtenemos que la presión central es

$$P_c = \frac{3}{8\pi} \frac{GM^2}{R^4} \quad (7.3)$$

La presión central es un dato fundamental para saber el estado de la materia pero para conocer la densidad y temperatura es necesario suponer una ecuación de estado.

Ejercicio 7.1 Estimar la presión central en el Sol.

Considerando que $M_\odot = 2 \times 10^{30}$ kg y $R_\odot = 6,96 \times 10^8$ m obtenemos $P_c = 1,36 \times 10^{14}$ pascales que son 1360 millones de atmósferas. Este es un valor dos ordenes de magnitud inferior al obtenido por modelos más precisos donde la densidad varía con r . El modelo estandar del Sol indica una presión central de 230.000 millones de atmósferas. ■

La producción de energía solar ocurre por varias reacciones nucleares pero fundamentalmente por el ciclo protón-protón en donde como balance final 4 protones se transforman en un núcleo de Helio que tiene una menor masa que se transforma en energía a través de $E = mc^2$. Notar que también se genera un cierto número de neutrinos (electrónicos). Durante mucho tiempo el número de neutrinos detectados en Tierra fueron inferiores al previsto lo cual constituyó un misterio hasta que se descubrió que existen tres clases de neutrinos y que transmutan entre sí.

La producción de energía en el interior solar genera la variación de la luminosidad a lo largo de su estructura interna:

$$dL(r) = L(r+dr) - L(r) = \varepsilon(r)dM = 4\pi r^2 \rho(r)\varepsilon(r)dr \quad (7.4)$$

donde ε es el coeficiente de producción de energía por unidad de masa y por unidad de tiempo siendo $\varepsilon = 0$ fuera del núcleo.

El transporte de calor en el interior solar puede ser por radiación o convección. El gradiente radiativo se obtiene a partir de la variación del flujo debido a la opacidad, α , del medio. Asumiendo que la energía se transporta por radiación podemos obtener una expresión de $T(\tau)$ utilizando el mismo razonamiento que en el efecto invernadero:

$$T^4(\tau) = \frac{3}{4}\tau T_\odot^4 \quad (7.5)$$

que nos dice cómo varía la temperatura con la profundidad óptica medida desde la superficie. Pero en realidad la energía se transporta por convección en las capas más superficiales. El gradiente

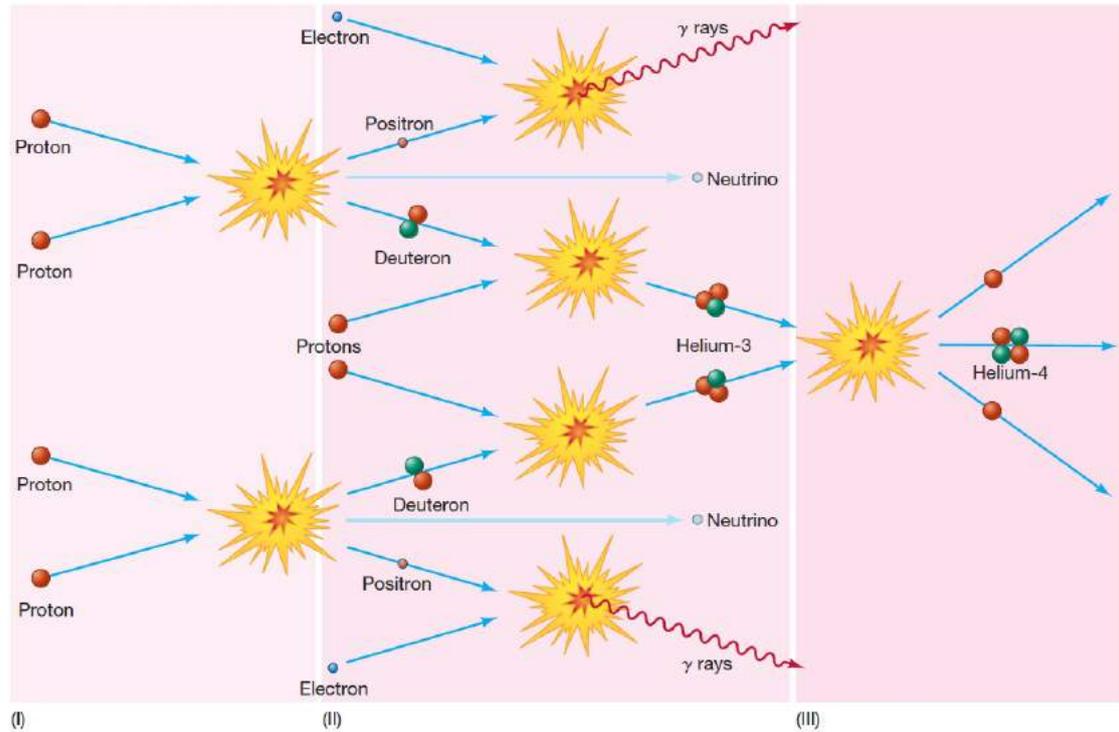


Figura 7.10: Ciclo proton-proton de producción de energía en el Sol. Fuente [10]

convectivo se obtiene mediante el modelo de la burbuja que se eleva y expande adiabáticamente (ver sección 4.9):

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1 - \gamma T}{\gamma} \frac{dP}{P dr} \quad (7.6)$$

siendo γ el cociente de calores específicos. Si el gradiente radiativo es mayor que el convectivo entonces la radiación no es eficiente transportando el calor y se instala la convección. El último cuarto de radio solar es convectivo.

Podemos asumir la ecuación de estado de gas ideal:

$$P_g = NkT = \frac{\rho}{\mu m_H} kT \quad (7.7)$$

donde N es la densidad numérica de partículas (núcleos atómicos y los correspondientes electrones libres suponiendo que el gas está ionizado), m_H es la masa del núcleo de Hidrógeno y μ en este caso es el **peso medio de las partículas** dado por

$$\mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z} \quad (7.8)$$

siendo X, Y, Z las fracciones de masa de H, He y metales del Sol.

La presión total es

$$P_t = P_g + P_{rad} \quad (7.9)$$

donde $P_{rad} = \frac{1}{3}aT^4$ es la presión de los fotones. Con estas ecuaciones es posible obtener una descripción aproximada del interior solar.

Luego de haber explorado los interiores de diferentes cuerpos queda claro que para modelar interiores utilizamos **ecuaciones generales** como el equilibrio hidrostático y la conservación de la masa, **ecuaciones de estado** que vinculan presión, densidad y temperatura y que dependen del estado de la materia y finalmente ecuaciones que describen el **transporte de calor** ya sea por conducción, radiación o convección.

Ejercicio 7.2 Suponiendo un modelo de densidad $\rho(r) = a + b \cdot r$ para el Sol y dadas M_{\odot} y R_{\odot} hallar las constantes a y b y el valor de la densidad central. Asumiendo equilibrio hidrostático hallar presión central. Estimar temperatura central.

Para empezar $\rho(R_{\odot}) = 0$ de donde tenemos $a + b \cdot R_{\odot} = 0$. Además a partir de

$$dM(r) = 4\pi r^2 \rho(r) dr = 4\pi r^2 (a + b \cdot r) dr$$

integramos

$$\int_0^{R_{\odot}} dM(r) = 4\pi \int_0^{R_{\odot}} r^2 (a + b \cdot r) dr = M_{\odot}$$

Con esas 2 relaciones obtenemos $a = 5,64 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ y $b = -8,1 \times 10^{-6} \text{ kg m}^{-4}$. La densidad central sería de acuerdo a este modelo $\rho(0) = a$. Luego necesito

$$M(r) = \int_0^r dM(r) = 4\pi \int_0^r r^2 (a + b \cdot r) dr = 4\pi (ar^3/3 + br^4/4)$$

y la ecuación de equilibrio hidrostático queda

$$dP = -G4\pi(ar/3 + br^2/4)(a + b \cdot r) dr$$

que integrando entre el centro y la superficie me da la presión central $P(0)$ igual a 4600 millones de atmósferas que es un resultado más razonable que el obtenido asumiendo densidad constante pero aún muy bajo. Seguramente la variación de la densidad debe tener una dependencia más fuerte con la distancia al centro. Si suponemos que la presión es sostenida por el gas perfecto para el centro del Sol

$$P_c = \frac{\rho_c}{\mu m_H} k T_c$$

tomando $X = 0,75$, $Y = 0,25$ tenemos $\mu \sim 0,6$ de donde con los valores de nuestro modelo obtenemos $T = 5,8$ millones de grados, pero ésta hipótesis no es correcta pues hay una contribución de la presión de radiación y del gas degenerado de electrones. El modelo estándar del Sol indica una temperatura de 15.6 millones de grados. ■

7.4 Rotación y pulsaciones

El Sol no rota como un cuerpo rígido sino que su movimiento rotacional depende de su distancia al centro y de su latitud solar. En la superficie del ecuador solar el período es de 24.5 días aproximadamente. El eje de rotación está inclinado 6 grados respecto al plano invariable del sistema (ver 2.10). Esta rotación diferencial es la responsable del continuo retorcimiento de las líneas de los intensos campos magnéticos locales lo que lleva a la destrucción de los mismos (períodos de mínima actividad) y a su reconstrucción con la polaridad invertida al cabo de 11 años (máxima actividad). Se ha encontrado que el Sol vibra o resuena con varios períodos del orden de minutos. El origen parece ser movimientos internos en la región convectiva.

Toda la actividad solar está conectada al ciclo de 22 años de su campo magnético, el **ciclo de**

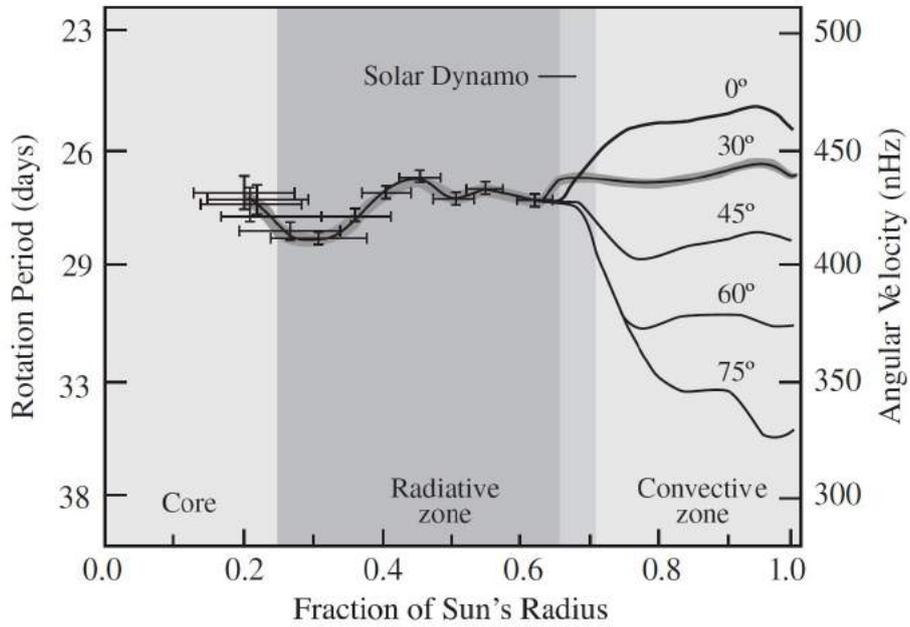


Figura 7.11: Rotación. Fuente [35]

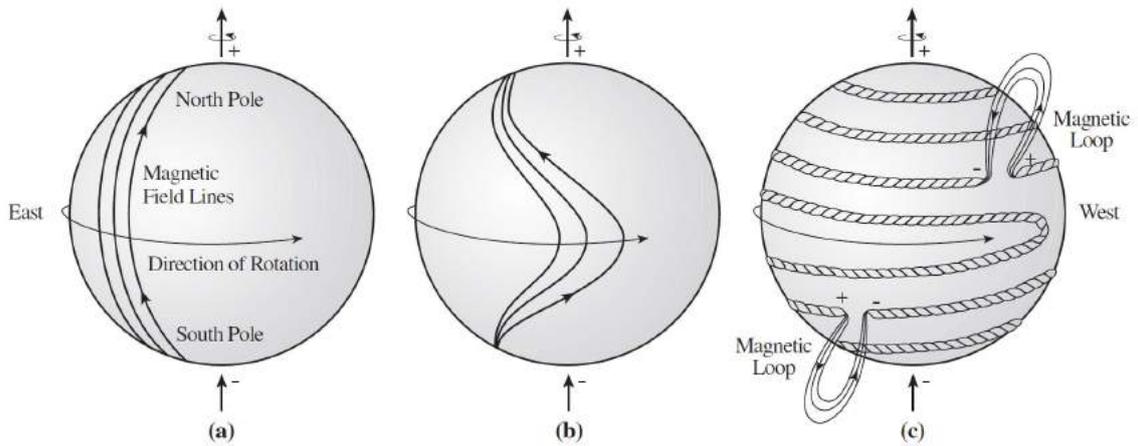


Figura 7.12: Evolución de las líneas de campo magnético con el periodo del Sol. A la izquierda un mínimo y a la derecha en un máximo, aproximadamente 5.5 años después. [35]

Hale. Las capas convectivas del Sol convierten la turbulencia y la rotación diferencial en un campo magnético oscilante confinado a la zona convectiva generado por un mecanismo de dínamo.

7.5 Viento solar y campo magnético interplanetario

Considerando que en la corona la temperatura es de unos 2 millones de grados, la velocidad térmica de los protones $v = \sqrt{3kT/m_p}$ resulta estar bien por debajo de la velocidad de escape del Sol. Sin embargo Parker em 1958 sugirió que la corona no podía permanecer en equilibrio estático sino que debía expandirse continuamente ya que de otro modo la presión del viento interestelar comprimiría la corona. La expansión continua se llama viento solar. La existencia de un viento solar se conocía a partir de observaciones de cometas, pero las propiedades predichas por Parker fueron confirmadas por los satélites Lunik III y Venus I en 1959 y por Mariner II a principios de la década de 1960. Los principales supuestos del modelo de Parker son que el flujo de salida es constante, esféricamente simétrico e isotérmico. En el presente Parker es una sonda que estudia el Sol desde muy cerca.

El viento solar es un flujo continuo de protones y electrones que prolonga el campo magnético solar transformándolo en el campo magnético interplanetario e interactúa con los campos magnéticos planetarios. La presión del viento solar va disminuyendo (no así su velocidad) con la distancia hasta que se iguala a la del viento interestelar. Ese límite es el límite de la **Heliósfera** y no es perfectamente esférico pues el viento interestelar tiene una dirección preferencial.

El campo magnético solar, que invierte sus polos cada 11 años se extiende por todo el Sistema Solar transportado por el viento solar. El ecuador magnético no coincide exactamente con el plano del Sistema Solar por lo que a veces los cuerpos se encuentran embebidos en líneas de campo entrantes al Sol y a veces en líneas salientes. Las líneas tienen forma de espiral debido al efecto de la rotación solar en el flujo saliente de viento solar. Cuando los cometas cruzan este ecuador magnético suelen aparecer alteraciones en sus colas.

Para que las partículas del viento solar puedan escapar del Sol necesitan una fuerte inyección de energía, por ejemplo a través de la actividad magnética solar. Las mayores velocidades detectadas por la misión Ulyses corresponden a las regiones polares mientras que en el ecuador las velocidades son menores. Esto sugiere que el campo magnético solar inhibe el viento solar en las regiones ecuatoriales.

7.6 Campos magnéticos y magnetosferas

Los campos magnéticos generan las llamadas **fuerzas de Lorentz** que pueden ser muy importantes en partículas pequeñas cargadas (ver figura 3.17), en los anillos de Saturno por ejemplo se desconoce su relevancia en la dinámica de las partículas que los componen.

Los campos magnéticos siempre son generados por corrientes eléctricas ya sea en el interior, superficie o hasta en las atmósferas. Un modelo simple es suponer que el campo magnético es generado por un dipolo cuyas dimensiones son bien inferiores a las de las distancias en donde queremos medir sus efectos. El momento magnético m (unidades de $A m^2$) es una característica del cuerpo y el potencial W de dipolo magnético esta dado por

$$W = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m \cos \theta}{r^2} \quad (7.10)$$

donde $\mu_0/4\pi = 10^{-7} N A^{-2}$. Se suele redefinir el **momento magnético** como $M = \mu_0 m/4\pi$. La intensidad de campo magnético es $B = -\nabla W$ por lo que tenemos que las componentes radial y acimutal (transversa) del campo magnético son

$$B_r = \frac{2M}{r^3} \cos \theta \quad (7.11)$$

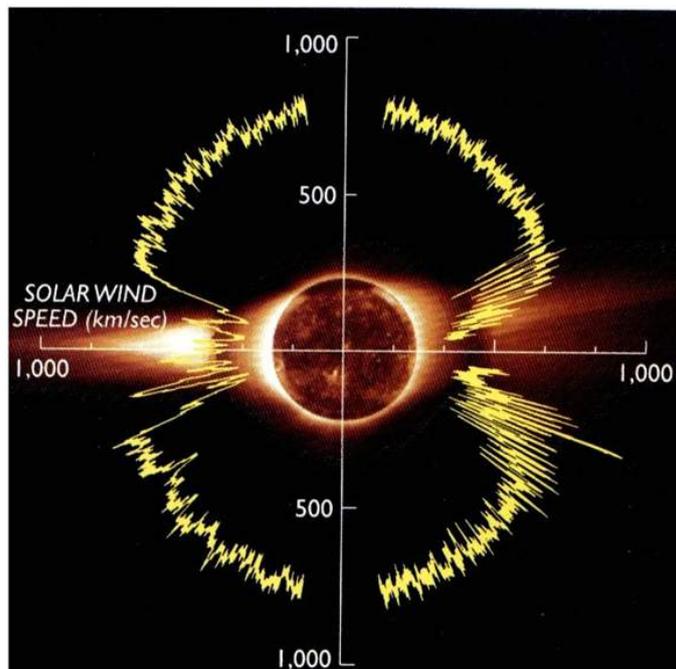


Figura 7.13: Velocidad del viento solar según la latitud solar medidas por la misión Ulyses. Fuente [4].

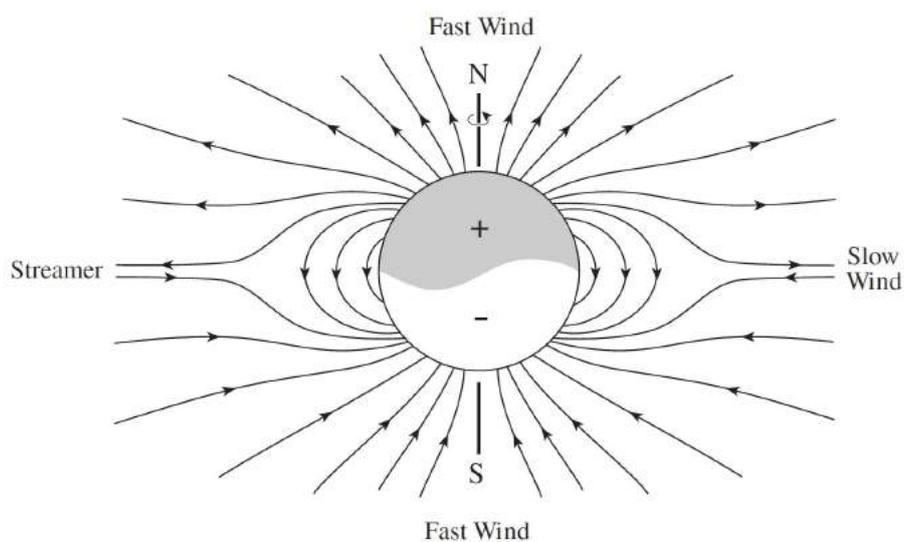


Figura 7.14: Campo magnético solar y su efecto sobre el viento solar. Fuente [35].

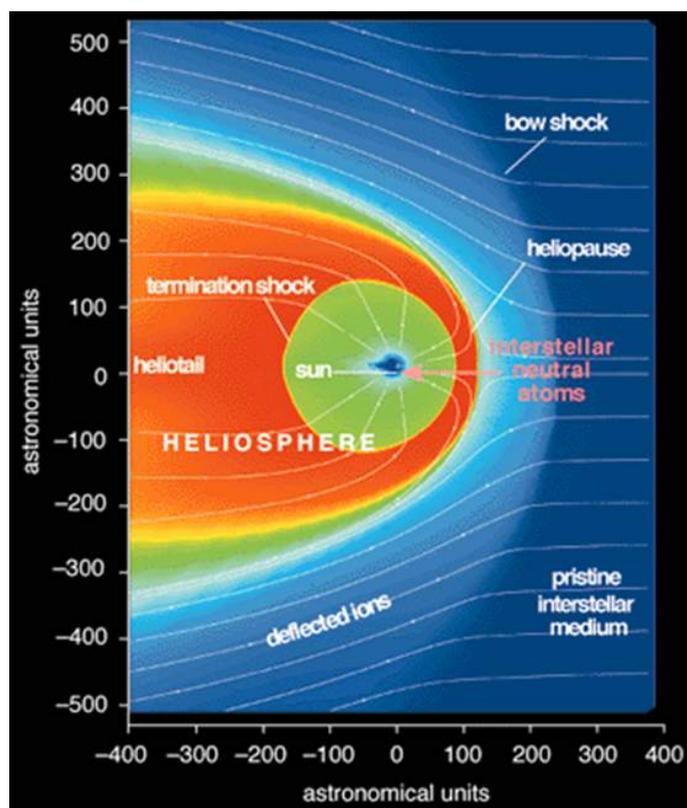


Figura 7.15: Heliósfera.

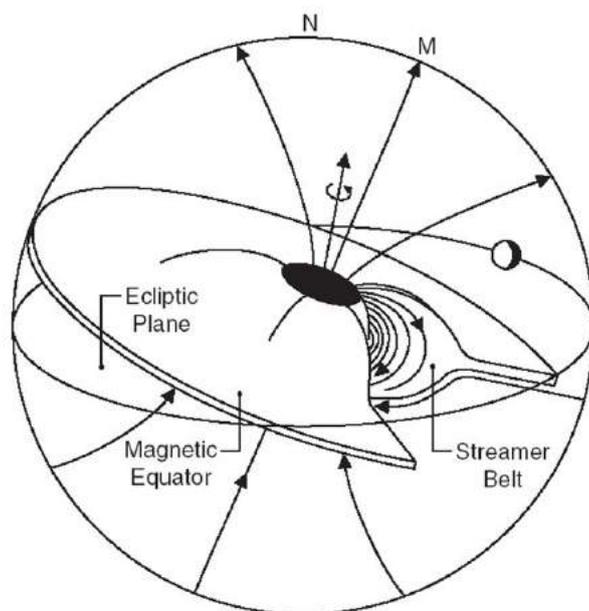


Figura 7.16: Campo magnético interplanetario.

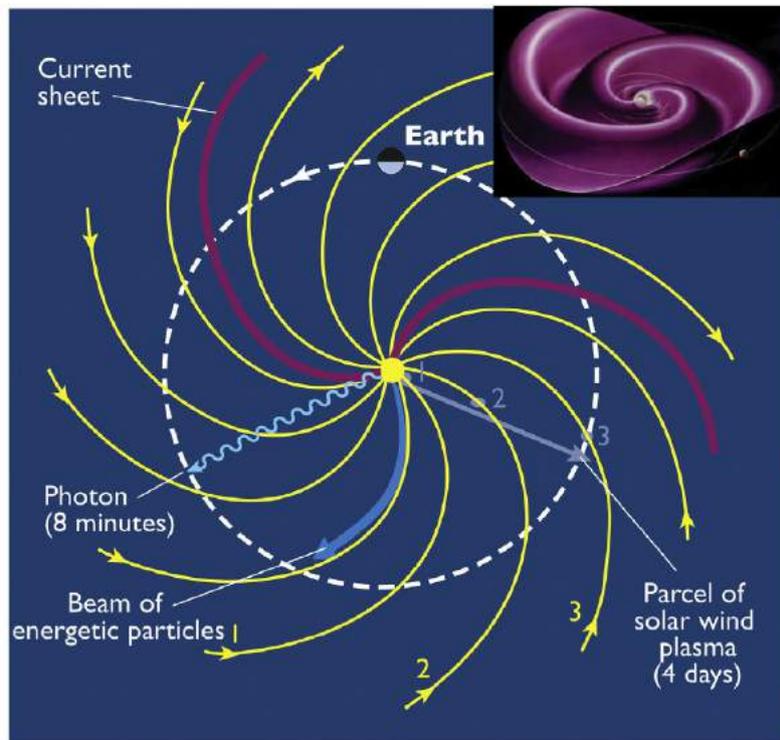


Figura 7.17: El campo magnético interplanetario transportado por el viento solar visto desde el polo norte eclíptico luce con líneas de campo enroscadas debido a la rotación solar. Los fotones emitidos por el Sol llegan en 8 minutos a la Tierra, las partículas energéticas en horas y el viento solar en 4 días. El viento se mueve en forma radial pero el campo resultante adquiere forma espiral. Fuente [54].

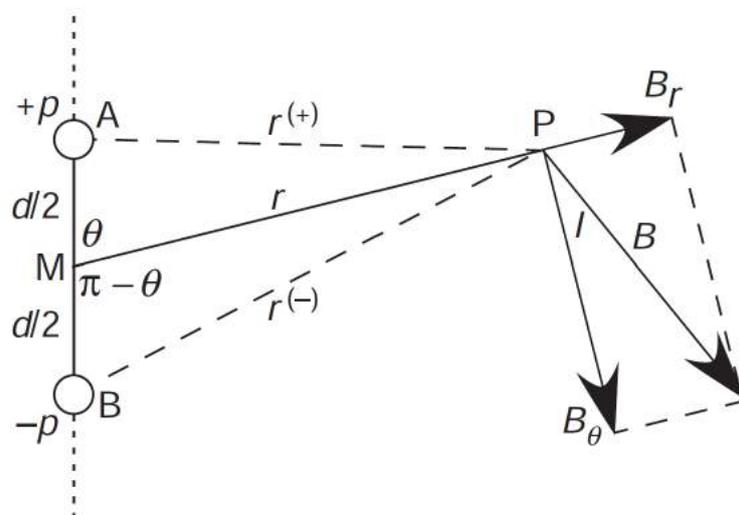


Figura 7.18: Componentes radial y acimutal del modelo de dipolo de campo magnético.

$$B_{\theta} = \frac{M}{r^3} \sin \theta \quad (7.12)$$

en unidades de Tesla, o sea $\text{N A}^{-1} \text{m}^{-1}$. Ver que el momento magnético M se puede expresar también en unidades de T m^3 . Para la Tierra tenemos $M_{\oplus} = 7,9 \times 10^{15} \text{ T m}^3$. En el sistema cgs se usa el Gauss donde $1\text{T}=10^4$ Gauss. La intensidad total es entonces

$$B = \frac{M}{r^3} (3 \cos^2 \theta + 1)^{1/2} \quad (7.13)$$

siendo θ el ángulo desde el polo norte magnético. Se puede ver que la intensidad del campo en los polos magnéticos es el doble que en el ecuador magnético. Un campo de intensidad B lleva asociada una **densidad de energía magnética**

$$u = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \quad (7.14)$$

Si esta energía se libera en el entorno incrementara la energía cinética de las partículas incrementando notoriamente sus velocidades.

Ejercicio 7.3 Una mancha del volumen de la Tierra tiene asociado un campo $B = 0,3 \text{ T}$. Calcular la energía total que podría inyectar esta mancha en el gas de la fotosfera solar.

Tenemos en Joules por m^3

$$u = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = 3,6 \times 10^4$$

y siendo el volumen de la Tierra $1,1 \times 10^{21} \text{ m}^3$, tenemos $E = uV \sim 4 \times 10^{25} \text{ J}$, o sea aprox 10^{10} megatones, como 10^{12} bombas de Hiroshima. ■

En este modelo simplificado las líneas de campo son totalmente radiales en los polos y totalmente acimutales (siguiendo la dirección de meridianos) en el ecuador magnético. Los campos reales no son exactamente dipolos (se aproximan por desarrollos en armónicos esféricos) y además suelen estar **inclinados** respecto al eje de rotación del planeta (*tilt* en grados) y también **desplazados** (en radios planetarios), es decir no pasan por el centro del planeta. Los casos extremos son Urano y Neptuno. Dado que mantener un campo magnético por el mecanismo de dínamo implica tener un **fluido conductor en convección**, la existencia de campos magnéticos nos aporta información sobre el interior planetario. Se espera que Mercurio, Venus y Marte tengan interiores sólidos debido a que carecen de campos de la magnitud de la Tierra o los planetas gigantes. Estos cuerpos sin magnetosfera exponen su superficie y su atmósfera (caso de Marte) a los efectos del viento solar. En el caso de la Tierra está claro además que varía y cambia de polaridad en ciclos muy variables. La historia de las inversiones del campo magnético terrestre está registrada en la alineación de algunos minerales ferromagnéticos constituyentes de los basaltos generados en las dorsales oceánicas. De acuerdo a estos registros en los últimos 5 millones de años han ocurrido al menos 20 inversiones de polaridad y cada una de ellas se mantiene por periodos muy variables por lo que no constituye una evolución regular. La mayor contribución al campo magnético terrestre es debida al núcleo líquido. Este es distorsionado por anomalías en la corteza a baja altitud y a mayores altitudes por campos magnéticos generados por corrientes ionosféricas y plasmas en magnetósfera.

La densidad de energía (energía por unidad de volumen es igual a fuerza por unidad de area) de un campo magnético planetario es también una presión que se opone contra la presión del viento solar. Cuando las partículas cargadas del viento solar se encuentran con el campo magnético planetario este intenta desviarlas generando una presión que se opone a la presión cinética del

Table E.18 Characteristics of Planetary Magnetic Fields^a

	Mercury	Earth	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune
Magnetic moment (M_{\oplus})	2.4×10^{-4}	1^b	20 000	600	50	25
Surface B at dipole equator (nT)	190	3.1×10^4	4.28×10^5	2.2×10^4	2.3×10^4	1.4×10^4
Maximum/minimum ^c	2	2.8	4.5	4.6	12	9
Dipole tilt ^d	$<0.8^\circ$	10.8°	9.6°	0.0°	59°	47°
Dipole offset (R_p)	0.16	0.08	0.12	~ 0.04	0.3	0.55
Magnetopause distance ^e (R_p)	1.45	10	42	19	25	24

Figura 7.19: Campos magnéticos planetarios. De los planetas terrestres solo la Tierra presenta campo magnético significativo. Fuente [43].

viento solar. La región próxima al planeta en donde el campo magnético logra desviar el viento solar es la **magnetósfera** y el límite es la **magnetopausa**. Debido a la presión del viento solar su forma no es esférica sino que presenta un frente de choque (**bow shock**) en dirección al Sol y una larga cola en dirección opuesta. El campo magnético encierra anillos con partículas cargadas atrapadas que se mueven a alta velocidad, los **anillos de radiación** de Van Allen en el caso de la Tierra. Como el eje magnético terrestre no pasa por el centro de la Tierra los anillos están más próximos de la superficie en la región del atlántico sur dando lugar a la **Anomalía magnética del Atlántico Sur**. El flujo de partículas capturadas en el circuito de los campos magnéticos llega a la alta atmósfera a través de los polos magnéticos excitando las moléculas que al des-excitarse emiten luz de diversos colores constituyendo las **auroras polares**.

Ejercicio 7.4 Estimar el radio de la magnetosfera terrestre sabiendo que para la Tierra su momento magnético es $M_{\oplus} = 7,9 \times 10^{15} \text{ T m}^3$.

Queremos hallar la distancia r al centro terrestre tal que la presión del viento solar iguale a la magnética terrestre despreciando la contribución de la presión atmosférica. Tomando el valor en el ecuador $\theta = \pi/2$ tenemos

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\frac{M_{\oplus}^2}{\mu_0 r^6}$$

de donde

$$r^6 = \frac{M_{\oplus}^2}{\mu_0 \rho v^2}$$

El viento solar a la altura terrestre son 5 protones por cm cúbico, o sea $\rho = 8,4 \times 10^{-21} \text{ kg}$, la velocidad de 500 km/s por lo cual obtenemos $r \sim 54000 \text{ km}$ que son 8.4 radios terrestres aproximadamente. ■

7.7 Variación de la radiación solar

Los fenómenos magnéticos son fuente de significativa variación de radiación solar. Además del período de 25 días debido a la rotación solar, estos fenómenos presentan un ciclo de 11 años que, muy probablemente, es debido a la distorsión de las líneas de campo debido a la rotación diferencial del Sol. No es posible afirmar esto con certeza aún debido a que el monitoreo sistemático del Sol es muy reciente cubriendo pocos ciclos. Algunos investigadores sostienen que el ciclo de 11 años y sus variaciones a lo largo de la historia podría estar vinculado al movimiento del Sol en torno del

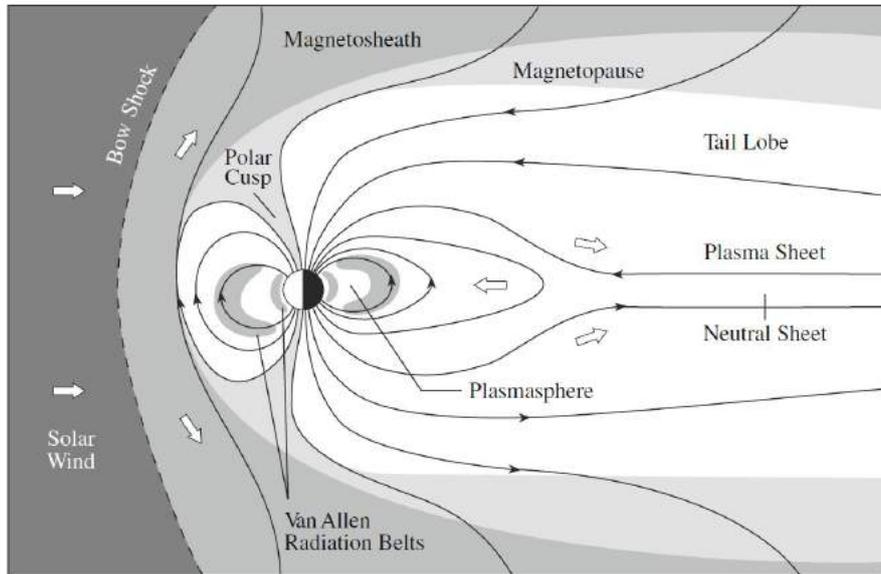


Figura 7.20: Magnetósfera planetaria. Fuente [36].

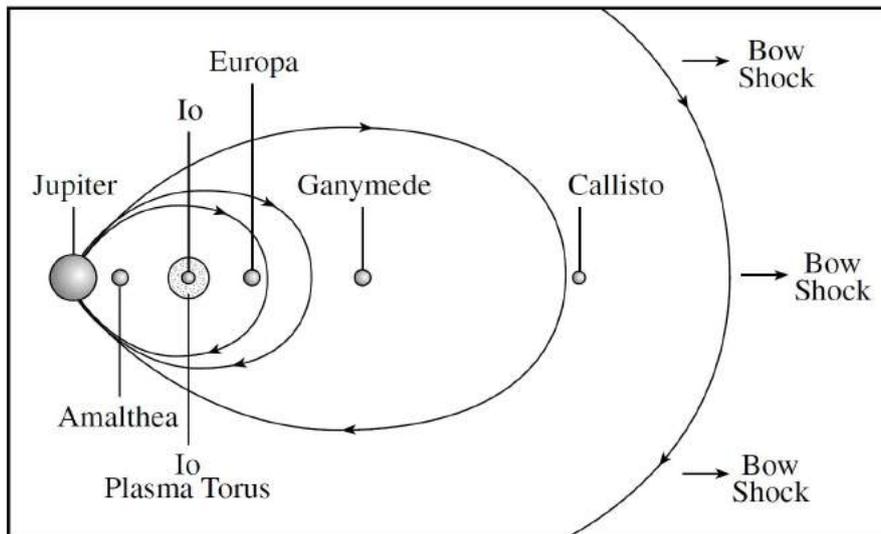


Figura 7.21: La magnetósfera Júpiter envuelve a los satélites Galileanos. El toro de plasma asociado a Io es una especie de cinturón de Van Allen joviano. Fuente [36].

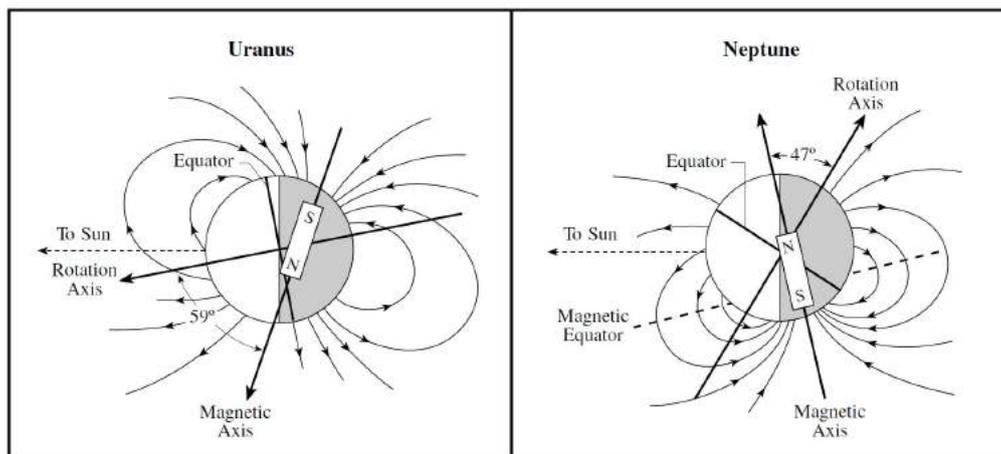


Figura 7.22: Compleja configuración de los campos magnéticos de Urano y Neptuno. Fuente [36].

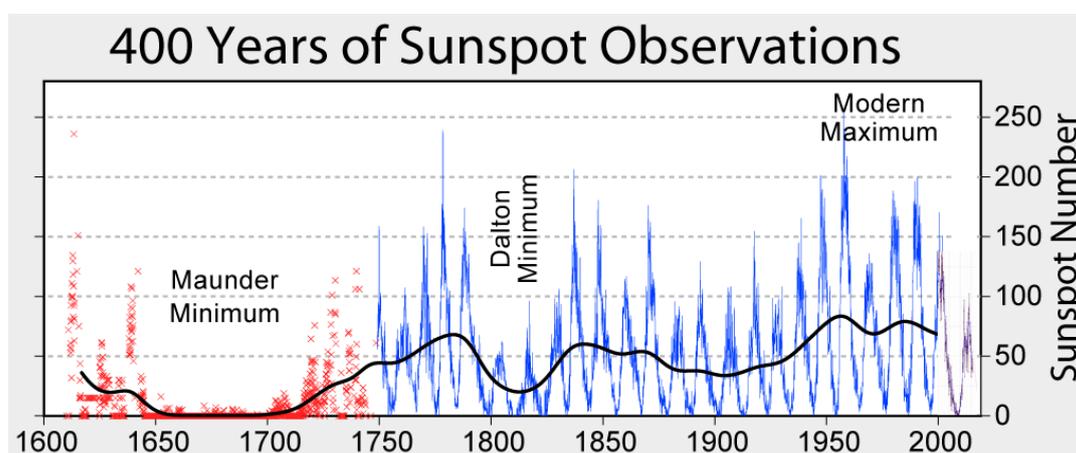


Figura 7.23: Evolución del número de manchas solares.

baricentro del Sistema Solar determinado fundamentalmente por el planeta Júpiter. La variación de la actividad magnética produce cambios en el aspecto de las manchas solares, fáculas y plagas que alteran el flujo neto del Sol modificando la densidad y temperatura de su atmósfera. La actividad solar no afecta al espectro solar de manera uniforme. Manchas y fáculas por ejemplo afectan el visible e infrarrojo, en cambio las plagas incrementan el flujo en UV. La radiación de la corona tiene su efecto en UV pues la emisión del plasma es aumentada en los bucles de los campos magnéticos ubicados sobre las grandes regiones activas que incluyen las manchas fotosféricas y las plagas cromosféricas. Si bien la actividad solar presenta fluctuaciones seculares y de varias décadas no hay registros confiables de la variación de la radiación total la cual debe hacerse desde el espacio. Como las estrellas sin aparente actividad son menos brillantes que aquellas con ciclos de actividad se ha especulado con la posibilidad de que durante el **Mínimo de Maunder** (siglo 17, Newton hizo toda su obra en ese período... cha-chaaannnn...) el flujo total solar haya disminuido explicando así la edad de frío que entonces se vivió en Europa. En ese período, además de la ausencia de manchas, pudo haber una disminución del período de rotación y un aumento del diámetro. Durante el ciclo de 11 años la variación observada de la radiación total es de aproximadamente 0.15%, pero en el extremo ultravioleta la variación en la radiación puede llegar al 100%. Sobre este tema ver [40].

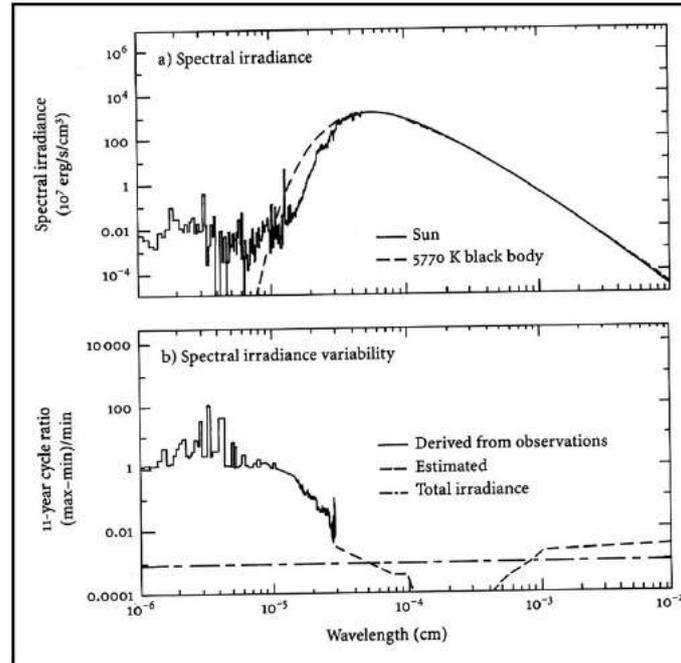


Figura 7.24: Variaciones de la radiación solar.

7.8 Destino final

No hay aún una única respuesta sobre el destino final del Sistema Solar debido a la incertidumbre en las etapas finales del Sol. En la etapa de gigante roja el Sol incrementará dramáticamente su radio y luminosidad mientras que su temperatura efectiva decrecerá sustancialmente. Los valores serán extremos al final de la etapa de gigante roja y difieren según diferentes modelos propuestos pero serán del orden de 2100 veces la luminosidad actual y 150 veces el radio actual. La temperatura efectiva (relacionada con la luminosidad) descenderá a 3200 K. Esto ocurrirá dentro de 7 u 8 mil millones de años. La evolución de los planetas próximos al Sol se verá afectada por la variación de la distancia de estos al Sol. Debido a la pérdida de masa del Sol en forma de viento en su etapa de gigante los planetas tienden a espiralar hacia afuera. Por otro lado las capas exteriores de la atmósfera solar actúan frenando el movimiento orbital de los planetas más próximos obligándolos a espiralar hacia el centro solar. Asimismo las fuerzas de mareas de los planetas sobre las capas exteriores del Sol (que giran más lentamente que el núcleo) producirán un aumento de su rotación y un frenado del movimiento orbital planetario espiralado hacia el Sol. Esto es una transferencia de momento angular (ver 2.12) exactamente contraria a la que ocurre actualmente en el sistema Tierra-Luna. Con todas estas consideraciones es posible a través de modelos estimar la evolución orbital de los planetas en relación al variable radio solar. En general los modelos indican que los 3 planetas más interiores serán absorbidos por el Sol (si es que no fueron antes expulsados debido a su dinámica caótica). Si el planeta llega a una región con temperatura tal que la suma total de la energía cinética de sus partículas es comparable a su energía gravitacional se evaporará. Para el caso de la Tierra se requieren 300000 K. Mercurio y Venus serán evaporados. En algunos modelos la Tierra no llega a evaporarse aunque lo más probable es que también sea destruida. Marte sobrevivirá y debido a la pérdida de masa del Sol (se estima que quedara con 55 % de su masa actual) los restantes planetas incrementarán el tamaño de sus órbitas creciendo el conjunto del sistema en un 80 %. Algunas simulaciones recientes indican que cuando las estrellas llegan a la etapa de enana blanca sus sistemas planetarios han sufrido grandes alteraciones orbitales.

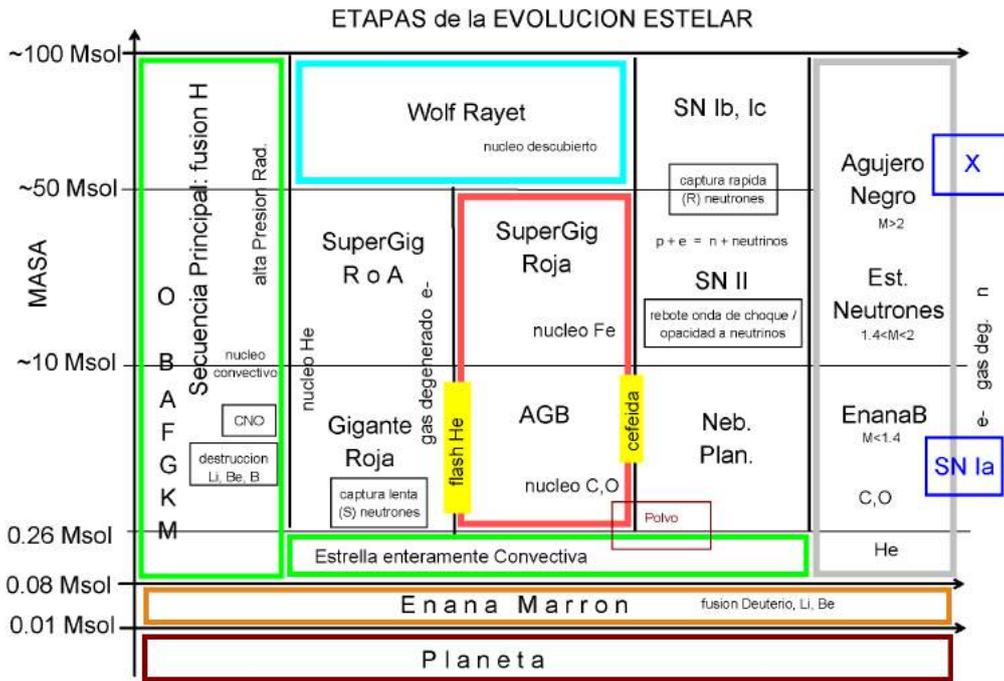


Figura 7.25: Etapas de la evolución estelar según su masa.

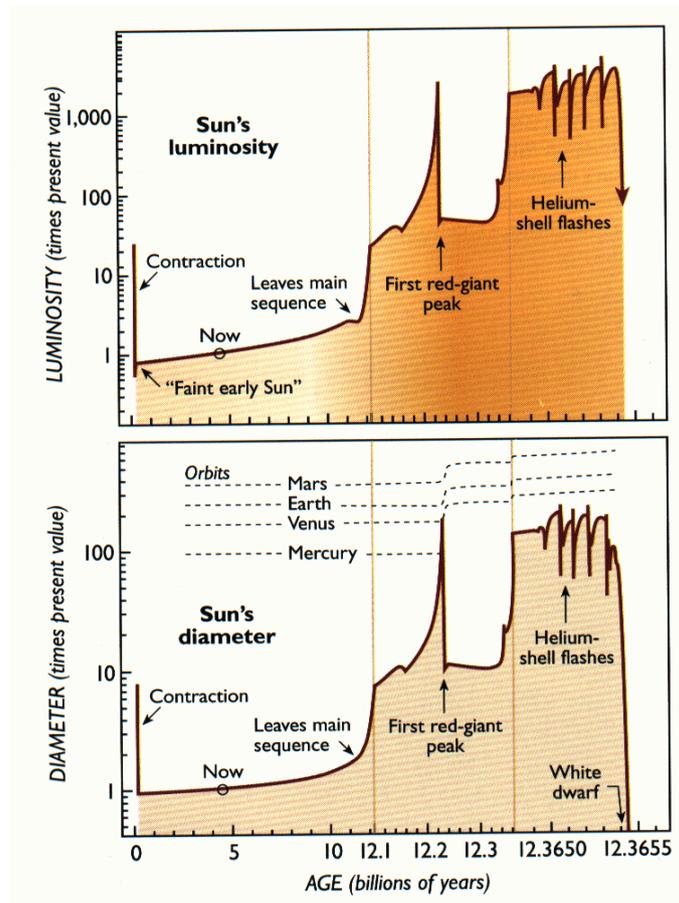


Figura 7.26: Evolución de la luminosidad y diámetro solar. Fuente [4].

7.9 Problemas

Problema 7.1 Asumiendo un modelo simple del interior del Sol con densidad uniforme y en equilibrio hidrostático, estimar la presión y la temperatura en el centro. Adoptar un peso molecular medio correspondiente a una composición $X=0.75$, $Y=0.25$.

Problema 7.2 Calcular la relación entre la densidad de flujo observada en la superficie de un gránulo en la fotosfera solar cuya $T_e = 5800$ K y el núcleo de una mancha con $T_e = 4150$ K.

Problema 7.3 Asumiendo una densidad media para el Sol estimar la presión en $r = R_\odot/2$. ¿Cuanto contribuye en términos relativos la presión de la radiación a la presión total en $r = R_\odot/2$?

Problema 7.4 Dada la L_\odot hallar su temperatura aplicando Ley de Stefan y λ_M correspondiente al máximo de emisión en la Ley de Planck. Calcular la intensidad solar en 3000 Angstroms en comparación con la intensidad en 6000.

Problema 7.5 Suponiendo que el núcleo del Sol tiene masa $M_n = M_\odot/10$ siendo H en un 75 %, estimar el tiempo que le resta para consumir el H mediante el proceso proton-proton en el cual 4 protones se transforman en un núcleo de Helio.

Problema 7.6 Si la fuente de energía del Sol fuera su energía potencial estimar durante cuanto tiempo podría sostener su luminosidad actual. Tener en cuenta que la energía potencial de una esfera homogénea es $\epsilon_p = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$ (ver ecuación 6.7).

Problema 7.7 La distancia media recorrida por un fotón al cabo de N absorciones y reemisiones es $d = l\sqrt{N}$ siendo $l = 0,01$ cm el camino libre medio de los fotones en el interior del Sol. Estimar el tiempo que le lleva a un fotón viajar desde el centro a la superficie solar.

Problema 7.8 La densidad del viento solar cerca de la Tierra es de 5 partículas por cm^3 y su velocidad es de aproximadamente 400 km/seg. Calcular la masa perdida por el Sol a lo largo de su vida debido al viento solar. Suponer que las partículas son protones, núcleos de He y los electrones resultantes de la ionización. El H y el He están en la proporción 9 a 1.

Problema 7.9 Calcular la velocidad termica de los protones en la corona solar asumiendo $T = 2000000$ K. Comparar con la velocidad de escape del Sol

Problema 7.10 Asumiendo un modelo de dipolo para el campo magnetico terrestre calcular la intensidad en la superficie en el ecuador.

Problema 7.11 Estimar la distancia de la magnetopausa de Júpiter asumiendo que su momento magnético es 20000 veces el terrestre y que el viento solar, compuesto unicamente por protones, tiene una densidad de 5 protones por cm cubico a la distancia de la Tierra.



8. Cuerpos menores, satélites y anillos

Conceptos fundamentales

- Las actuales poblaciones son el resultado de una larga evolución física, dinámica y colisional a partir de órbitas inicialmente localizadas en el plano del Sistema Solar. Son una pequeña fracción sobreviviente de las poblaciones originales.
- A menor tamaño y mayor distancia mayor incompletitud en las poblaciones.
- La distribución de a, e, i muestra claramente el efecto de las resonancias orbitales y también el origen colisional de algunas poblaciones.
- Los asteroides que cruzan las órbitas de los planetas terrestres en general no son eyectados sino que acaban impactando en los planetas o en el Sol.
- Existe correlación entre los espectros de los asteroides y la composición de los meteoritos.
- En las condritas se han encontrado los condensados más primitivos: condruos e incrustaciones de Calcio y Aluminio (CAIs) .
- La radiación solar, el viento solar y los rayos cósmicos alteran las superficies de los cuerpos sin atmósfera.
- Las rotaciones observadas indican que los cuerpos que superan el límite rotacional se desintegran. No tienen suficiente cohesión.
- La aceleración rotacional por el efecto YORP y la baja agregación son los principales causantes de asteroides binarios y múltiples.
- Las órbitas de los cometas de la familia de Júpiter son temporarias. Son objetos lejanos que se vuelven visibles por un tiempo y luego cambian radicalmente su órbita.
- El disco desacoplado o extendido sugiere un pasado violento o la existencia de agentes perturbadores que aun no se han descubierto.
- Los satélites son una característica de los planetas gigantes. Los más próximos se formaron en el disco de acreción del planeta y los otros fueron capturados en etapas posteriores.
- La resonancia spin-órbita es característica de los satélites regulares.
- No está claro si los anillos de Saturno son eventos transitorios o primordiales.

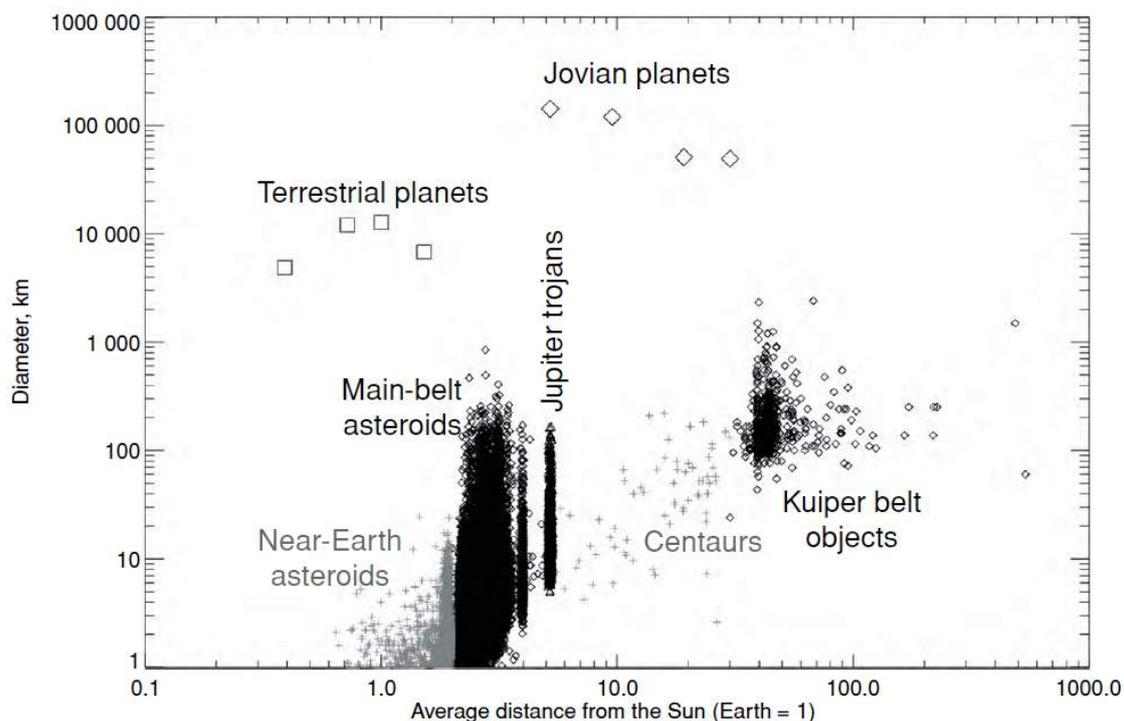


Figura 8.1: Cuerpos menores del Sistema Solar. No están representados los cometas. Los objetos pequeños a grandes distancias no pueden ser descubiertos. Fuente [43].

8.1 Poblaciones de cuerpos menores

Son los cuerpos más primitivos, menos procesados, del Sistema Solar pues no han sido incorporados a cuerpos diferenciados como planetas. Los cuerpos como planetas y satélites mayores han sufrido la diferenciación de su interior provocada por el calentamiento por acreción, decaimiento radioactivo o mareas. En cambio los cuerpos menores solo han sido sometidos a la radiación solar, los rayos cósmicos y a colisiones mutuas. Muestras de estos cuerpos las obtenemos naturalmente en los meteoritos. Parámetros orbitales y magnitudes para más de un millón de objetos pueden obtenerse en https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi.

Las tres grandes poblaciones son los **asteroides**, **cometas** y **trans-Neptunianos** (TNOs) pero estas se subdividen y se interrelacionan. Algunos TNOs migran hacia el sistema interior y pasan a ser **Centauros** mientras evolucionan entre los planetas gigantes y una vez que quedan bajo el dominio de Júpiter los conocemos como **cometas de la familia de Júpiter** o JFC. La inmensa mayoría de los asteroides tienen órbitas bien interiores y no se encuentran con Júpiter. En cambio los cometas están dominados por encuentros con Júpiter. Sin embargo hay objetos clasificados como cometas que tienen órbitas asteroidales y viceversa.

Desde el punto de vista físico la diferencia entre asteroide y cometa es clara: los cometas presentan actividad superficial debido a volátiles mientras los asteroides no. Si los TNOs no presentan actividad es simplemente por su gran distancia al Sol.

Entre los cometas distinguimos al menos dos clases: los cometas de **corto período** (menores a 200 años) y los de **largo período** en donde se incluyen los cometas nuevos en órbitas cuasi parabólicas. Estos últimos se llaman **nuevos** pues su período es tan grande que llegan por primera vez al Sistema Solar interior en escala humana. Los cometas nuevos provienen de direcciones aleatorias y no vienen del infinito sino que muchos de ellos traen órbitas con un semieje del orden de las 10.000 ua lo que hizo postular a Oort la existencia de una nube de cometas que

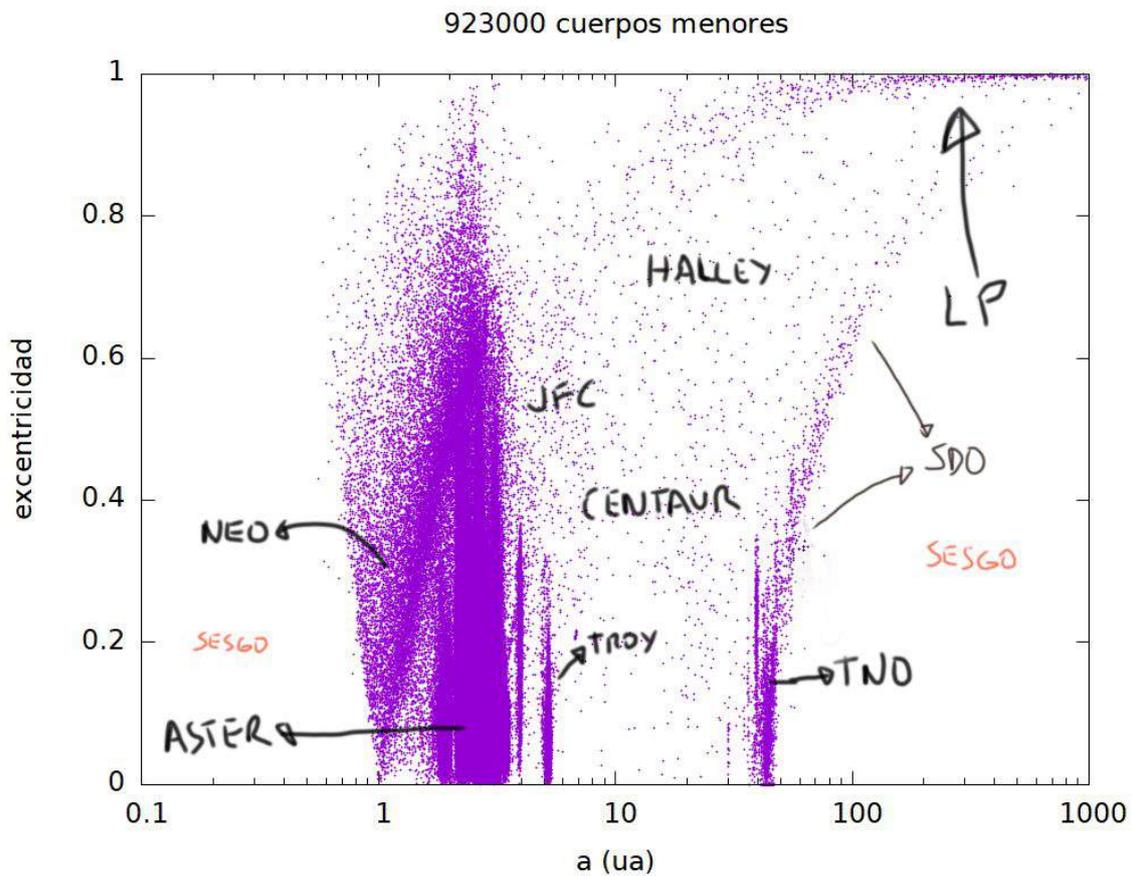


Figura 8.2: Elementos (a, e) según la base del JPL de todos los objetos con órbitas elípticas. Se indican las diferentes poblaciones. Las concentraciones verticales se deben a poblaciones en resonancia con Júpiter o Neptuno. Las regiones vacías en $Q < 1$ y $q > 50$ de deben a sesgos observacionales pues es difícil descubrirlos.

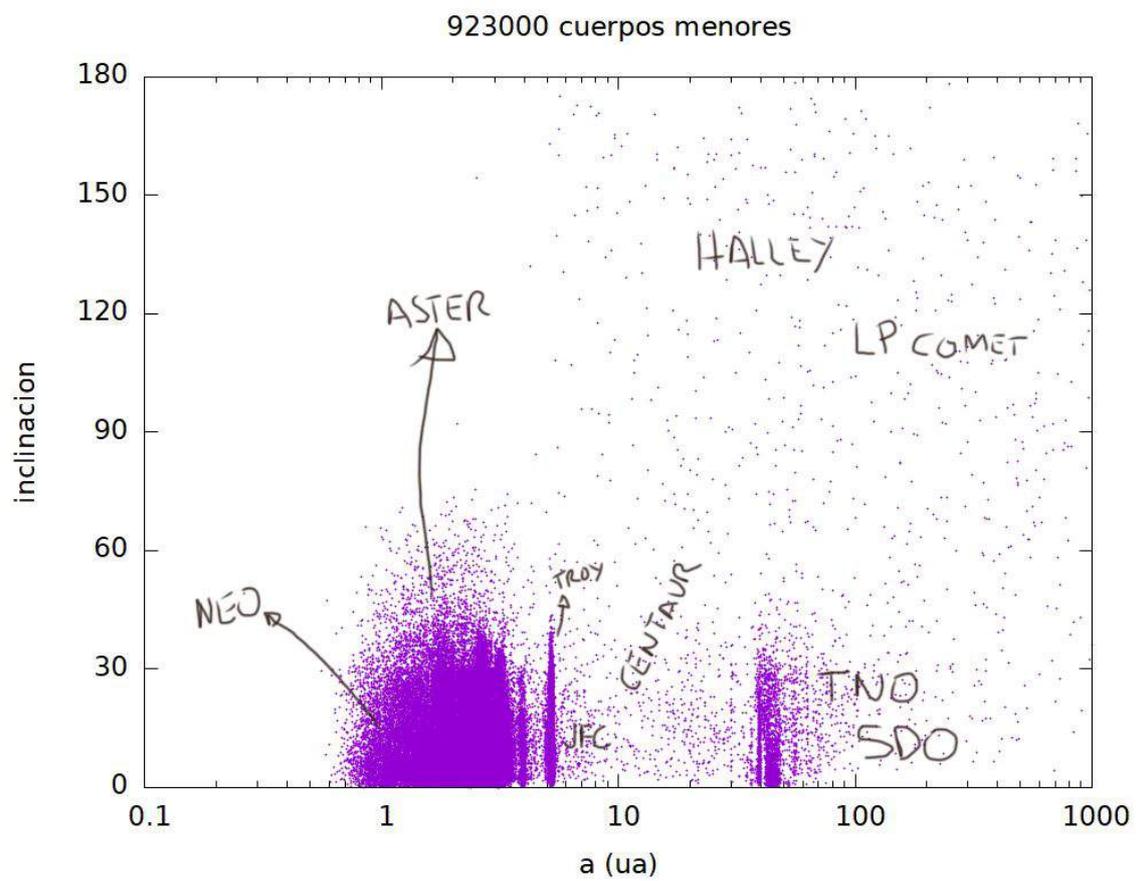


Figura 8.3: Elementos (a, i) según la base del JPL de todos los objetos con órbitas elípticas. Se indican las diferentes poblaciones.

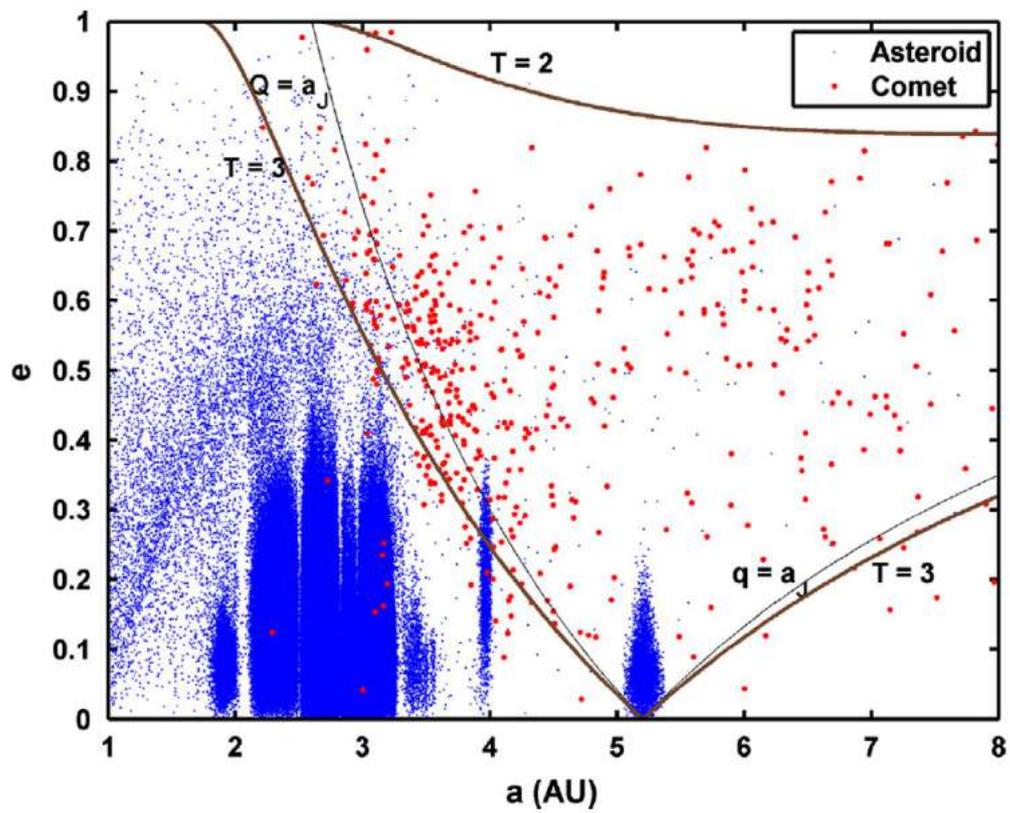


Figura 8.4: Asteroides (puntos azules) y cometas (rojo). Se indican las curvas de $T=2$ y $T=3$ entre las cuales la mayoría de los cometas de la Familia de Júpiter habita. Fuente [57].

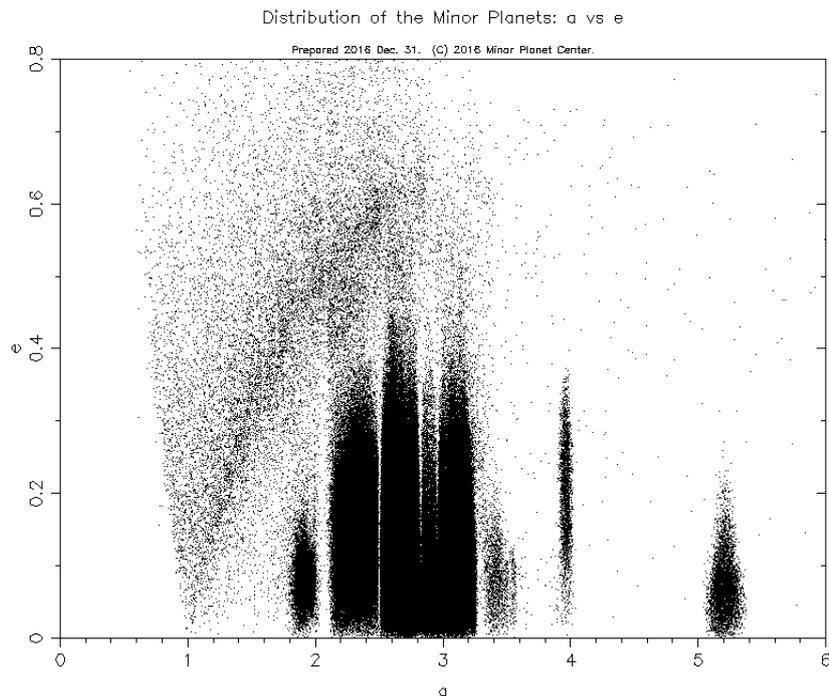


Figura 8.5: Diagrama a, e para los asteroides. Se aprecian las fallas de Kirkwood debido a las resonancias orbitales con Júpiter así como los Troyanos en 5.2 ua y los Hildas en 3.98 ua. La nube de objetos con semieje próximo a 1 ua es debida a que los descubrimientos son muy favorables pues se aproximan a la Tierra por tener afelio o perihelio próximo a 1 ua.

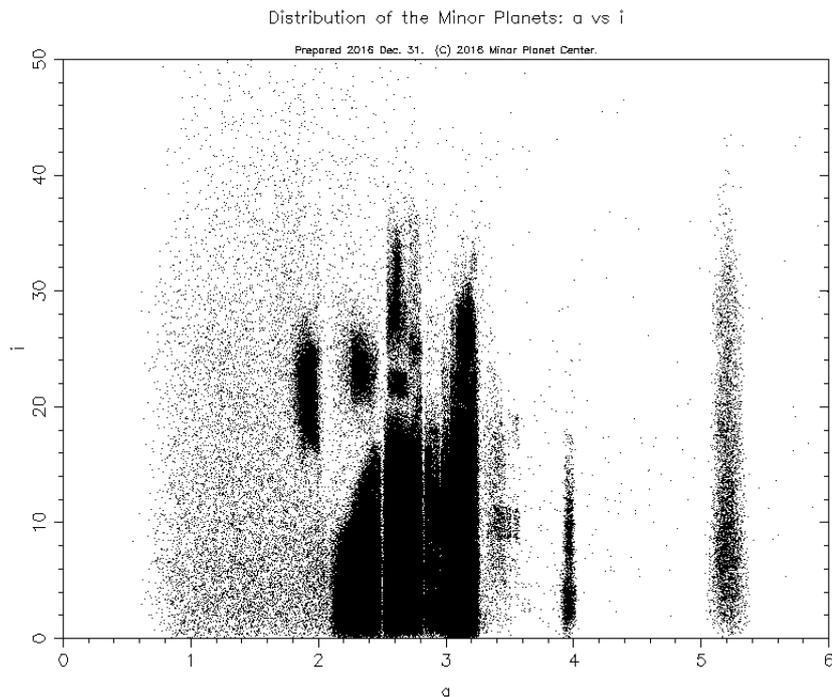


Figura 8.6: Diagrama a, i para los asteroides. Se aprecian las fallas de Kirkwood debido a las resonancias orbitales con Júpiter. Los huecos en ciertas inclinaciones son generados por resonancias seculares muy inestables que atraviesan todo el espacio (a, e, i) .

rodea al sistema: la **nube de Oort**. Perturbaciones estelares y galácticas estimulan la caída de estos cometas hacia el Sol. Entre los cometas de largo período hay que destacar varios grupos de cometas con elementos orbitales similares y cuyas distancias perihélicas son tan pequeñas que apenas pasan a pocos radios solares ($R_{\odot} \simeq 0,005$ ua) de su superficie. Los **sungrazers** o cometas rasantes con el Sol parecen tener origen en la disrupción de un cuerpo mayor debido a la radiación solar en un pasaje anterior. Entre los cometas de corto período distinguimos a los cometas de la **familia de Júpiter** (JFCs) y los cometas **tipo Halley** (HTCs). Los JFCs (también conocidos como **cometas eclípticos**) están dominados gravitacionalmente por Júpiter, tienen parámetro de Tisserand $2 < T < 3$, períodos menores a 20 años y órbitas se baja inclinación y su origen más probable es la región trans-Neptuniana. Los HTCs en cambio tienen períodos mayores a 20 años e inclinaciones aleatorias.

Entre los asteroides encontramos los capturados en resonancias con Júpiter como los Troyanos (1:1), Hildas (3:2) y Thules (4:3), los asteroides del cinturón principal con $2,1 < a < 3,3$ au y con excentricidades e inclinaciones bajas, los NEAs que con sus órbitas excéntricas cruzan o se aproximan a la órbita terrestre y tienen una especial atención por la posibilidad de impacto con la Tierra, los Mars-crossers, etc.

En la región trans-Neptuniana podemos distinguir entre el **cinturón clásico** compuesto por objetos de baja excentricidad e inclinación, el **disco disperso** (*scattered disk*) compuesto por objetos con alta excentricidad que se encuentran con Neptuno y el **disco desacoplado o extendido** (*detached disk* o *extended scattered*) que recibe este nombre pues son objetos de órbitas excitadas y que sin embargo no se encuentran con Neptuno por los que presentan un desafío para explicar sus órbitas.

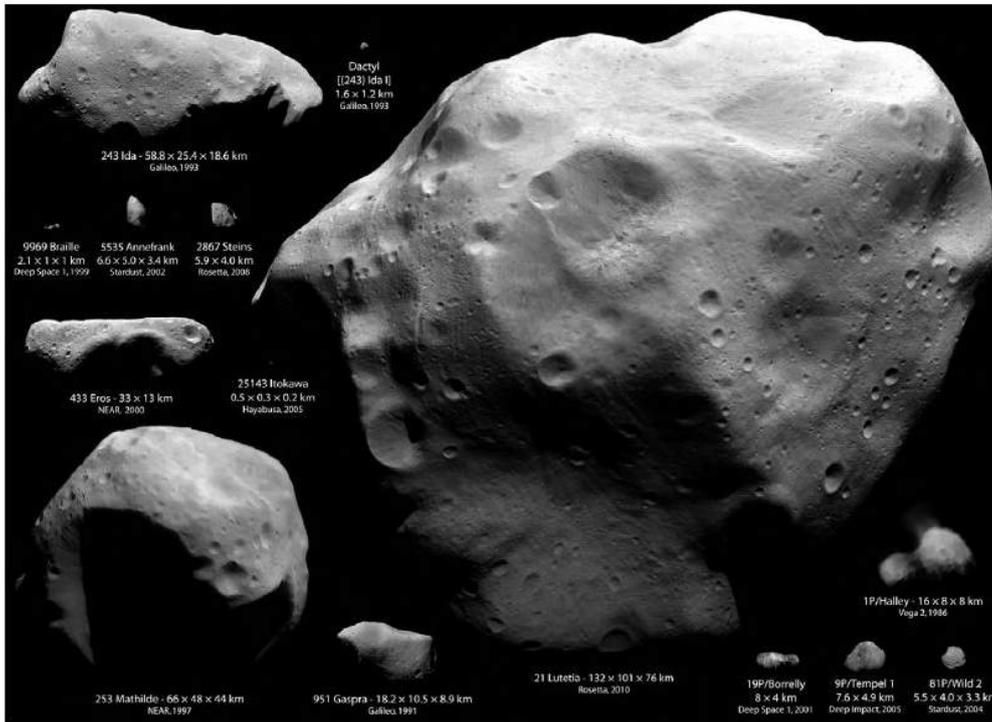


Figura 8.7: Asteroides visitados por sondas, a escala. Fuente [43].

8.2 Evolución colisional

Estas poblaciones van extinguiéndose con el paso del tiempo debido a colisiones o eyecciones del Sistema Solar. El número de objetos eliminados por unidad de tiempo es proporcional a la población, entonces

$$dN = -\alpha N \cdot dt \quad (8.1)$$

de donde que la población decae en forma exponencial:

$$N(t) = N(0)e^{-\alpha t} \quad (8.2)$$

El coeficiente α es diferente para cada población. Las poblaciones que hoy conocemos son solo una pequeña fracción, los sobrevivientes, de poblaciones originales mucho más numerosas.

Para estudiar la evolución de una población sometida a colisiones es necesario considerar tanto las pérdidas por destrucción como las contribuciones por destrucción de objetos mayores. Una ecuación simple que describe la evolución temporal del numero de cuerpos con tamaño i podría ser

$$\frac{dN_i}{dt} = -\alpha_i N_i + \sum_{j>i} (\alpha_j N_j) \beta_{j \rightarrow i} \quad (8.3)$$

donde el primer termino da cuenta de las pérdidas y el segundo considera la probabilidad (α_j) de destrucción de los cuerpos mayores j y la probabilidad de que los cuerpos de tamaño j generen fragmentos de tamaño i ($\beta_{j \rightarrow i}$).

8.3 Taxonomía

Con ayuda de la espectroscopia y fotometría en diferentes bandas se han obtenido espectros de asteroides y se los ha intentado clasificar en función de las bandas de absorción presentes

C	Carbonaceous asteroids; similar in surface composition to CI and CM meteorites. Dominant in outer belt (>2.7 AU).
D	Extreme outer belt and Trojans. Red featureless spectrum, possibly due to organic material.
P	Outer and extreme outer belt. Spectrum is flat to slightly reddish, similar to M types, but lower albedo.
S	Stony asteroids. Major class in inner-central belt.
M	Stony-iron or iron asteroids; featureless flat to reddish spectrum.
W	Visible light spectra similar to those of M types but have an absorption band near 3 μm (indicative of hydration).
V	Similar to basaltic achondrites. Type example: 4 Vesta.

Figura 8.8: Una taxonomía básica de superficies de asteroides a partir de observaciones espectroscópicas. Fuente [43].

y de las pendientes que presentan. Las superficies presentan diferente grado de enrojecimiento atribuido a la composición pero también al tiempo de exposición a la radiación solar. Asteroides producto de colisiones recientes presentan menos enrojecimiento que viejos asteroides. El proceso de transformación de la superficie por el intemperismo espacial se conoce como **space weathering**. Se ha encontrado que existe un gradiente composicional con la distancia al sol. Cerca del Sol son más comunes las superficies ígneas y más lejos las más primitivas, es decir que aparentan menos transformaciones. La textura superficial es posible definirla mediante polarimetría de la luz reflejada. Por análisis espectral se ha encontrado agua en forma de minerales hidratados con una composición isotópica D/H similar al agua terrestre por lo que se piensa que en los asteroides se encuentra la fuente de agua terrestre.

Un dato fundamental para conocer la estructura interior es determinar la densidad pero para eso es necesario conocer la masa. La determinación de masa solo puede hacerse mediante interacciones gravitacionales con otros objetos o una sonda espacial. Para definir el volumen es necesaria la forma (puede definirse analizando varias curvas de luz) y el radio. El radio puede determinarse por la técnica de ocultaciones estelares o también conociendo el albedo y midiendo el flujo reflejado. La determinación del albedo implica conocer el débil flujo reemitido medido en el IR como se explica en 3.9.

8.4 Asteroides: relación tamaño - brillo

A partir de la magnitud observada del asteroide y su distancia geocéntrica podemos obtener su magnitud absoluta H . Si hacemos un histograma de H este presenta un pico en $H = 17$ y luego decae. No es que haya menos asteroides con $H > 17$ sino que a partir de ese valor (en realidad antes) la población ya no se conoce en su completitud. Una población colisional presenta pocos cuerpos grandes y muchos pequeños y cuanto más pequeños más habrá hasta un tamaño mínimo a partir del cual la dinámica cambia completamente por la acción de fuerzas no gravitacionales. A partir de ese tamaño mínimo la población se quiebra. En el caso de los asteroides el quiebre en 17 no es por caída en la población sino por sesgo observacional.

Para definir el tamaño a partir de H es necesario el albedo. Tenemos que el flujo observado en fase cero era

$$F_{obs}(0) = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \frac{R^2}{\Delta^2} P \quad (8.4)$$

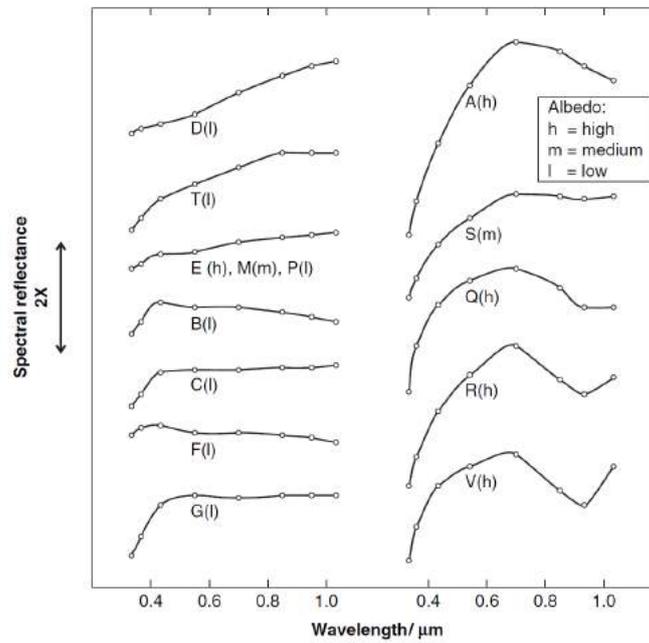


Figura 8.9: Tipos de espectros de asteroides. Fuente [28].

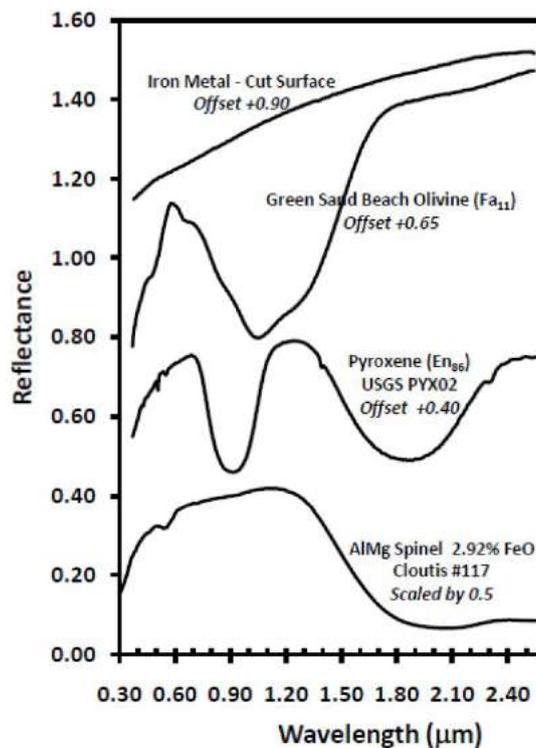


Figura 8.10: Espectros de laboratorio de minerales para comparación con espectros de asteroides. Fuente [19].

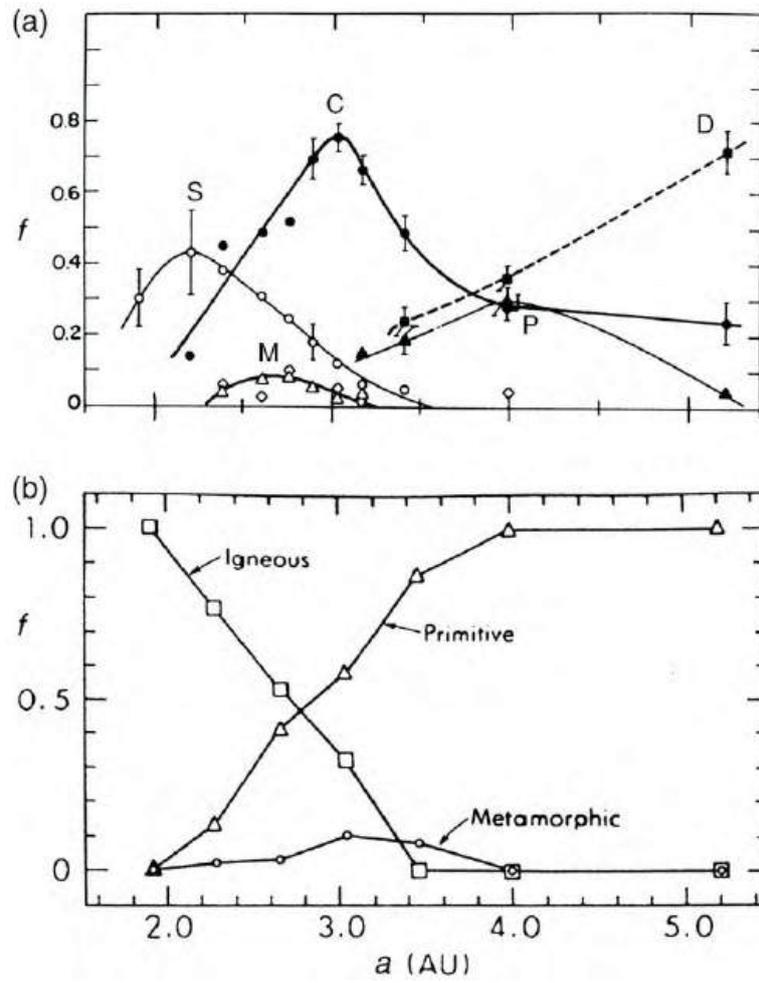


Figura 8.11: Gradiente composicional de la población de asteroides. Fuente [43].

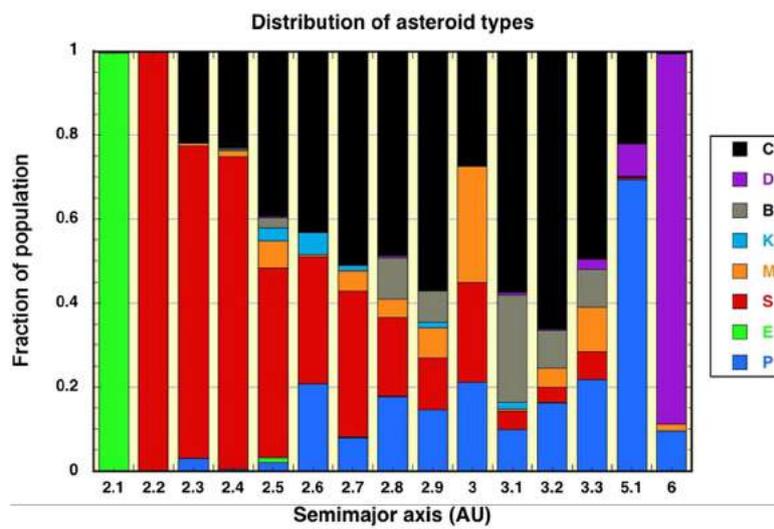


Figura 8.12: Distribución de clases taxonómicas de asteroides. Fuente [54].

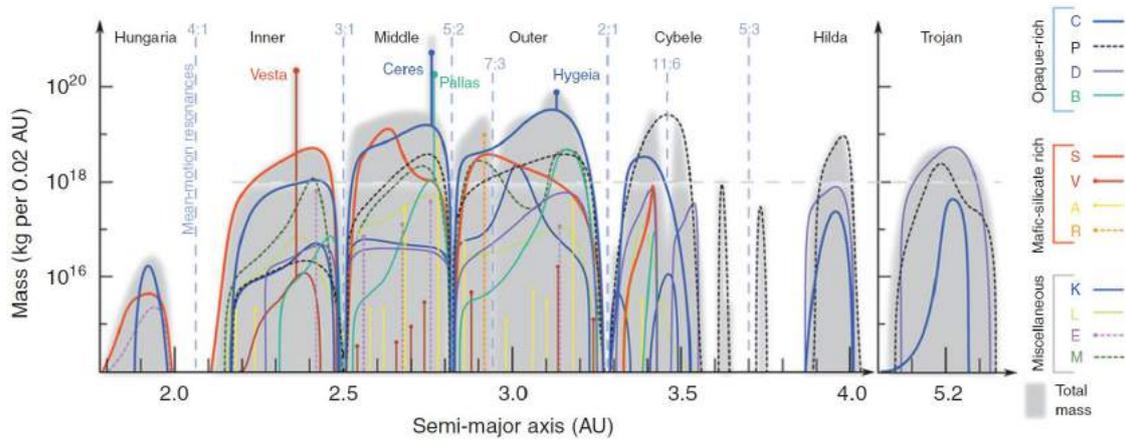


Figura 8.13: Distribución de densidad (masa/ua) de clases taxonómicas. Fuente [8].

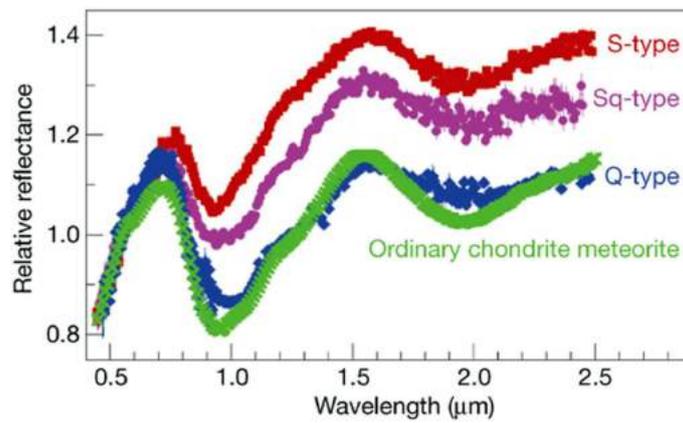


Figura 8.14: Enrojecimiento espectral por radiación solar.

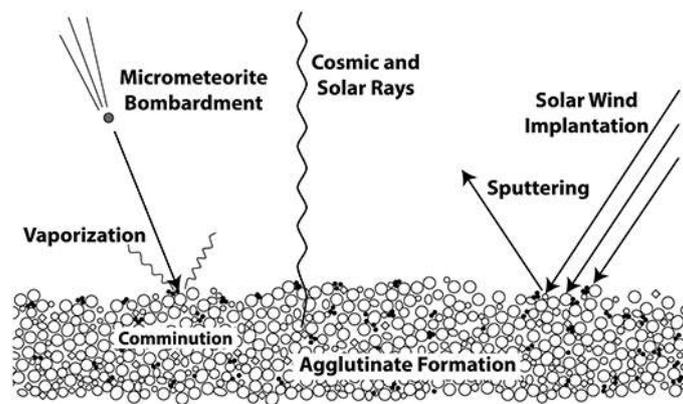


Figura 8.15: Space weathering.

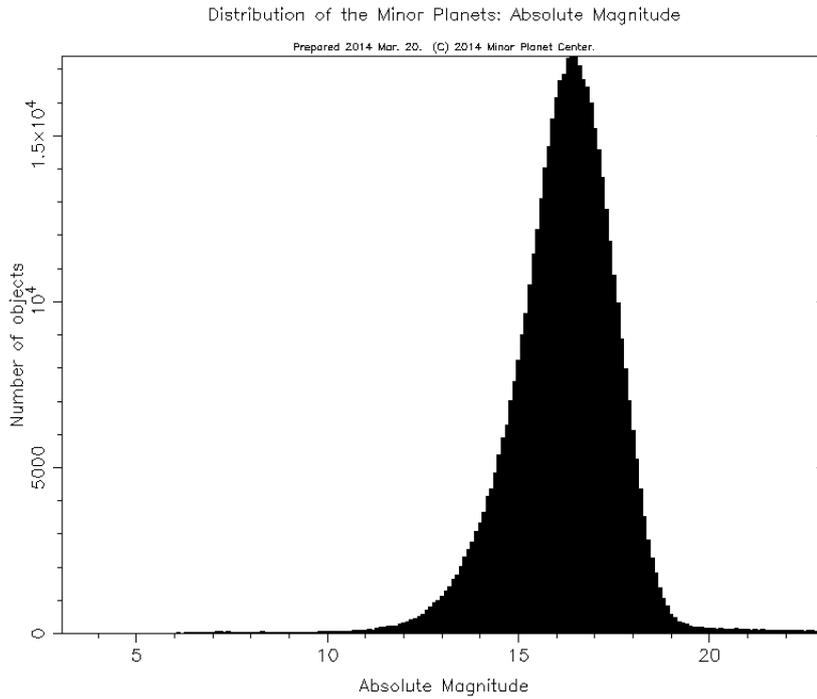


Figura 8.16: Histograma de magnitudes absolutas de los asteroides. A partir de $H > 16$ la muestra no está completa.

A su vez al flujo observado del Sol desde la Tierra, $F_{\odot}R_{\odot}^2/(1ua)^2$, le corresponde una magnitud $m_{\odot} = -26,74$. Entonces

$$m(\alpha = 0) - m_{\odot} = -2,5 \log \frac{F_{obs}(0)}{F_{Sol}} = -2,5 \log \frac{R^2}{r^2 \Delta^2 P} \quad (8.5)$$

En $r = \Delta = 1$ tenemos la magnitud absoluta del asteroide $m = V(1, 0) = H$:

$$H - m_{\odot} = -2,5 \log(R^2 p) \quad (8.6)$$

con el radio del asteroide, R , en uas. Despejando y pasando a km tenemos

$$D(km) = 1329 \frac{10^{-H/5}}{\sqrt{p}} \quad (8.7)$$

8.5 Distribución de tamaños

Número de asteroides con radio entre $(R, R + dR)$ se modela matemáticamente como:

$$N(R)dR = CR^{-\xi}dR \quad (8.8)$$

Se ha demostrado que una población evolucionada colisionalmente tiende a tener $\xi \sim 3,5$. La masa contenida en los asteroides entre R_1 y R_2 se calcula como

$$m(R_1, R_2) = \int_{R_1}^{R_2} \frac{4}{3} \pi \rho R^3 N(R) dR \quad (8.9)$$

La masa total actual del cinturón de asteroides se estima en $\sim 10^{-4}M_{\oplus}$ y la de la población transneptuniana en $\sim 1M_{\oplus}$. La masa original tal vez fuera un factor 100 superior. El valor del exponente ξ define si la mayor parte de la masa está en los asteroides mayores o en los menores.

Ejercicio 8.1 Suponiendo una ley de potencia $N(R) \propto R^{-\zeta}$ para el número de asteroides con radio R localizados entre 2.1 y 3.3 ua con $\zeta = 3,5$ y sabiendo que existen 20 asteroides con radio mayor que 110 km calcular el número de asteroides con radio mayor que 1 km. Suponiendo que los asteroides se encuentran uniformemente distribuidos en un cinturón de 0,5 ua de espesor y con velocidades relativas de 5 km/s, calcular la frecuencia con la cual un asteroide particular de 100 km de radio colisiona con cualquier asteroide de radio 1 km o mayor.

Imponiendo

$$\int_{110}^{\infty} CR^{-\zeta} dR = 20$$

obtenemos la constante $C = 6,3 \times 10^6 \text{ km}^{2,5}$ y luego obtenemos el número de asteroides con $R > 1 \text{ km}$:

$$N = \int_1^{\infty} CR^{-\zeta} dR = 2,54 \times 10^6$$

El número de colisiones por unidad de tiempo que tendrá el asteroide de radio R con los proyectiles de radio R_p será el volumen barrido por la sección eficaz de radio $R + R_p$ por unidad de tiempo por la densidad de proyectiles:

$$\pi(R + R_p)^2 \cdot v \cdot \frac{N_p}{Vol}$$

donde N_p sería el valor que hallamos antes si todos los proyectiles tuvieran radio R_p . Y esto no es así pues los radios siguen una distribución potencial y el número de proyectiles con radios entre R_p y $R_p + dR_p$ está dado por $CR_p^{-3,5} dR_p$. Entonces considerando todos los proyectiles con radio mayor a 1 km el número de colisiones por segundo sería:

$$\frac{v}{Vol} \int_1^{\infty} \pi(R + R_p)^2 CR_p^{-3,5} dR_p$$

y tenemos todos los datos considerando que el volumen es el del anillo

$$Vol = \pi(3,3^2 - 2,1^2)0,5ua^3 = 3,44 \times 10^{25} \text{ km}^3$$

Tenemos:

$$\int_1^{\infty} (R + R_p)^2 R_p^{-3,5} dR_p = R^2 \frac{1}{2,5} + 2R \frac{1}{1,5} + \frac{1}{0,5} = 4135 \text{ km}^{-1/2}$$

en unidades de colisiones $\cdot \text{km}^{-1/2}$ que al multiplicar por πC nos queda $8,17 \times 10^{10}$ en unidades de colisiones $\cdot \text{km}^2$. Y considerando la velocidad relativa llegamos a $1,19 \times 10^{-14}$ colisiones por segundo o sea una colisión cada 2.7 millones de años. ■

8.6 Probabilidad de colisión con un planeta

Öpik (ver [51]) propuso un modelo sencillo para calcular la probabilidad por período orbital de que un objeto se encuentre con un planeta (en órbita circular) con un parámetro de impacto menor o igual a un cierto valor σ . Se asume que el objeto tiene elementos orbitales fijos pero que su argumento del perihelio circula, varía continuamente con el tiempo. En la aproximación del modelo de Öpik, en un período orbital un asteroide tiene probabilidad $p(\sigma)$ de encontrarse con el planeta con un parámetro de impacto menor a σ (expresada en semiejes planetarios) del centro del

Table E.6 Eight Largest Asteroids ($a < 6$ AU)

#	Name	Tax. Class	M_v	Radius ^a (km)	A_0	a (AU)	e	i (deg)	P_{orb} (yr)	P_{rot} (hr)	Axial Tilt (deg)
1	Ceres	C/G	3.34	467.6	0.09	2.766	0.080	10.59	4.607	9.075	9
4	Vesta	V	3.20	264.5	0.42	2.362	0.090	7.13	3.629	5.342	32
2	Pallas	B	4.13	256	0.16	2.772	0.231	34.88	4.611	7.811	110
10	Hygiea	C	5.43	203.6	0.07	3.137	0.118	3.84	5.56	27.623	126
511	Davidia	C	6.22	163	0.05	3.166	0.186	15.94	5.63	5.130	65
704	Interamnia	F	5.94	158.3	0.07	3.062	0.150	17.29	5.36	8.727	60
52	Europa	C	6.31	151.3	0.06	3.099	0.104	7.48	5.460	5.631	52
87	Sylvia	P/X	6.94	143.0	0.04	3.489	0.080	10.86	6.52	5.184	35

Figura 8.17: Asteroides mayores. Fuente [43].

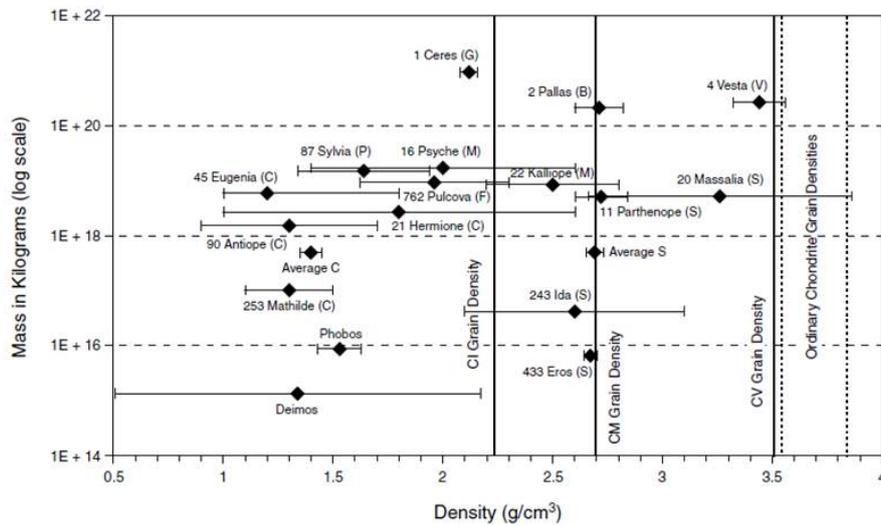


Figura 8.18: Densidades deducidas de algunos cuerpos menores: entre 1000 y 3500 kg/m³.

planeta donde

$$p(\sigma) = \frac{\sigma^2 U}{\pi \sin i |U_x|} \quad (8.10)$$

siendo $U = \sqrt{3 - T}$ la velocidad relativa, T el parámetro de Tisserand, $U_x = \sqrt{2 - 1/a - a(1 - e^2)}$ con a expresado en semiejes orbitales planetarios e i la inclinación relativa del asteroide respecto al planeta. El tiempo medio en años entre encuentros es

$$\tau = \frac{P_{orb}}{p} \quad (8.11)$$

siendo P_{orb} el período orbital en años del asteroide. Si lo que nos interesa es la probabilidad de colisión (o el tiempo medio hasta la colisión τ) debemos tomar $\sigma = \sigma_c$. El parámetro de impacto de colisión es un poco mayor que el radio planetario (ver 2.3) y está dado por la formula que se deduce del estudio del problema de dos cuerpos hiperbólico:

$$\sigma_c = R \sqrt{1 + \frac{2m}{U^2 R}} \quad (8.12)$$

donde R es el radio planetario en unidades del semieje orbital del planeta y m es la masa del planeta en masas solares. Una registro de los encuentros próximos con la Tierra se encuentra en <https://cneos.jpl.nasa.gov/ca/>. Los planetas terrestres en general no pueden eyectar asteroides fuera del sistema por lo que los asteroides bajo el dominio gravitacional de los planetas terrestres acaban impactando en ellos o en el Sol (cuando la e crece hasta ~ 1). Una implementación de este método puede encontrarse en <http://www.fisica.edu.uy/~gallardo/opik/>. La teoría de Öpik permite estimar la escala de tiempo para que un planeta limpie su zona de influencia dispersando todos los cuerpos que se le aproximen (ver [56]). Imponiendo que la escala de tiempo sea la vida del Sistema Solar se obtiene un límite en la masa para que un cuerpo sea considerado planeta en función de su distancia al Sol.

Ejercicio 8.2 Calcularemos la probabilidad de colisión de un asteroide ($a = 2, e = 0,6, i = 10$) con la Tierra:

$$U_x = 0,469$$

$$U = 0,521$$

$$\sigma_c = 1,235R = 5,35 \times 10^{-5} \text{ ua}$$

$$p = 5,83 \times 10^{-9}$$

y la vida media hasta impactar a la Tierra sería $\tau = a^{1,5}/p \sim 500 \text{ Ma}$ ■

8.7 Límite rotacional y asteroides binarios

Imponiendo $a_c = a_g$ se obtiene como límite de velocidad angular rotacional

$$\omega = \sqrt{\frac{4}{3} \pi G \rho} \quad (8.13)$$

que es independiente del radio del asteroide. Las gráficas de período de rotación contra diámetro muestran que solo los asteroides pequeños rotan más rápido que el límite mientras que los mayores a 300 m de diámetro no superan el límite rotacional lo que indica una bajísima cohesión para los mayores y que los pequeños son en general bloques únicos. A la fecha (enero 2023) existen 450 asteroides, troyanos y TNOs con satélites, en algunos casos constituyendo sistemas múltiples. El estudio de estos sistemas permite determinar las masas de los asteroides. El origen más probable es la

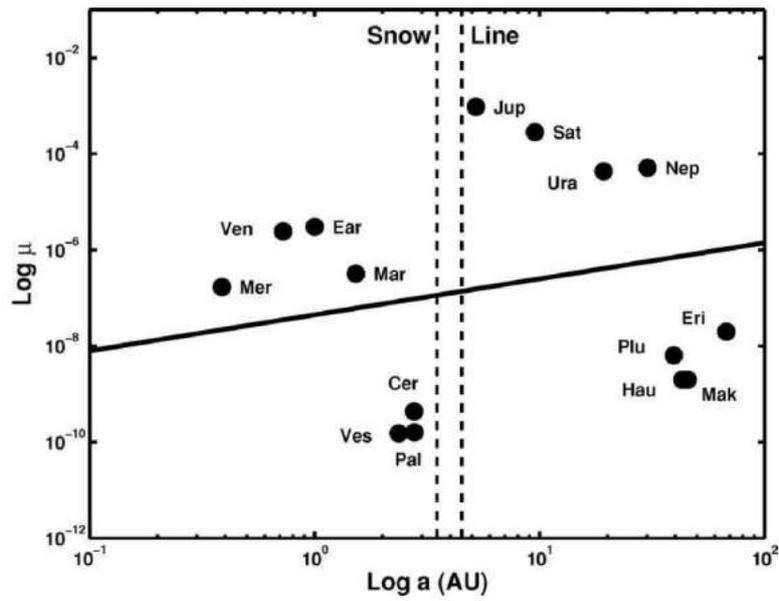


Figura 8.19: Masa mínima en masas solares para que un cuerpo sea considerado planeta en función de su distancia al Sol. Fuente [56].

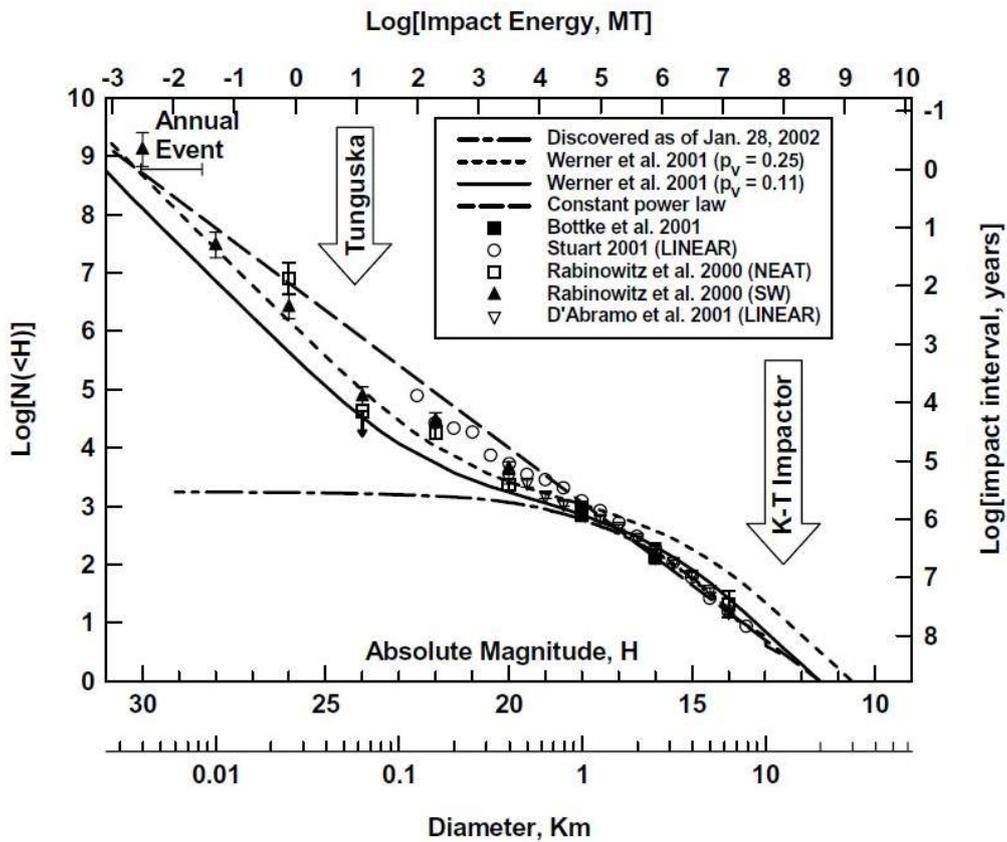


Figura 8.20: Diferentes modelos para la población de NEAs con sus probabilidades de colisión con la Tierra. Fuente [48].

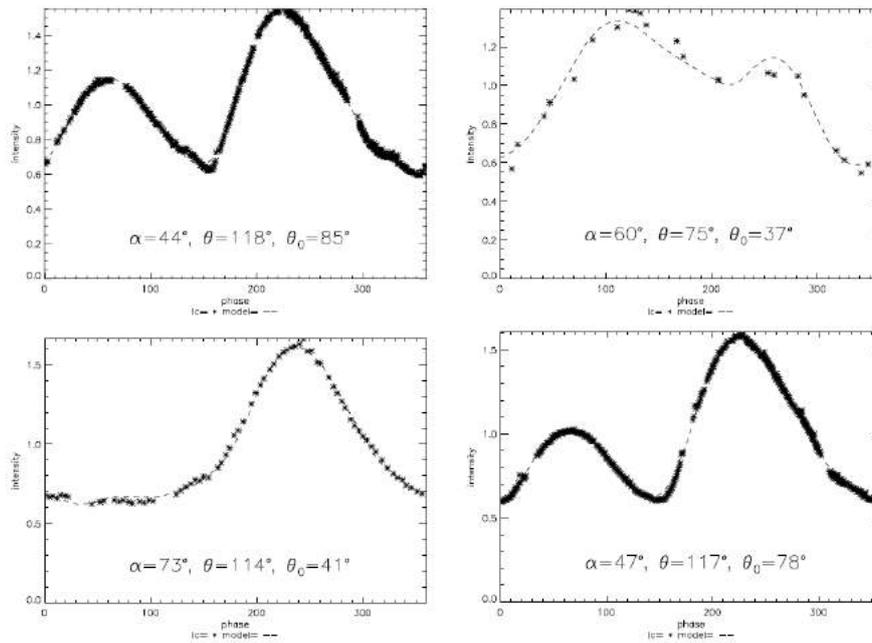


Figura 8.21: Curva de luz del asteroide Golevka con diferentes circunstancias de observación. El período rotacional se determina por la periodicidad de la variación del brillo reflejado y la forma puede deducirse a partir de varias curvas tomadas en diferentes circunstancias. Fuente [2].

disrupcion por haber alcanzado limite rotacional debido al efecto **YORP** que genera un incremento de la velocidad de rotación. El efecto YORP además genera una deriva de las oblicuidades (ángulo del vector spin respecto a la perpendicular al plano orbital) hacia 0 o 180 grados. Si la distribución de spines fuera aleatoria debería ser mayor en las proximidades de 90 grados, sin embargo lo que se observa es todo lo contrario lo cual indica que los asteroides no tienen memoria de sus spines originales y el estado actual de spines es debido al sistemático efecto YORP.

8.8 Familias colisionales

Los elementos orbitales observados son los llamados **osculantes** o instantáneos. Estos presentan variaciones periódicas importantes generadas fundamentalmente por Júpiter y éstas pueden ser descontadas mediante estudios de evolución dinámica. Los elementos obtenidos de esta manera son los llamados **elementos propios** que son un reflejo de las condiciones iniciales orbitales mientras que los osculantes están afectados de forzantes que han ido variando con el tiempo para cada asteroide. Al estudiar la distribución de elementos propios se encuentran concentraciones en el espacio (a, e, i) . Estas concentraciones nos indican que un progenitor fue destruido por una colisión o disrupción rotacional generando una familia. Cuanto más dispersa es la familia más antigua su destrucción. Se han identificado familias con edades que van desde algunos Ma hasta miles de Ma. Estas poblaciones se conocen como **familias de Hirayama**. Las familias son dispersadas además por el **efecto Yarkovsky**: los fragmentos más pequeños se dispersan más tanto hacia afuera del sistema como hacia adentro (dependiendo de su rotación) mientras que los fragmentos mayores se dispersan poco. En una gráfica de tamaño o magnitud absoluta H y semieje orbital una familia genera una distribución en forma de abanico. La dispersión permite estimar la edad de la colisión. Las colisiones también generan grandes nubes de polvo que debido a la presión de radiación y al efecto PR se dispersan rápidamente por el Sistema Solar. El fenómeno de la **luz zodiacal** es generado por la reflexión de la luz solar en el polvo disperso a lo largo del plano del Sistema Solar.

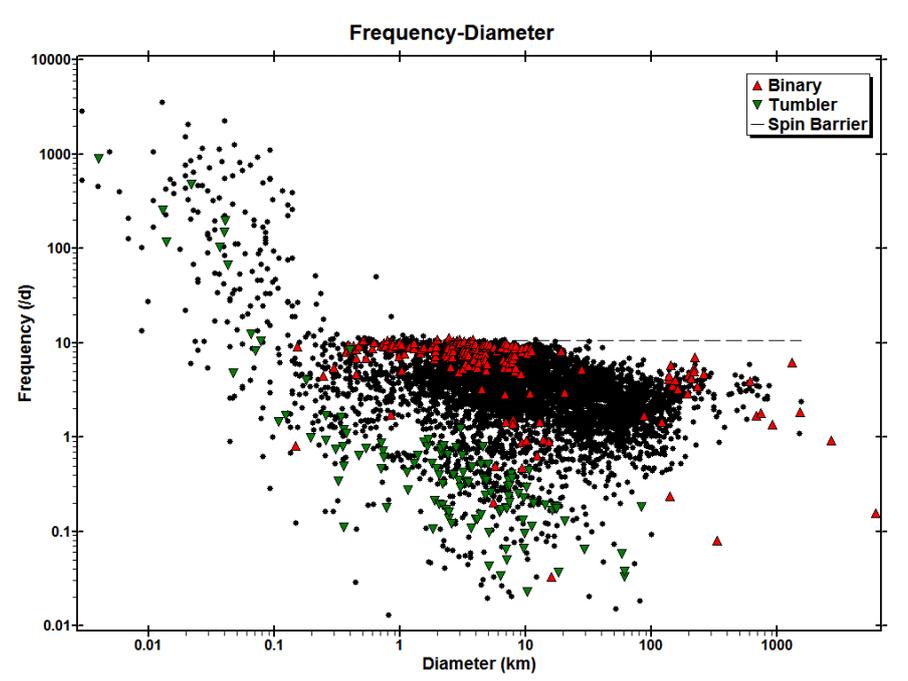


Figura 8.22: Frecuencia rotacional en función del diámetro. Los asteroides se comportan como fluidos o **pilas de escombros**. Solo los pequeños, seguramente monolíticos, pueden rotar más rápido que 10 vueltas por día.

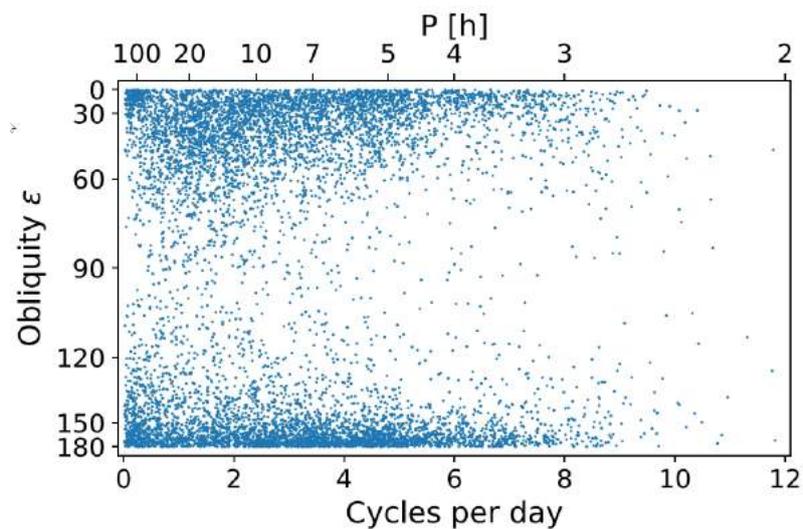


Figura 8.23: Oblicuidad de los spin de rotación de los asteroides determinados con GAIA. La concentración hacia 0 y 180 es debida al efecto YORP. Fuente [13].

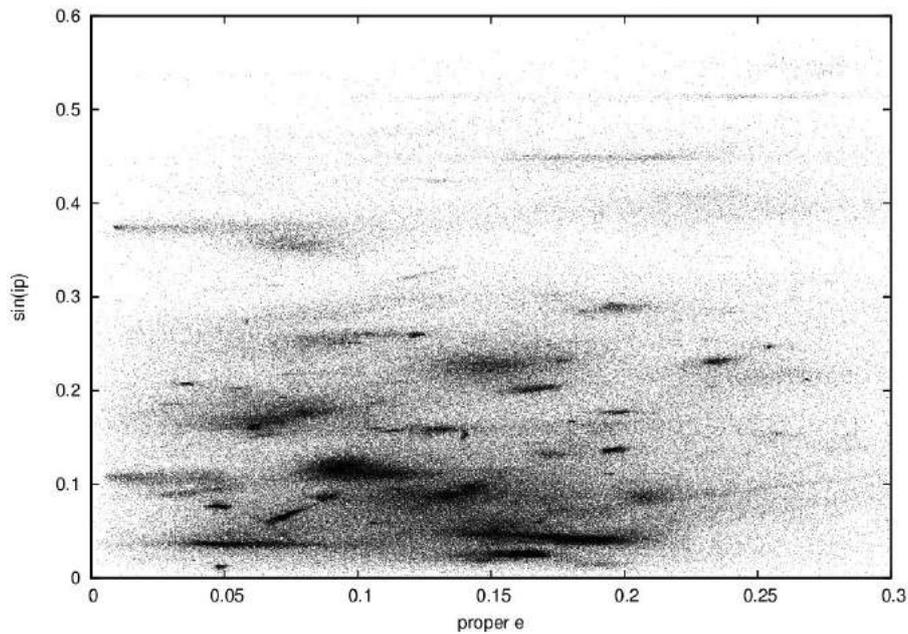


Figura 8.24: Gráfica de elementos propios de asteroides. Familias colisionales de asteroides.

El **gegenstein** es una tenue nube luminosa que se observa en la dirección opuesta al Sol desde la Tierra y esta generada por acumulación de polvo en el punto Lagrangeano L_2 . También se han descubierto bandas de polvo en IR debido a la reemisión de la luz solar absorbida.

8.9 Objetos Trans-Neptunianos

La existencia de un disco más allá de Neptuno fue conjeturada por Edgeworth en 1949 y posteriormente más elaborada por Kuiper en 1951 ([33]). Pero recién en 1980 Fernández ([14]) demostró que los cometas de la familia de Júpiter deben provenir de la región trans-Neptuniana. Esto impulsó a los astrónomos observacionales a realizar búsquedas que finalmente en 1992 resultaron positivas. La región se conoce como cinturón de Kuiper o de Edgeworth-Kuiper o trans-Neptuniana. Si bien se conocen solo algunos miles la masa de este cinturón es muy superior a la del cinturón de asteroides. Los objetos con $R < 200$ km tienen densidades menores a 1000 mientras que los objetos con $R > 400$ km tienen densidades mayores a 1000 lo que indica autocompresión. Son densidades bajas en comparación con los asteroides lo que sugiere una gran proporción de hielos. El cinturón clásico está compuesto por objetos de $e < 0,2$, baja inclinación y parece terminar abruptamente cerca de la resonancia 1:2 en 48 ua (ver fig. 8.9). Este cinturón clásico suele dividirse en 2 poblaciones según la excitación de sus órbitas: los **hot** (algo más excéntricos e inclinados) y la **cold**. Se entiende que la población hot tuvo en el pasado interacciones gravitacionales con Neptuno, por lo tanto guardan alguna memoria de la historia dinámica de Neptuno. Los resonantes están básicamente en las resonancias exteriores con Neptuno 3:4, 2:3, 1:2 y también como troyanos de Neptuno. El disco disperso está formado por objetos que están difundiendo en semieje hacia valores mayores debido a los encuentros con Neptuno. El disco extendido o desacoplado está formado por objetos de alta excentricidad y que sin embargo no se aproximan a Neptuno. Si partimos de un disco de baja excentricidad como es que adquirieron esas órbitas sin encontrarse con Neptuno? Se ha encontrado que las resonancias y el mecanismo Zeipel-Lidov-Kozai son responsables en algunos casos (ver [22]) pero no en otros por lo que esto ha abierto la puerta a la existencia de un perturbador desconocido: el planeta 9 (ver [3]). Esta hipótesis se ve reforzada por la aparente alineación que muestran las direcciones de los perihelios de algunos objetos del disco

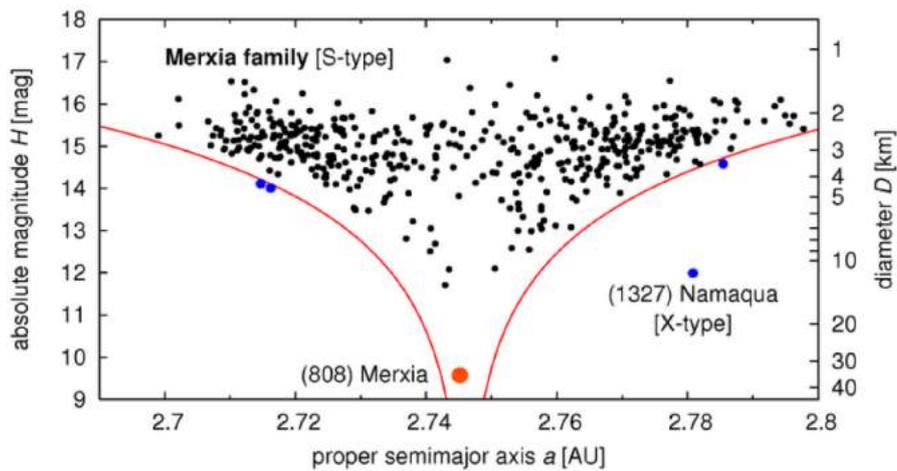


Figura 8.25: Familia de Merxia dispersada por efecto Yarkovsky en función del tamaño.

disperso y que podrían estar siendo *pastoreadas* por un planeta 9.

Algunos TNOs evolucionan hacia el interior de la órbita de Neptuno cayendo bajo el dominio dinámico de los planetas gigantes; se los conoce como **centauros**. La definición de órbita tipo centauro es algo laxa pero en general se entiende que son centauros aquellos cuerpos con perihelios por fuera de la órbita de Júpiter y semiejes orbitales menores que la órbita de Neptuno. Este mecanismo de evolución dinámica por encuentros básicamente es debido a que Neptuno hace bajar los perihelios hasta que los objetos se encuentran con Urano. A partir de allí Urano les sigue bajando el perihelio a la vez que el semieje también disminuye. Luego entra en juego Saturno y finalmente Júpiter. Así, con este mecanismo de *pasamanos*, se generan los cometas de la familia de Júpiter y los centauros.

8.10 Cometas

Se considera cometa todo objeto con perihelio interior a la órbita de Júpiter y que presenta alguna actividad gaseosa observable. Su actividad gaseosa indica que son originarios de regiones frías y lejanas. La radiación solar sublima los hielos presentes que arrastran nubes de polvo. Los gases se ionizan y son llevados por el viento solar mientras que los granos de polvo se comportan como pequeños planetas sometidos a fuerzas no gravitacionales. Por esta razón se forman 2 colas: una de iones recta azulada (que brilla por emisión) arrastrada por el viento solar y otra de polvo curva y amarillenta (que refleja la luz solar) dominada por la presión de radiación. La cola de iones se desvía un ángulo de aproximadamente 5 grados respecto a la dirección del Sol debido a la composición de velocidades relativas entre el viento solar y el cometa (aberración). El desvío ϕ está dado por

$$\tan \phi = \frac{v_t}{v_{vs} - v_r} \quad (8.14)$$

donde v_t, v_r, v_{vs} son las componentes transversa y radial del cometa y la velocidad del viento solar. De hecho este desvío observado fue el que permitió calcular la velocidad del viento solar originalmente. El polvo es empujado por la presión de radiación generándose una cola curvada.

Las **fuerzas no gravitacionales** en cometas (FNG) debidas a los jets que se forman en la superficie por la sublimación de hielos generan variaciones orbitales y se modelan según las direcciones $(\hat{R}, \hat{T}, \hat{N})$ como

$$g(r)(A_1, A_2, A_3) \quad (8.15)$$

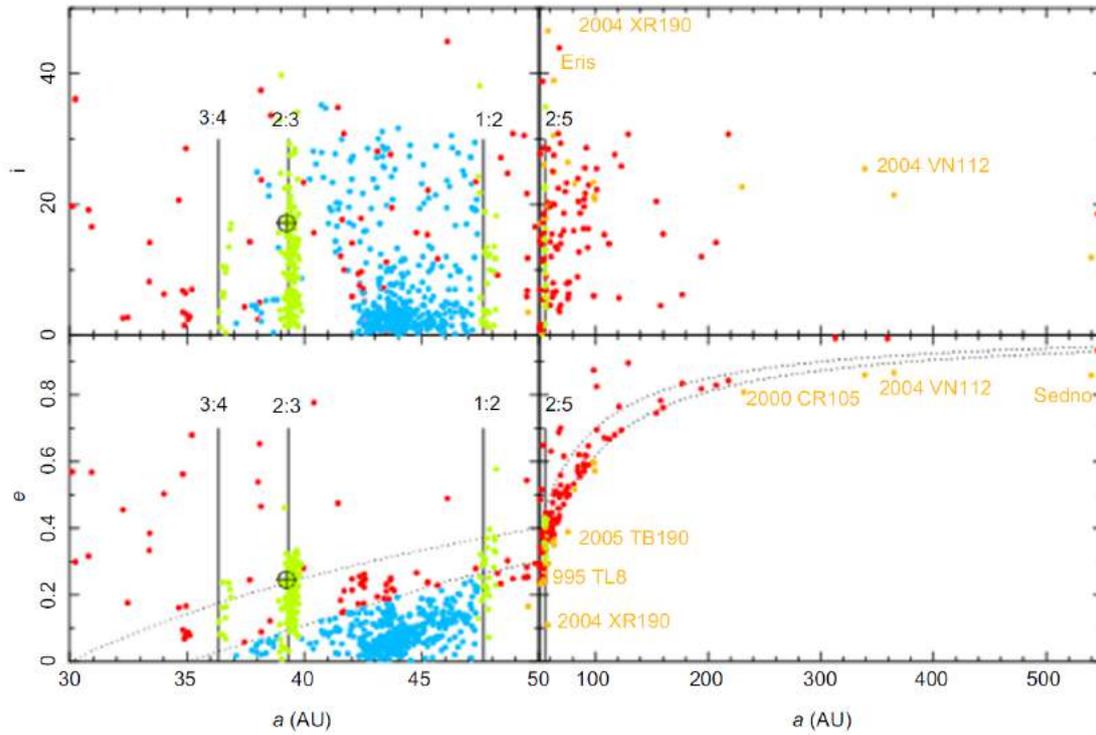


Figura 8.26: Objetos trans-Neptunianos. En azul los clásicos, rojo disco disperso, verde resonantes y naranja los del disco extendido. Notar el límite de los clásicos en 48 ua. Fuente [27].

Table E.7 Seven Largest Distant Minor Planets (Known as of 2012; $a > 6$ AU)

#	Name	Provisional Name	Dynamical Class	M_v	Radius ^a (km)	A_0^b	a (AU)	e	i (deg)	P_{orb} (yr)	P_{rot} (hr)
136199	Eris	2003 UB ₃₁₃	SDO	-1.17	1163 ± 6	0.96	67.728	0.44	43.97	557.5	
134340	Pluto		RKBO	-0.7	1153 ± 10	0.5 ^b	39.482	0.249	17.14	247.7	153.3
136472	Makemake	2005 FY ₉	RKBO	-0.48	710 ± 30	0.77	45.678	0.16	29.00	308.0	7.77
136108	Haumea	2003 EL ₆₁	SDO	0.18	675 ± 125	0.84	43.329	0.19	28.21	284.8	3.92
225088		2007 OR ₁₀	SDO	2.0	640 ± 110	0.19	67.21	0.50	30.7	551.0	
	Charon		Moon	1.3	606 ± 1.5	0.375	39.482	0.249	17.14	247.7	153.3
90377	Sedna	2003 VB ₁₂	IOC	1.56	<800	>0.16	489.6	0.84	11.93	10718	10.27

Figura 8.27: Mayores cuerpos distantes. Fuente [43].

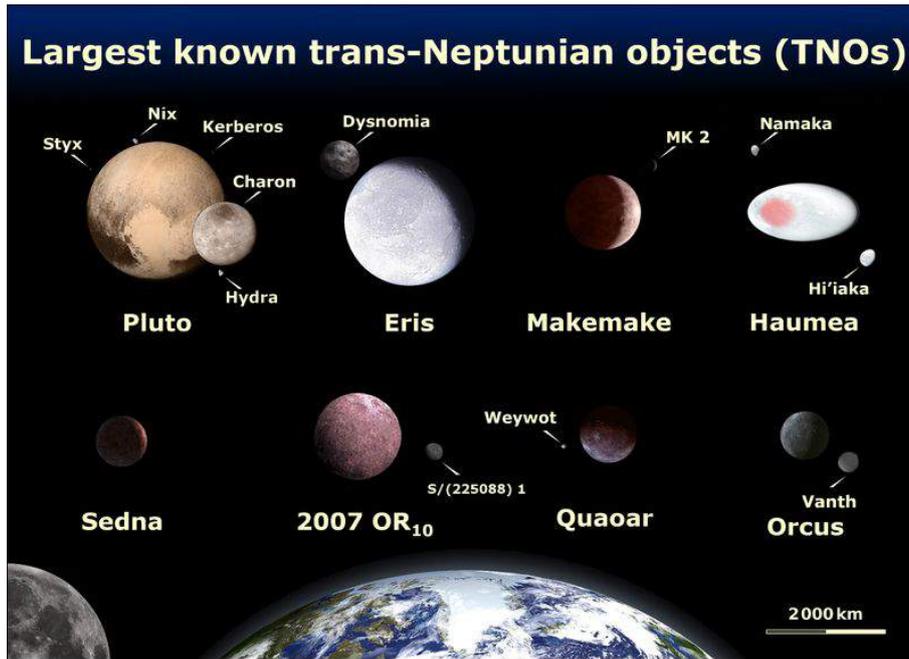


Figura 8.28: Mayores TNOs a escala.

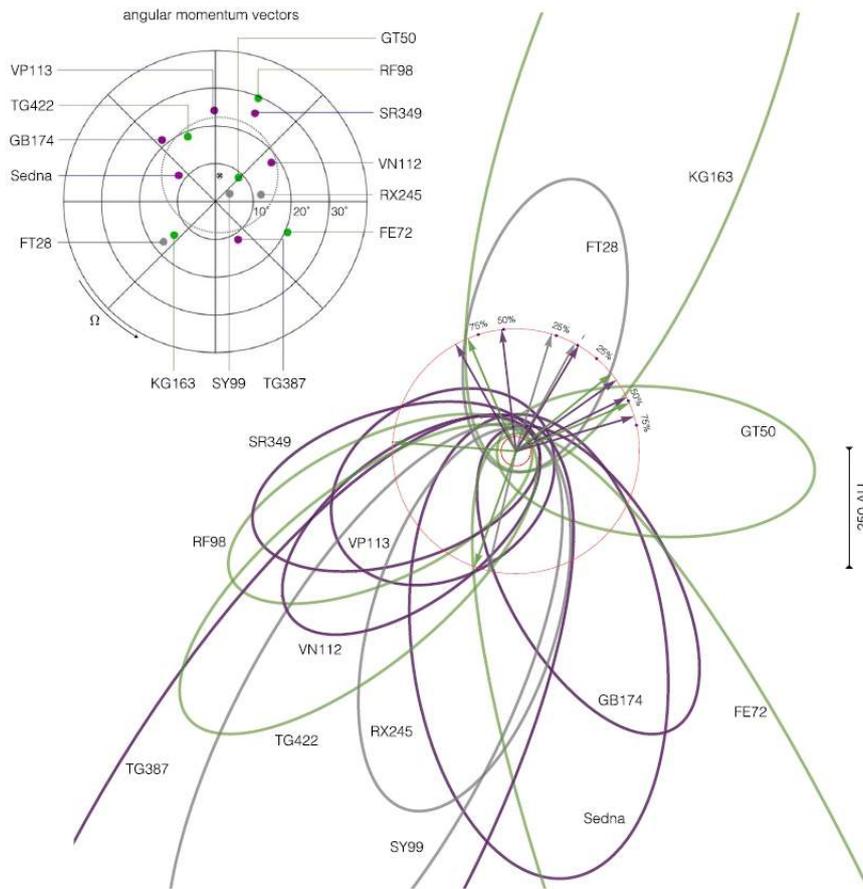


Figura 8.29: Órbitas de TNO distantes y su aparente preferencia por cierta dirección de perihelio según [3].



Figura 8.30: Cola iónica y de polvo. La cola iónica es dominada por el viento solar mientras que la cola de polvo lo es por la presión de radiación.

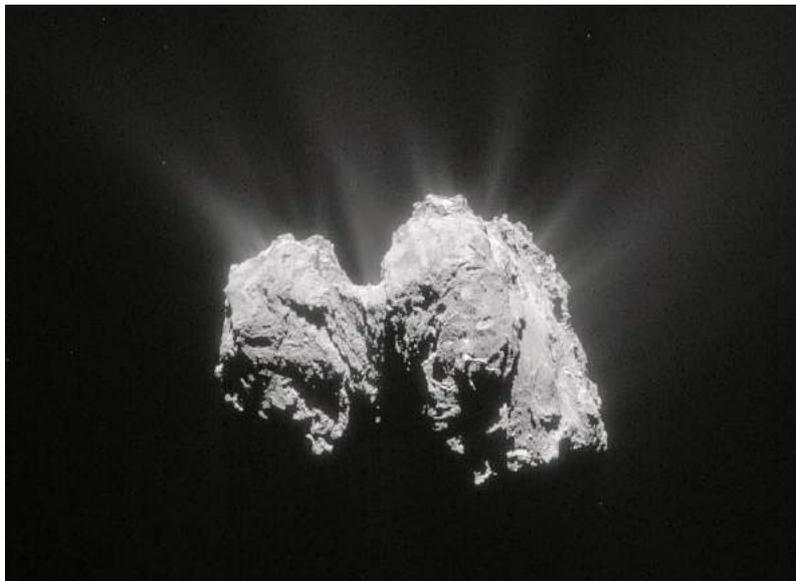


Figura 8.31: Núcleo del cometa Churyumov-Gerashimenko. Albedo 0.06.

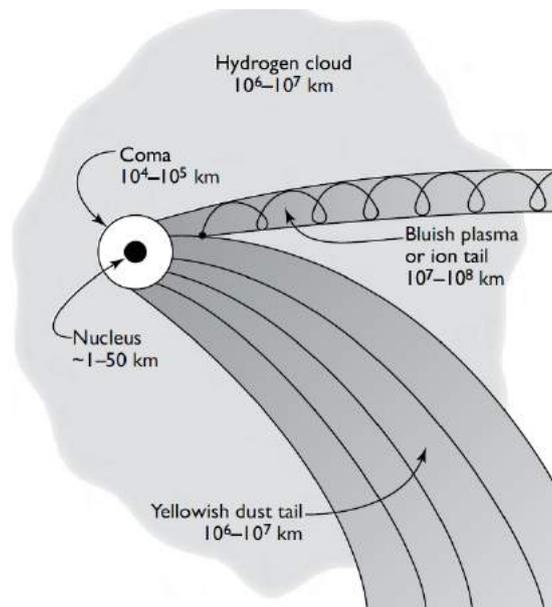


Figura 8.32: Estructura de un cometa. Fuente [43].

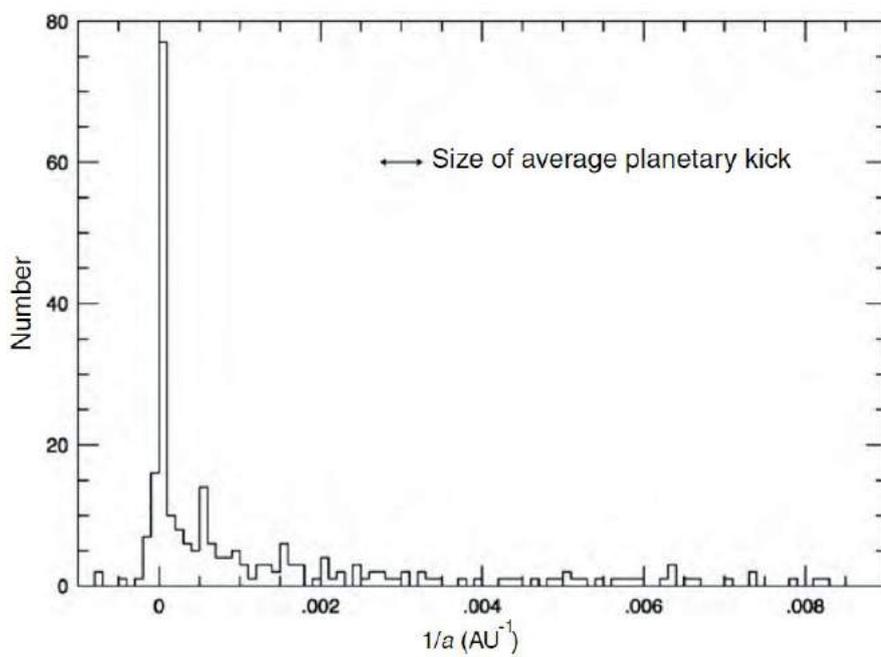


Figura 8.33: Histograma de $1/a$ para los cometas mostrando la concentración en 10.000 ua (nube de Oort). Fuente [12].

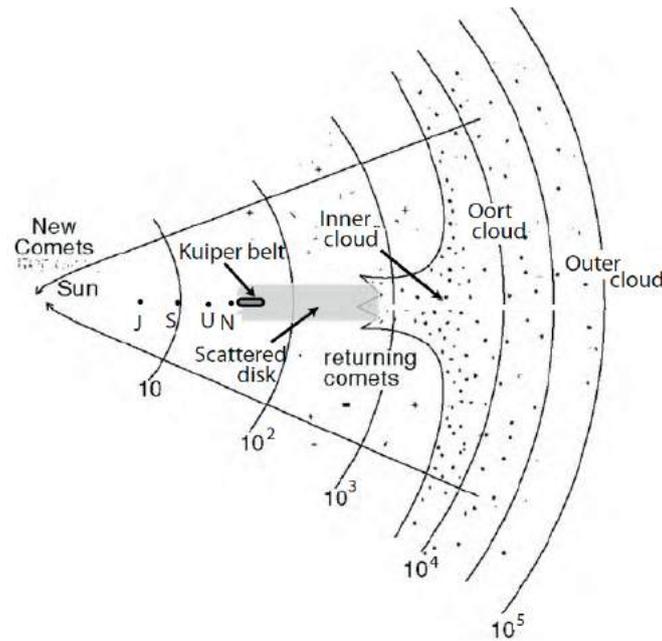


Figura 8.34: Corte esquemático del cinturón de Kuiper, el disco disperso y la nube de Oort. Fuente [43].

donde $g(r)$ es modulo de sublimación, una función que cae con r elevado a cierta potencia. A_1 es el mayor pero tiene efecto neto nulo, los efectos de A_3 se cancelan en una revolución. El efecto de A_2 es el más importante porque es sistemático.

8.11 Poblaciones de cometas y su evolución

En lo que se refiere a inclinaciones orbitales se distinguen 2 poblaciones bien diferentes: los JFCs (períodos cortos $P < 20$ años y baja inclinación respecto al plano del Sistema Solar) y otra de períodos muy grandes e inclinaciones aleatorias. Los primeros tienen un origen en la región trans-Neptuniana y los segundos probablemente provienen de la nube de Oort. Si hacemos un gráfico (ω, Q) de los cometas JFC veremos que los afelios están próximos de Júpiter y los ω preferentemente en 0 y 180 lo cual indica que los cometas JFC han tenido encuentros recientes con Júpiter en donde luego del encuentro quedaron con sus afelios próximos de Júpiter. Si inspeccionamos sus MOID con Júpiter veremos que son pequeños.

Una población con inclinaciones aleatorias no es una población con distribución uniforme de i entre 0 y 180. Imaginemos las rectas perpendiculares a planos aleatoriamente orientados. Esas rectas intersectan la esfera celeste formando una distribución uniforme de puntos, de tal manera que la probabilidad de que la inclinación (ángulo entre el polo de la eclíptica y la recta perpendicular al plano) se encuentre entre $i, i + di$ es proporcional al área ocupada por esa banda, es decir

$$P(i)di = \frac{\text{AreaBanda}}{\text{AreaEsfera}} = \frac{2\pi \sin i di}{4\pi} = \frac{\sin i}{2} di \quad (8.16)$$

Los cometas de la nube de Oort tienen una distribución de inclinaciones aproximadamente proporcional a $\sin i$ por lo que concluimos que esa nube es esférica.

La evolución orbital de los cometas provenientes de la nube de Oort puede considerarse un camino aleatorio ya que entre un pasaje y otro transcurren muchos miles o millones de años. Por esta razón se pueden hacer estudios estadísticos y simulaciones suponiendo perturbaciones aleatorias. En particular la energía orbital es un camino aleatorio unidimensional con un sumidero en 0 pues

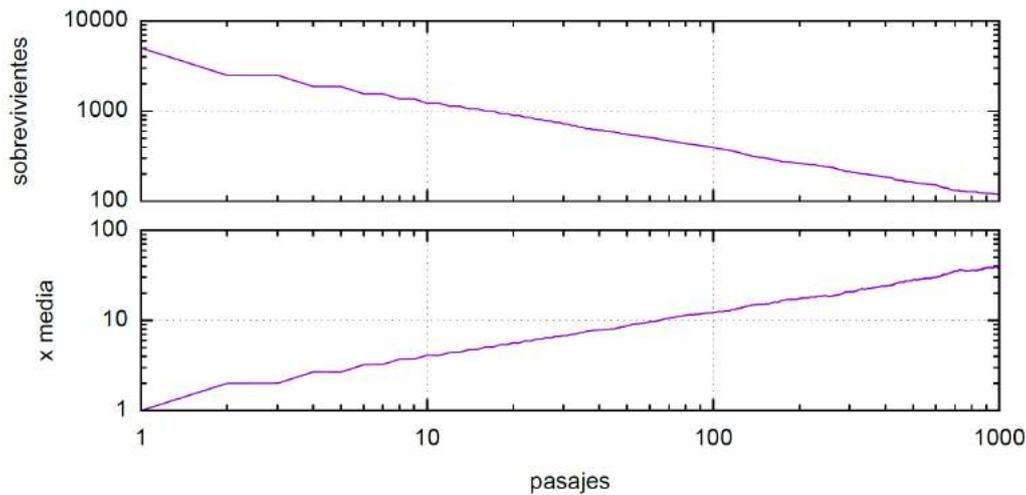


Figura 8.35: Experimento numérico: evolución de una población inicial de $N_0 = 10000$ cometas con *energía* inicial $x = 0$ (parabólicos) sometidos a cambios de energía $\sigma = \pm 1$ aleatorios (valor arbitrario ilustrativo) durante $n = 1000$ pasajes. Al crecer el número de pasajes la energía media de la población sobreviviente crece y los semiejes orbitales decrecen.

los cometas que alcanzan ese límite adquieren órbitas abiertas y se pierden. Si llamamos *energía* a $x = 1/a$, en un pasaje por el perihelio debido a las perturbaciones planetarias un cometa suele tener un cambio típico $\Delta x \sim \pm \sigma$ donde $\sigma \sim 10^{-4} - 10^{-3} \text{ ua}^{-1}$. Si inicialmente tenemos una población de N_0 cometas cuasi parabólicos ($x \sim 0$) en el primer pasaje por el Sistema Solar se pierde la mitad, la otra mitad continúa evolucionando. Al cabo de n pasajes el número de sobrevivientes es

$$N \sim \frac{1}{2} N_0 n^{-1/2} \quad (8.17)$$

y valor esperado de la energía de los sobrevivientes será (ver [15])

$$x \sim \sigma n^{1/2} \quad (8.18)$$

O sea que estadísticamente, un cometa con un semieje de 100 ua, si vino originalmente de la nube de Oort, debe haber tenido algunos cientos de pasajes perihélicos. O no... pues tal vez solo podemos ver aquellos pocos que han sufrido cambios bien grandes, en la cola de la distribución de σ .

Si dN/dt es el número de cometas descubiertos por año (suponiendo que descubrimos todos los que pasan) tenemos

$$dN/dt \sim N/P \quad (8.19)$$

siendo N el número total de cometas en condiciones de ser descubiertos y P un período orbital medio.

Ejercicio 8.3 Luego de un encuentro estelar un cometa en la nube de Oort tiene una velocidad igual a la velocidad de escape orientada aleatoriamente. Probar que la probabilidad de que venga hacia el Sol con perihelio en la región planetaria menor o igual a q es $q/(4r)$ siendo r su distancia al Sol.

Si tiene velocidad de escape su órbita es parabólica y su momento angular será

$$h = \sqrt{\mu a(1 - e^2)} = \sqrt{\mu 2q} = rv \sin \theta$$

donde θ es el ángulo entre los vectores posición y velocidad. Como es pequeño podemos

aproximar $\sin \theta = \theta$ en radianes. Entonces dado q el valor límite para θ será

$$\theta_L = \frac{\sqrt{\mu 2q}}{rv}$$

Como θ es aleatorio entre 0 y 180 su probabilidad es $P(\theta) = 0,5 \sin \theta$ y la probabilidad de que se encuentre entre 0 y θ_L es

$$P(\theta < \theta_L) = \frac{1 - \cos \theta_L}{2} \simeq \theta_L^2/4$$

entonces

$$P(\theta < \theta_L) = \frac{\mu 2q}{4r^2 v^2}$$

pero $v^2 = v_{esc}^2 = 2\mu/r$ entonces la probabilidad de que el perihelio sea menor que q

$$P(q) = \frac{q}{4r}$$

Si suponemos que descubrimos todos los cometas con $q < 2$ ua estaríamos descubriendo una fracción 5×10^{-5} de los cometas existentes, o por cada cometa descubierto hay 20000 mas. ■

Ejercicio 8.4 Estimar la frecuencia esperada de observación de cometas interestelares. Asumir que la nube de Oort posee 10^{12} cometas que son observables si alcanzan una distancia heliocéntrica menor a 2 ua y que cinco veces más cometas han sido eyectados hacia fuera del Sistema Solar en órbitas parabólicas. Considerar que la densidad de estrellas es 0,065 por parsec cúbico y la velocidad relativa entre estrellas es 30 km/s.

Por parsec cúbico tenemos $N = 0,065 \times 5 \times 10^{12}$ cometas que se mueven a $v = 30$ km/s. Por unidad de tiempo pasan por un círculo de radio $r = 2$ ua:

$N \times v \times \pi r^2$ cometas, o sea

$$f = 0,065 \times (3,0857 \times 10^{16})^{-3} \times 5 \times 10^{12} \times 30000 \times \pi (2 \times 150 \times 10^9)^2 = 9,4 \times 10^{-11}$$

pasajes por segundo. Entonces cada pasaje ocurre en media cada $1/f$ segundos, o sea cada 336 años. Sin embargo en 2017 se descubrió Oumuamua el primer objeto interestelar y paso a $r = 0,26$ ua del Sol. Cada cuanto deberíamos descubrir un objeto pasando tan cerca del Sol? (Respuesta: 20000 años, considérese afortunado. Adenda: considérese recontra afortunado pues en 2019 se descubrió otro bien hiperbólico, el cometa Borisov). ■

8.12 Brillo de cometas y producción de gas

El brillo de un cometa verifica

$$B \propto \frac{1}{\Delta^2 r^\xi} \quad (8.20)$$

donde $\xi > 2$ debido a la producción de gas (si fuera un asteroide sería 2). La magnitud visual observada es

$$m_V = C - 2,5 \log B_V = M_V + 5 \log \Delta + 2\xi \log r \quad (8.21)$$

donde $M_V = H_{10} = m_V(r = \Delta = 1, \alpha = 0)$ es la magnitud absoluta.

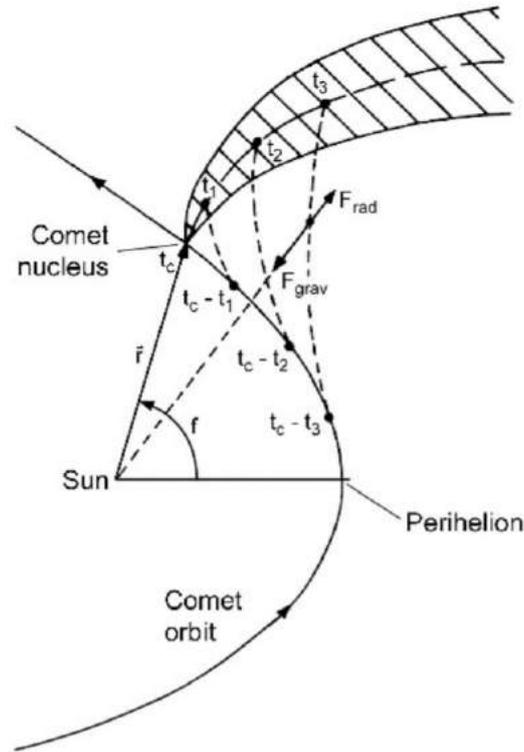


Figura 8.36: Formación de la cola de polvo de un cometa. Fuente [15].

La energía absorbida es igual a la suma de la emitida más la conducida al interior más la energía consumida en la sublimación:

$$(1 - A) \frac{F_{\odot} R_{\odot}^2}{r^2} e^{-\tau} \pi R^2 = 4\pi R^2 \sigma T^4 \varepsilon + 4\pi R^2 K_T \frac{dT}{dz} + Q \frac{L_s}{N_{av}} \quad (8.22)$$

donde el albedo es A , τ es la profundidad óptica de la coma cometaria, R el radio del núcleo, ε su emisividad, K_T su conductividad térmica, L_s el calor latente de sublimación por mol y Q la **tasa de producción de moléculas** (moléculas por segundo), que para el hielo está dada por

$$Q \sim 1,2 \times 10^{18} \frac{\pi R^2}{r^2} \quad (8.23)$$

donde R está en cm y r en ua. La temperatura del núcleo **suele ser inferior a la de equilibrio** pues parte de la energía se la lleva la sublimación.

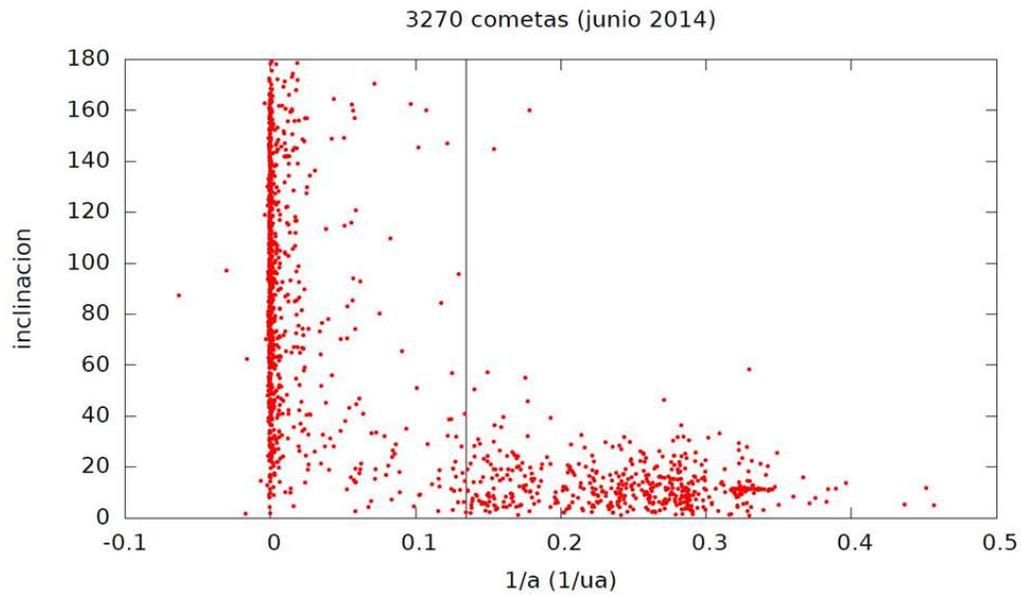


Figura 8.37: Los cometas de largo período son los agrupados cerca de 0. Los JFCs son los que están a la derecha de la línea vertical y con inclinaciones bajas.

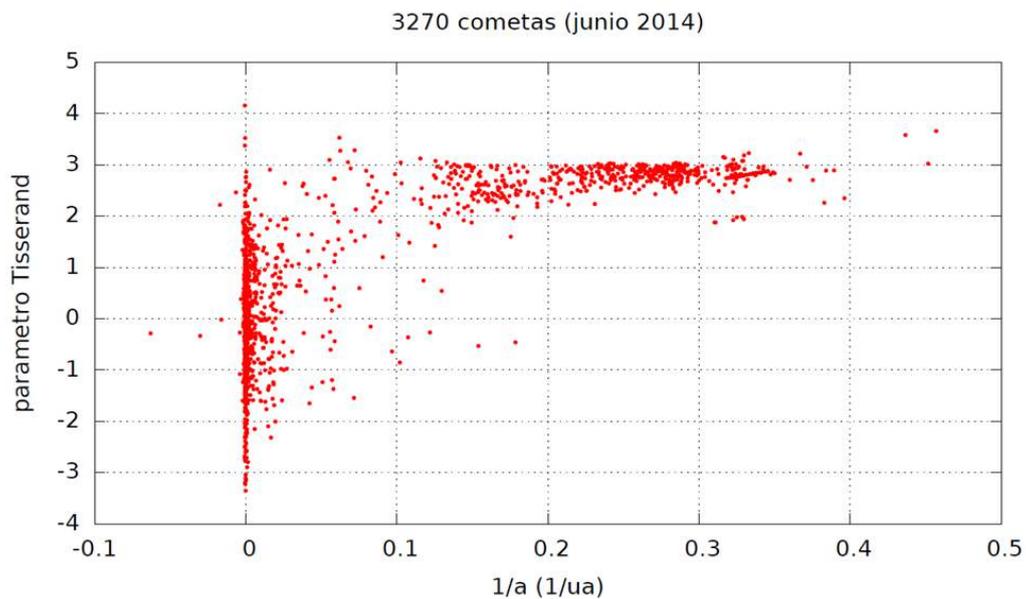


Figura 8.38: Los JFCs son los que están a la derecha de 0.13 y con T entre 2 y 3.

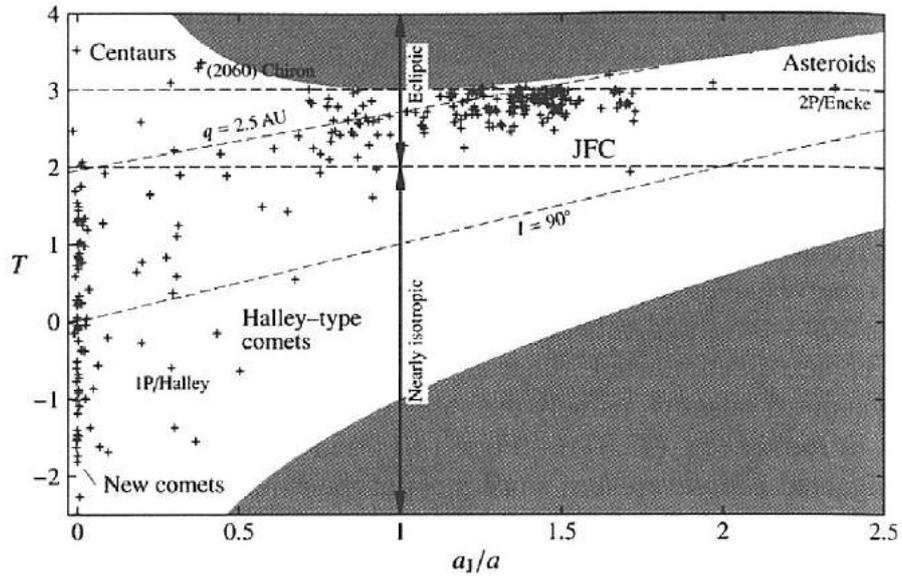


Figura 8.39: Clasificación de cuerpos menores de acuerdo al parámetro de Tisserand y energía. Fuente [6].

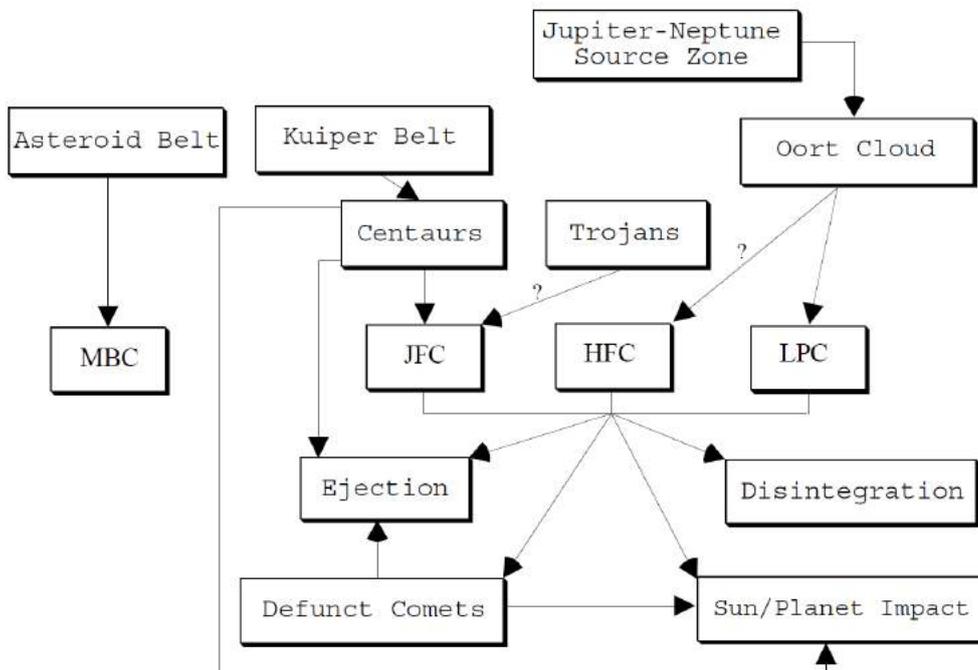


Figura 8.40: Vínculos dinámicos entre las poblaciones. Fuente [27].

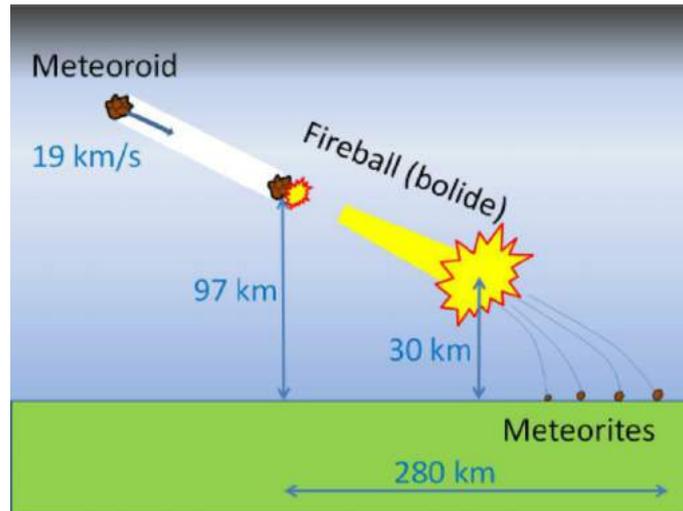


Figura 8.41: Esquema de la caída en Chelyabinsk 2013.

8.13 Ingreso de meteoroides en atmósfera

Un meteorito es un meteoroides ingresando en la atmósfera, es el fenómeno que ocurre por la interacción con la atmósfera. El movimiento de un meteorito de sección eficaz S y masa m en atmósfera de densidad ρ moviéndose a velocidad v está dado por:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{PS}{m}\hat{v} - g\hat{z} \quad (8.24)$$

donde el versor velocidad \hat{v} tiene una componente vertical y otra horizontal y siendo P la presión de la atmósfera sobre el cuerpo:

$$P = \frac{C_D}{2}\rho v^2 \quad (8.25)$$

Si el cuerpo tiene masa suficiente su interacción con la atmósfera genera gran luminosidad. Si la presión generada por la interacción con la atmósfera supera su resistencia interna el cuerpo se destruye en una explosión generándose un **bólido** (fireball). Además del estruendo de la explosión también suele sentirse el efecto del impacto de la onda de choque sobre la superficie terrestre. La onda de choque se genera pues el meteoroides ingresa a la atmósfera con velocidad varias veces superior a la del sonido. Los fragmentos generados en la explosión se frenan más fácilmente en la atmósfera de tal forma que el efecto luminoso cesa y lo que sigue es la **trayectoria oscura**. Al llegar a velocidad de régimen tenemos $\dot{\vec{v}} = 0$ y eso se cumple cuando:

$$P = \frac{mg}{S} = \frac{C_D}{2}\rho v^2 \quad (8.26)$$

de donde la velocidad de régimen es

$$v = \sqrt{\frac{2gm}{C_D\rho S}} \quad (8.27)$$

Los meteoritos pequeños llegan con velocidad de régimen a la superficie y por lo tanto caen perpendicularmente a la superficie y con pérdida de la memoria de la velocidad original. Un catálogo actualizado de eventos de bólidos se encuentra en <https://cneos.jpl.nasa.gov/fireballs/>. En ciertas fechas se observan **lluvias de meteoritos**, esto ocurre porque la Tierra cruza

la órbita de algún cometa que tiene una corriente meteórica en su órbita producto de la sistemática desintegración. El brillo de las *estrellas fugaces* es debido fundamentalmente a la excitación de los átomos de la atmósfera por el impacto de partículas del tamaño de un grano de arena. Un catálogo de lluvias puede encontrarse en <https://www.imo.net/resources/calendar/>. También existen muchas lluvias no visibles pues no emiten luz pero en cambio las trazas de iones son detectables con la técnica de radar. El programa COLISIONLAB (<http://www.fisica.edu.uy/~gallardo/coli/colisionlab.html>) calcula encuentros de asteroides con la Tierra indicando las coordenadas del **radiante**, es decir las coordenadas geocéntricas de la dirección desde donde se verá aproximar al asteroide.

8.14 Meteoritos y polvo interplanetario

Los meteoritos son muestras de asteroides (Vesta está bien identificado como progenitor de meteoritos clase HED) y también de la Luna y planetas (Marte) recogidas en la Tierra. Algunos presentan **cóndrulos** y se los llama **condritas**. Cóndrulos: pequeñas esferas vidriosas del orden de 1 mm formadas por minerales como olivina y piroxeno. Son el producto de un calentamiento abrupto hasta 1000 K seguido de un enfriamiento rápido. Los cóndrulos y las **Inclusiones de Calcio y Aluminio (CAI)** son los sólidos más antiguos del Sistema Solar (4568 Ma). Mas precisamente las CAI serían unos 3 Ma mas antiguas que los cóndrulos. El meteorito de San Carlos (Uruguay) es una condrita que muestra CAIs.

Podemos clasificar los meteoritos en 2 grandes grupos: **diferenciados** y **no diferenciados**. Los meteoritos no diferenciados tienen condritas y son los que han conservado su constitución en forma más primitiva, con abundancias de elementos similares a las del Sol. En cambio los diferenciados constituyen material procesado por calor que destruyó los cóndrulos y fueron parte de un cuerpo mayor capaz de diferenciarse que posteriormente fue destruido o por lo menos erosionado por impactos generando los meteoritos. Los no diferenciados o condritas se dividen en **carbonaceos** (con sustancia orgánica como aminoácidos por lo que se los ha relacionado con el origen de la vida), **ordinarios**, **rumuruti** y **enstatitas**. Los diferenciados son los metálicos, metálico-pétreos (o pallasitas) y pétreos (con cierto parecido a las condritas pero sin condritas). La composición isotópica de los meteoritos no carbonosos es muy similar y similar a la encontrada en la Tierra y Marte. Pero los carbonosos presentan una relación isotópica claramente diferente. Esto indica que los meteoritos carbonosos se formaron en regiones diferentes o en épocas diferentes.

Las **tektitas** son pequeñas esferas del tamaño de pocos centímetros hechas de vidrio ricas en sílice (óxido de silicio). Su exposición a los rayos cósmicos es muy breve por lo que se interpreta que son eyecciones de la Tierra provocadas por impactos y que quedaron en órbita por algunos cientos de años y luego reentraron a la Tierra. Su origen lunar fue recientemente descartado.

Miles de toneladas de polvo interplanetario en forma de **micrometeoritos** caen a la Tierra anualmente y se encuentran en los fondos oceánicos, en la Antártida pero también en los techos de las casas. Los granos de polvo son generados por desintegración de otros cuerpos menores y son reconocibles por su forma redondeada y composición particular.

8.15 Datación radiométrica

La datación radiométrica permite determinar la edad de solidificación de una roca analizando cuantitativamente el decaimiento radioactivo de algunos elementos presentes. También es posible deducir el tiempo al que el material estuvo expuesto a los rayos cósmicos examinando el contenido de núcleos atómicos en su interior. El quemado superficial (proceso químico) sufrido en el ingreso a la atmósfera no afecta la datación por efectos de rayos cósmicos, el cual es un proceso nuclear y que penetra hasta metros en el interior del cuerpo expuesto. La **edad de exposición a los rayos cósmicos** nos dice la edad de la última colisión que generó el objeto y lo expuso a los rayos



Figura 8.42: Meteorito tipo condrita ordinaria caído el 19/9/2015 en San Carlos, mostrando CAI. Fuente <http://www.astronomia.edu.uy/sancarlos/>.

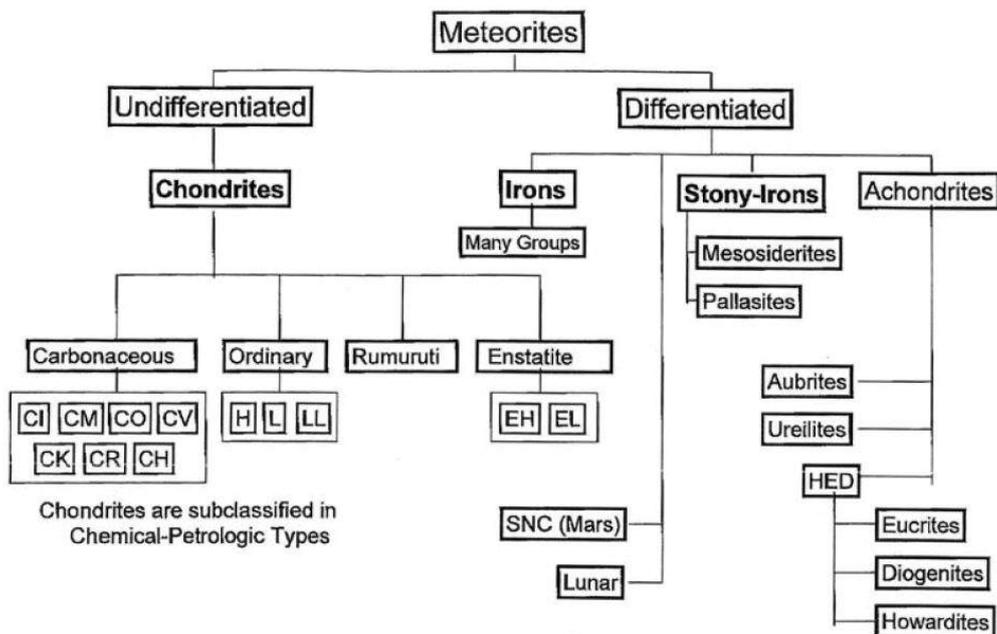


Figura 8.43: Clasificación de los meteoritos conocidos. Condritas 85 %, metálicos 5 %, stony-irons 1 %, acondritas (o pétreos) 9 %. Fuente [54].



Figura 8.44: Condrita ordinaria, carbonosa, pallasita, eucrita y metálico. Fuente [54].

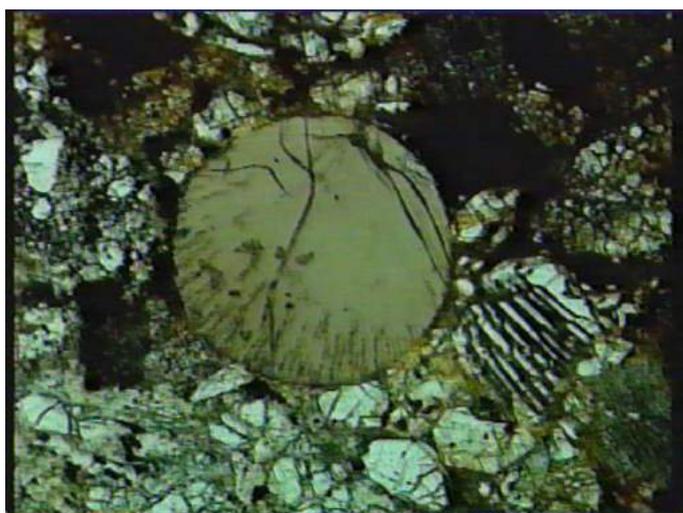


Figura 8.45: Condruo al microscopio.

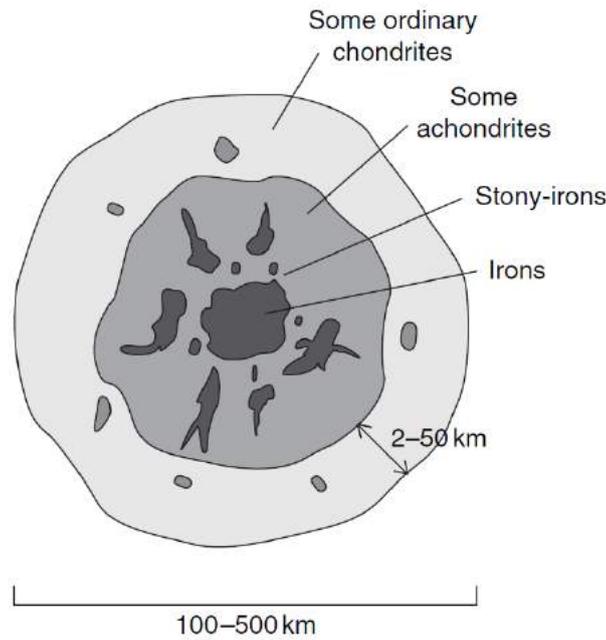


Figura 8.46: Un asteroide parcialmente diferenciado puede originar varias clases de meteoritos. Fuente [28].

cósmicos. Estudiando la distribución de edades por rayos cósmicos de diversos meteoritos se han podido identificar concentraciones atribuidas a colisiones que generaron familias de asteroides.

Consideremos el decaimiento del Rubidio en Stroncio:



debido a



Decaimiento de la población de Rb:

$$\Delta N_R = -N_R \Delta t / \tau \quad (8.30)$$

donde τ es la vida media. La **media vida** es el tiempo en que cae a la mitad y es

$$t_{1/2} = \tau \ln 2 \quad (8.31)$$

Entonces:

$$N_R = N_R(0)e^{(-\Delta t/\tau)} \quad (8.32)$$

En cuanto al Sr:

$$N_S = N_S(0) + [N_R(0) - N_R(t)] = N_S(0) + N_R(0) [1 - e^{(-\Delta t/\tau)}] \quad (8.33)$$

El problema es que $N_S(0), N_R(0)$ son desconocidos. Pero el ${}^{87}\text{Sr}$ no generado por decaimiento tiene una proporción de ${}^{86}\text{Sr}$ que es igual a lo largo de toda la roca. Si graficamos ${}^{87}\text{Sr}/{}^{86}\text{Sr}$ contra $\text{Rb}/{}^{86}\text{Sr}$ para varias muestras se forma una recta cuya pendiente es

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta N_S}{\Delta N_R} = \frac{\Delta N_S(0) + \Delta N_R(0) [1 - e^{(-\Delta t/\tau)}]}{\Delta N_R(0)e^{(-\Delta t/\tau)}} \quad (8.34)$$

Table 11.1 Half-Lives of Selected Nuclides

Parent	Measurable Stable Daughter(s)	Half-Life ($t_{1/2}$)
Long-lived radionuclides		
^{40}K	^{40}Ar , ^{40}Ca	1.25 Gyr
^{87}Rb	^{87}Sr	48 Gyr
^{147}Sm	^{143}Nd , ^4He	106 Gyr
^{187}Re	^{187}Os	44 Gyr
^{232}Th	^{208}Pb , ^4He	14 Gyr
^{235}U	^{207}Pb , ^4He	0.704 Gyr
^{238}U	^{206}Pb , ^4He	4.47 Gyr
Extinct radionuclides		
^{10}Be	^{10}B	1.4 Myr
^{22}Na	^{22}Ne	2.6 yr
^{26}Al	^{26}Mg	0.72 Myr
^{36}Cl	^{36}Ar , ^{36}S	0.30 Myr
^{41}Ca	^{41}K	0.10 Myr
^{44}Ti	^{44}Sc	52 yr
^{53}Mn	^{53}Cr	3.6 Myr
^{60}Fe	^{60}Ni	2.4 Myr
^{92}Nb	^{92}Zr	35 Myr
^{99}Tc	^{99}Ru	0.21 Myr
^{107}Pd	^{107}Ag	6.5 Myr
^{129}I	^{129}Xe	16 Myr
^{146}Sm	^{142}Nd	68 Myr
^{182}Hf	^{182}W	9 Myr
^{244}Pu	$^{131-136}\text{Xe}$	82 Myr

Figura 8.47: Medias vidas ($t_{1/2}$) de algunos elementos. Fuente [43].

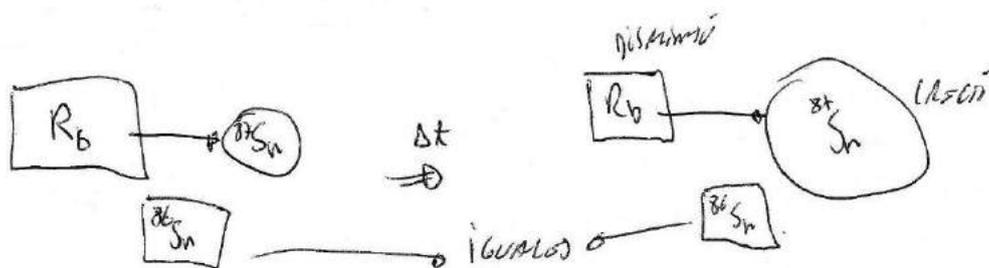


Figura 8.48: Idea de la datación radiométrica. Prometo mejorar la figura.

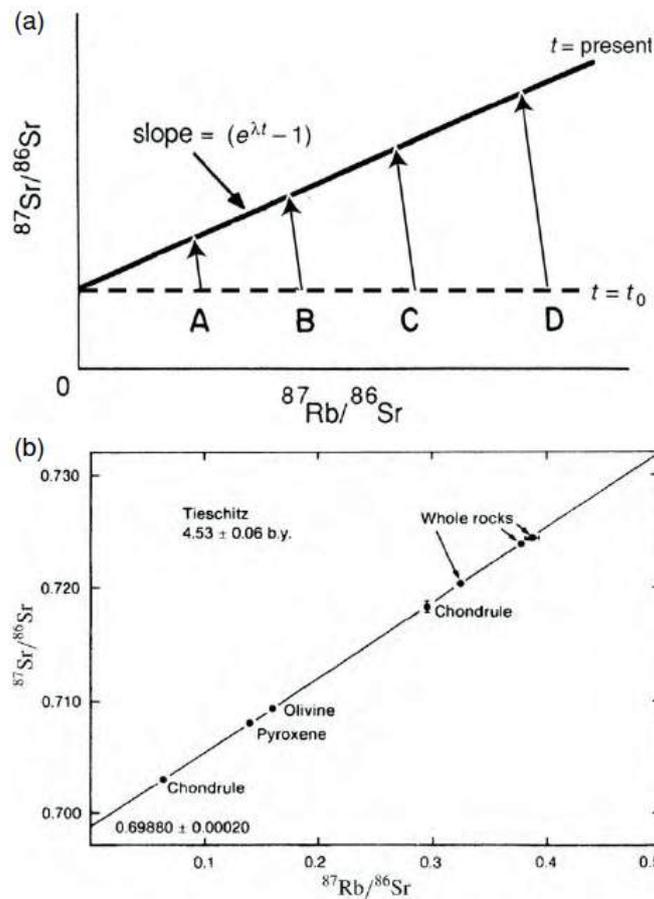


Figura 8.49: Pendiente reconstruida a partir de distintas muestras de un mismo meteorito. Fuente [43].

pero como $\Delta N_S(0) = 0$ pues la relación inicial $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ es la misma en toda la roca, entonces

$$\frac{\Delta N_S}{\Delta N_R} = e^{\Delta t/\tau} - 1 \quad (8.35)$$

de donde se puede deducir Δt , la edad de la roca.

En algunos meteoritos se ha encontrado un exceso de ^{26}Mg en relación a sus otros isotopos, que se ha interpretado como originado por el decaimiento de ^{26}Al de vida media muy corta (0.7 Ma). Esto implica 2 cosas: por un lado el material primordial fue enriquecido por ^{26}Al (explosión de supernova que catalizó la formación del sistema solar?) y por otro lado el calor liberado por el decaimiento debió significar una inyección de calor suficiente para fundir el interior de cuerpos de tamaño superior a cierto radio.

Habrá usted oído que para datar objetos arqueológicos se utiliza el Carbono 14 que tiene una vida media de unos 5700 años... Cómo es posible que aún exista Carbono 14?

8.16 Satélites

Los satélites permanentes siempre permanecen dentro del radio de Hill del planeta. La población de satélites puede dividirse en 2 grupos:

- **Regulares:** cuasi circulares, inclinación cero respecto al ecuador planetario, rotación sincrónica, grandes.

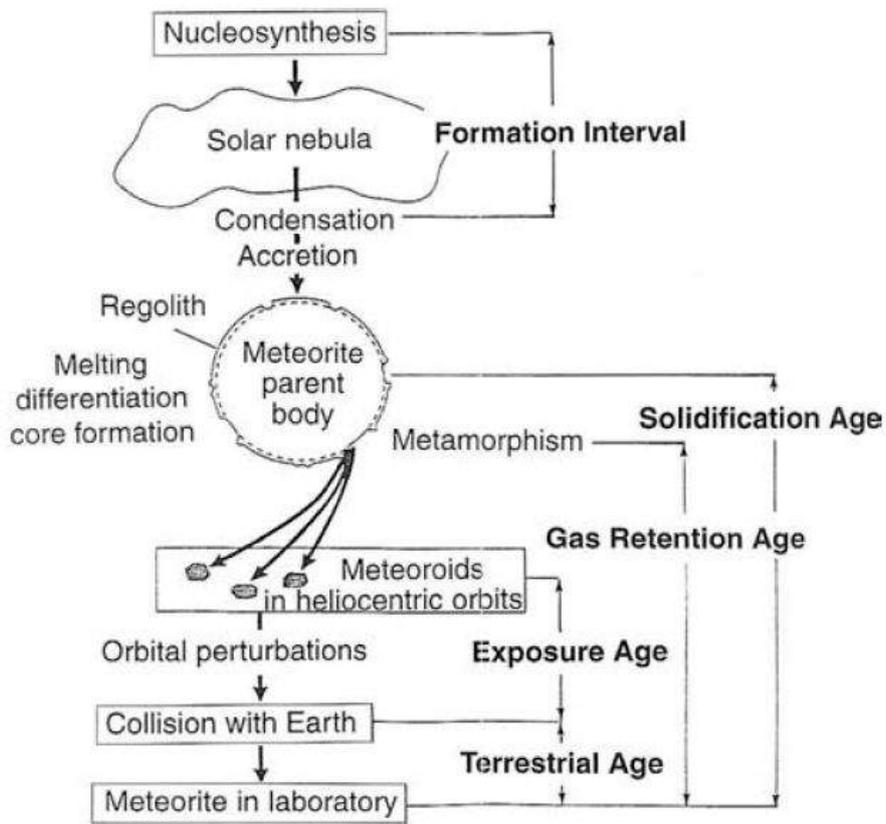


Figura 8.50: Diferentes tipos de edades. Fuente [54].

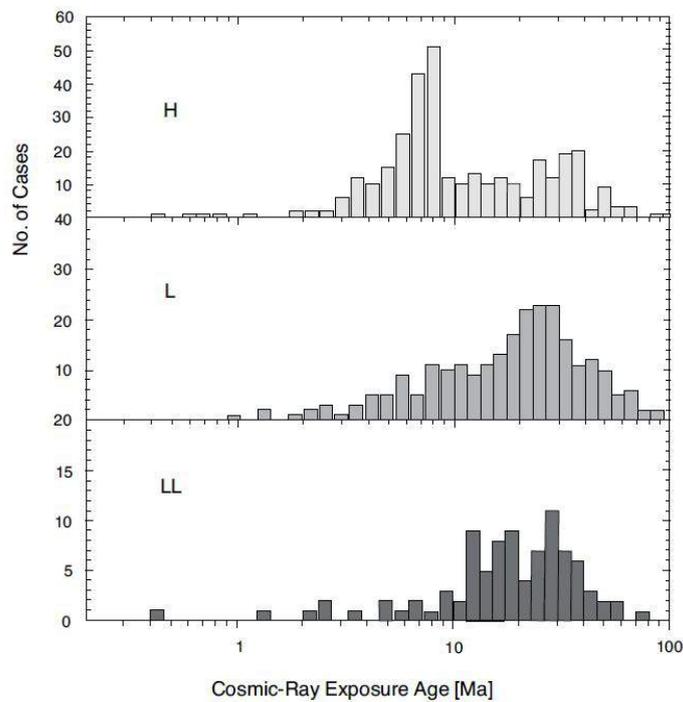


Figura 8.51: Condritas ordinarias: identificación de evento destructivo por edades de exposición a rayos cósmicos. Fuente [54].

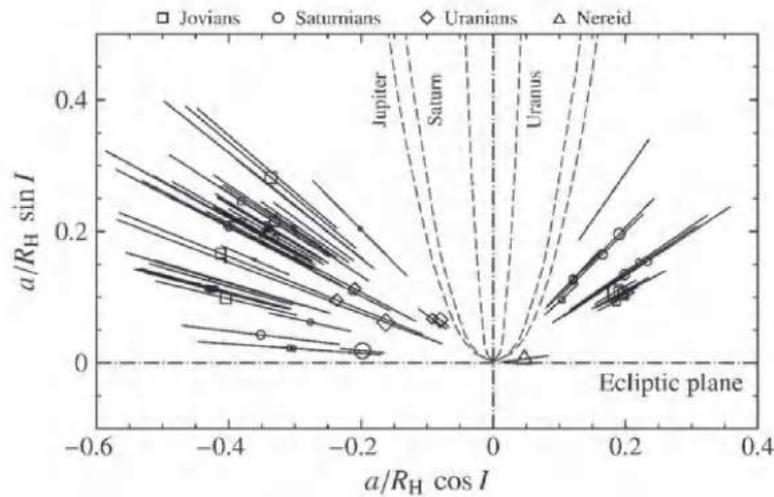


Figura 8.53: Satélites irregulares de los planetas gigantes con sus variaciones en las distancias a los planetas en unidades de sus radios de Hill. I es la inclinación orbital, nótese que son comunes los retrógrados. Las regiones punteadas corresponden a inestabilidades por el mecanismo ZLK que hace crecer sus excentricidades. Fuente [6].

8.17 Resonancia spin-órbita

Si el satélite se aparta de la forma esférica (por ejemplo debido al efecto sistemático de las mareas planetarias sobre el satélite) el potencial gravitacional del planeta genera sobre la deformación del satélite un momento que hace variar su momento angular

$$\frac{d\vec{L}_{sat}}{dt} = \vec{\mathcal{M}} \quad (8.37)$$

y como $L_{sat} = C\dot{\theta}$ operando se llega a

$$\ddot{\theta} = GM_p \frac{3(B-A)}{2r^3 C} \sin 2(f - \theta) \quad (8.38)$$

donde A, B, C son los momentos principales de inercia del satélite, f la anomalía verdadera del satélite en su órbita planetocéntrica y θ el ángulo rotación sidéreo (no sinódico) del satélite (ver figura 8.54). La ecuación se puede resolver integrando numéricamente. En la figura 8.55 se representan posibles soluciones donde podemos apreciar que las soluciones estables corresponden a resonancias entre el movimiento orbital y el rotacional ($\dot{\theta} = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5$). El comportamiento depende fuertemente del factor $(B-A)/C$; en el caso de Hyperion es tan alto que el movimiento rotacional se vuelve completamente caótico.

8.18 Anillos

Si bien los 4 gigantes tienen anillos el sistema de Saturno es el de mayor magnitud. Son originados por satélites que migraron hacia el planeta y cruzaron el límite de Roche. Debido a la precesión impuesta por el achatamiento planetario las partículas colisionan entre si reduciendo su movimiento vertical disminuyendo sistemáticamente el espesor de los anillos que en el caso de Saturno es una millonésima parte de su ancho. Las diferentes tonalidades en los anillos son debidas a la constitución de las partículas y a la densidad de partículas. En cambio la estructura que se observa es debida a una red de resonancias de movimientos medios con diversos satélites. Cuando

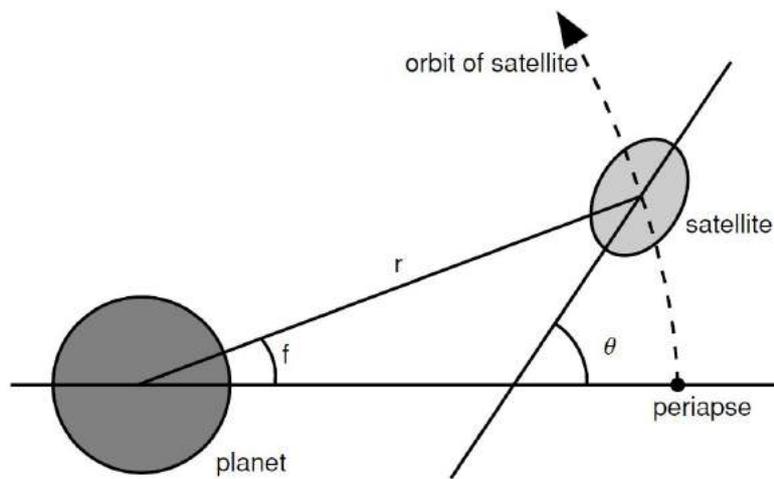


Figura 8.54: Geometría que define la orientación del eje elongado de la figura del satélite respecto al eje de la elipse en torno al planeta. Fuente [54].

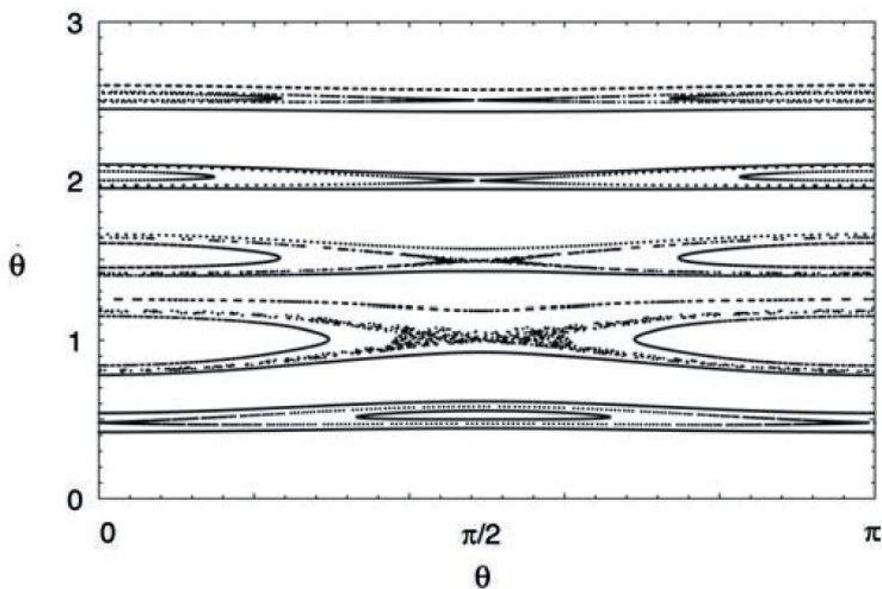


Figura 8.55: Valores de θ y $\dot{\theta}$ cada vez que el satélite pasa por el periastro, o sea cuando la anomalía verdadera $f = 0$. $\dot{\theta} = 1$ corresponde a un período de rotación igual al orbital y representa a la resonancia más fuerte, es el caso más común. El caso Mercurio corresponde a $\dot{\theta} = 1,5$. Fuente [54].

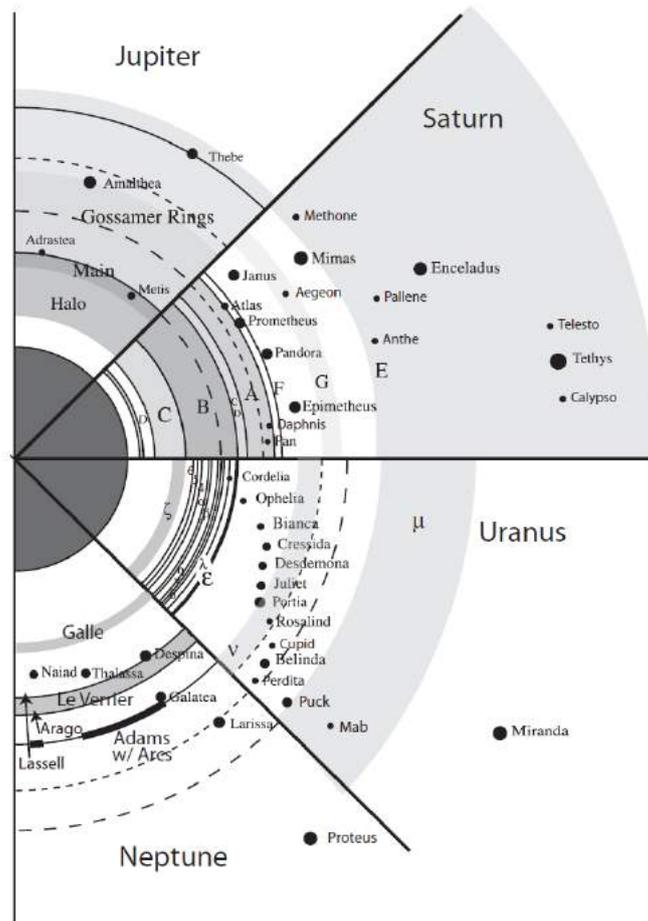


Figura 8.56: Sistemas de anillos escalados al radio planetario. La línea a trazos cortos indica el límite de Roche para partículas de densidad 1000. Fuente [43].

una partícula tiene un movimiento medio n que se relaciona con el movimiento medio de un satélite n_{sat} de la forma

$$\frac{n}{n_{sat}} = \frac{j+k+l}{j-1} \quad (8.39)$$

siendo j, k, l enteros ocurre una resonancia cuya fuerza es proporcional a $e^{|l|}(\sin i)^{|k|}$ y dado que e, i son pequeños las resonancias más fuertes son las correspondientes a $l = k = 0$, o sea $j/(j-1)$ por ejemplo 29 : 28 y generan oscilaciones en e manteniendo una inclinación muy baja o nula por lo que se las llama horizontales o **ondas espirales de densidad** pues generan variaciones en la densidad de partículas. Les siguen las que verifican $k = 1, l = 0$, o sea $(j+1)/(j-1)$, y son más efectivas en partículas con cierta inclinación (pues $k \neq 0$) generando ondas verticales o **ondas espirales de flexión**. A todas estas resonancias se las conoce como **resonancias de Lindblad**. Estudios realizados a partir de datos de la misión Cassini indicarían que los anillos se están desgastando y no podrían sobrevivir sino decenas de millones de años, sin embargo esta estimación ha sido cuestionada por lo que podrían tener Gyrs.

Así como los anillos se forman por caer un satélite en el límite de Roche, recíprocamente cuando por algún mecanismo los anillos se alejan y salen del límite, se recretan y pueden formar nuevos satélites.

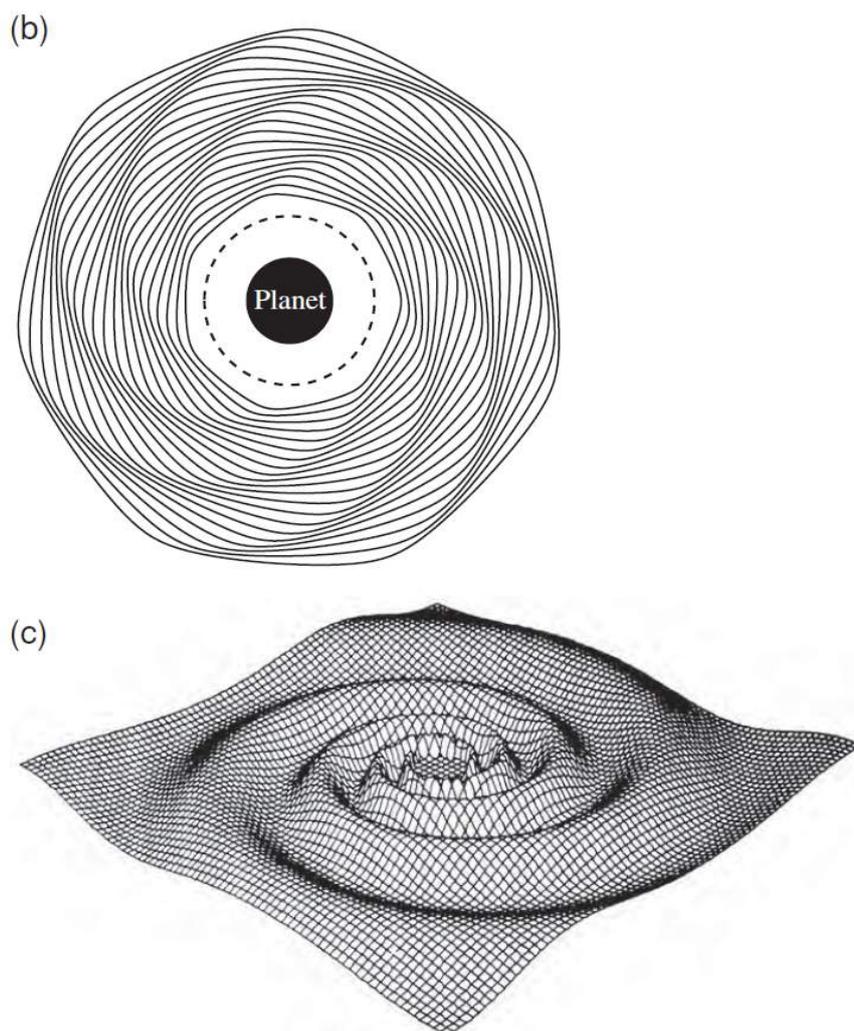


Figura 8.57: Ondas espirales de densidad y de flexión. Fuente [43].

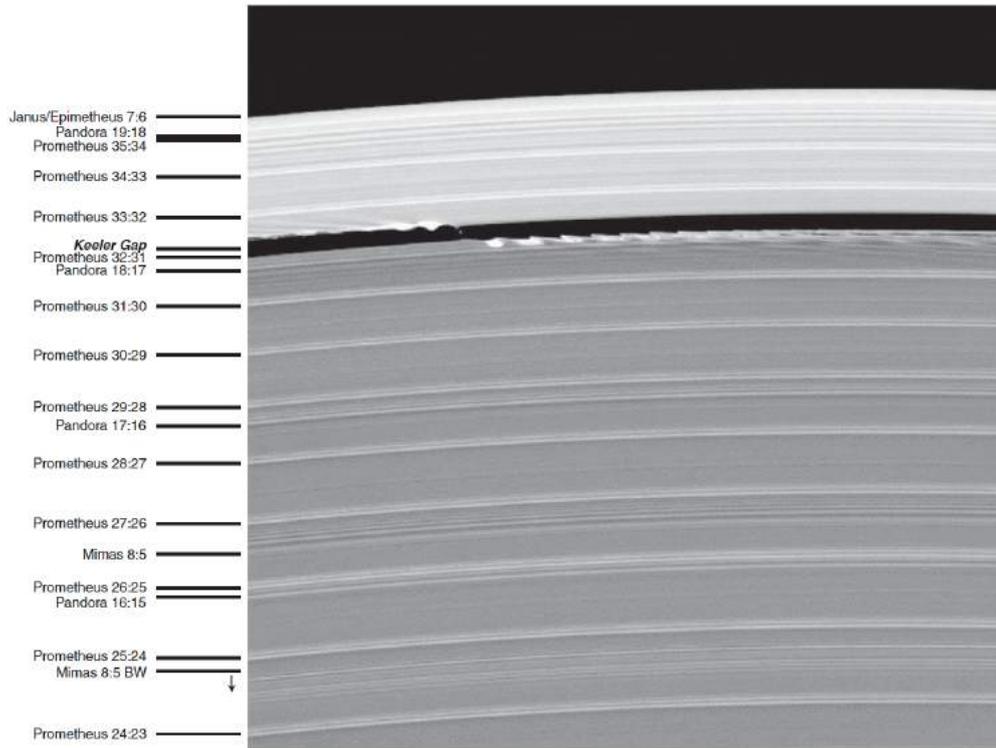


Figura 8.58: Detalle de sistema de resonancias en los anillos de Saturno. Fuente [43].

8.19 Problemas

Problema 8.1 Calcular la velocidad terminal al llegar a la superficie terrestre de una roca de radio 10 cm y $\rho = 2000$ y de otra del mismo radio pero $\rho = 8000$. Asumir $C_D = 1$.

Problema 8.2 Suponiendo una ley de potencia $N(R) \propto R^{-3,5}$ para el número de asteroides con radio R localizados y sabiendo que existen 20 asteroides con radio mayor que 110 km calcular la masa total contenida en los asteroides de radio mayor o igual a 100 km.

Problema 8.3 Para estimar la frecuencia de colisión de un asteroide tipo NEA con la Tierra se integran numéricamente 200 clones por 100000 años y se analiza el número de encuentros. Sabiendo que hubo 30000 encuentros a menos de $400 R_\oplus$ y considerando que el número de encuentros es proporcional al cuadrado de la distancia al centro de la Tierra estimar la frecuencia de colisión (número de colisiones por año) del NEA con la Tierra. Asumir que debido al enfoque gravitacional habrá colisión cuando el parámetro de impacto sea $\sigma \leq 1,2R_\oplus$.

Problema 8.4 El asteroide 2012TC4 tiene elementos $a = 1,40$, $e = 0,34$, $i = 0,86$, utilizando la aproximación de Öpik calcular su vida media antes de colisionar con la Tierra.

Problema 8.5 Calcular la temperatura de equilibrio de un meteoroide de albedo $A = 0,05$ localizado en las proximidades de la Tierra.

Problema 8.6 El ^{187}Re decae en ^{187}Os con una media vida $t_{1/2} = 41,6$ Gyr. En diferentes partes de una roca se encontraron las siguientes abundancias de $^{187}\text{Re}/^{188}\text{Os}$ y $^{187}\text{Os}/^{188}\text{Os}$ siendo el ^{188}Os de origen no radiogénico: (0.664, 0.148), (0.512, 0.136) y (0.414, 0.128). Estimar la edad de la roca.

Problema 8.7 Sea $N(R)dR \propto R^{-\zeta}dR$ el número de objetos de una población con radio entre R y $R + dR$. Probar que en función de la masa y suponiendo igual densidad para todos los objetos la distribución resulta $N(m) \propto m^{-x}$. Hallar relación entre ζ y x .

Problema 8.8 Sea $N(m)dm \propto m^{-x}dm$ el número de objetos de una población con masa entre m y

$m + dm$. Hallar la masa total de la población con masas entre $M/1000$ y M en función de x . En que casos los cuerpos mas masivos son mas importantes para definir la masa total y en que casos son mas importantes los menos masivos?

Problema 8.9 Calcular el mínimo período rotacional para un asteroide esférico sin cohesión de densidad ρ y radio R .

Problema 8.10 A partir del teorema del virial estime el mínimo radio que debe tener un proyectil para destruir un asteroide de radio R y densidad ρ asumiendo igual densidad para el proyectil y una velocidad de impacto de 7.5 km/s.

Problema 8.11 Utilizando la figura 8.20 tomada de [48] con información sobre la población de NEAs estimar la frecuencia con la que un objeto como el que impacto en Rusia el 15/02/2013 de 17 m de diámetro o mayor impacta a la Tierra. Estimar la frecuencia con la que un objeto como el 2012 DA15 de 45 m de diámetro o mayor se encuentra con la Tierra a una distancia igual o menor a $5 R_{\oplus}$. Estimar la frecuencia con la que es esperable poder observar ambos eventos el mismo día.

Problema 8.12 Considere un cometa en órbita elíptica con perihelio $q = 0,3$ au y afelio $Q = 15$ ua. Asumiendo que el viento solar tiene una velocidad de 400 km/s calcular el ángulo entre la cola de iones y el radio vector en el perihelio.

Problema 8.13 La magnitud aparente de un cometa es $m = 21,0$ en el instante de su descubrimiento siendo $r = \Delta = 10$ ua. Calcular su magnitud absoluta H_{10} y estimar m cuando $r = 0,3$ y $\Delta = 1$ ua.

Problema 8.14 Sea un cometa formado de hielo de agua de radio 1 km, densidad $\rho = 600 \text{ kg m}^{-3}$ y albedo $A = 0,1$ en órbita circular a 1.5 ua del Sol. Sabiendo que la temperatura de equilibrio del núcleo es 180 K estimar el espesor de capa de hielo volatilizado al cabo de una revolución orbital. Calor latente de sublimación para el agua: $L_s = 5 \times 10^4 \text{ J/mol}$

Problema 8.15 Utilizando la base de datos de JPL http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi seleccione cometas tipo Halley y JFCs y construya una gráfica $(1/a, T)$ siendo T el parámetro de Tisserand respecto a Júpiter. ¿En qué región de la gráfica estarían los asteroides? Utilizando la misma base de datos seleccione cometas con $q < 0,01$ ua y construya una gráfica (ω, i) . Identifique los grupos que aparecen.



9. Sistemas extrasolares

Conceptos fundamentales

- Los métodos más exitosos consisten en la detección de variaciones en la velocidad radial y variaciones de brillo de la estrella.
- Aún descontando sesgos observacionales las excentricidades planetarias son muy grandes comparadas con las de nuestro sistema.
- Supertierras próximas a la estrella y con densidad similar a la del agua sugieren formación en regiones alejadas y luego migración o carozos de planetas gaseosos.
- Una gran cantidad de planetas presentan períodos orbitales de días lo que sugiere una importante migración planetaria.
- Cuando aún existe el disco de gas las migraciones tipo I y II generan notables cambios orbitales en los planetas.
- Si bien hay una continuidad entre la formación de Jupiters y enanas marrones no se han encontrado enanas marrones en órbitas planetarias.
- Los planetas gigantes tienden a estar presentes en estrellas de metalicidad alta.
- La zona de habitabilidad es el intervalo de distancias en el cual podría existir el agua líquida en la superficie de un planeta. Para estrellas K y M se encuentra demasiado próxima a la estrella generando sincronía spin órbita por mareas.

Al presente (2023) las bases de datos on line más importantes y actualizadas son <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu> y <http://exoplanet.eu>.

9.1 Métodos de detección

One of the burning questions of astronomy deals with the frequency of planet-like bodies in the galaxy which belong to stars other than the Sun. Este era uno de los primeros párrafos del trabajo *Proposal for a project of high-precision stellar radial velocity work* firmado por Otto Struve en 1952. *There would, of course, be also eclipses* decía más adelante. Si bien los exoplanetas se han detectado con una decena de métodos diferentes los más eficientes son el de detección de

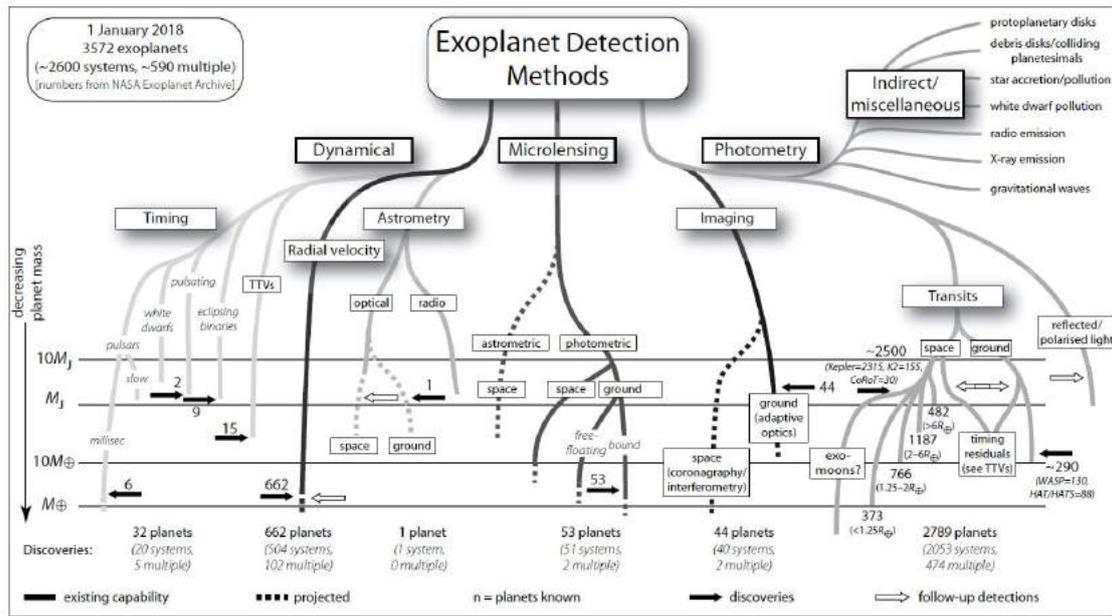


Figura 9.1: Métodos de detección de exoplanetas. Algunos se implementan desde la superficie terrestre y otros también pueden implementarse a bordo de satélites.

Cumulative Detections Per Year

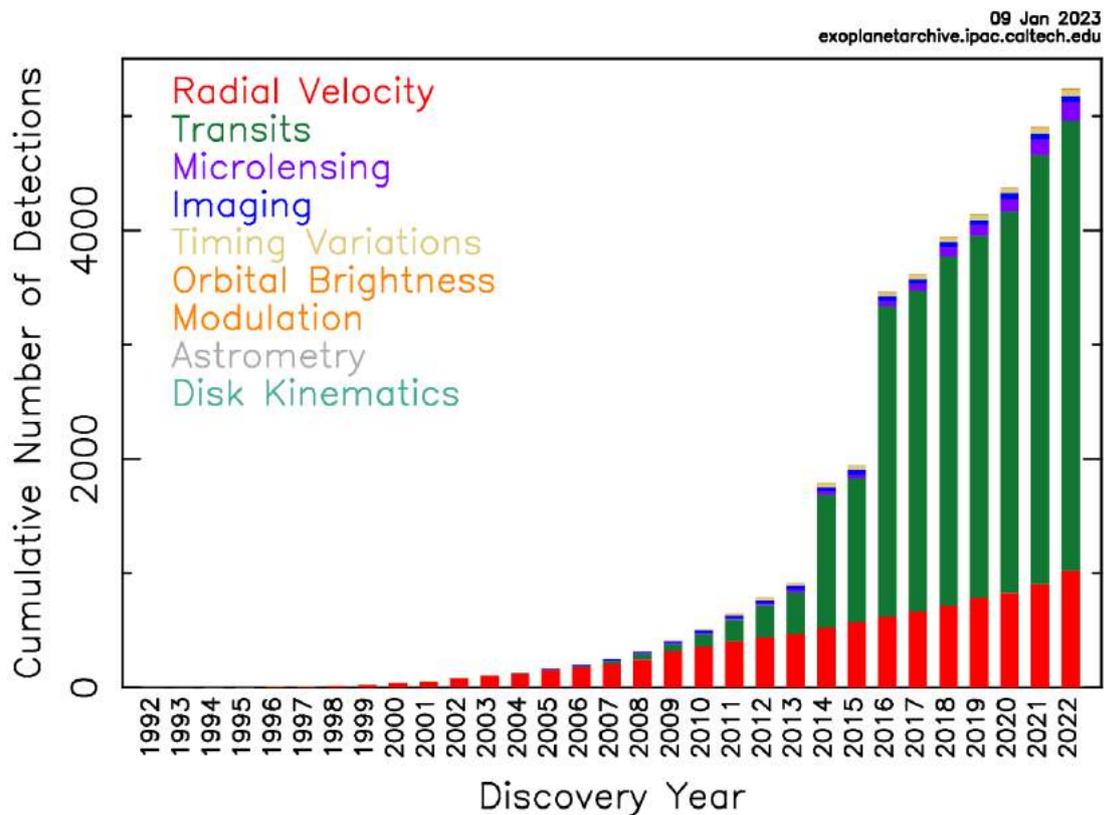


Figura 9.2: Numero cumulativo de descubrimientos en función del método utilizado.

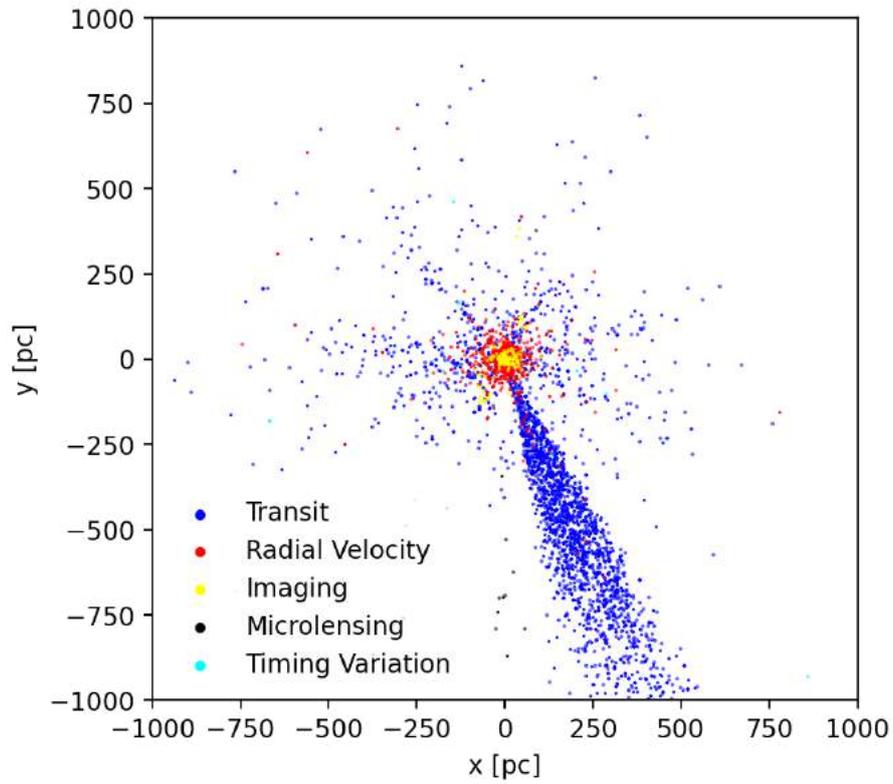


Figura 9.3: Las regiones de búsqueda no son necesariamente isotropicas, Kepler buscaba solamente en cierta región del cielo.

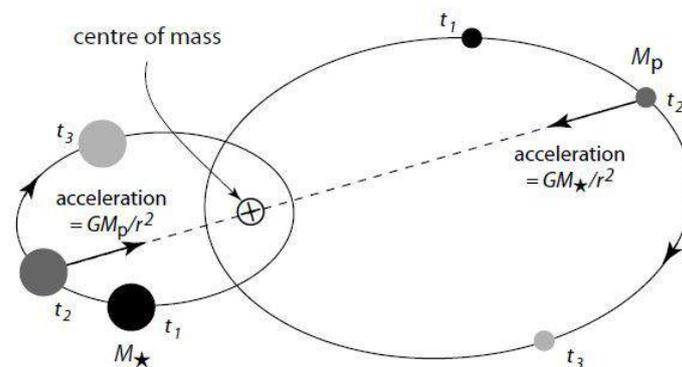


Figura 9.4: Movimiento de la estrella y su planeta en torno al baricentro. Fuente [52].

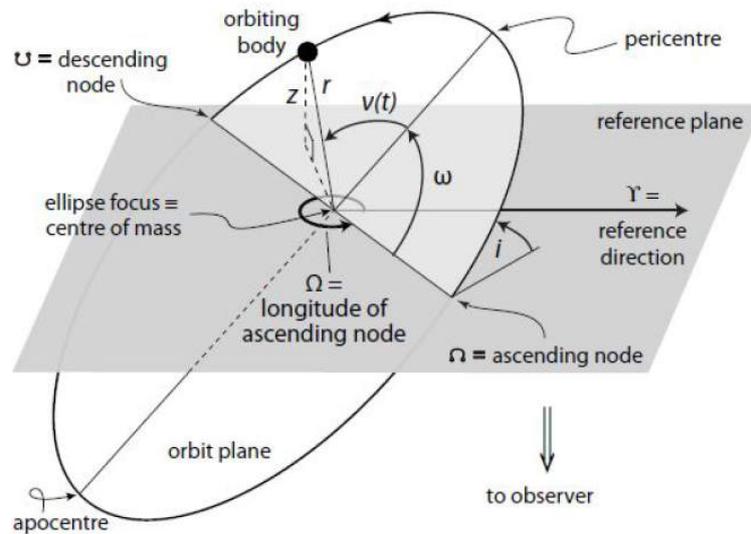


Figura 9.5: Plano del cielo y plano orbital. Fuente [52].

variaciones en la **velocidad radial** de la estrella (permite determinar masas) y el de variaciones fotométricas de la estrella por **tránsitos** (permite determinar radios), como lo auguró don Otto. Ambos métodos determinan el semieje orbital y la excentricidad. Ambos métodos favorecen la detección de órbitas de inclinación próxima a 90 respecto al plano del cielo. Por el método de velocidad radial no es posible determinar inequívocamente la masa sino el producto $m \sin i$. Esto es debido a que lo que se observa es la componente radial de la velocidad, v , de la estrella que es igual a $v \sin i$ siendo i la inclinación del plano orbital respecto al plano del cielo ($0 \leq i \leq 90$). La observación directa fotométrica es muy difícil pues por ejemplo el brillo del Sol es 9 ordenes de magnitud más brillante que los planetas en el visible aunque en el infrarrojo sería 4 ordenes más brillante.

9.2 Los métodos de tránsitos y de velocidad radial

El tránsito de un planeta de radio R genera una caída de luminosidad observada ΔL dada por:

$$\frac{\Delta L}{L} = \left(\frac{R}{R_{\star}} \right)^2 \quad (9.1)$$

El análisis de la curva de luz de la estrella permite determinar el período orbital y el radio del planeta. Para hallar el semieje orbital del planeta es necesario conocer la masa de la estrella, que se puede estimar por su espectro. El primer proyecto espacial que detectó planetas en forma masiva por este método fue el Kepler space telescope en órbita heliocéntrica.

Si pudiéramos observar astrométricamente el movimiento de la estrella que se encuentra a una distancia r de nosotros mediríamos

$$\Delta \theta \sim \frac{m a}{M_{\star} r} \quad (9.2)$$

siendo a el radio orbital del planeta.

Si suponemos un planeta de masa m en órbita circular de radio a y período P alrededor de una estrella de masa M_{\star} , la distancia de la estrella al baricentro será $r \simeq am/M_{\star}$. Su velocidad circular será $v = 2\pi r/P$, y dado que la tercera ley de Kepler se aplica:

$$\frac{G(M_{\star} + m)}{a^3} = \left[\frac{2\pi}{P} \right]^2 \quad (9.3)$$

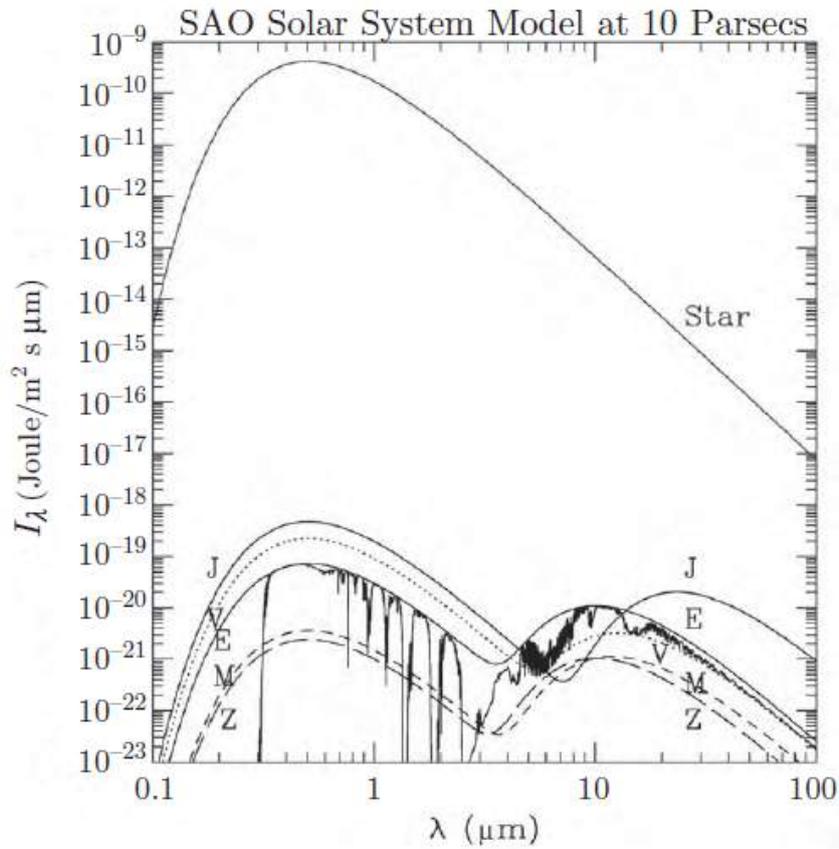


Figura 9.6: Brillo de los componentes del Sistema Solar a 10 Pc de distancia. La detección fotométrica directa de planetas es muy difícil. Fuente [43].

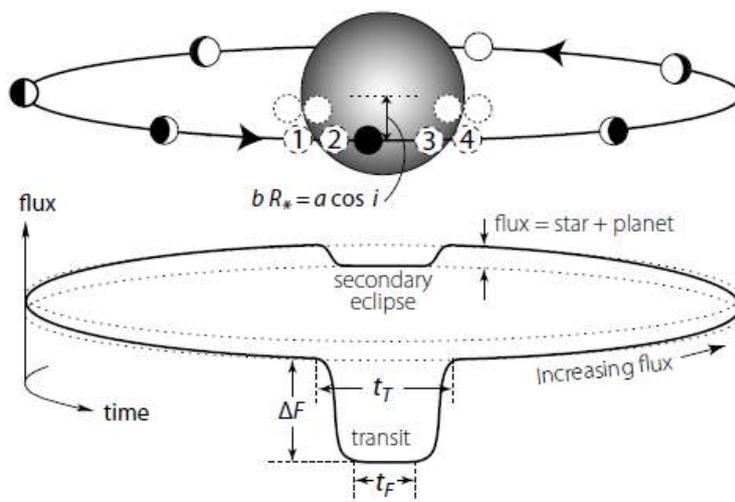


Figura 9.7: Fases de un tránsito. La caída de brillo de la estrella define el radio planetario. Fuente [52].

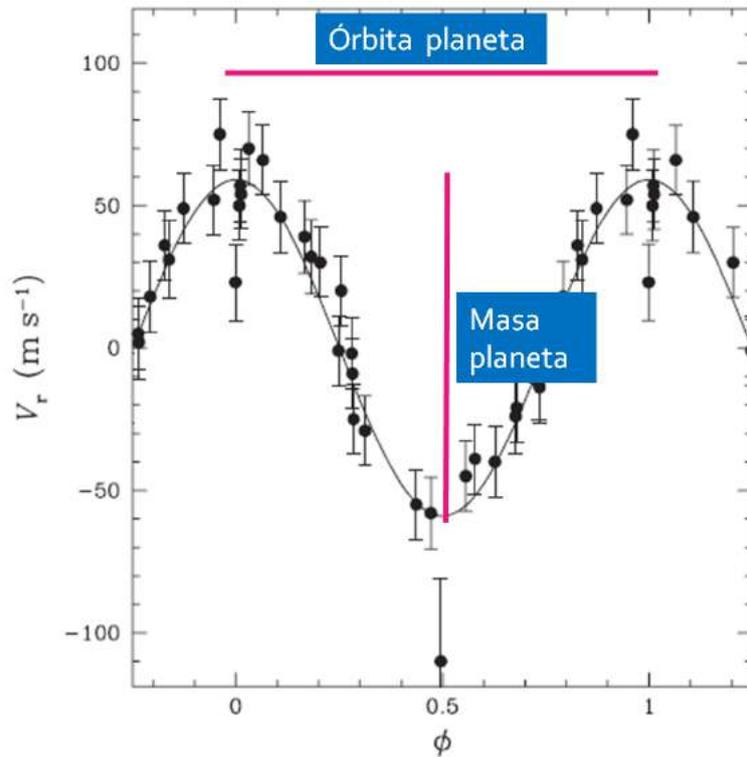


Figura 9.8: Determinación de período y masa a partir de una curva de velocidad radial. La forma de la curva está relacionada con la excentricidad orbital. Fuente [54].

de donde si conocemos el periodo de la oscilación, despreciando m frente a M_* obtenemos directamente el semieje orbital a del exoplaneta. Y conociendo el semieje obtenemos una relación entre velocidad de la estrella y masa del exoplaneta

$$v = \frac{2\pi}{P} r \simeq \frac{2\pi}{P} \frac{am}{M_*} \quad (9.4)$$

O también, operando y despreciando m frente a M_* llegamos a

$$v = \left[\frac{2\pi G}{P} \right]^{1/3} \frac{m}{M_*^{2/3}} \quad (9.5)$$

La máxima variación que observaríamos sería $2v$ en caso de que estuviéramos en el plano orbital del sistema ($\sin i = 1$) y este valor para ser detectado tendrá que estar por encima del nivel de detección de nuestro instrumento. Si consideramos que la órbita es excéntrica la curva de velocidad radial se hace asimétrica y aparece un factor extra $1/\sqrt{1-e^2}$ que favorece la detección. El primer proyecto espacial que detectó planetas en forma masiva por este método fue el satélite geocéntrico COROT.

Ejercicio 9.1 Probar la expresión 9.5.

Si a es el semieje orbital del planeta en torno a la estrella y r es la distancia de la estrella al baricentro, entonces:

$$rM_* = (a - r)m$$

de donde despreciando m frente a M_* tenemos $r \simeq am/M_*$. Por otro lado la velocidad radial de la estrella es $v = nr$, siendo $n = 2\pi/P$ el movimiento medio que es igual para el planeta y para

la estrella respecto al baricentro y relativo de uno al otro y está dado por $n = \sqrt{G(M_* + m)/a^3}$, en donde también podemos despreciar m . Entonces tenemos

$$v = n \frac{m}{M_*} a = n \frac{m}{M_*} \left[\frac{GM_*}{n^2} \right]^{1/3} = (nG)^{1/3} \frac{m}{M_*^{2/3}}$$

Ejercicio 9.2 En una estrella similar al Sol se observa una caída de brillo que en magnitudes es $\Delta m = 0,005$. Su velocidad radial presenta una variación sinusoidal de amplitud $v = 100$ m/s y período 200 días. Hallar radio, masa, densidad y semieje orbital del exoplaneta. Compare las mareas de la estrella en el planeta con las del Sol en la Tierra.

La definición de magnitud implica $m = -2,5 \log L$ por lo tanto

$$10^{\Delta m/2,5} = 1 + \Delta L/L$$

de donde $\Delta L/L = 4,6 \times 10^{-3}$ y $R/R_\odot = 0,068$ de donde $R = 47300$ km, algo más chico que Júpiter. Su masa se deduce de

$$m^3 = v^3 \frac{P}{2\pi G} M_\odot^2$$

de donde $m = 5,48 \times 10^{27}$ kg, como el triple de Júpiter, densidad $\rho = 12400$. Este planeta es demasiado denso... solo existe en este ejercicio. No hay incertidumbre en la inclinación pues si el tránsito es visible la inclinación es próxima a 90. Como la estrella tiene una masa solar para obtener el semieje se puede aplicar la ley de Kepler en años y unidades astronómicas

$$a = P^{2/3} = 0,67 \text{ua}$$

Mareas solares en la Tierra

$$\Delta a_T = \frac{2GM_\odot}{1^3} R_\oplus$$

mareas estelares en el planeta

$$\Delta a_p = \frac{2GM_\odot}{0,67^3} R$$

y el cociente indica que la aceleración de mareas en este planeta es unas 25 veces superior a la aceleración de mareas en la Tierra. ■

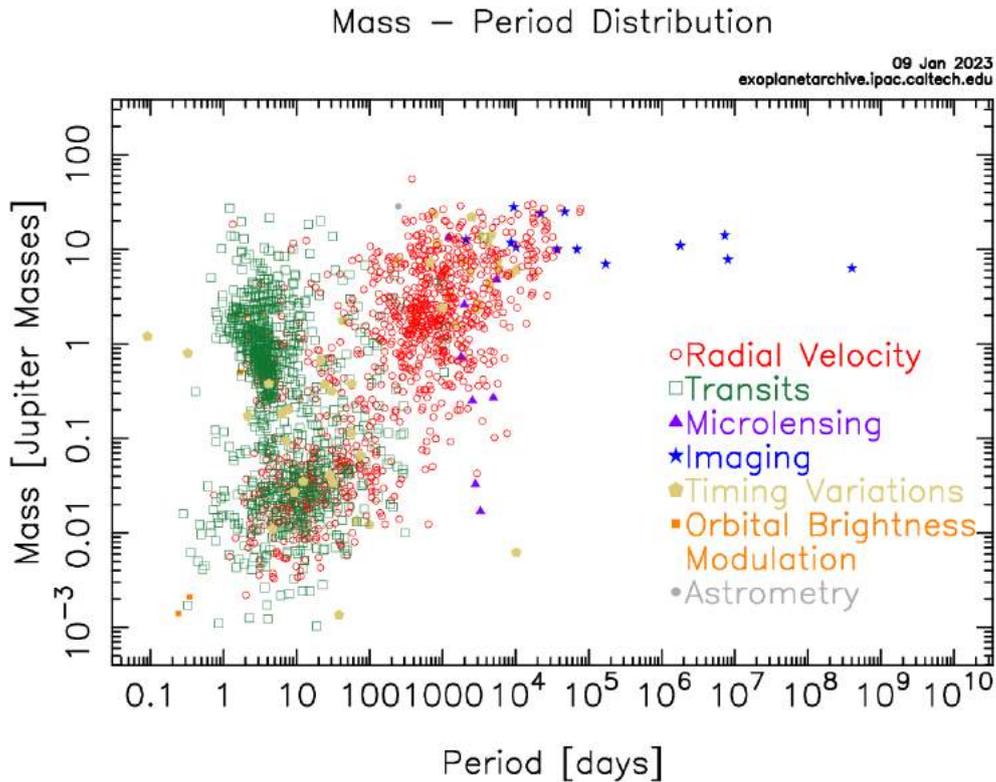


Figura 9.9: Distribución de periodos y masas según método.

9.3 Masas y semiejes

En una gráfica periodo o semieje contra masa planetaria los planetas descubiertos no ocupan uniformemente la región donde los métodos son eficientes en la detección. Hay una evidente concentración de planetas gigantes o muy próximos a la estrella o a varias uas de distancia y no a distancias intermedias. Asimismo hay muchos **super tierras** y gigantes pero hay carencia de planetas tipo Neptuno.

El descubrimiento más notable fue la detección de planetas gigantes muy próximos a la estrella, más aún que Mercurio: los **hot Jupiters**.

Características de los hot Jupiters:

- Atmósferas extendidas
- Intensas mareas estelares
- Circulación atmosférica atípica
- Interacciones magnéticas con la estrella

Características de las Tierras y Super-Tierras:

- Formados más allá de la línea de nieve: gran cantidad de agua (>10%)
- Formados más cerca de la estrella: ricos en rocas y metales
- ¿Planetas sin núcleo diferenciado?
- ¿Planetas con C/O>1 ricos en SiC (en vez de SiO₂)?
- Tierras calientes: ¿volátiles perdidos y nubes de Na y K?
- ¿Super Tierras como carozos de Neptunos cuyas atmósferas volaron?

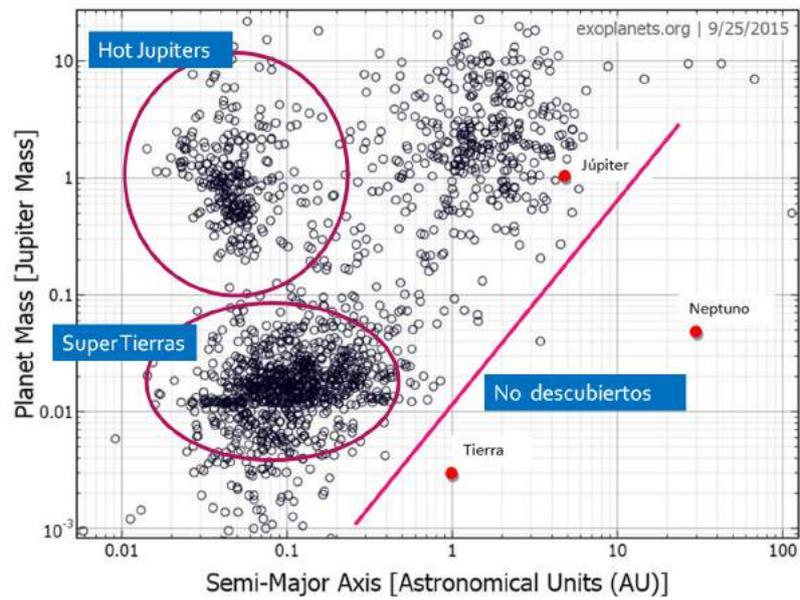


Figura 9.10: Distribución de semiejes y masas. De aquí surgen los modelos de Jupiters calientes y super Tierras.

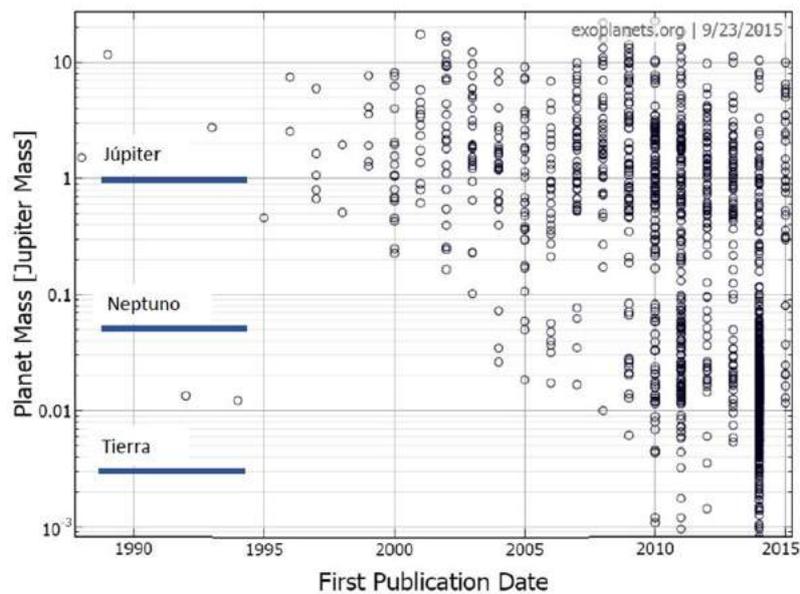


Figura 9.11: Evolución de la eficiencia de los métodos en la detección de masas planetarias.

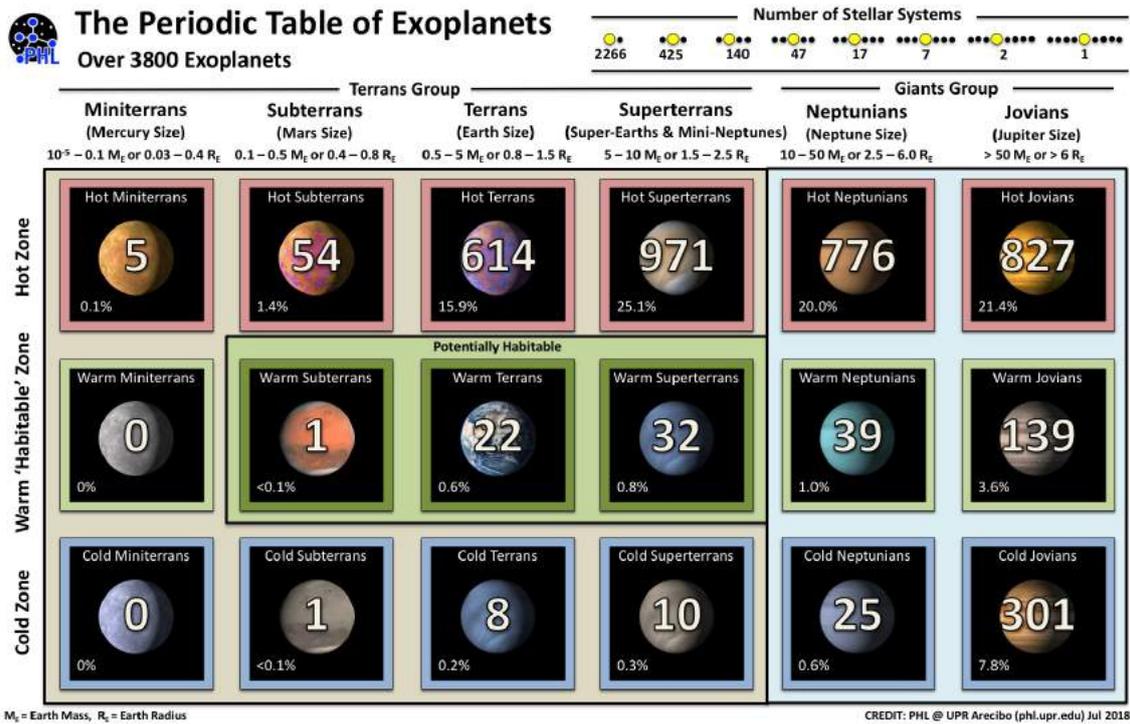


Figura 9.12: Tabla periódica de exoplanetas. Fuente <http://phl.upr.edu/>

9.4 Migración

Desde antes del descubrimiento de los sistemas extrasolares Goldreich y Tremaine (1979) demostraron que la gravedad del planeta genera ondas en el disco de gas que son concentraciones de masa que perturban la órbita del planeta. Básicamente esta perturbación genera una caída hacia la estrella.

La **migración tipo I** ocurre debido a pequeñas alteraciones del disco generadas por planetas con masa menores a 10 masas terrestres siendo la tasa de migración proporcional a la masa del planeta. Una Tierra colocada a 5 ua del Sol por ejemplo demoraría un millón de años hasta llegar al Sol. La migración ocurre pues el planeta deja una estela sobre el disco pero como al interior de la órbita del planeta el disco gira más rápido la estela interior va delante del planeta mientras que la exterior va detrás. La estela interior acelera gravitacionalmente al planeta y la exterior lo frena y como esta tiene más masa es quien domina generando una pérdida de velocidad del planeta y por lo tanto una disminución de su semieje orbital.

Si la masa es mayor la perturbación del disco será muy notable y se abre una **brecha** coorbital con el planeta. La dinámica cambia y la migración y se conoce como **migración tipo II**. La condición para que se abra la brecha es que el Radio de Hill del planeta sea mayor al espesor h del disco

$$R_H = \left(\frac{m}{3M_\star}\right)^{1/3} r \geq h \tag{9.6}$$

o sea

$$\frac{m}{M_\star} \geq 3(h/r)^3 \tag{9.7}$$

y como típicamente los discos tienen $h/r \sim 0,05$ tenemos que la migración tipo II se instala para planetas mayores a 10^{-4} masas estelares. Para una dada masa planetaria si bien esta migración

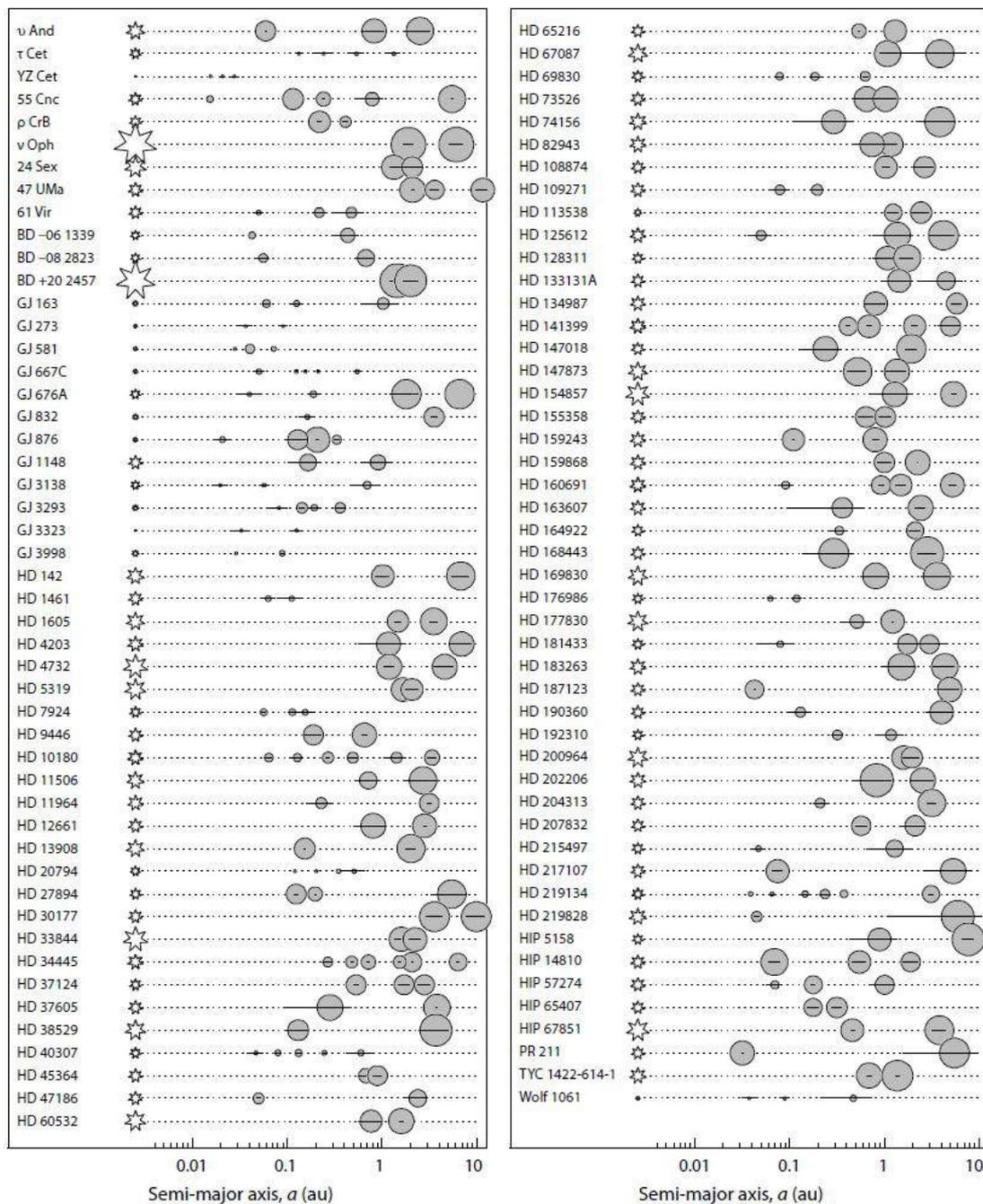


Figura 9.13: Algunos sistemas planetarios descubiertos por velocidad radial. Fuente [43].

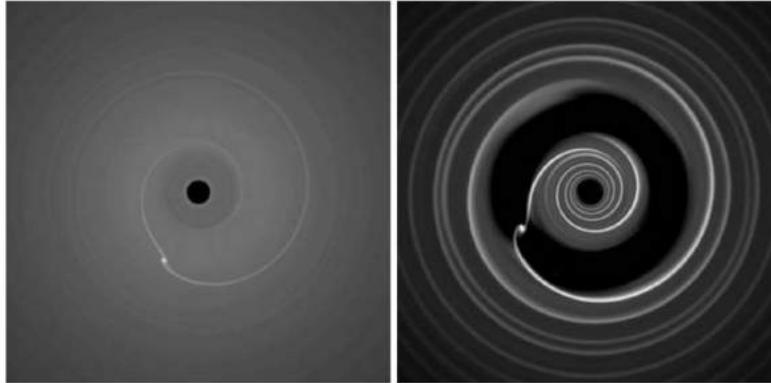


Figura 9.14: Migración por interacción planeta disco de gas para un planeta terrestre (tipo I) y para un gigante (tipo II, con brecha). El sentido de giro es horario. Fuente [1].

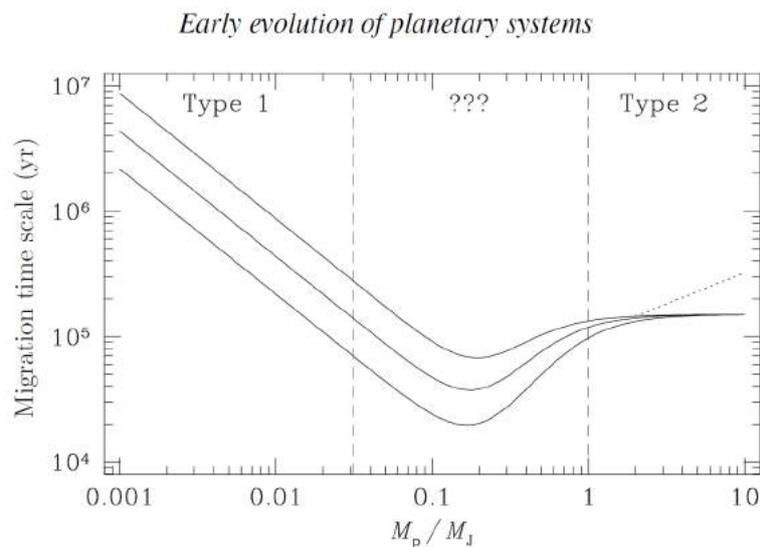


Figura 9.15: Escalas de tiempo de migración según la masa para 3 densidades superficiales distintas (la menor es la superior). Fuente [1].

es más lenta, como aplica a planetas de masas grandes el resultado es una migración muy rápida, un planeta como Júpiter caería al Sol en 10.000 años. La apertura del gap es la consecuencia de una lucha entre los torques del planeta sobre el disco que tienen a abrir la brecha y la viscosidad del gas que tiende a llenarla. La migración hace que un sistema de planetas al migrar de forma diferenciada caigan en resonancias mutuas lo cual puede frenar la migración y excitar sus órbitas. Un histograma de cociente de periodos orbitales entre planetas adyacentes muestra concentraciones en determinadas resonancias (2:1, 3:2) lo cual indica que los sistemas resonantes son bastante comunes.

Los modelos indican la existencia también de una **migración tipo III** que solo ocurre en discos muy masivos y es generada por el gas acumulado en los puntos Lagrangeanos (donde están los Troyanos). Es muy rápida y a veces se la llama migración disparada (runaway).

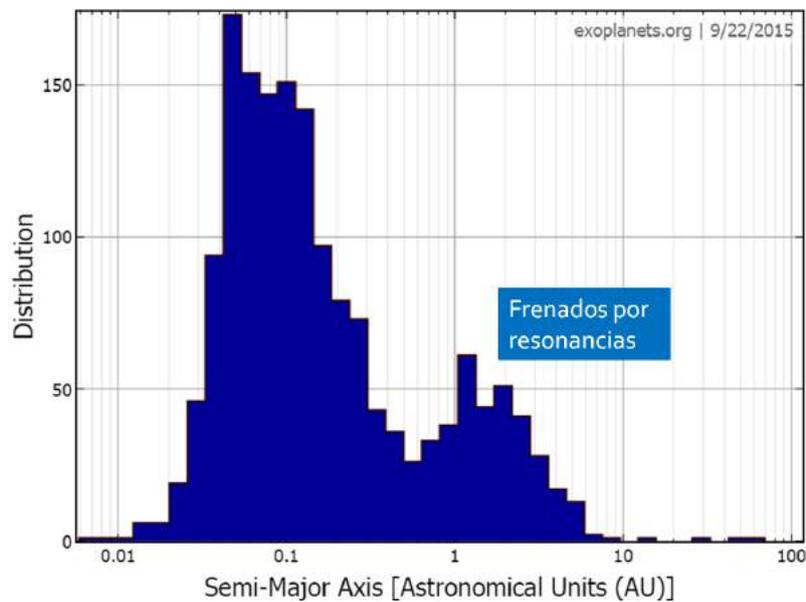


Figura 9.16: Distribución bimodal de semiejes evidencia una población que ha migrado y otra que se ha frenado tal vez por resonancias mutuas. En el pico de la izquierda predominan los sistemas de planeta único (sin posibilidades de ser detenidos por resonancias).

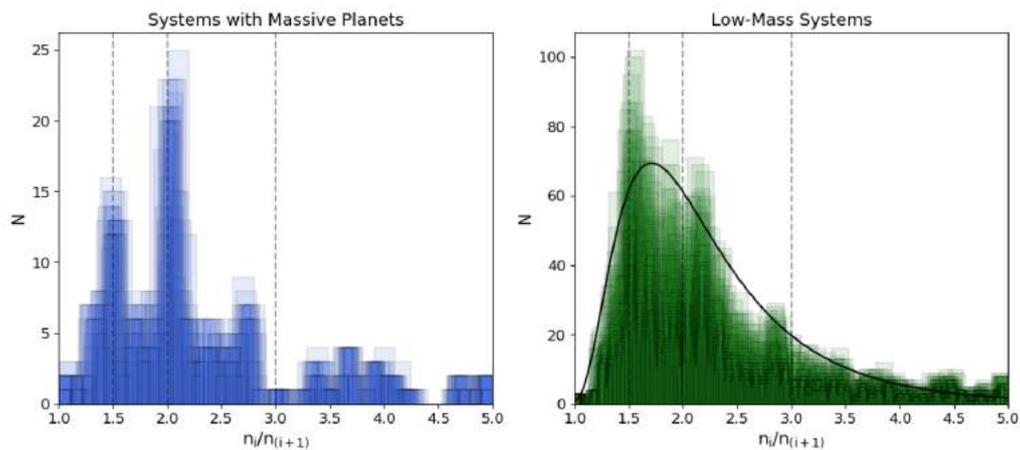


Figura 9.17: Histograma de cocientes de periodos orbitales (movimientos medios) entre planetas adyacentes en sistemas planetarios con 2 o mas planetas, diferenciados según la existencia o no de planetas gigantes en el sistema. Hay un efecto debido a resonancias orbitales. Fuente [9].

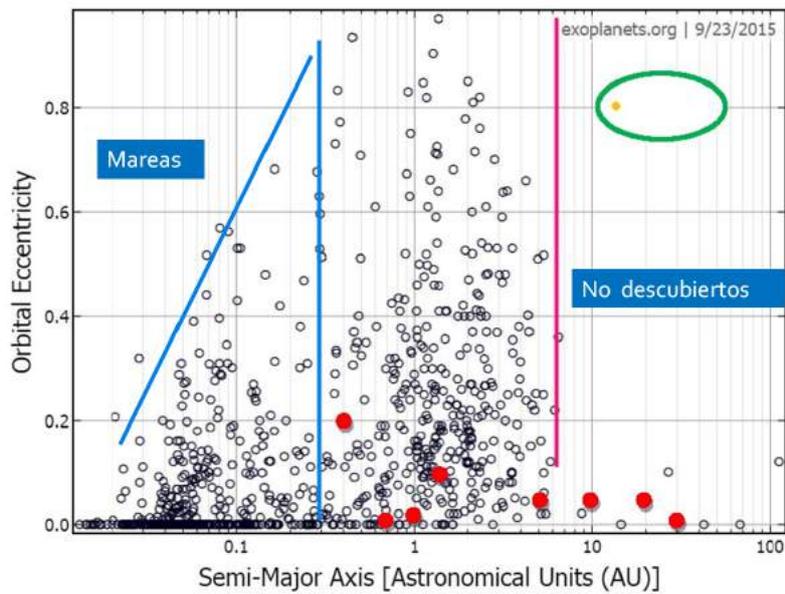


Figura 9.18: Distribución de semiejes y excentricidades. Las mareas de la estrella circularizan las órbitas.

9.5 Excentricidad y mareas

Previo al descubrimiento de los sistemas extrasolares se suponía que los planetas deberían tener órbitas cuasi circulares. Es curioso que las simulaciones publicadas siempre daban cuenta de sistemas planetarios poco excitados. La gran dispersión de excentricidades observada indica que nuestro sistema es particularmente circular. La explicación puede estar en la figura 9.19 donde se muestra que cuanto mayor es el número de planetas de un sistema menores son las excentricidades. Parece ser una cuestión de supervivencia: muchos planetas solo sobreviven si tienen bajas excentricidades, de lo contrario algunos serán eliminados.

La distribución de excentricidades en función del semieje evidencia el efecto de las mareas estelares sobre el planeta: planetas muy próximos tienen órbitas cuasi circulares, sincronía spin-órbita y un hemisferio muy caliente.

9.6 Radios y densidades

El método de tránsitos permite determinar el radio de los planetas lo que a su vez permite definir la densidad. El comportamiento de los radios repite el de las masas: hay una concentración de planetas con radios comparables a la Tierra y luego una concentración importante de planetas con decenas de radios terrestres, no hay una transición continua. La determinación de densidades conlleva cierto error importante pero es posible apreciar que los gigantes en general son gaseosos y los pequeños rocosos. Algunos planetas de tamaño terrestre presentan densidad próxima a 1 gr/cc lo que hace pensar en planetas de agua.

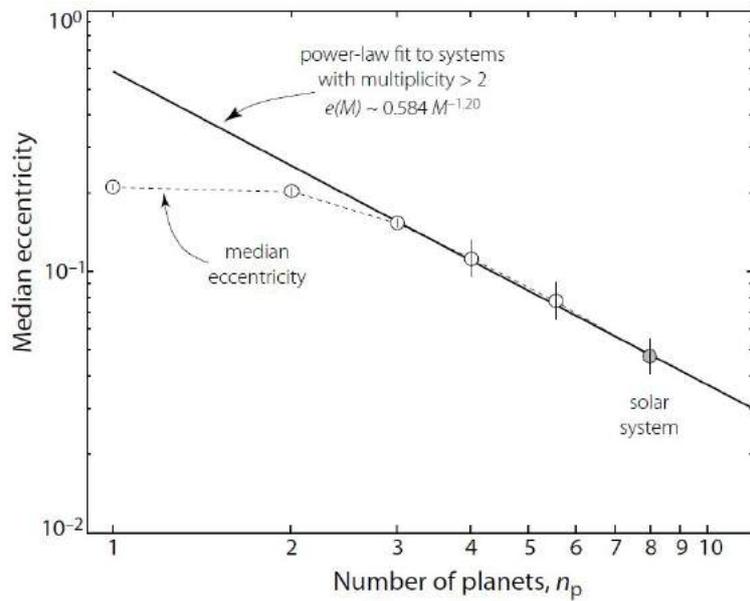


Figura 9.19: Mediana de la distribución de excentricidades de los sistemas planetarios en función del numero de planetas del sistema. Fuente [52].

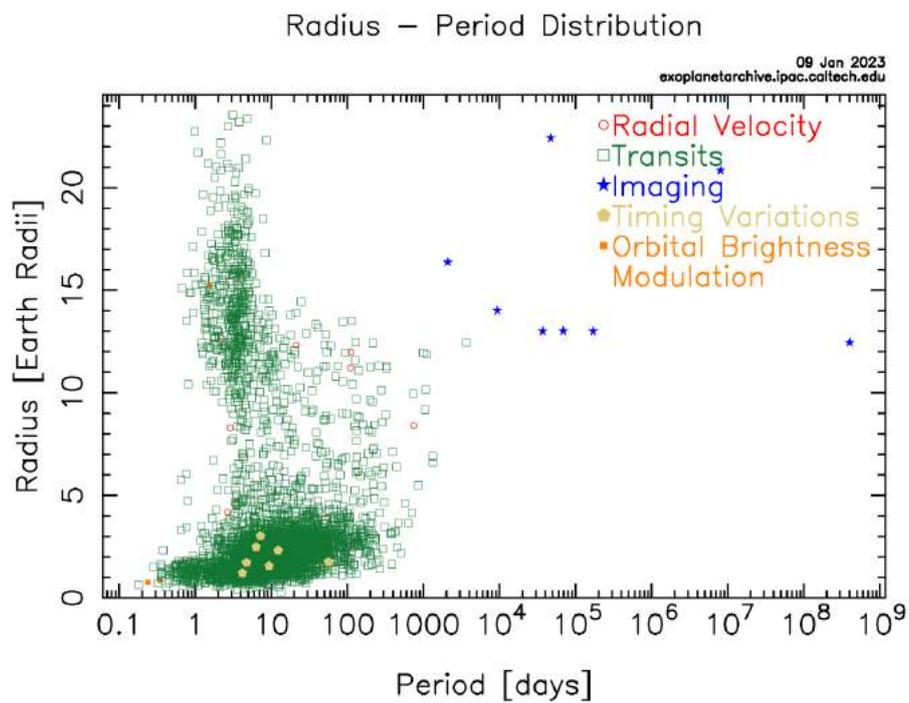


Figura 9.20: Radios planetarios.

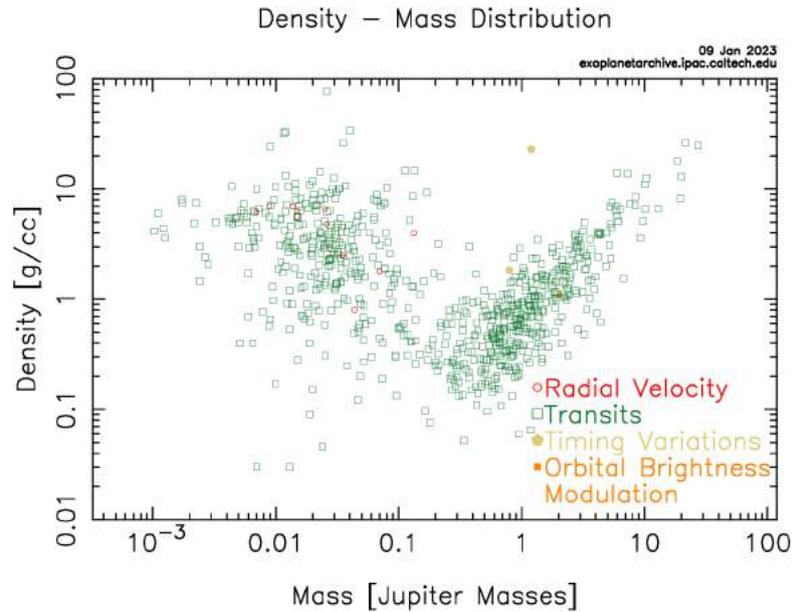


Figura 9.21: Densidades. Planetas de agua?

9.7 Planetas, enanas marrones y estrellas

Existe un continuo entre los planetas gigantes, las enanas marrones a partir de 13 masas de Júpiter (M_J) y las estrellas a partir de $80 M_J$. La diferencia entre enanas marrones y las estrellas es que las enanas marrones tienen una fuente de energía a través de la fusión del deuterio y esto las hace completamente convectivas. En principio nada impide que en vez de un planeta se forme una enana marrón pero la observación muestra un **desierto de enanas marrones** a menos de 5 ua de las estrellas. Una posible interpretación es que si una enana marrón se formara en vez de un planeta la migración sería tan rápida que acabaría en poco tiempo en la estrella central. Las enanas marrones también existen como objetos solitarios aunque son de difícil detección debido a su baja luminosidad.

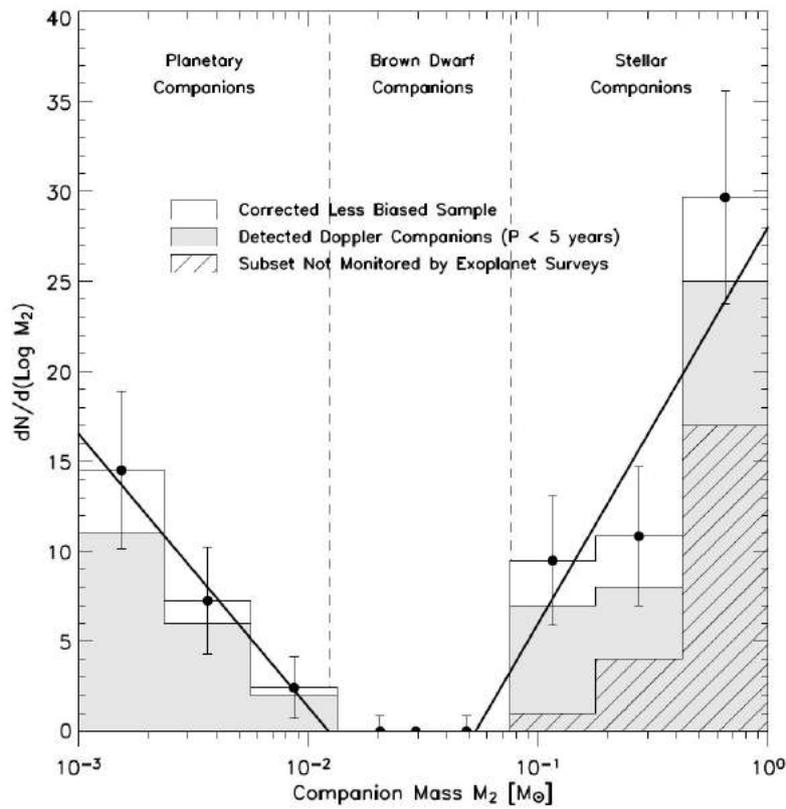


Figura 9.22: Compañeros de estrellas tipo Sol en un entorno de 25 parsecs. Se observan tipo Júpiter y estrellas pero no enanas marrones. Fuente [24].

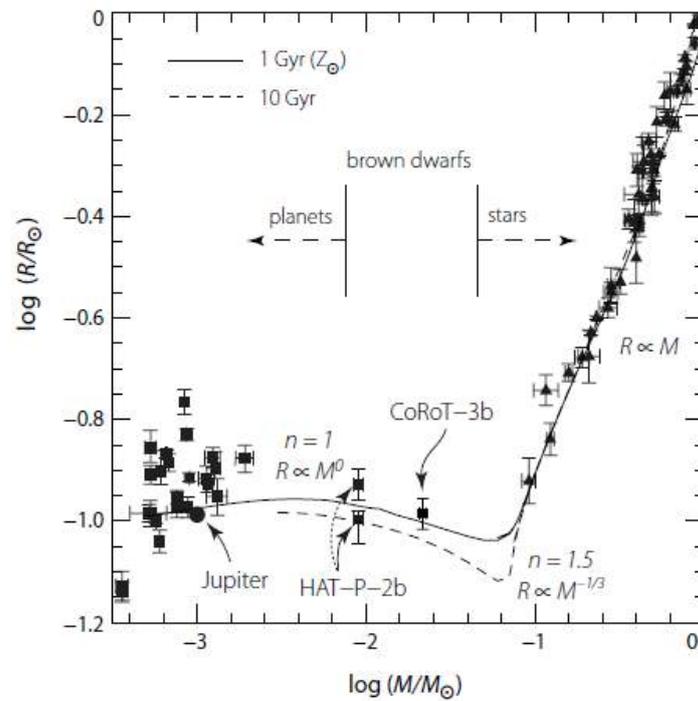


Figura 9.23: Relación masa-radio para estrellas, enanas marrones y planetas.

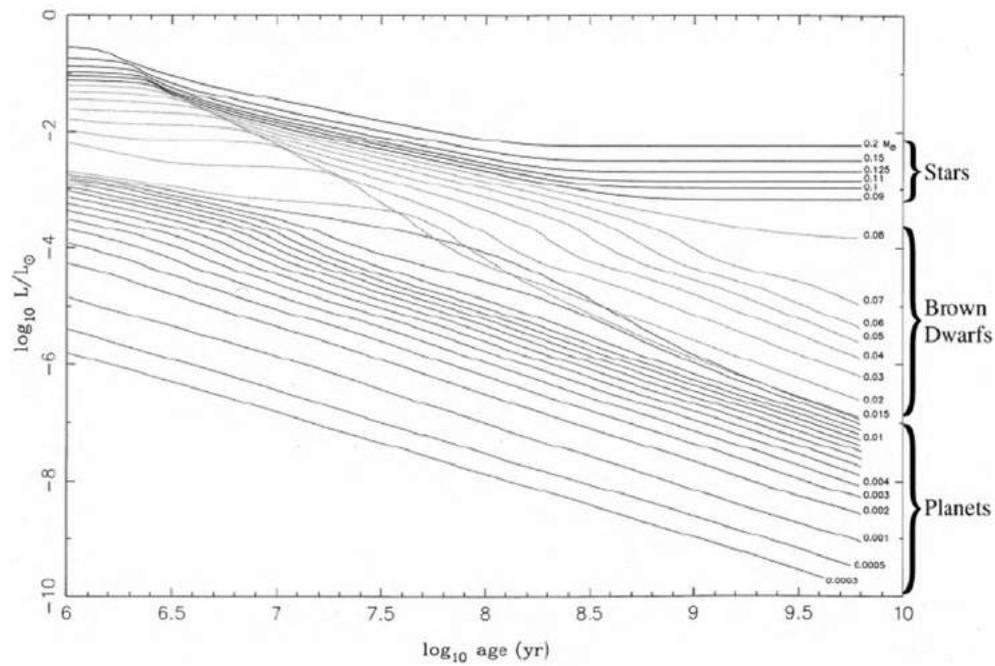


Figura 9.24: Modelos evolutivos de estrellas, enanas marrones y planetas. Fuente [12].

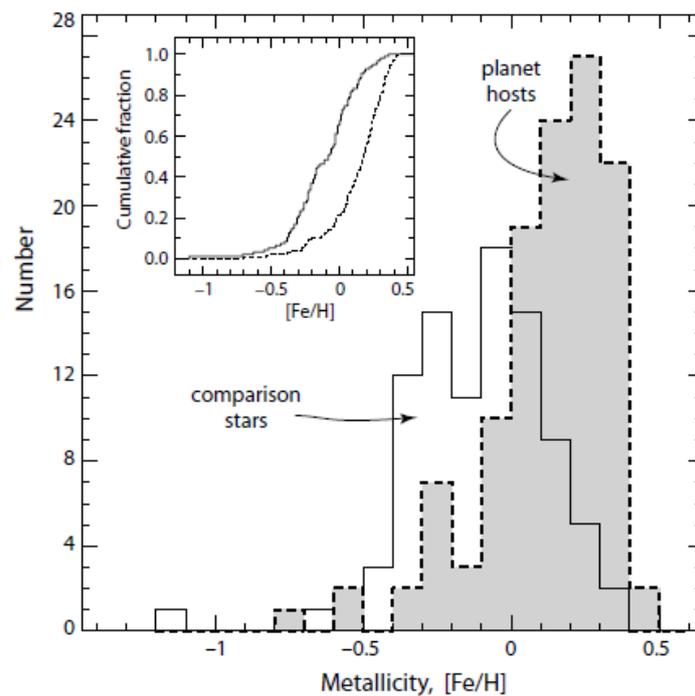


Figura 9.25: La metalicidad de las estrellas que hospedan planetas gigantes es mayor de la de estrellas sin planetas gigantes. Se interpreta como que los planetas se forman a partir de nubes enriquecidas de polvo. Fuente [52].

9.8 Astrobiología

Los experimentos de Urey y Miller a mediados del siglo XX mostraron que es posible producir moléculas orgánicas complejas a partir de los elementos en la Tierra primitiva. Además, la existencia de aminoácidos en las condritas carbonosas y de complejas moléculas orgánicas (tholins) en las superficies heladas de algunos cuerpos hace pensar que la formación de moléculas orgánicas complejas es un proceso natural. ¿En qué entornos puede darse esta química? Dado que la vida en la Tierra requiere nutrientes (átomos y moléculas), una fuente de energía (luz, química, calor) y agua se ha sugerido que pudo haber surgido en las fumarolas de las dorsales oceánicas o tal vez como producto de la radiación ultravioleta solar en la atmósfera. De estos factores, el agua líquida parece ser el más difícil de encontrar fuera de la Tierra. La astrobiología merece un curso aparte, apenas digamos que sus objetivos son determinar:

- Naturaleza y distribución de los entornos habitables
- Cómo emerge la vida a partir de los planetas u otros entornos (¿nubes?)
- Cómo evoluciona
- Límites ambientales para la vida
- Mecanismos que determinan su futuro
- Cómo detectar trazas de vida en otros mundos

Se define como **zona de habitabilidad** la región de distancias a la estrella en donde podría existir agua líquida en la superficie de un planeta. La irradiación que recibe la inmensa mayoría de los planetas descubiertos es enorme comparada con la que recibe la Tierra. El rango de distancias astrocéntricas donde el agua líquida podría existir depende del brillo de la estrella. Para estrellas frías tipo K y M la zona de habitabilidad está tan próxima a la estrella que por efecto de mareas el planeta quedaría sincrónico con un hemisferio perpetuamente iluminado. Por otro lado estrellas muy brillantes tipo O y B tienen tan corta vida que es improbable puedan desarrollar vida. Por estas razones la búsqueda de planetas se concentra en estrellas de tipo espectral F y G. Si bien la aparición de la vida en la Tierra fue muy rápida (tal vez inmediatamente que terminó el bombardeo intenso de proyectiles), evolucionó muy lentamente pues durante 2500 millones de años fue unicelular. La vida inteligente surgió mucho después luego de 1500 millones de años de vida pluricelular por lo que la existencia de vida en otros planetas no parece difícil pero sí vida inteligente.

Un buen libro disponible en internet es [41] producto de una escuela de Astrobiología desarrollada en Uruguay en 2009.

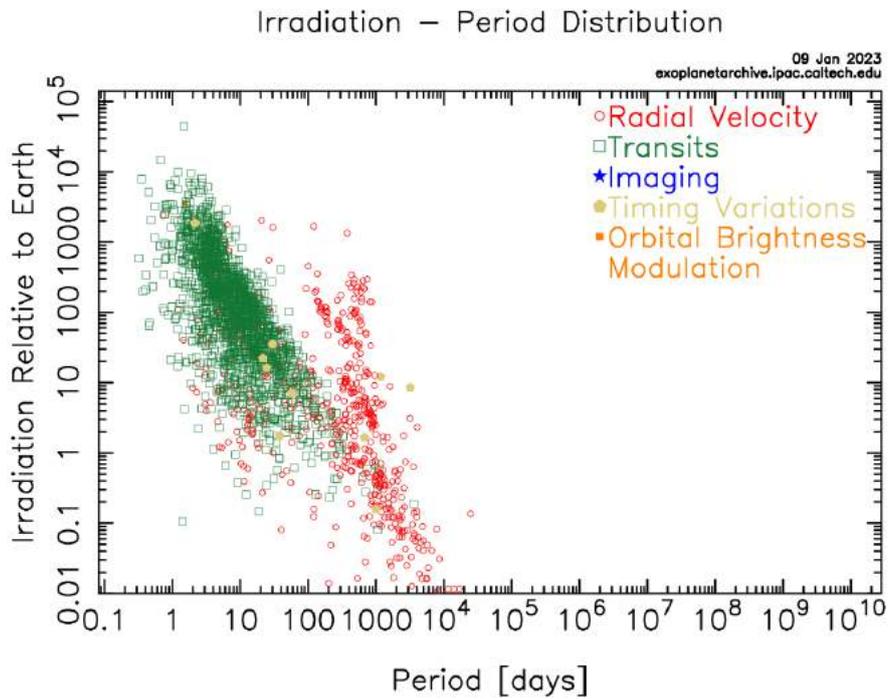


Figura 9.26: Irradiación estelar recibida en los planetas confirmados.

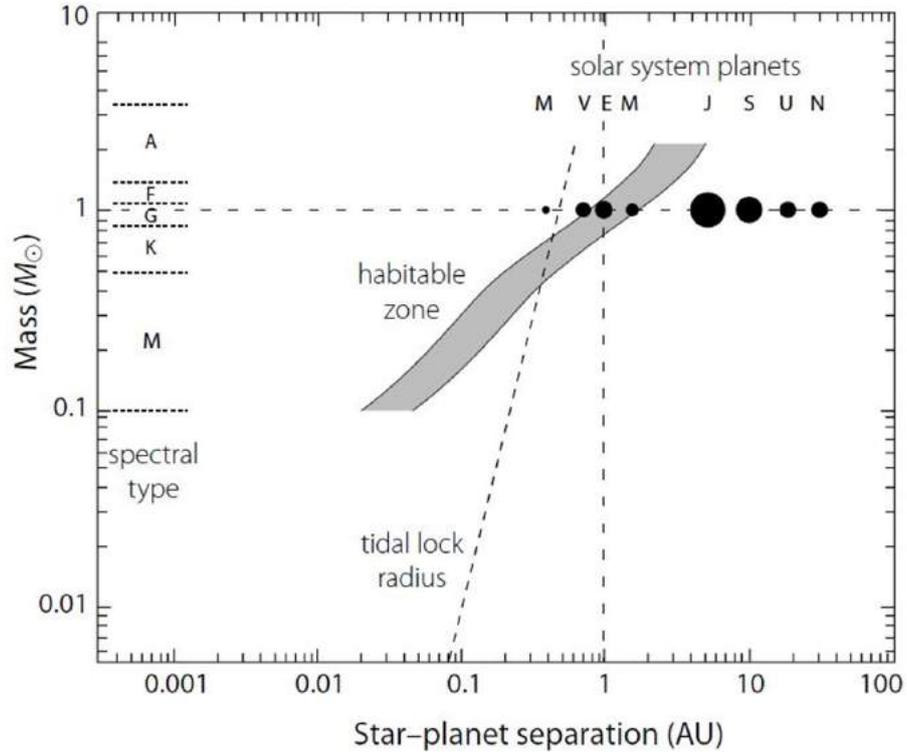


Figura 9.27: Zona de habitabilidad en función del tipo de estrella. Planetas muy próximos quedan sincrónicos con la estrella como la Luna con la Tierra. Fuente [52].

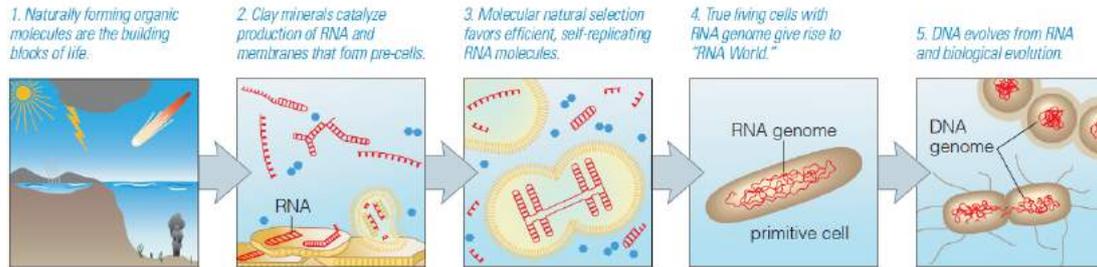


Figura 9.28: Pasos por los cuales la química en la Tierra primitiva pudo dar lugar a organismos unicelulares. Fuente [5].

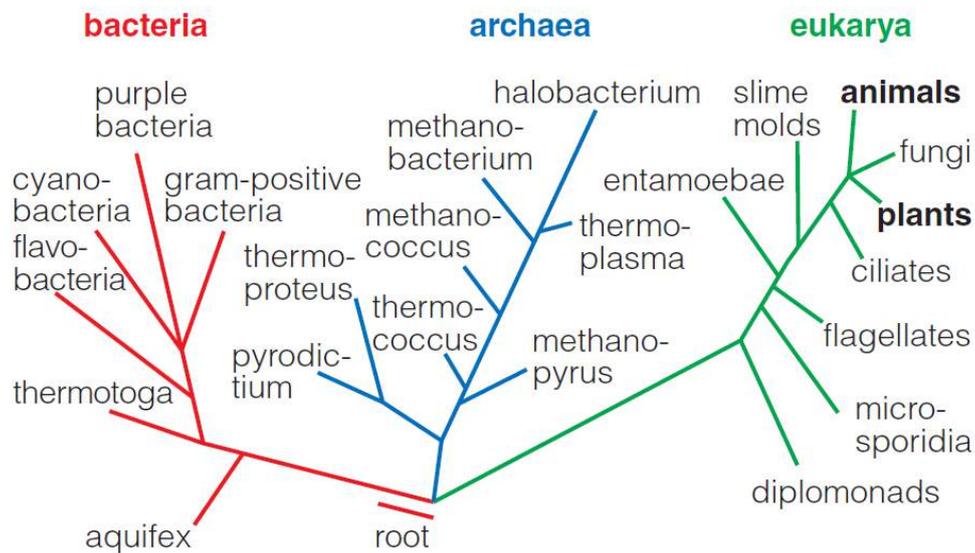


Figura 9.29: El árbol de la vida terrestre deducido de análisis de ADN, plantas y animales son solo 2 ramas. Fuente [5].

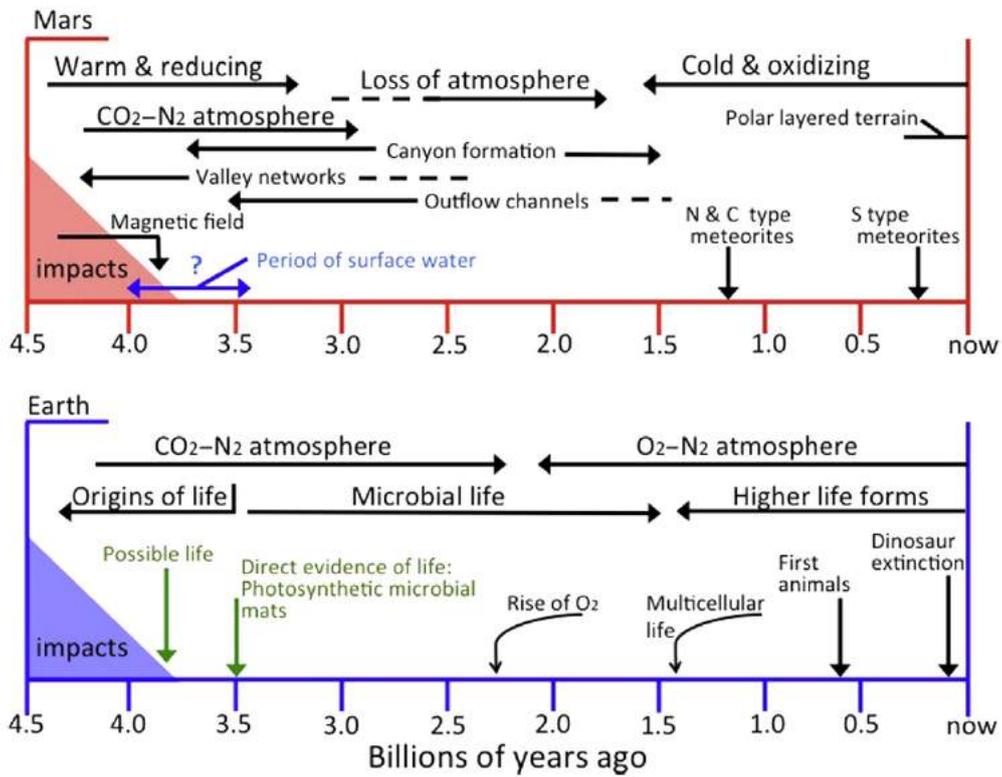


Figura 9.30: Evoluciones comparadas de Marte y Tierra y efectos de la actividad biológica. Fuente [54].

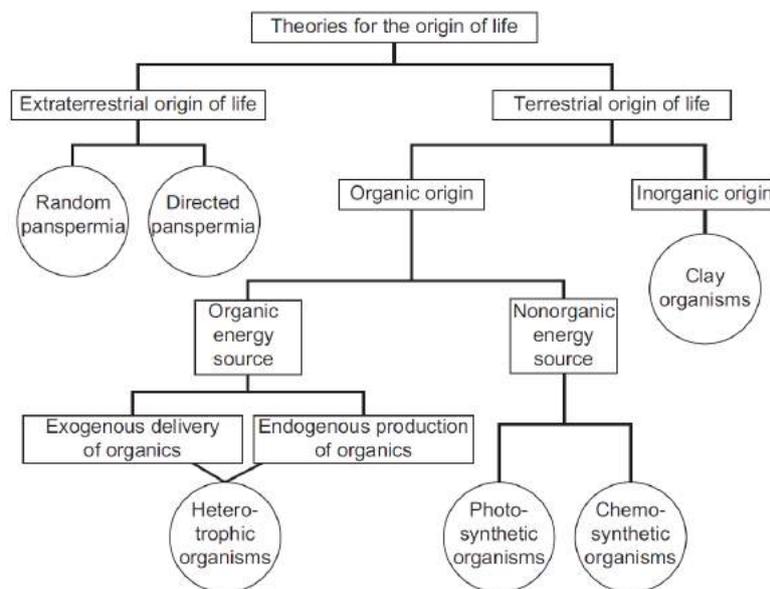


Figura 9.31: Teorías sobre el origen de la vida. La teoría de la panspermia sugiere que la vida se propaga como semillas por el espacio. Fuente [54].

TABLE 10.9 The Probability of Life, and Intelligent Life, Elsewhere in the Galaxy

The Drake Equation $N = R_* \times f_p \times n_e \times f_l \times f_i \times f_c \times L$	
N	The number of civilizations in the galaxy
R_*	The number of stars forming each year in the galaxy
f_p	The fraction of stars possessing planetary systems
n_e	The average number of habitable planets in a planetary system
f_l	The fraction of habitable planets in which life originates
f_i	The fraction of life forms that develop intelligence
f_c	The fraction of intelligent life forms that develop advanced technology
L	The length of time, in years, that a civilization survives

Figura 9.34: Ecuación de Drake. Fuente [54].

9.9 Problemas

Problema 9.1 Una estrella de masa igual a la solar presenta oscilaciones en su velocidad radial con respecto al Sol con una variación total $\Delta v = 100$ m/s y el período de estas oscilaciones es de 200 días. Hallar $m \sin i$ del planeta y semieje orbital del planeta.

Problema 9.2 Si nuestro instrumento tiene un límite de detección de $\Delta v = 1$ m/s trazar en un gráfico (P, m) la curva límite de detección suponiendo que la estrella tiene 1 masa solar. Un gráfico log-log puede ser más simple.

Problema 9.3 Para un planeta extrasolar se obtiene $m \sin i = 1M_J$ (1 masa de Júpiter). No tenemos indicio de la inclinación orbital respecto al plano del cielo pero considerando que i puede ser aleatoria entre 0 y 90 grados ¿cual es la probabilidad de que la masa del planeta sea $m > 10M_J$?

Problema 9.4 Suponga que desde un sistema extrasolar alguien está observando el Sol. Calcular la máxima velocidad radial que podría detectar y la magnitud en segundos de arco de las oscilaciones del Sol en torno al baricentro. Considerar a Júpiter como único planeta.

Problema 9.5 Suponga que desde un sistema extrasolar alguien está observando el Sol. Estimar la probabilidad de que en ese instante Júpiter se encuentre sobre el disco solar generando un tránsito.

Problema 9.6 Suponga que desde un sistema extrasolar alguien está observando el Sol durante cierto lapso Δt . Calcular la probabilidad de que en dicha observación sea detectado un tránsito de Júpiter sobre el disco solar.

Problema 9.7 Considere una estrella como el Sol de radio R_\odot y temperatura efectiva 6000 K que tiene un planeta tipo Júpiter caliente a una temperatura efectiva de 1500 K. Calcular la relación de luminosidad total entre la estrella y el planeta. Calcular la relación de flujo infrarrojo en $24 \mu\text{m}$ usando la aproximación de Rayleigh-Jeans.

Problema 9.8 Un planeta como Júpiter orbita a una estrella como el Sol a una distancia de 0.1 ua. Hallar la amplitud en km de las mareas de la estrella sobre el planeta.

Problema 9.9 Suponga un planeta como la Tierra orbitando a una distancia de 0.03 ua en torno a una estrella de luminosidad $0,001L_\odot$. Estimar su temperatura de equilibrio e indicar si se encuentra en la zona habitable.

Problema 9.10 El primer exoplaneta descubierto orbitando alrededor de una estrella de la Secuencia Principal fue 51 Pegasi b, actualmente denominado Dimidio, y fue anunciado el 6 de octubre

de 1995 por Michel Mayor y Didier Queloz. El planeta, hallado mediante el método de velocidad radial, tiene $M = 0,427M_J$, $a = 0,052$ ua, $e = 0,013$, y orbita en torno a la estrella Helvetios, de la constelación de Pegaso, con $M_* = 1,06M_\odot$. Estime la inclinación mínima del sistema para que el planeta sea detectable asumiendo un ruido de 8.15 m/s.

Problema 9.11 Estime la masa mínima para detectar un planeta a 1 ua de una estrella de $1M_\odot$ mediante el método de tránsitos, en una órbita con excentricidad nula y una inclinación de 90° , asumiendo que podemos detectar variaciones hasta de una centésima del brillo estelar y que $M_p \propto R_p^3$.



10. Formación planetaria

Conceptos fundamentales

- Núcleos densos dentro de grandes nubes moleculares colapsan al alcanzar el límite de Jeans.
- La conservación del momento angular de este núcleo de la nube que colapsa genera un disco de gas y polvo en el plano ecuatorial.
- Debido a su propia presión el movimiento del gas en el disco no es Kepleriano provocando un freno en las partículas y una caída hacia el plano y hacia la estrella.
- La densidad vertical del disco de gas puede deducirse a partir de la gravedad del disco y de la ecuación de estado de gas perfecto, obteniéndose una escala de altura.
- La densidad superficial inicial del disco en función de r es determinante en la formación del sistema planetario en torno de la estrella.
- Cerca de la estrella solo condensan elementos y minerales muy refractarios mientras que a grandes distancias además condensan silicatos y hielos proveyendo más sólidos.
- En una primera etapa los planetesimales pequeños crecen más rápido (crecimiento ordenado) y luego los mayores crecen más rápido (runaway).
- La interacción gravitacional de los protoplanetas con el disco de gas genera migración hacia la estrella.
- Una vez disipado el gas las órbitas se excitan, se frena el crecimiento runaway y sólo persiste en los protoplanetas más grandes (oligárquico).
- La interacción de protoplanetas con planetesimales genera circularización de las órbitas de los protoplanetas y migración por transferencia de momento angular lo cual genera captura en resonancias.
- Las CAIs y los condruos sugieren un calentamiento y enfriamiento abrupto de la nebulosa original.
- Los planetas gigantes se forman rápidamente, antes de la dispersión del gas.
- El Sol transfiere momento angular al disco.

Un curso muy completo de Formación Planetaria con videos y material se encuentra en

<http://www.astronomia.edu.uy/depto/opcionales/formacion.html>.

10.1 Formación estelar

Una nube fría (~ 10 K) de gas (H_2 y He básicamente) y polvo (generado por explosiones de estrellas) de varios años luz de diámetro y masa de millones de masas solares comienza a contraerse tal vez por una onda de choque debido a una supernova o al pasaje por un brazo de la galaxia. Al contraerse la nube se fragmenta en muchas nubes menores. El colapso de cada fragmento lleva unos 100 mil años. Por conservación de momento angular aumenta la rotación de cada nube y la fuerza centrífuga anula la contracción en el plano ecuatorial: se forma un disco de gas y polvo. En el centro la protoestrella alcanza altas temperaturas y se inicia la fusión de Deuterio en He, por esto hoy la relación D/H en el Sol es menor que en los planetas gigantes, formados con material del disco que conserva la proporción original D/H. El núcleo sigue aumentando temperatura y se inicia la fusión del H en He que libera mucho mas energía. La estrella es invisible pues aun esta cubierta por la nube mucho mas fría. Parte del disco cae a la estrella generando **outbursts** y parte de la materia es expulsada por **flujos bipolares**. Los discos de polvo pueden tener entre 100 y 1000 ua visibles en infrarrojo. Las masas van desde una milésima a una décima de masa solar. En etapas más avanzadas el disco puede presentar gaps debido a planetas que están formándose y acreta materia del disco. Inicialmente el Sol rotaba en horas pero debido a intercambio de momento angular con el disco se va enlenteciendo.

El disco se vuelve caliente por la fricción entre gas y polvo y por la radiación de la estrella, a 1 ua su temperatura es 1500 K. En las proximidades del Sol solo condensan granos de minerales metálicos y silicatos, mas lejos también carbonosos y luego de la **línea del hielo o nieve** (3.5 ua) la temperatura es inferior a 200 K y el agua y otros gases existen en estado sólido. Los primeros sólidos son los **cóndrulos** y las **incrustaciones de Ca y Al** presentes en los meteoritos y tienen una antigüedad de 4568 Ma. Las regiones mas lejanas tienen mas masa en estado solido pues al disminuir la temperatura cada vez mas gases estarán en estado solido. Aparecen varias especies químicas y minerales. A los 10 millones de años el **viento TTauri** solar y su intensa luminosidad inicial (20 veces superior a la actual) barren el gas que no se acreto en planetas, sobreviviendo solo el polvo.

10.2 Masa de Jeans y tiempo de colapso

Un sistema planetario comienza con el colapso de una nube de gas que formará una o más estrellas. Sea una nube de N partículas (notar que aquí N es el numero total de particulas y no la densidad numerica como en la ecuacion del gas ideal) cada una con energía cinética media $\mu v^2/2 = kT$. La energía cinética total de la nube será $\epsilon_c = NkT = \frac{M}{\mu}kT$. El teorema del virial dice que una nube colapsa si $|\epsilon_p| \geq 2\epsilon_c$ de donde la condición de colapso podemos escribirla como

$$\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \geq \frac{2MkT}{\mu} \quad (10.1)$$

que define la **masa límite de Jeans**:

$$M_J = \frac{10}{3} \frac{RkT}{G\mu} \quad (10.2)$$

Si $M > M_J$ la nube colapsa y el tiempo de colapso es el tiempo que demora una partícula ubicada en la superficie ($r = R$) en caer una distancia R atraída por una masa M_J . El radio se deduce de $M_J = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ y el **tiempo de colapso** es la mitad del período orbital de la elipse rectilínea de semieje



Figura 10.1: Nube interestelar a partir de la cual pueden formarse muchas estrellas con sus discos. Principales componentes: H, He, C, O, N.

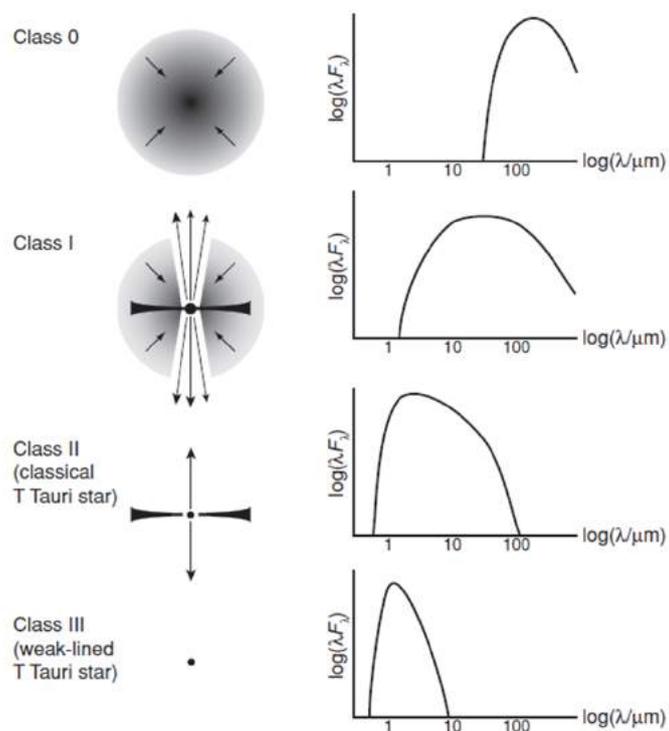


Figura 10.2: Objetos estelares con exceso infrarrojo y su interpretación como discos y estrellas en diferentes etapas evolutivas. En la Clase I tenemos flujos bipolares. Fuente [1].

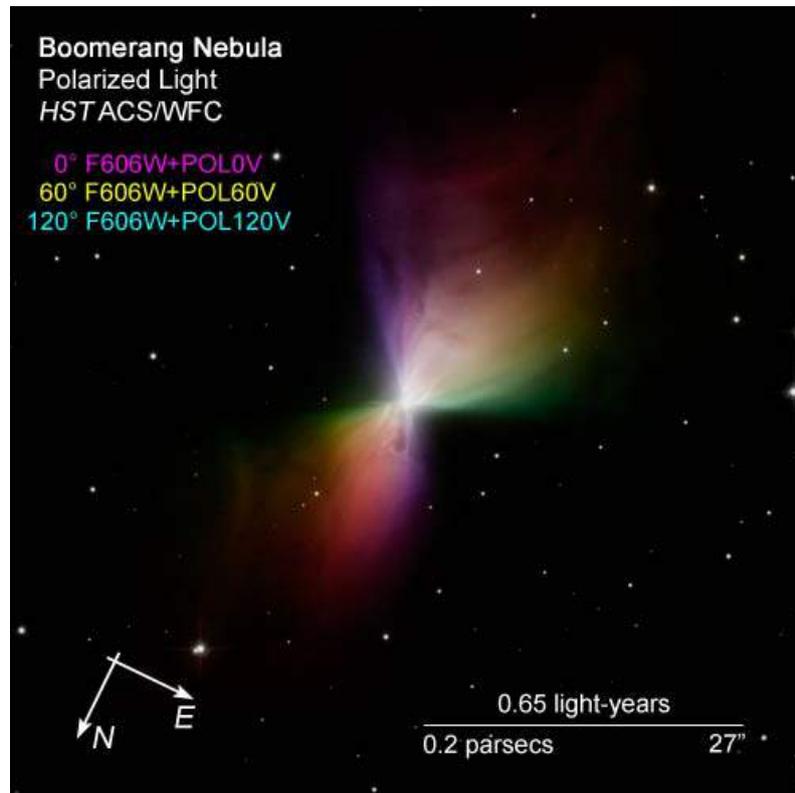


Figura 10.3: Nebulosa Boomerang generada por flujos bipolares en una estrella en formación.

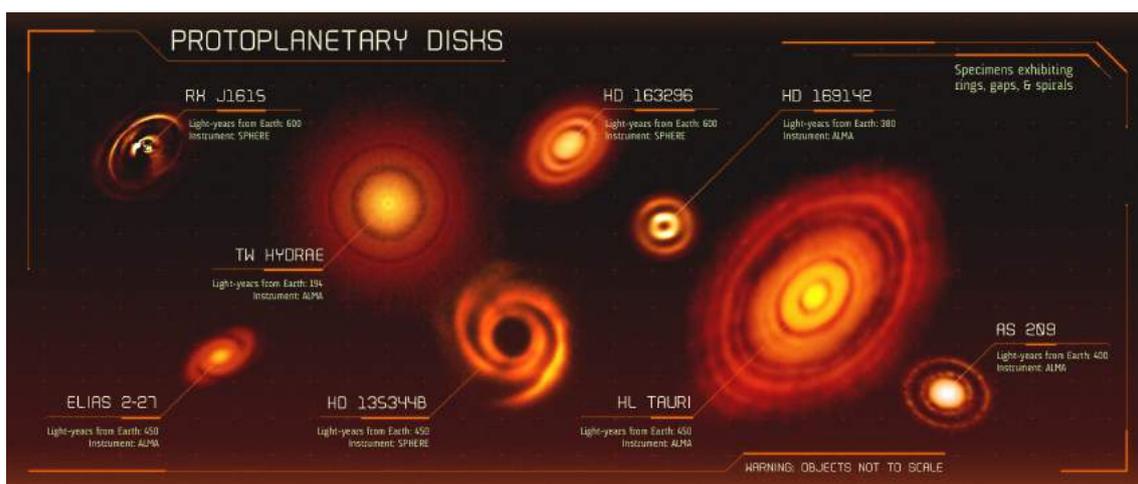


Figura 10.4: Discos protoplanetarios observados. Varios obtenidos desde ALMA.

igual a $R/2$. Para calcularlo usamos la tercera ley de Kepler para una partícula a una distancia r del centro y por lo tanto con $a = r/2$

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM(r)}{(r/2)^3}} = \sqrt{\frac{G4\pi\rho r^3}{3(r/2)^3}} = \sqrt{\frac{G32\pi\rho}{3}} \quad (10.3)$$

de donde el tiempo de caída es

$$t = T/2 = \left(\frac{3\pi}{32G\rho}\right)^{1/2} \quad (10.4)$$

Notar que es independiente de r , es decir que todos los puntos que colapsan lo hacen simultáneamente.

La nube se contrae varios ordenes de magnitud y por conservación del momento angular aumenta su rotación y se extiende en su plano ecuatorial por donde se desprenderán partes de la nube que darán lugar a otras estrellas. Al contraerse se transforma energía potencial en cinética aumentando la temperatura y presión del gas hasta detener el colapso llegando al equilibrio hidrostático.

Ejercicio 10.1 Calcular la densidad necesaria en una nube molecular típica (H_2 , $T=10$ K) para formarse por contracción un planeta como Júpiter.

Tenemos $R = 3GM\mu/(10kT)$ y

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3GM\mu}{10kT}\right)^3 \rho$$

de donde

$$\rho = \frac{3M}{4\pi} \left(\frac{10kT}{3GM\mu}\right)^3$$

con $\mu = 2m_p$ y $M = 1,9 \times 10^{27}$ kg obtenemos $\rho = 5,8 \times 10^{-10}$ kg/m³ que es una densidad millones de veces superior a las observadas, por lo que la formación de Jupiters aislados por colapso es inviable. ■

10.3 Disco protoplanetario

El momento angular original se transfiere en buena medida a la región ecuatorial en donde se forma un disco de gas y polvo. El gas orbita más lentamente debido al efecto de su propia presión. La **gravedad efectiva** en la dirección radial está dada por

$$\vec{g}_{ef} = \vec{g}_{\odot} + \vec{g}_{presion} \quad (10.5)$$

donde si consideramos un cilindro de gas con eje orientado en la dirección radial de masa m , altura dr y base S

$$g_{presion} = -\frac{dP \cdot S}{m} = -\frac{dP \cdot S}{\rho \cdot S \cdot dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} \quad (10.6)$$

entonces

$$g_{ef} = -G \frac{M_{\odot}}{r^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} \quad (10.7)$$

y al ser $dP/dr < 0$ la gravedad efectiva es menor en módulo que la gravedad solar y la velocidad orbital del gas será menor a la de los granos de sólidos (los granos minerales). Al ser menor la velocidad orbital, el gas frena los granos de polvo que caen hacia el plano lo que acelera la formación del disco de polvo y también hacia el Sol. Los granos más pequeños acaban acoplándose al gas y se mueven junto con el pero a partir de aproximadamente 1 cm el efecto del drag es muy importante y los granos caen al Sol. Para granos entre 1 cm y 10 m este efecto es muy importante y en escalas de tiempo de 100 años caen a la estrella.

La gravedad vertical del disco está dada aproximadamente por la componente z de la aceleración generada por el Sol, es decir despreciamos la contribución debido a la masa del disco:

$$g_z = G \frac{M_\odot}{r^2} \frac{z}{r} \quad (10.8)$$

y si aplicamos equilibrio hidrostático en la dirección vertical

$$\frac{dP}{dz} = -\rho G \frac{M_\odot}{r^3} z \quad (10.9)$$

y usando gas ideal con T constante tenemos $\mu dP = kT d\rho$ entonces

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{\mu}{kT} \rho G \frac{M_\odot}{r^3} z \quad (10.10)$$

que integrando en z manteniendo r fijo (es decir suponemos que $z \ll r$) da

$$\rho(z) = \rho(0) e^{-z^2/H_z^2} \quad (10.11)$$

que nos dice cómo cae la densidad del disco con la altura z , donde H_z es la **escala de altura Gaussiana**:

$$H_z = \sqrt{\frac{2kTr^3}{\mu GM_\odot}} = v_{gas} \sqrt{\frac{r^3}{GM_\odot}} \quad (10.12)$$

La escala de altura en la dirección z crece más rápido que r por lo cual el disco es alabeado.

10.4 Densidad superficial y temperatura del disco

Dada una distancia heliocéntrica r la **densidad superficial** σ (si ya sé que a σ la usamos para todo!) se obtiene integrando verticalmente en z

$$\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(0) e^{-z^2/H_z^2} dz = \rho(0) H_z \sqrt{\pi} \quad (10.13)$$

(ver integral en wolphram alpha)

Para obtener $\sigma(r)$, es decir la dependencia con la distancia al Sol, es necesario conocer $\rho(0)$ en función de r y en general se obtiene

$$\sigma(r) = \sigma_0 r^\beta \quad (10.14)$$

con $\beta < 0$ y $\sigma_0 = \sigma(r = 1 \text{ua})$. La masa contenida en una región entre r_1 y r_2 sería:

$$m_{anillo} = \int_{r_1}^{r_2} \sigma(r) 2\pi r dr \quad (10.15)$$

Distribuyendo la masa presente en el Sistema Solar y corrigiendo por las pérdidas desde la época de formación Weidenschilling (ver [59]) ajustó sus datos a una función del tipo $\sigma(r) = \sigma_0 r^\beta$

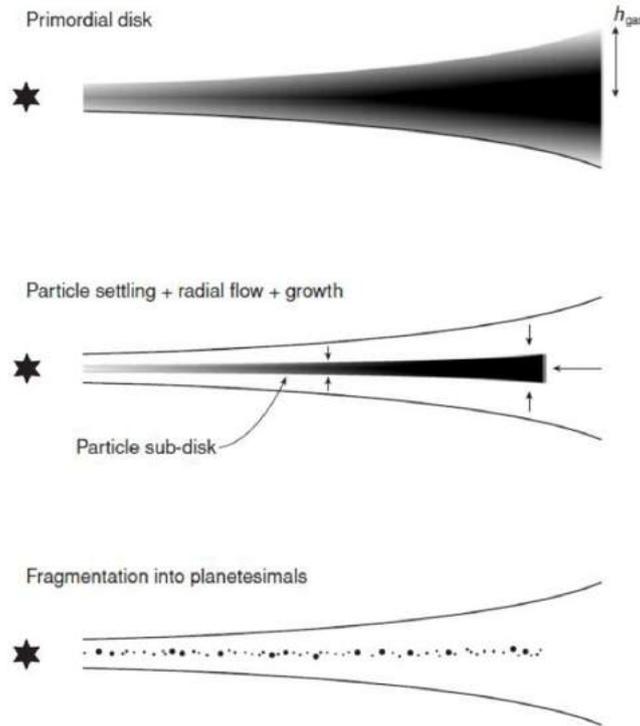


Figura 10.5: Modelo de evolución del disco de gas y polvo mostrando la decantación del polvo. Fuente [1].

encontrando los valores $\beta = -1,5$ y $\sigma_0 = 1700 \text{ gr/cm}^2$ (ojo unidades) con r en uas. Esto da una masa aproximada para el disco original de $0,02M_{\odot}$. Este modelo se conoce como **Minimum Mass Solar Nebula** (MMSN). Actualmente se han observado discos en diferentes fases evolutivas con masas entre 0.001 y 0.1 masas solares.

Para la temperatura inicial del disco se suele adoptar

$$T(K) = 280r^{-1/2}M_* \quad (10.16)$$

donde r esta en ua y la masa estelar, M_* , en masas solares. Esta descripción es valida para el inicio del proceso de formación, a partir de la formación de cuerpos cada vez mas grandes y debido a los efectos de la radiación de la estrella la estructura del disco se va alterando drásticamente.

10.5 Formación de protoplanetas

Los sólidos que se van formando van incrementando su masa a medida que van incorporando el material que encuentran a su paso. Si v_{rel} es la velocidad relativa entre un protoplaneta de masa M y radio R y el medio de densidad ρ la tasa de incremento de masa será

$$\frac{dM}{dt} = \rho v_{rel} \pi \sigma_c^2 \quad (10.17)$$

donde $\pi \sigma_c^2$ es la sección eficaz del protoplaneta definida por el parámetro de impacto máximo para que las partículas acaben acretadas por el protoplaneta

$$\sigma_c = R \sqrt{1 + \frac{v_{esc}^2}{v_{rel}^2}} \quad (10.18)$$

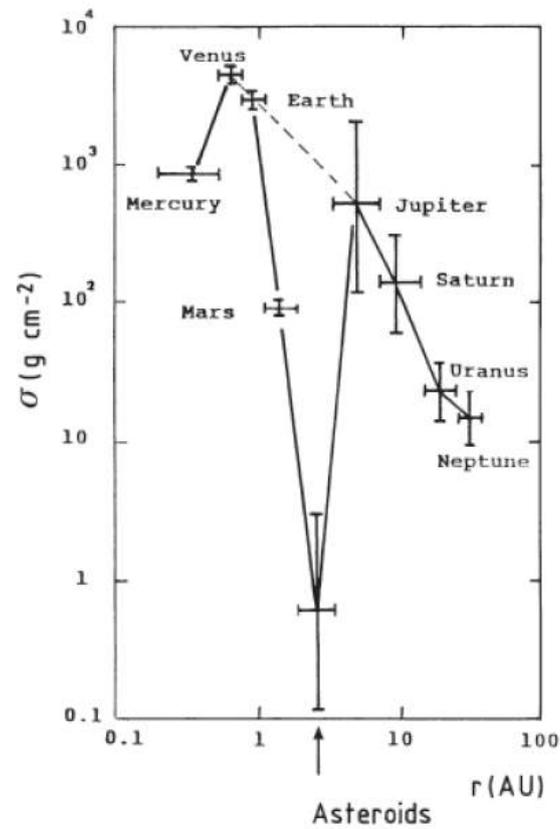


Figura 10.6: Densidad superficial deducida por Weidenschilling en 1977. Fuente [59].

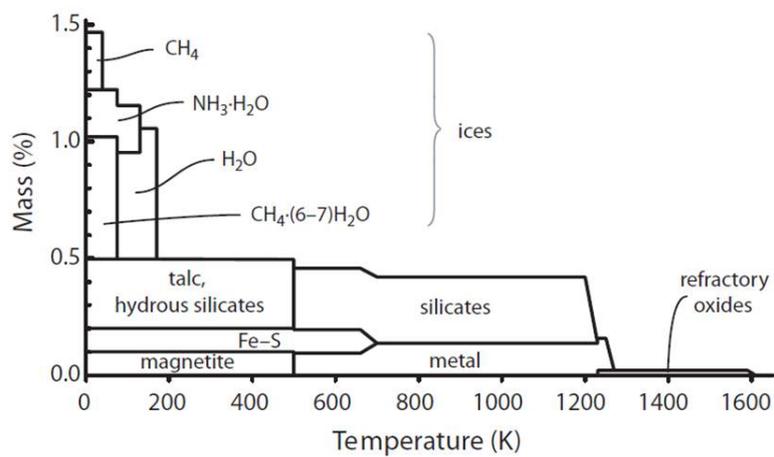


Figura 10.7: Masa de los sólidos del disco en función de la temperatura de solidificación. Fuente [43].

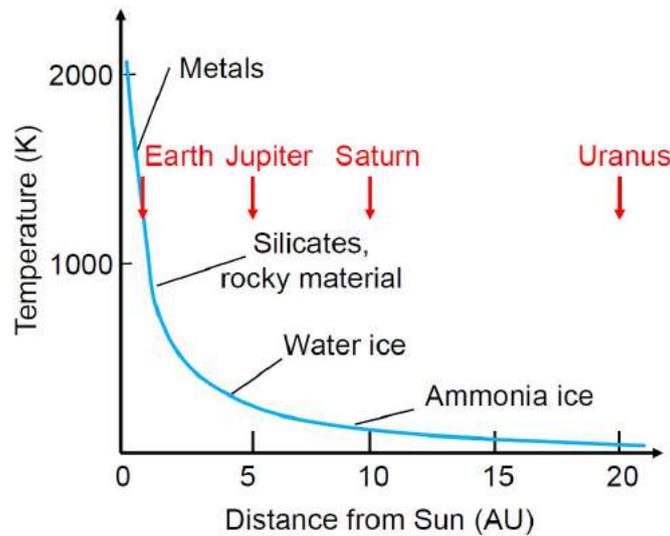


Figura 10.8: Condensación en función de la distancia al Sol. Fuente: curso de M. Campbell-Brown.

y como $v_{esc}^2 = 2GM/R$ entonces

$$\frac{dM}{dt} = \rho v_{rel} \pi R^2 \left(1 + \frac{2GM/R}{v_{rel}^2} \right) \quad (10.19)$$

por lo cual si el protoplaneta es poco masivo y por lo tanto su velocidad de escape es muy pequeña en relación a la velocidad relativa su tasa de acreción por unidad de masa sera

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} \propto R^{-1} \quad (10.20)$$

lo que indica que los pequeños crecen más rápido que los mayores lo que conduce a una población de tamaños similares y se conoce como **crecimiento ordenado**. Pero a partir de cierta masa para la cual la velocidad de escape es muy superior a la relativa tenemos

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} \propto R \quad (10.21)$$

lo que significa que a medida que crece el tamaño la tasa también crece y se genera el llamado **crecimiento disparado** o runaway. Es en esta etapa que los planetas gigantes incorporan su envoltura gaseosa en escalas de 10^5 años.

En la región de los planetas terrestres, sin gas, el crecimiento de los protoplanetas (o embriones) excita las órbitas de los planetesimales y aumenta la velocidad relativa lo que frena el crecimiento disparado persistiendo la acreción solo en los más masivos, es la etapa del **crecimiento oligárquico**, que aplica a los planetas terrestres.

La etapa menos entendida de la formación de protoplanetas es la que va desde granos hasta cuerpos de algunos metros. Las fuerzas de van der Waals favorecen la formación de granos a partir del polvo. Estos granos crecen acretando material. Sin embargo los procesos de crecimiento hasta llegar a planetesimales (del orden de km) propuestos parecen muy ineficientes por lo que se ha propuesto una alternativa conocida como **pebbles accretion**. Consiste en que una vez que se forma una población de cuerpos del orden de cms se producen colapsos gravitacionales entre ellos que generan cuerpos mayores que a su vez acretan mas pebbles formando finalmente los planetesimales del orden de kms.

10.6 Fricción dinámica

Una vez que un grupo de protoplanetas se destaca sobre el resto de los planetesimales los sucesivos encuentros entre ellos genera un intercambio de energía cinética que tiende a su equipartición provocando un aumento de la velocidad de los planetesimales (que se excitan) y una disminución de las velocidades de los protoplanetas que se desexcitan circularizando sus órbitas. Si bien el encuentro de un planetesimal con un protoplaneta es conservativo, desde el punto de vista heliocéntrico el balance de los encuentros genera un incremento sistemático de las velocidades de los planetesimales. Lo podemos ver con un ejemplo muy crudo (pero muy crudo eh!). Si el planetesimal luego del encuentro queda con su v_∞ en el mismo sentido que su velocidad heliocéntrica v_h entonces su ganancia en energía cinética fue

$$\Delta\mathcal{E}_c \propto (v_h + v_\infty)^2 - v_h^2 = v_\infty(v_\infty + 2v_h) \quad (10.22)$$

en cambio si luego del encuentro su velocidad al infinito va en sentido contrario su ganancia sera

$$\Delta\mathcal{E}_c \propto (v_h - v_\infty)^2 - v_h^2 = v_\infty(v_\infty - 2v_h) \quad (10.23)$$

que será negativa pues pierde energía y el promedio entre ambos casos resulta ser $\propto v_\infty^2 > 0$ por lo que en el balance el planetesimal gana energía cinética. La circularización de los protoplanetas provocada por este mecanismo se llama **fricción dinámica**.

10.7 Etapas de la formación del Sistema Solar

Se estima que la dispersión del gas circunestelar debido a la radiación solar se completa en 10 Ma. El proceso de formación planetaria se completa en 100 Ma. A continuación resaltamos los principales puntos a tener en cuenta para comprender el proceso de formación.

10.7.1 Condicionamientos observacionales

- movimientos planetarios coplanares y directos. Cuasi resonantes: migración orbital
- edad: 4568 Ma según edad de condros y CAIs en meteoritos
- condros y CAIs: parte del disco sufre calentamiento y enfriamiento rápido
- granos interestelares: algunas regiones del disco permanecieron frías preservando granos interestelares
- densidades y tamaños de planetas y cuerpos menores: gradiente composicional
- abundante H y He en Júpiter y Saturno pero escaso en Urano y Neptuno
- reconstrucción de densidad superficial nebulosa primitiva solar
- poblaciones de asteroides y cometas
- sistemas de satélites: regulares sincrónicos e irregulares de altas (e, i)
- composición isotópica casi uniforme: material primitivo mezclado
- interiores diferenciados: pasado caliente
- superficies: alta tasa de impactos en el pasado
- momento angular: $(\text{sol/planetas})^{-1}$ y $(\text{planetas/satélites})^{-1}$
- observación de discos y sistemas extrasolares

10.7.2 Formación de elementos

- Big Bang: 25% He, 75% H, poco D, H₃, He₃, Li, Be, B
- en núcleo estelar: por fusión todo hasta el Fe y por captura de neutrones + decaimiento beta los elementos más pesados (procesos r, s, p).

10.7.3 Formación estelar

- nubes moleculares: varios años luz de diámetro, masa $\sim 10^6 M_{\odot}$, básicamente H_2 , (CHONS) y granos generados en SN, núcleos densos de $T \sim 10$ K.
- pasaje por brazo espiral u onda de choque de SN: cuando $E_p > 2E_c$ comienza colapso. Masa de Jeans.
- colapso de nube en varios núcleos
- tiempo de caída libre ($\sim 0,1$ Ma)
- densidad crece, opacidad crece y crece T: vaporización del polvo en el centro
- la fuerza centrífuga anula la contracción en el plano ecuatorial: disco
- rotación más rápida lleva a fragmentación de la nube
- entorno a la protoestrella el disco se enfría
- protoestrella: fusión de D en He ($T = 1$ millón K), destrucción de D solar, por eso la relación D/H en jovianos y meteoritos es mayor que la solar
- acabado el D la protoestrella se contrae, crece la T
- inicio fusión de H en He al llegar a 10 millones de grados
- la estrella **es invisible** cubierta por la nube de polvo fría
- comienza **viento TTauri**, rotación de horas-días
- **flujo bipolar** (y objetos Herbig-Haro asociados): pierde momento angular
- outbursts vinculados a acreción de material del disco sobre la estrella
- discos de polvo de hasta 100 a 1000 ua, visibles en infrarrojo
- discos con masas observadas entre 0.001 y $0.1 M_{\odot}$
- gaps y anillos en el disco producidos por planetas en formación
- nebulosa primitiva solar: proto-Sol + disco protoplanetario

10.7.4 Disco protoplanetario

- reconstrucción de la densidad superficial original (Weidenschilling, Hayashi): $0.02 M_{\odot}$
- tiene cierta escala de altura H_z
- colapso: partes próximas acretan al Sol
- partes alejadas, con gran momento angular, no caen directo al Sol pero impactan al disco calentándolo
- disco caliente ($T \sim 1500$ K a 1 ua) por la compresión del gas que precipita al disco desde $z \neq 0$
- la componente V_z del gas se anula
- intercambio de momento Sol-disco (determina relación masa estrella / masa disco) por:
 - torques magnéticos: el campo magnético del Sol en rotación arrastra al disco ionizado. Frena y hace caer hacia el Sol al medio próximo al Sol y acelera y cede momento angular al medio más alejado
 - torques gravitacionales por ondas de densidad
 - torques por difusión viscosa: partículas interiores rápidas colisionan con exteriores lentas transmitiéndoles momento
- parte del disco cae a la estrella y es eyectado por **flujos bipolares**: ¿formación de condruulos y CAI ?
- la temperatura decrece con la distancia al Sol: los elementos mas refractarios condensan primero (compuestos de metales a 4568 Ma). Se inicia la química del disco.
- más allá de 3.5 ua la $T < 200$ K y el hielo de agua aparece.
- reacciones químicas aceleradas cerca del Sol y retardadas lejos del sol. Aparecen CO, CO₂, CH₄, N₂, NH₃, H₂O, HCN
- limpieza del gas del disco vía TTauri y alta luminosidad solar (20-30 veces la actual): se

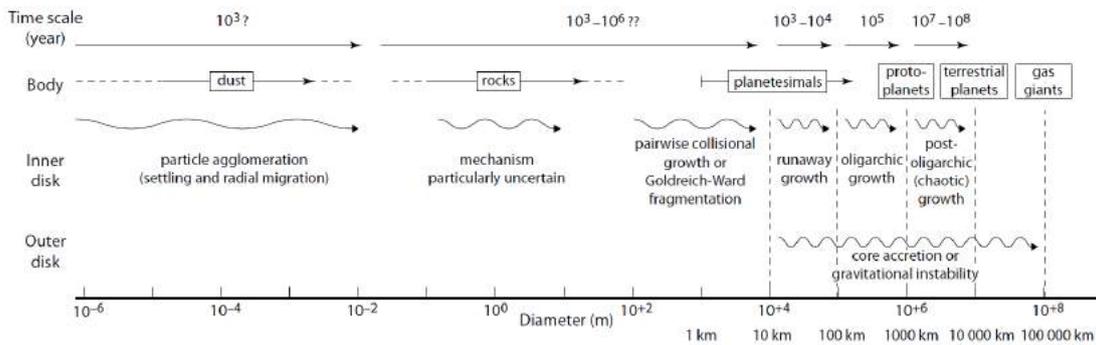


Figura 10.9: Esquema del crecimiento desde granos a planetas. Fuente [52].

pierde el gas libre no acretado a los 10 Ma de iniciado el proceso.

Ejercicio 10.2 (parcial julio 2014) Asumiendo un perfil de densidad superficial $\sigma(r) = \sigma_0 r^{-1.5}$ con r en ua para el disco protoplanetario del Sistema Solar hallar σ en $r = 1$ ua en gr cm^{-2} asumiendo que Júpiter se formó enteramente con la mitad de la masa contenida entre 4 y 6 ua. Hallar el límite exterior del anillo que formó a Saturno asumiendo que el borde interior estaba a 9 ua y que la masa acretada en Saturno es la mitad de la presente en el anillo.

La densidad σ_0 la obtenemos de

$$2M_J = \int_4^6 2\pi r \sigma(r) dr$$

y obtenemos $\sigma_0 = 3100 \text{ gr/cm}^2$. Para la segunda parte planteamos

$$2M_S = \int_9^x 2\pi r \sigma(r) dr$$

de donde obtenemos $x = 9,83$ ua.

10.7.5 Formación de granos, planetesimales (1 km) y embriones (o protoplanetas)

- al bajar la temperatura se forman los primeros granos, condensados de silicatos y compuestos de Fe. Sostenidos por fuerzas de van der Waals, estructura fractal.
- decantación al disco por fricción con gas: crecen 1 cm/año
- dentro del disco los granos se mueven más rápido que el gas pues este tiene gravedad efectiva menor por presión gaseosa. El gas frena a los granos. Frenado es más efectivo para granos del orden de metros: en 100 años chocarían con el Sol
- crecimiento de granos: al caer al protosol colisionan entre si y crecen hasta llegar al kilómetro (proceso de **acreción de pebbles?**), para los cuales el frenado es despreciable. Queda una población de planetesimales de tamaño del orden de kms de diámetro.
- hacia el exterior del SS estos procesos son más lentos
- las perturbaciones gravitacionales se empiezan a sentir, las órbitas se excitan
- los pequeños se excitan más que los mayores: estos sufren **fricción dinámica** (análogo al frenado gaseoso pero unicamente por interacción gravitacional)
- acreción runaway de embriones: crecen mas los mas masivos
- crecimiento oligárquico: los menos masivos se excitan mas y pierden eficiencia en la acrecion. Aparecen algunos grandes embriones que acretan todo lo que tienen cerca por enfoque

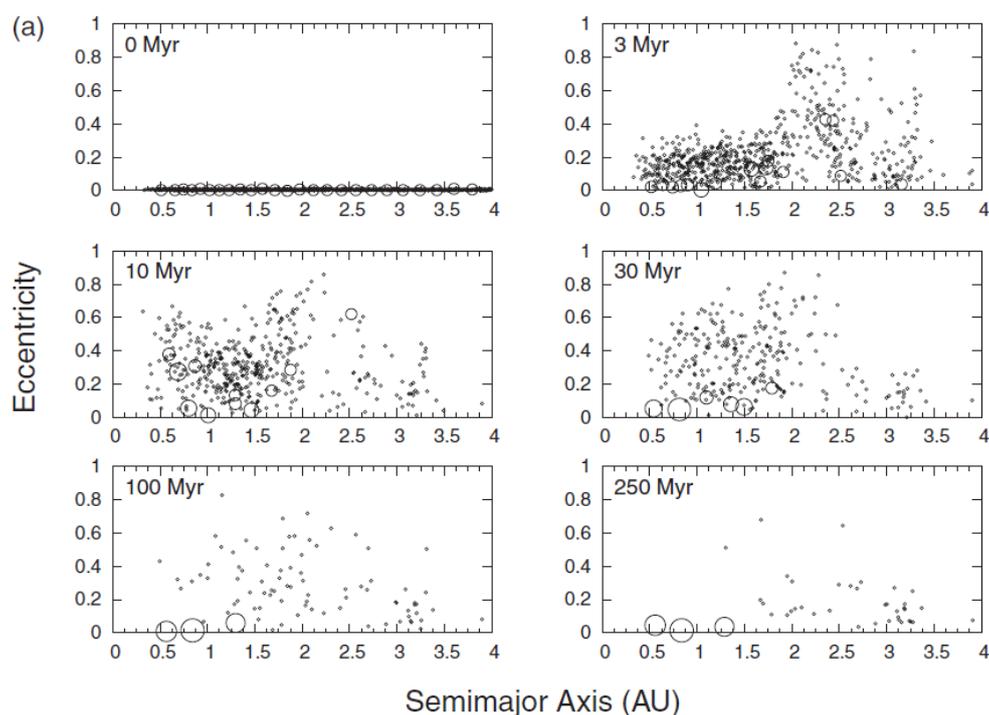


Figura 10.10: Típica simulación de formación planetaria a partir de protoplanetas y planetesimales. Fuente [43].

gravitacional: se despegan de la población en cuanto a crecimiento. Crecen hasta que acretan todo lo que encuentran en su zona de influencia (algunas R_H)

- más allá de 3.5 ua la masa acretable es mayor por existir hielos
- migración de embriones

10.7.6 Formación de planetas terrestres

- simulaciones sugieren un mínimo de $2 M_{\oplus}$ en disco para formar los planetas terrestres
- colisiones entre embriones: acreción versus destrucción, origen de la Luna (de composición isotópica idéntica a la Tierra) hace 4500 Ma por impacto en la Tierra de un planeta como Marte, Mercurio debe haber perdido su corteza original en un impacto pues su núcleo es muy grande
- corteza fundida basáltica: la acreción no libera suficiente calor como para producir la fusión completa del embrión pero si en la corteza
- calentamiento (incluyendo decaimiento radiactivo de ^{26}Al y otros de corta vida) produce diferenciación y desgaseamiento
- atmósferas primitivas por desgaseamiento e impactos (generación de **blanketing**)
- formación de litosfera y aparición de actividad geológica
- cortezas de granito comienzan a aflorar por ruptura del basalto (los **cratons** terrestres)
- la Tierra se forma en 100 Ma en una región donde no hay agua por lo que el agua terrestre tendría su origen en impactos de asteroides. Originalmente se pensó en los cometas como proveedores del agua pero quedó claro que la composición isotópica H/D del agua cometaria es diferente a la de nuestros océanos.

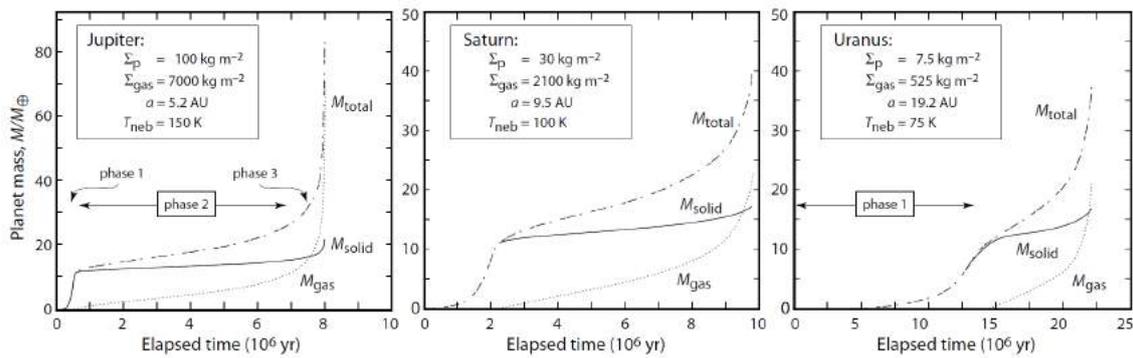


Figura 10.11: Formación de planetas gigantes. El proceso runaway se inicia cuando la masa de gas capturada es comparable a la masa del núcleo sólido. Júpiter y Saturno lo logran en menos de 10 Ma pero Urano y Neptuno no. Fuente [52].

10.7.7 Formación de planetas gigantes

- la presencia de H y He en Júpiter y Saturno implica que se formaron en los 10 primeros Ma, antes de la dispersión del disco gaseoso
- la relación D/H en Júpiter y Saturno igual a la del medio interestelar y mayor a la solar
- observación en cúmulos: objetos formándose con masa inferior a $13 M_J$ generarían Free Floating Planets
- mecanismo más probable: (**core nucleated accretion model**) formación de embrión que acreta gas en forma acelerada (*runaway*) cuando su envoltura gaseosa alcanza una masa similar a la de su núcleo sólido
- alternativa: núcleo gaseoso que colapsa (implicaría disco muy masivo de $1 M_{\odot}$)
- Urano y Neptuno no alcanzan crecimiento runaway

Ejercicio 10.3 (parcial julio 2014) Formación de Júpiter por colapso. Asumiendo una densidad $\rho = 10^{-9}$ gr/cc para el disco protoplanetario y considerando que básicamente está formado de Hidrógeno molecular utilizando el criterio de Jeans calcular la temperatura máxima del disco para que pueda colapsar una esfera de gas con masa igual a la de Júpiter. Hallar el radio de esa esfera en ua y el tiempo de caída libre en años.

El radio es

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho} \right)^{1/3} = 0,52\text{ua}$$

y la temperatura

$$T \leq \frac{2m_p 3GM}{2k5R} = 124$$

y el tiempo de caída es 2.1 años. ■

10.7.8 Migración planetaria por interacción con disco de gas

- el planeta genera una estela de sobredensidad de gas cuyo brazo interno acelera al planeta mientras que la externa lo frena
- El brazo externo es mas masivo: desigual intercambio de momento con el disco interno y externo (mecanismo de Goldreich y Tremaine) por lo que predomina la caída hacia la estrella. Ver review [32].

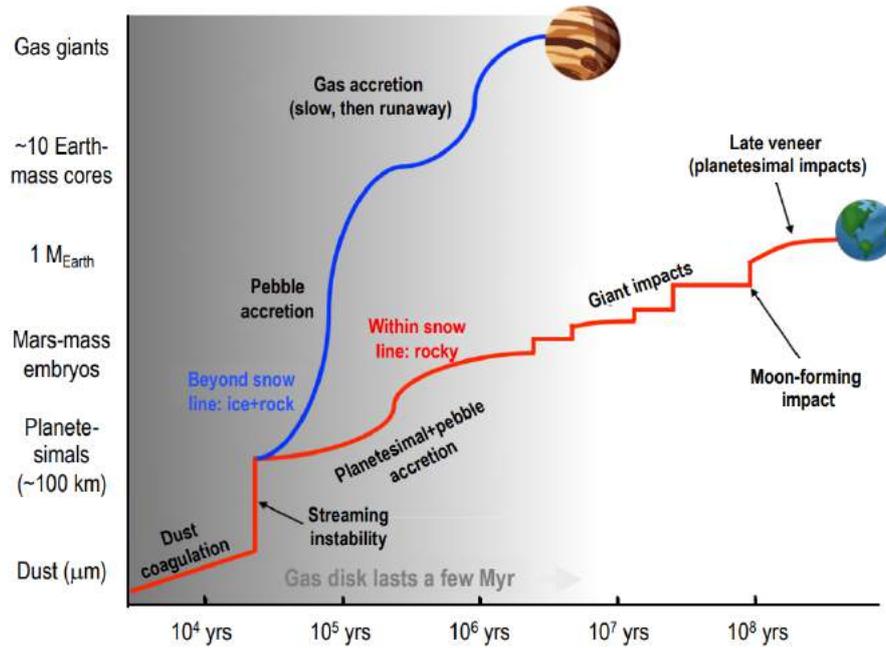


Figura 10.12: Vista esquemática de la diferente historia de formación de Júpiter y la Tierra. Fuente [45].

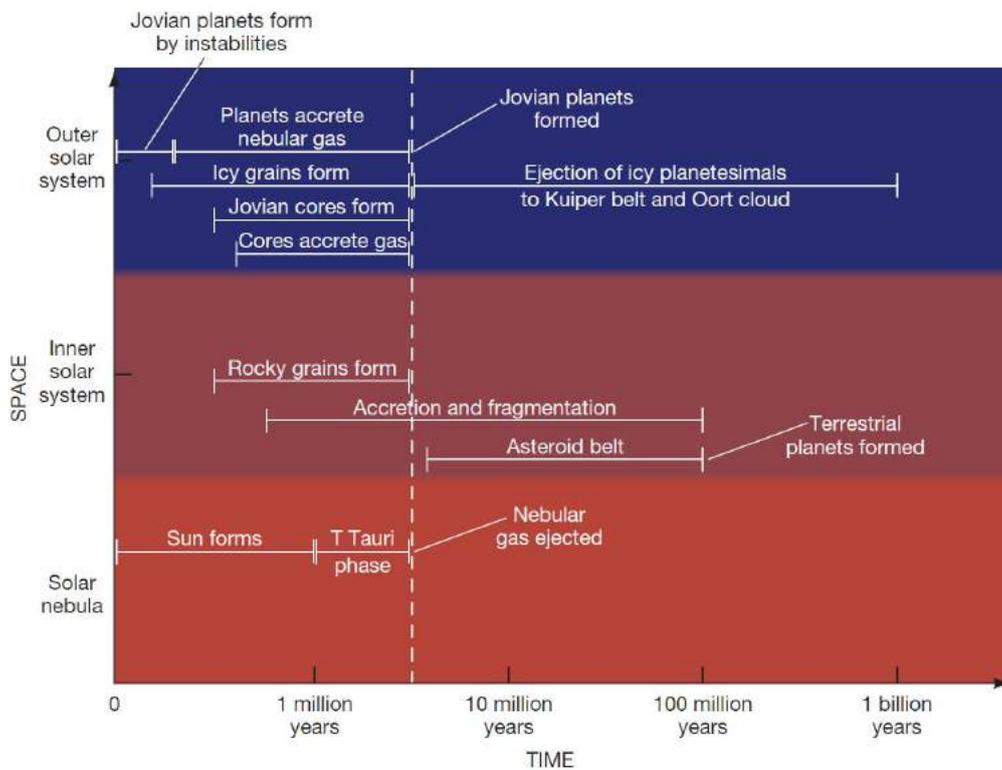


Figura 10.13: Línea de tiempo de formación del Sistema Solar. Fuente [10].

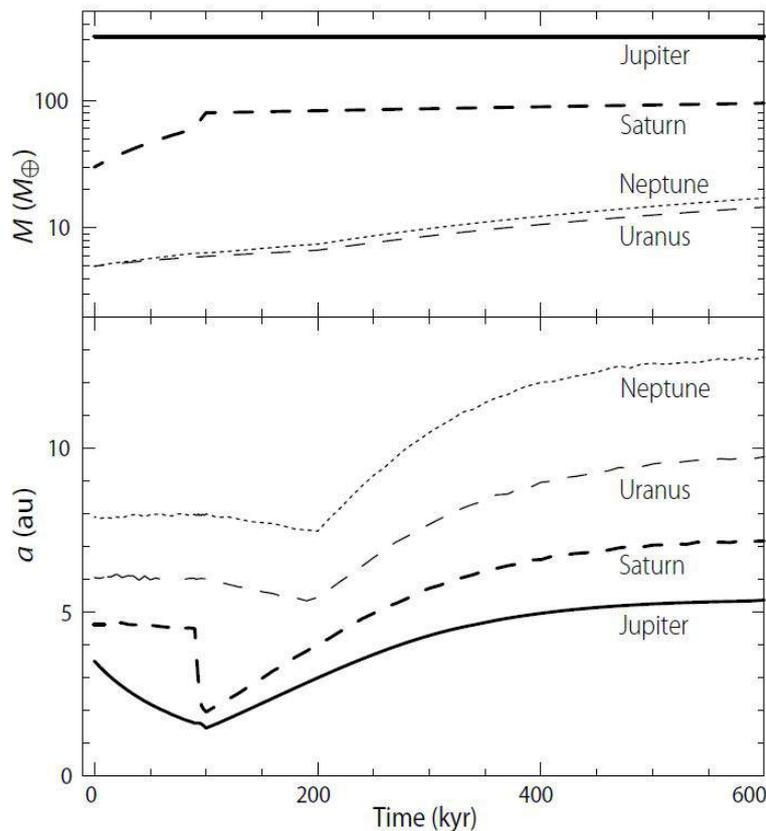


Figura 10.14: Grand Tack. Mientras Júpiter es el único planeta masivo formado cae hacia el Sol por interacción gravitacional con el disco de gas hasta que es detenido por el crecimiento de Saturno que lo atrapa en una resonancia, típicamente 2:3, lo que detiene la caída e inicia una marcha hacia atrás debido al debilitamiento de la estela exterior de gas generada por Júpiter. Esto ocurre en las primerísimas etapas. Fuente [52].

- tasa de migración proporcional a la masa: migración Tipo I
- **mortalidad infantil**: pueden caer rápidamente a la estrella
- para planetas con masa $\sim 1M_J$ cuando $R_H > H_z$ se abre un gap y se enlentece la migración: Tipo II
- captura en resonancias orbitales y spin-órbita por mareas con la estrella (hot Jupiters)
- **Grand Tack**: modelo en el que Júpiter se habría formado a 3.5 ua, migrado por interacción con el disco de gas hasta 1.5 ua (eliminando los planetesimales en la región de los asteroides) donde captura al recién formado Saturno en la resonancia 2:3 y debido a esta resonancia (que debilita el brazo externo de la estela de Júpiter) retrocede hasta su posición actual. Ver review en [47]

10.7.9 Migración planetaria por interacción con planetesimales

- intercambio de momento por encuentros con planetesimales: Júpiter pierde momento mientras los demás gigantes ganan (mecanismo de Fernández y Ip). Ver [16]. Esto ocurre pues mientras Saturno, Urano y Neptuno excitan y desexcitan las órbitas de los planetesimales Júpiter tiende a eyectarlos, es decir tiende a perder momento angular sistemáticamente
- **Modelo de Nice**: la migración lleva a pasaje del sistema Jup-Sat por la resonancia 1:2 que excita a Neptuno (originalmente interior a Urano), lo inyecta más allá de Urano y genera el

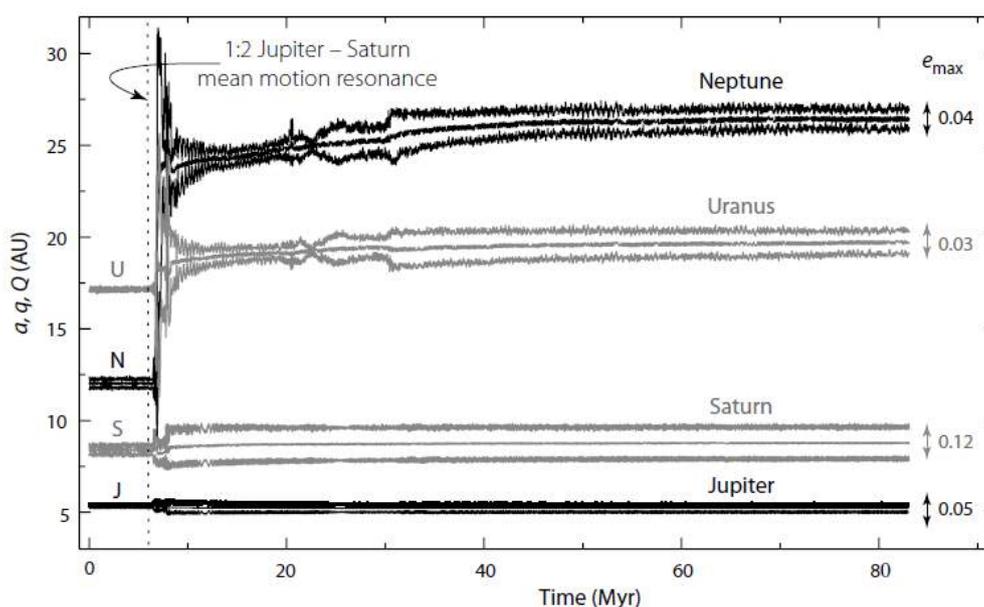


Figura 10.15: Modelo de Nice. En etapas avanzadas los planetas migran por intercambio de momento con los planetesimales hasta que Júpiter y Saturno pasan por la resonancia 1:2 que excita a Urano y Neptuno quienes tienen un encuentro y cambian de posiciones. Neptuno es inyectado en la región externa generando el LHB. Fuente [52].

LHB

- **Jumping Jupiter** es una alternativa al modelo de Nice donde la migración es a saltos con un 5to gigante evitando el pasaje suave por resonancias seculares muy destructivas (básicamente ν_5) que alterarían mucho el sistema solar interior (planetas y asteroides). Interviene un 5to planeta gigante helado que acaba siendo eyectado. Ver review [50].
- la migración explica la captura en resonancias como Neptuno-Plutón, troyanos, etc

10.7.10 Satélites planetarios

- en los planetas gigantes los satélites regulares son formados por materia no acreta en el planeta por poseer gran momento angular que forma un **disco circunplanetario** en torno al planeta (ALMA ya ha comenzado a observarlos).
- por frenado de mareas e intercambio de momento quedan sincrónicos y en resonancia entre sí
- satélites Galileanos: gradiente composicional debido a luminosidad de Júpiter. Hay migración y captura en resonancia mutua
- satélites irregulares: capturados
- anillos generados por satélites que se acercan al planeta por intercambio de momento angular y cruzan el límite de Roche
- los planetas terrestres no pueden generar satélites por tener disco poco masivo: son capturados (caso Marte) o reacretados luego de colisión catastrófica como se cree ocurrió con el origen de la Luna luego de la colisión con la Tierra de un objeto del tamaño de Marte (**Theia**)

10.7.11 Cuerpos menores

- asteroides: zona muy perturbada por Júpiter (y más aun en el modelo Jumping Júpiter) que no logro formar embriones. Hay evolución colisional de planetesimales de ~ 100 km
- pérdida de masa a lo largo de la vida del SS, masa inicial ~ 200 veces masa actual.

- cometas: los planetas gigantes dispersan los planetesimales entre los gigantes hacia la nube de Oort ($\sim 1M_{\oplus}$) e hiperbólicos en relación hip/Oort = 10 o mas
- masa removida de la región planetaria del orden de 10 a 1000 M_{\oplus}
- inyección en nube de Oort: primero crece semieje del cometa por encuentro planetario y luego por mareas galácticas crece su perihelio
- Kuiper Belt formado in situ con masa inicial de algunas decenas de M_{\oplus} (masa inicial ~ 100 masa actual)
- Neptuno inyectado en la región exterior (modelo Nice) genera el Late Heavy Bombardment hace 3900 Ma (o no?), luego cae la frecuencia de impactos
- captura de Troyanos e Hildas por migración de Júpiter, captura de TNO resonantes por Neptuno

10.7.12 Rotación planetaria

- resultado de acreción continua e impactos violentos
- p. gigantes: rotación progradada consecuencia de acreción de nebulosa
- p. terrestres: rotación progradada explicable si los planetesimales migraran al sol
- impactos violentos son responsables por oblicuidades altas (Urano, Pluton, Luna sin volátiles).
- las oblicuidades actuales son compatibles con $M_{proy}/M_{pla} < 0,1$
- estabilización de spin Tierra debido a la Luna, spin caótico en Marte (ver Laskar)
- spin de Venus tal vez por interacción con la atmósfera

10.7.13 Sistemas extrasolares

- escenarios bien diferentes al del SS
- sesgo observacional favorece la detección de planetas masivos, excéntricos y próximos a la estrella
- próximos a la estrella: migración, mareas con la estrella producen circularización y rotación sincrónica, muy alto calentamiento atmosférico (hot Jupiters)
- en su migración los hot Jupiters eyectarian los terrestres en su camino
- hot Jupiters con alta inclinación: ¿generados por mecanismo ZLK, por eyecciones, resonancias seculares?
- altas excentricidades: debió haber eyeccion de planetas (contribuyen a Free Floating Planets).
- sistemas planetarios en resonancias: captura en resonancia por migración
- si la nube primitiva tiene masa $< 13 M_J$ no se forma una estrella sino un free-floating planet o planeta sin estrella
- estrellas con alta metalicidad albergan más planetas gigantes: formación planetaria favorecida por metalicidad (polvo) del medio

10.8 Evolución de la Tierra

Para finalizar, lo que sigue seria la cronología de la evolución de la Tierra.

- hace 4550 Ma: la Tierra primitiva esta formada
- hace 4500 Ma: origen de la Luna por impacto de un planeta del tamaño de Marte ("Theia")
- hace 4450 Ma: se forma primera corteza basáltica
- hace 4400 Ma: algunos minerales indican la existencia de los océanos
- hace 4300 Ma: primeros **cratons**, pequeñas cortezas de granito que afloran al desgastarse la corteza basáltica
- hace 3900 Ma: **Late Heavy Bombardment**, por aqui habria terminado el bombardeo provocado por la reordenacion de los planetas gigantes

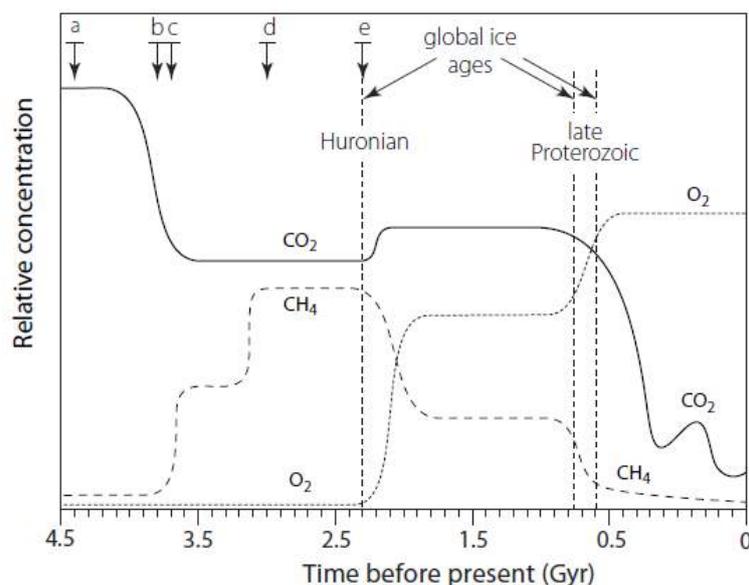


Figura 10.16: Evolución de las concentraciones de algunos gases en la atmósfera terrestre. Fuente [52].

- hace 3800 Ma: origen de la vida en el océano, primeras células. Se estima que la Tierra giraba en 10 horas sobre sí misma, la Luna estaba bastante más cerca y el Sol apenas se filtraba por una atmósfera densa de metano, sulfuro de hidrógeno y dióxido de carbono.
- hace 3600 Ma: edad de los estromatolitos fósiles, primeras comunidades de bacterias, son cianobacterias que liberan oxígeno en el océano
- hace 3000 Ma: la corteza continental crece a medida que el granito se acumula
- hace 2500 Ma: saturado de oxígeno el océano, crece el oxígeno en la atmósfera. Se forman **depósitos de Fe banded** (óxido de hierro, BIF) en el fondo oceánico, que hoy explotamos como yacimientos de hierro. El día duraba 19 horas, la Luna estaba 40 mil km más cerca y el Sol brillaba un 85 % de su valor actual.
- hace 1900 Ma: células con núcleo diferenciado y reproducción sexual
- hace 1300 Ma: organismos pluricelulares
- hace 1000 Ma: núcleo líquido terrestre perdió suficiente calor y comienza a formarse el núcleo sólido.
- hace 850 Ma: episodio Tierra bola de hielo, temperatura 220 K, la vida a punto de extinguirse
- hace 600 Ma: capa de ozono, supercontinente Pannotia en forma de V, la Tierra giraba en 22 horas
- hace 540 Ma: comienza el período Cámbrico de la era Paleozoica ocurriendo la **explosión del Cámbrico**, un gran crecimiento de las formas de vida, concentración de CO₂ 15 veces superior a la actual y la temperatura también era alta. Aparecen las partes duras (conchas) y los fósiles se conservan mejor.
- hace 520 Ma: origen de la columna vertebral en el agua.
- hace 450 Ma: ya con protección de Ozono las primeras plantas aparecen en los continentes
- hace 420 Ma: aparece la mandíbula cambiando el mecanismo de alimentación, aparecen depredadores
- hace 360 Ma: aparece la semilla, son óvulos fecundados. Poco después los insectos conquistan el aire.
- hace 250 Ma: extinción del Pérmico, la mayor en la historia de la Tierra, tal vez por masiva

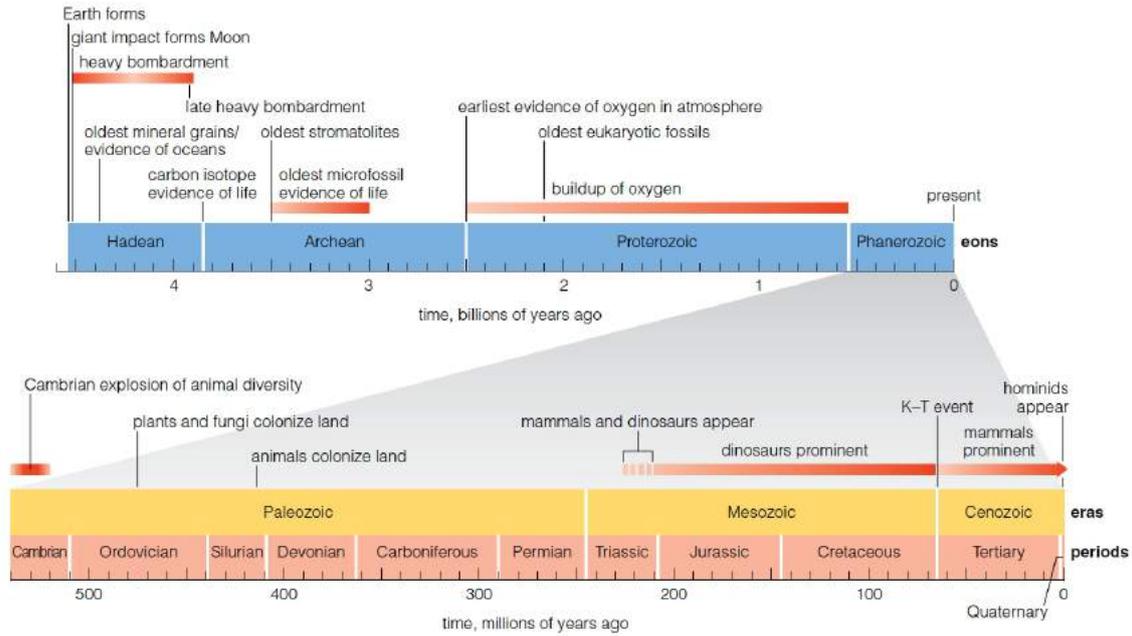


Figura 10.17: Evolución de la Tierra y eras geológicas.

actividad volcánica (o impacto?). Formación del supercontinente Pangea.

- hace 230 Ma: origen de dinosaurios y mamíferos
- hace 220 Ma: reptiles voladores
- hace 150 Ma: aparecen las aves a partir de dinosaurios carnívoros corredores. América y África se separan, se comienzan a formar los Andes.
- hace 130 Ma: aparecen las flores
- hace 100 Ma: los peces dominan los mares, Australia se separa de Antártida
- hace 65 Ma: fin del periodo Cretácico y comienzo del Terciario, extinción KT liquida los dinosaurios, impacto de asteroide de 10 km en Yucatan, cráter Chicxulub. Los mamíferos comienzan a prosperar.
- hace 30 Ma: la India colisiona con Asia y se forman los Himalayas

Ver <http://www.museodeltiempo.org.uy/efemerides/index.htm>, tira del tiempo y de la vida.

Para los últimos 10 millones de años de la evolución terrestre existe un registro muy detallado de una serie de ciclos de variaciones de temperaturas que generaron épocas glaciares durante las cuales los hielos llegaron a latitudes bajas y generaron grandes cambios climáticos. Se ha encontrado que hay cierta correlación entre estas glaciaciones y los cambios en la excentricidad orbital de la Tierra. Actualmente la excentricidad de la órbita terrestre es muy baja pero oscila con periodos de aproximadamente 100 mil años. Al cambiar la excentricidad cambia la insolación recibida en la Tierra y eso puede afectar el balance térmico disparando las glaciaciones. Esto sumado a variaciones en la oblicuidad terrestre constituyen los **ciclos de Milankovic**. Las glaciaciones también obedecen a otras causas como variaciones de los gases de invernadero en la atmósfera y el desplazamiento de masas continentales que alteran la circulación de las corrientes marinas.

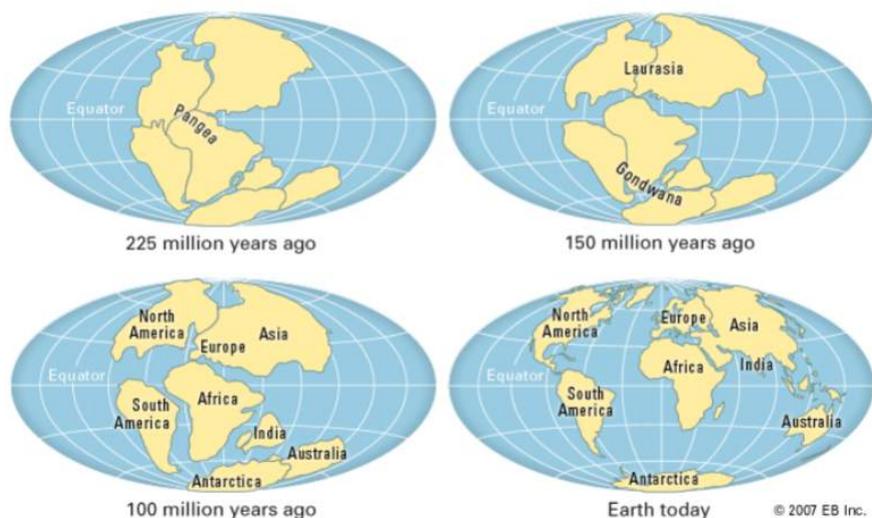


Figura 10.18: Las últimas etapas de la evolución de la corteza terrestre.

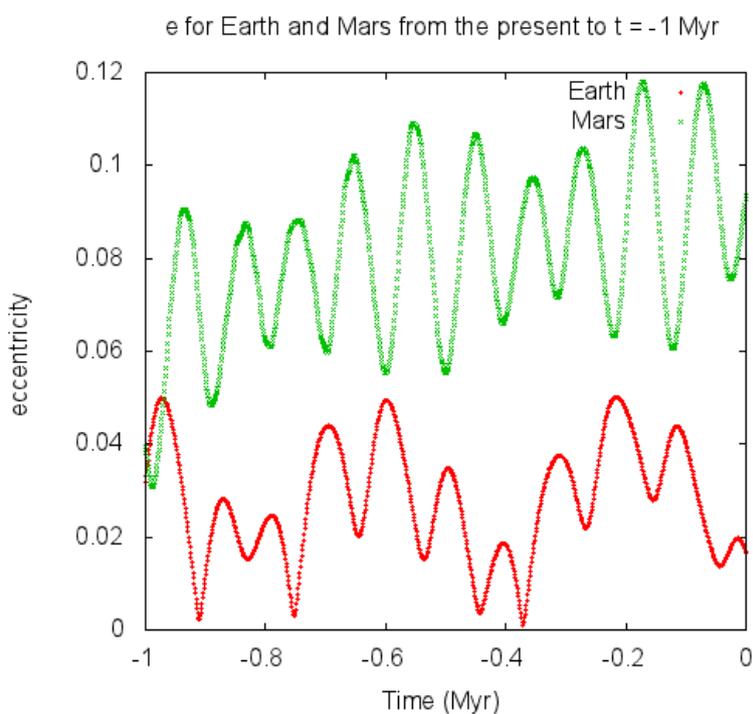


Figura 10.19: La evolución desde el presente (tiempo = 0) hasta 1 Ma hacia el pasado de la excentricidad orbital de la Tierra (rojo) y Marte (verde). Cambios en excentricidad generan cambios en insolación.

10.9 Problemas

Problema 10.1 Hallar la densidad requerida para iniciar el colapso en una nube interestelar constituida de Hidrógeno molecular a una temperatura de 50 K sabiendo que su diámetro es de 20 pc. ¿Cual sería la masa total de esta nube?

Problema 10.2 Dado un disco protoplanetario de densidad superficial σ_0 a 1 ua del Sol con un perfil $\sigma = \sigma_0 r^\beta$ con $\beta < 0$, calcular la masa total del disco contenida entre 0.1 ua y el infinito discutiendo según β .

Problema 10.3 Calcular la cantidad de gas barrido durante un año por una partícula de radio R orbitando a 1 ua en torno a una estrella de $1 M_\odot$. Asumir una densidad de 10^{-9} g/cc y considerar que el gas se mueve 0,5% más lento. Asumiendo una partícula de densidad $\rho = 3$ g/cc calcular el radio de la partícula para que al cabo de una revolución atraviere una cantidad de gas igual a su masa.

Problema 10.4 Calcular el incremento de temperatura de la Tierra si pasa de una densidad homogénea a una configuración en la que la tercera parte de su masa está confinada en un núcleo con densidad el doble de la del manto circundante.

Problema 10.5 Considerando que el momento angular orbital de un planeta de masa m y radio orbital a es $L = mh = mk\sqrt{a}$ siendo k la constante gravitacional de Gauss; si un planetesimal genera un ΔL en el momento angular orbital de Jupiter calcular el cambio en su semieje orbital. Idem para Neptuno.



11. Bibliografía

Libros

- [1] Philip J. Armitage. *Astrophysics of Planet Formation*. 2013 (véanse páginas 256, 273, 277).
- [2] Viorel Badescu. *Asteroids: Prospective Energy and Material Resources*. 2013 (véase página 214).
- [4] J. Kelly Beatty, Carolyn Collins Petersen y Andrew Chaikin. *The New Solar System*. 1999 (véanse páginas 16, 106, 119, 122, 123, 170, 187, 195).
- [5] Jeffrey O. Bennett et al. *The Cosmic Perspective*. 2004 (véanse páginas 70, 75, 81, 84, 106, 265, 267).
- [6] B. Bertotti, P. Farinella y D. Vokrouhlick. *Physics of the Solar System*. 2003 (véanse páginas 55, 157, 227, 237).
- [8] Thomas Burbine. *ASTEROIDS: Astronomical and Geological Bodies*. 2017 (véase página 208).
- [10] Eric Chaisson y Steve McMillan. *Astronomy Today*. 2014 (véanse páginas 183, 285).
- [11] A. H. Cook. *Interiors of the Planets*. Cambridge Planetary Science Old. Cambridge University Press, 1980. DOI: 10.1017/CB09780511721748 (véase página 171).
- [12] Imke de Pater y Jack J. Lissauer. *Planetary Sciences*. 2001 (véanse páginas 114, 221, 262).
- [15] J. A. Fernández. *Comets: Nature, Dynamics, Origin, and Their Cosmogonical Relevance*. 2006 (véanse páginas 66, 223, 225).
- [17] CMR Fowler. *The Solid Earth: An Introduction to Global Geophysics*. 2004 (véase página 166).
- [23] Ronald Greeley. *Introduction to Planetary Geomorphology*. 2013 (véanse páginas 22, 116).
- [25] William K. Hartmann. *Moons and planets*. 2005 (véase página 123).
- [27] D. Jewitt, A. Morbidelli y H. Rauer. *Trans-Neptunian Objects and Comets*. 2008 (véanse páginas 218, 227).

- [28] Barrie W. Jones. *Discovering the Solar System*. 2007 (véanse páginas 118, 154, 206, 232).
- [29] Hannu Karttunen et al. *Fundamental Astronomy*. 2017. DOI: 10.1007/978-3-662-53045-0 (véanse páginas 49, 52).
- [30] L. Kay et al. *21st Century Astronomy*. 2013 (véanse páginas 17, 58, 70, 86).
- [35] Kenneth R. Lang. *The Sun from Space*. 2009. DOI: 10.1007/978-3-540-76953-8 (véanse páginas 180, 185, 187).
- [36] Kenneth R. Lang. *The Cambridge Guide to the Solar System*. 2011 (véanse páginas 42, 66, 192, 193).
- [37] Kenneth R. Lang. *Essential Astrophysics*. 2013. DOI: 10.1007/978-3-642-35963-7 (véase página 41).
- [38] Kenneth R. Lang. *The Life and Death of Stars*. 2013 (véase página 177).
- [41] G. Lemarchand y G. Tancredi. *Astrobiología: del Big Bang a las civilizaciones*. 2010. URL: http://www.astronomia.edu.uy/astrobiologia2009/Astrobiologia_Del_Big_Bang_a_las_Civilizaciones.pdf (véase página 263).
- [43] Jack J. Lissauer e Imke de Pater. *Fundamental Planetary Science*. 2013 (véanse páginas 11, 12, 27, 41, 50, 52, 57, 60, 61, 73, 74, 81, 85, 86, 98, 105, 153, 156, 167, 172, 173, 191, 198, 204, 205, 207, 211, 218, 221, 222, 233, 234, 239, 241, 242, 249, 255, 278, 283).
- [44] William Lowrie. *A Student's Guide to Geophysical Equations*. 2011 (véanse páginas 96, 97, 158, 159, 161).
- [46] H. Jay Melosh. *Planetary Surface Processes*. Cambridge Planetary Science. Cambridge University Press, 2011 (véase página 130).
- [49] Carl D. Murray y Stanley F. Dermott. *Solar System Dynamics*. 2000 (véanse páginas 30, 31).
- [52] Michael Perryman. *The Exoplanet Handbook*. 2014 (véanse páginas 16, 247-249, 259, 262, 264, 282, 284, 286, 287, 289).
- [54] T. Spohn, D. Breuer y T. V. Johnson. *Encyclopedia of the solar system*. 2014 (véanse páginas 22, 87, 88, 173, 189, 207, 230, 231, 235, 238, 250, 266-268).
- [58] E. J. Tarbuck y F. K. Lutgens. *Ciencias de la Tierra*. 2005 (véanse páginas 79, 99, 100, 102-105, 108, 110).

Artículos

- [3] Konstantin Batygin et al. “The planet nine hypothesis”. En: *Physics Reports* 805 (mayo de 2019), páginas 1-53. DOI: 10.1016/j.physrep.2019.01.009. arXiv: 1902.10103 [astro-ph.EP] (véanse páginas 216, 219).
- [7] William F Bottke et al. “The Yarkovsky and YORP Effects : Implications for Asteroid Dynamics”. En: (2006). DOI: 10.1146/annurev.earth.34.031405.125154 (véase página 64).
- [9] Matias Cerioni, Cristian Beaugé y Tabaré Gallardo. “Is the Orbital Distribution of Multi-Planet Systems Influenced by Pure 3-Planet Resonances?” En: *MNRAS* (2022) (véase página 257).
- [13] J. Ďurech y J. Hanuš. “Reconstruction of asteroid spin states from Gaia DR3 photometry”. En: *A&A* 675, A24 (jul. de 2023), A24. DOI: 10.1051/0004-6361/202345889. arXiv: 2305.10798 [astro-ph.EP] (véase página 215).

-
- [14] J. A. Fernández. “On the existence of a comet belt beyond Neptune”. En: *MNRAS* 192 (ago. de 1980), páginas 481-491. DOI: 10.1093/mnras/192.3.481 (véase página 216).
- [16] J. A. Fernández y W. -H. Ip. “Some dynamical aspects of the accretion of Uranus and Neptune: The exchange of orbital angular momentum with planetesimals”. En: *Icarus* 58.1 (abr. de 1984), páginas 109-120. DOI: 10.1016/0019-1035(84)90101-5 (véase página 286).
- [18] Priscilla Frisch. “The Galactic Environment of the Sun”. En: *American Scientist* 88.1 (feb. de 2000), página 52. DOI: 10.1511/2000.1.52. arXiv: astro-ph/9910429 [astro-ph] (véase página 19).
- [19] Michael J. Gaffey. “Mineralogy of Asteroids”. En: *American Institute of Physics Conference Series*. American Institute of Physics Conference Series 1386 (sep. de 2011). Editado por Eduardo Telles, Renato Dupke y Daniela Lazzaro, páginas 129-169. DOI: 10.1063/1.3636041 (véase página 206).
- [20] T. Gallardo. “Efectos dinámicos de las resonancias orbitales en el Sistema Solar”. En: *Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía La Plata Argentina* 58 (ago. de 2016), páginas 291-297. URL: <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2016BAAA...58..291G> (véase página 32).
- [21] Tabaré Gallardo. “Exploring the orbital evolution of planetary systems”. En: *European Journal of Physics* 38.3 (mayo de 2017). DOI: 10.1088/1361-6404/aa5e0c (véanse páginas 37-39).
- [22] Tabaré Gallardo, Gastón Hugo y Pablo Pais. “Survey of Kozai dynamics beyond Neptune”. En: *Icarus* 220.2 (ago. de 2012), páginas 392-403. DOI: 10.1016/j.icarus.2012.05.025. arXiv: 1205.4935 [astro-ph.EP] (véase página 216).
- [24] Daniel Grether y Charles H. Lineweaver. “How Dry is the Brown Dwarf Desert? Quantifying the Relative Number of Planets, Brown Dwarfs, and Stellar Companions around Nearby Sun-like Stars”. En: *The Astrophysical Journal* 640.2 (abr. de 2006), páginas 1051-1062. DOI: 10.1086/500161. arXiv: astro-ph/0412356 [astro-ph] (véase página 261).
- [26] Bruce M. Jakosky. “Atmospheric Loss to Space and the History of Water on Mars”. En: *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 49 (mayo de 2021). DOI: 10.1146/annurev-earth-062420-052845 (véase página 82).
- [31] J. Klačka et al. “The Poynting–Robertson effect: A critical perspective”. En: *Icarus* 232 (abr. de 2012), páginas 249-262. ISSN: 00191035. DOI: 10.1016/j.icarus.2012.06.044. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0019103512002734> (véase página 62).
- [32] W. Kley y R. P. Nelson. “Planet-Disk Interaction and Orbital Evolution”. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 50 (sep. de 2012), páginas 211-249. DOI: 10.1146/annurev-astro-081811-125523. arXiv: 1203.1184 [astro-ph.EP] (véase página 284).
- [33] Gerard P. Kuiper. “On the Origin of the Solar System”. En: *Proceedings of the National Academy of Science* 37.1 (ene. de 1951), páginas 1-14. DOI: 10.1073/pnas.37.1.1 (véase página 216).
- [34] Roberta Kwok. “The rock that fell to Earth”. En: *Nature News* 458.March (2009), páginas 401-403. URL: <https://www.nature.com/news/2009/090325/full/458401a.html> (véase página 120).
- [39] J Laskar et al. “Long term evolution and chaotic diffusion of the insolation quantities of Mars”. En: *Icarus* 170 (2004), páginas 343-364. DOI: 10.1016/j.icarus.2004.04.005 (véase página 160).

- [40] Judith Lean. “The Sun’s Variable Radiation and Its Relevance For Earth”. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 35 (ene. de 1997), páginas 33-67. DOI: 10.1146/annurev.astro.35.1.33 (véanse páginas 48, 193).
- [42] Christoph Lhotka y Cătălin Galeş. “Charged dust close to outer mean-motion resonances in the heliosphere”. En: *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 131.11, 49 (nov. de 2019), página 49. DOI: 10.1007/s10569-019-9928-y. arXiv: 1911.02778 [astro-ph.EP] (véase página 63).
- [48] D. Morrison et al. “Dealing with the Impact Hazard”. En: *Asteroids III* (2002), páginas 739-754 (véanse páginas 119, 213, 243).
- [50] David Nesvorný. “Dynamical Evolution of the Early Solar System”. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 56 (sep. de 2018), páginas 137-174. DOI: 10.1146/annurev-astro-081817-052028. arXiv: 1807.06647 [astro-ph.EP] (véase página 287).
- [51] E. J. Opik. “Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter”. En: *Proc. R. Irish Acad. Sect. A* 54 (ene. de 1951), páginas 165-199 (véase página 210).
- [53] Olga P. Popova et al. “Chelyabinsk Airburst, Damage Assessment, Meteorite Recovery, and Characterization”. En: *Science* 342.6162 (2013), páginas 1069-1073. ISSN: 0036-8075. DOI: 10.1126/science.1242642. URL: <https://science.sciencemag.org/content/342/6162/1069> (véase página 120).
- [55] David Sudarsky et al. “Phase Functions and Light Curves of Wide-Separation Extrasolar Giant Planets”. En: *Astrophysical Journal* 627.1 (jul. de 2005), páginas 520-533. DOI: 10.1086/430206. arXiv: astro-ph/0501109 [astro-ph] (véase página 54).
- [56] Gonzalo Tancredi. “Physical and dynamical characteristics of icy dwarf planets (plutoids)”. En: IAU Symposium 263 (ene. de 2010). Editado por Julio A. Fernández et al., páginas 173-185. DOI: 10.1017/S1743921310001717 (véanse páginas 212, 213).
- [57] Gonzalo Tancredi. “A criterion to classify asteroids and comets based on the orbital parameters”. En: *Icarus* 234 (2014), páginas 66-80. ISSN: 10902643. DOI: 10.1016/j.icarus.2014.02.013. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.icarus.2014.02.013> (véase página 201).
- [59] S. J. Weidenschilling. “The Distribution of Mass in the Planetary System and Solar Nebula”. En: *Astrophysics and Space Science* 51.1 (sep. de 1977), páginas 153-158. DOI: 10.1007/BF00642464 (véanse páginas 276, 278).
- [60] Robin D. Wordsworth. “The Climate of Early Mars”. En: *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 44 (jun. de 2016), páginas 381-408. DOI: 10.1146/annurev-earth-060115-012355. arXiv: 1606.02813 [astro-ph.EP] (véase página 136).

Apuntes y cursos

- <http://www.astronomia.edu.uy/depto/planetologia/planet.html>, curso de Ciencias Planetarias de Facultad de Ciencias.
- *Astrofísica del Sistema Solar*, curso dictado por Julio A. Fernández, circa 1987.
- *Formación Planetaria*, <http://www.astronomia.edu.uy/depto/opcionales/formacion.html>, cursillo intensivo dictado por Julia Venturini, 2019.
- *Evolución Orbital en Sistemas de Exoplanetas*, <http://www.astronomia.edu.uy/depto/opcionales/exoplanetas.html>, cursillo intensivo dictado por Adrian Rodriguez, 2020-2021.
- *Planets, exoplanets and their systems in a broad and multidisciplinary context*, <https://www.aulavirtual.csic.es/course/view.php?id=81>, escuela 2020.

- <https://freeshell.de/~rgh/posgrado-1.php>, curso del Prof. Ricardo Gil-Hutton.
- <https://websites.pmc.ucsc.edu/~fnimmo/>, cursos del Prof. Francis Nimmo.
- <https://w.astro.berkeley.edu/~echiang/planetastro/planetastro.html>, curso del Prof. Eugene Chiang.

Links

- <https://www.annualreviews.org/journal/earth>, Annual Review of Earth and Planetary Sciences, excelentes artículos de revisión.
- <http://www.timbo.org.uy/>, portal timbo, acceso a libros y artículos.
- <https://ui.adsabs.harvard.edu/>, Astrophysics Data System, para búsqueda de publicaciones astronómicas.
- <https://pds.nasa.gov/home/users/>, Planetary Data System, imágenes analizadas, mapas y datos.
- <https://ssd.jpl.nasa.gov>, datos orbitales y físicos de los planetas, satélites y cuerpos menores.
- <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu>, base de exoplanetas mantenida por NASA.

Software

- <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.mathsapp>, Mathsapp, calculadora para Android, incluye constantes físicas.
- <http://csep10.phys.utk.edu/astr161/calculator.html>, Astrophysical Calculator, on line con datos planetarios y constantes físicas.
- <https://www.wolframalpha.com/>, Wolfram Alpha calcula cualquier cosa on line.
- <http://www.fisica.edu.uy/~gallardo/opik/>, Opik, probabilidad de colision y eyeccion de un asteroide con un planeta.
- <https://sites.google.com/site/solevorb/>, Solevorb, integración de órbitas en el Sistema Solar.
- <http://www.astronomia.edu.uy/orbe/>, Orbe, integración de sistemas planetarios.
- <http://www.fisica.edu.uy/~gallardo/coli/colisionlab.html>, Colisionlab, calculo de probabilidad de colisión mediante simulaciones numéricas.
- <http://universesandbox.com/>, Universe Sandbox, creación, evolución y destrucción de sistemas planetarios, wow!.
- http://down2earth.eu/impact_calculator, simulador de impactos.
- <https://github.com/VirtualPlanetaryLaboratory/vplanet>, Virtual Planet, laboratorio astrofisico y dinamico de ciencias planetarias. Nivel de posgrado.

