UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TACHIRA

FUNDAMENTOS DE ELECTRICIDAD

Para Estudiantes de Ingeniería Mecánica

Angel Iván Molina Alcedo.

San Cristóbal, febrero de 2006

CAPITULO 1

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

1.1.- INTRODUCCION.

En este Capítulo se estudiaran de manera sencilla los conceptos fundamentales de electricidad tales como: corriente eléctrica, diferencia de potencial, campo eléctrico, densidad de corriente, potencia y energía. Para tal fin se hace uso de la analogía con otros fenómenos naturales que faciliten la comprensión de tales conceptos. En el estudio de la electricidad se pueden diferenciar dos tipos de elementos: los activos (que son las fuentes ya sean de voltaje o de corriente) y los pasivos (los resistores, los inductores y los capacitores), sobre esos dos tipos de elementos se revisan algunos conceptos fundamentales relacionados con los mismos. También se hacen apuntes sobre el circuito cerrado y circuito abierto, elementos de medición, control y protección. El lector al estudiar este Capitulo debe dominar con suficiente destreza los conceptos antes señalados y establecer con claridad las unidades relacionadas con cada concepto, ya que constituyen la base fundamental para abordar el estudio de los circuitos eléctricos que se analizarán en el Capitulo 2.

1.2 CORRIENTE ELECTRICA.

Se denomina corriente eléctrica al movimiento de cargas eléctricas a lo largo de un camino determinado, expresado como la variación o la rata de cambio de las cargas por unidad de tiempo, de acuerdo con la ecuación:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \tag{1.1}$$

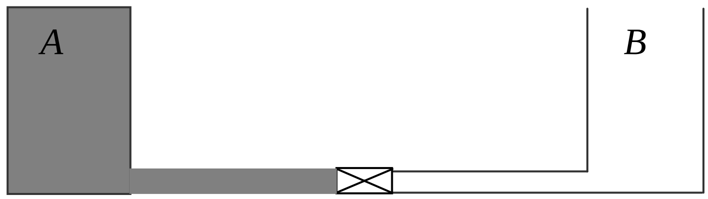
Donde:

$i(t)$ = Corriente eléctrica.
dq = Variación de carga.
dt = Variación en el tiempo.

El movimiento de las cargas eléctricas puede ser de dos tipos: corriente de electrones o corrientes de iones. Siendo la carga del electrón $e^- = 1{,}60210x10^{-19}$ *coulombs*

La corriente eléctrica, también es llamada Intensidad, se representa con la letra I (cuando no depende del tiempo) y con la letra i (cuando depende del tiempo); la unidad de medida es el Amperio (coul/seg) que se abrevia como Amp, o como “A”. Los submúltiplos mas usados son los miliamperios (mA), 1 mA = 10^{-3} A y los microamperios (µA), 1µA = 10^{-6} A. El múltiplo mas usado es el Kiloamperio (KA), 1 KA = 10^{3} A.

Por analogía la corriente eléctrica, se puede comparar a la corriente de agua en un río o al movimiento de un fluido, entre dos recipientes A y B, como se indica en la figura siguiente:



Llave de paso:

Figura 1.1 Movimiento de un fluido, entre dos recipientes A y B

Se tomó como unidad de medida de la corriente eléctrica el Amperio, en honor a André Marie Ampère, (1775-1836), físico, químico y matemático francés, quien realizó estudios sobre el electromagnetismo, ciencia que relaciona la electricidad y el magnetismo (dos agentes físicos que hasta esa época se creían independientes). Ampère en sus memorias, confirma, profundiza y da forma matemática al fenómeno del electromagnetismo. Estableció la relación cuantitativa entre la corriente y el campo magnético a través de una ley que se conoce como *la ley de Ampère*. Utilizando la desviación que una corriente eléctrica ejerce sobre una aguja magnética; construyó el primer galvanómetro, sentando los principios del funcionamiento del amperímetro. Fue llamado por Maxwell "el Newton de la electricidad".

<u>Problema 1.1</u>

Determinar el valor de la corriente a través de una batería, en la cual se mueven con rapidez constante de derecha a izquierda 10^{20} iones negativos por minuto, y de izquierda a derecha $2x10^{19}$ iones positivos por minuto.

<u>Datos:</u>

$d_q/d_t -$ = 10^{20} iones negativos (de derecha a izquierda) = $10x10^{19}$

$d_q/d_t +$ = $2x10^{19}$ iones positivos (de izquierda a derecha) = $2x10^{19}$

<u>Solución:</u>

$I = d_q/d_t^{\,+} + d_q/d_t - = \underline{[(2x10^{19} + 10x10^{19})1{,}6x10^{-19}\text{Amp x seg.}]}/ 60\text{ seg.}$

$$I = \frac{(12)(1{,}6)\text{Ampxseg}}{60\text{ seg}} = 0{,}32\text{ A.}$$

1.3.- DIFERENCIA DE POTENCIAL

Se denomina Diferencia de Potencial, al trabajo que se debe realizar para trasladar una carga de prueba q_o, desde un punto A hasta un punto B, con movimiento uniforme. Se define de acuerdo con la ecuación:

$$V_B - V_A = V = \frac{W_{AB}}{q_o} \qquad (1.2)$$

Donde:

V_A = Potencial en el punto A.
V_B = Potencial en el punto B.
V = Diferencial de potencial.
q_O = Carga de prueba.
W_{AB} = Trabajo realizado.

La Diferencia de Potencial, también es llamado Voltaje, Tensión, Fuerza Electromotriz (FEM), se representa con la letra V (cuando no depende del tiempo) y con la letra "v" (cuando depende del tiempo), también se puede representar con la letra E (cuando no depende del tiempo) y con la letra "e" (cuando depende del tiempo). La unidad de medida es el Voltio (joules/coul) que se abrevia como Volt o como "V". Los submúltiplos mas usados son los milivoltios (mV), 1 mV = 10^{-3} V. El múltiplo más usado es el Kilovoltio (KV), 1 KV = 10^3 V.

Por analogía la Diferencia de Potencial, se puede comparar con la diferencia de altura o nivel, que permite que fluya la corriente de agua en un río. También se puede comparar con la diferencia de presión o de altura que produce el movimiento de un fluido, entre dos recipientes A y B, como se indica en las figuras siguientes:

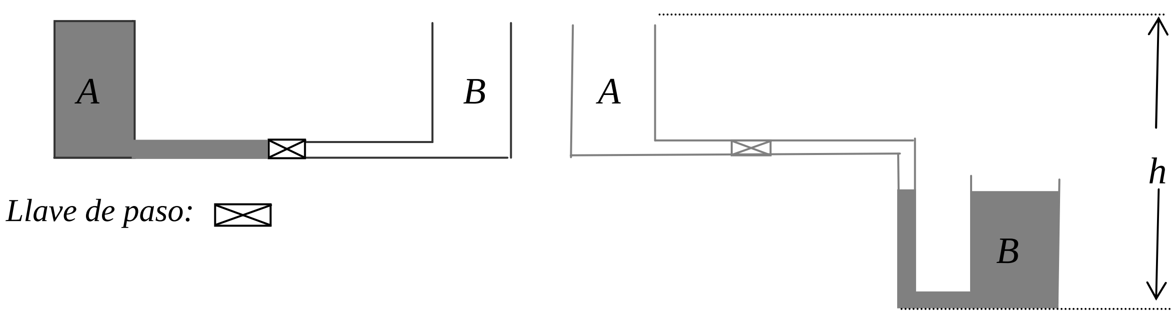


Figura 1.2 Movimiento de un fluido, entre dos recipientes A y B

Se tomó como unidad de medida de la Diferencia de Potencial, el Voltio, en honor a Alessandro Volta, (1745-1827), físico italiano, famoso por la invención de la *Pila Volta.* Comprobó que cuando dos metales secos se ponen en contacto y luego se separan uno se carga positivamente y el otro negativamente.

Problema 1.2

Cuando $3{,}12 \times 10^{19}$ electrones pasan a través de un elemento circuital, se ejerce sobre ellos un trabajo (W) de 5 julios, se pregunta: El elemento es de naturaleza activa o pasiva. ¿Cuál es la diferencia de potencial a los bornes del elemento?

Solución:

El elemento es de naturaleza pasiva porque se ejerce trabajo.

$V_B - V_A = V = W_{AB}/ q_o$ = (5 julios)/($3{,}12 \times 10^{19}$ x $1{,}6021 \times 10^{-19}$ coulombs).

$$V = 1{,}00028 \text{ Voltios}$$

1.4.- CAMPO ELECTRICO.

Se define Campo Eléctrico, a la relación entre la fuerza ejercida sobre una carga q_o El Campo Eléctrico se simboliza por la letra E, de acuerdo con la ecuación:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_O} \qquad (1.3)$$

Donde:

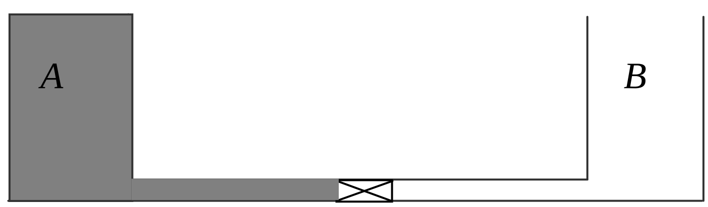
$\vec{E} =$ Campo eléctrico.

$\vec{F} =$ Fuerza.

$q_O =$ Carga de prueba.

En el punto anterior se argumentó que la Diferencia de Potencial, se puede comparar con la diferencia de altura o nivel, que permite que fluya la corriente de agua en un río. Así mismo, también se dijo que se puede comparar con la diferencia de presión o de altura que produce el movimiento de un fluido, entre dos recipientes A y B. De esta última comparación se puede decir lo siguiente:

Si se tienen dos recipientes A y B como en la figura 1.3, conteniendo cualquier fluido (agua por ejemplo).



Llave de paso:

Figura 1.3 Recipientes A y B, conteniendo cualquier fluido.

Una vez abierta la llave de paso, se da el movimiento del fluido de A hasta B, hasta que se igualen los niveles de los recipientes, como se muestra en la figura 1.4

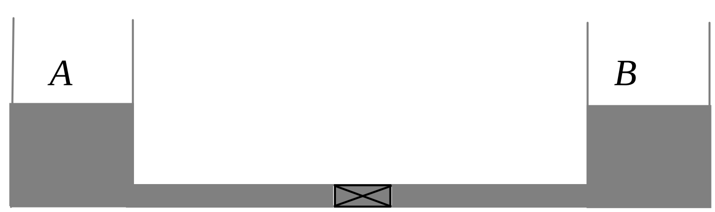


Figura 1.4 Recipientes con igual nivel

El fluido pasará totalmente de A hasta B, bajo las siguientes circunstancias:

1.- Que se ejerza la presión adecuada sobre el recipiente A.

2.- Que se succione desde el recipiente B

3.- Que se instale una bomba en la tubería que une los dos recipientes.

4.- Que haya una diferencia de altura entre los recipientes, según la figura 1.5

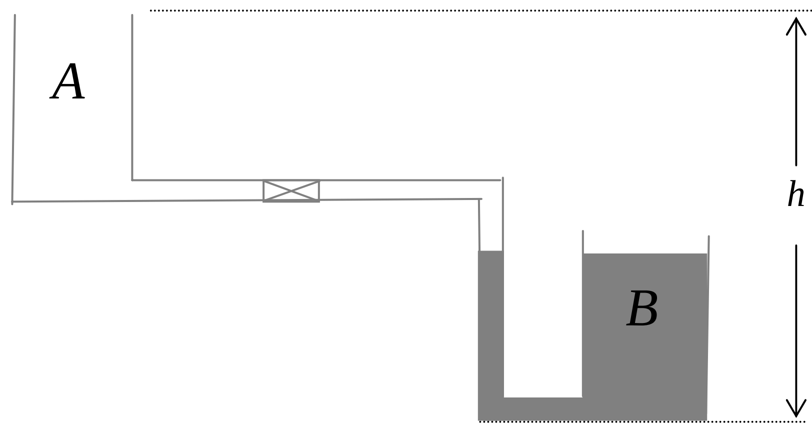


Figura 1.5 Diferencia de altura o nivel entre los recipientes A y B.

De acuerdo con la figura 1.5, nos preguntamos ¿siempre ocurrirá el movimiento de fluido desde el recipiente A hasta B, estando la llave de paso abierta? En un primer momento la respuesta es sí, pero no siempre ocurre el movimiento del fluido desde A hasta B, ya que si llevamos el montaje indicado fuera de la acción del campo gravitatorio terrestre, el fluido permanecerá en el recipiente A, a pesar de estar la llave de paso abierta y a pesar de existir una diferencia de altura, no hay desplazamiento de fluido, porque no hay campo gravitatorio.

Circunstancia similar ocurre con el campo eléctrico, es decir, que si no hay campo eléctrico no puede haber desplazamiento de electrones, por lo tanto no hay corriente eléctrica, ya que existe una relación muy estrecha entre la diferencia de potencial y campo eléctrico, porque este último es un campo de naturaleza vectorial, que se puede describir también por un campo de naturaleza escalar, denominado "potencial eléctrico" y la diferencia entre distintos niveles de potencial eléctrico es lo que se llama voltaje o diferencia de potencial.

En resumen y por analogía:

1.- La corriente eléctrica, se puede comparar a la corriente de agua en un río o al movimiento de un fluido, entre dos recipientes A y B.

2.- La Diferencia de Potencial, se puede comparar con la diferencia de altura o nivel, que permite que fluya la corriente de agua en un río. También se puede comparar con la diferencia de presión o de altura que produce el movimiento de un fluido, entre dos recipientes A y B.

3.- El Campo Eléctrico, se puede comparar al campo gravitatorio, pero con la diferencia que la existencia del Campo Eléctrico implica la existencia de Diferencia de Potencial y viceversa, ya que estas cantidades están íntimamente relacionadas. En cambio una diferencia de altura no implica presencia de campo gravitatorio y viceversa, tal como quedó demostrado en el ejemplo anterior.

La unidad para medir el Campo Eléctrico E, es el Newton/Coulomb.

La relación entre el Campo Eléctrico y la Diferencia de Potencial se obtiene como se demuestra a continuación:

La Diferencia de Potencial se define como: $V_B - V_A = W_{AB}/q_o$; si tomamos el punto "A" a una distancia infinita de toda carga, entonces:

$V_A = 0$ Volt y $V_B = V$; por lo tanto $W_{AB}/q_o \Rightarrow$

$$W_{AB} = V^* q_o \qquad (1.4)$$

Donde:

W_{AB} = Trabajo o energía.
V = Voltaje o Diferencia de potencial.
q_O = Carga de prueba.

El Campo Eléctrico se define como: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_O}$

Por otra parte $W_{AB} = \int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = -q_o \int_A^B \vec{E}.\vec{dl}$; haciendo los cambios se tiene que:

$$V = -\int_{\infty}^{B} \vec{E}.\vec{dl} \qquad (1.5)$$

Donde:

V = Diferencia de Potencial.
$\vec{E}$ = Campo Eléctrico.
$\vec{dl}$ = Variación de distancia.

(Nota: El signo negativo antes del integral resulta porque sobre una carga de prueba ubicada en un campo eléctrico, este ejerce una fuerza $\vec{F} = qo\vec{E}$, y un agente externo que actúe sobre dicha carga de prueba tiene que ejercer por lo tanto una fuerza contraria, es decir con signo negativo.)

Problema 1.3

Se aplica un campo eléctrico de 10^{-3} N/C a lo largo del eje de un conductor cilíndrico de radio = 2 mm, y 1 mts de largo. Si el conductor de cobre tiene una constante de resistividad $\rho = 17{,}24\text{x}10^{-3}\ \Omega^*\text{mm}^2/\text{m}$). Se pide determinar:

a.) La caída de potencial a los terminales del conductor.

b.) El valor de la corriente que circula.

Solución:

Según la definición de diferencia de potencia se tiene: $V_B - V_A = V \rightarrow V = W_{AB}/\ q_o$

El trabajo $W_{AB} = \int F.dl \rightarrow V = \int F.dl / q_o$

La Fuerza $F = E*q_o$

a) $V = \int(E*q_o*dl)/ q_o \rightarrow V = \int E*dl \rightarrow V = \int 10^{-3} N/C 1mts. = 10^{-3}$ Voltios

Según la Ley de Ohm $V = I*R$

La resistencia $R = \rho*L/S$ (ρ = coeficiente de resistividad; L = longitud; S = Area transversal)

b) $I = V/R = V/(\rho*L/S) = (V*S)/(\rho*L)=10^{-3}volt*\pi*2^2\ mm^2/(17,24*10^{-3}\Omega\ mm^2/m\ 1m)$

$I = 0,73$ Amp

1.5.- FUERZA ENTRE DOS CONDUCTORES.

La fuerza debida a dos corrientes I_1 e I_2, entre dos conductores, se expresa por la ecuación:

$$\mathbf{F} = \frac{\mu_o.\mathbf{I}_1.\mathbf{I}_2.\mathbf{L}}{2\pi.d} \qquad (1.6)$$

Donde:

μ_o = Constante de permeabilidad del medio.
I_1 = Corriente en el conductor 1
I_2 = Corriente en el conductor 2
L = Longitud del recorrido de la corriente en los conductores paralelos.
d = Distancia que separa los conductores paralelos.

<u>Problema 1.4</u>

En la figura adjunta se muestra un conductor rectilíneo que transporta una corriente de 30 A. La corriente de la espira rectangular es de 20 A. Se pide determinar la fuerza neta sobre la espira dirigida hacia el conductor

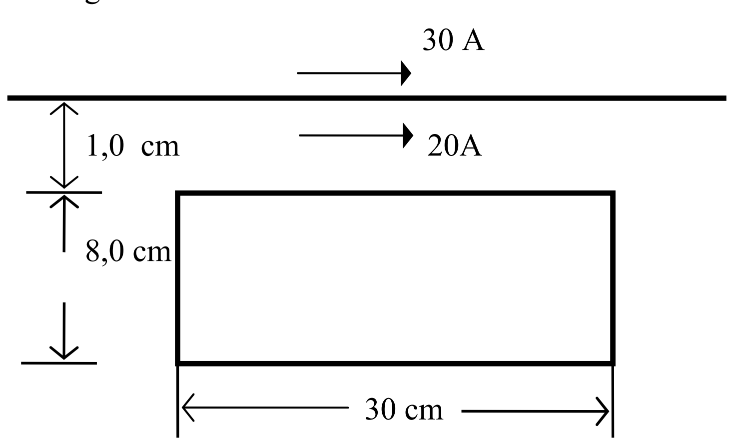


Figura 1.6 Problema 1.4: Fuerza entre conductores.

Datos:

$I_1 = 30$ A; $I_2 = 20$ A.; $L = 30$ cm. ; $d_1 = 1$ cm. ; $d_2 = 9$ cm

$F = ?$

Solución:

$F_T = F_1 - F_2$

Por definición de Fuerza entre dos conductores rectilíneos.

$F = \mu_o I_1 I_2 L/(2\pi d)$

$F_T = F_1 - F_2 \Rightarrow F_T = \mu_o I_1 I_2 L/(2\pi d_1) - \mu_o I_1 I_2 L/(2\pi d_2)$

$\Rightarrow F_T = [\mu_o I_1 I_2 L/(2\pi)] [1/d_1 - 1/d_2]$

$F_T = [4\pi 10^{-7}\ 30 * 20 * 30/2\pi][1/1 - 1/9] \Rightarrow F_T = 3{,}2 * 10^{-3}$ New.

1.6.- DENSIDAD DE CORRIENTE.

Se denomina Densidad de Corriente a la relación entre la corriente y la superficie atravesada por ésta. Se expresa por el vector j de acuerdo con la ecuación:

$$\vec{j} = \frac{d\vec{i}_n}{ds} \qquad (1.7)$$

Donde:

j = Densidad de corriente.
i_n = Corriente
s = Superficie

Problema 1.5

Del cuadro siguiente, para un alambre de calibre 4/0 AWG, hallar: La densidad máxima permisible de corriente en Amp/CM. La densidad máxima permisible de corriente en Amp/pulg^2 El área de sección transversal necesaria para conducir una corriente de 5000 Amp.

Conductor AWG	Area (CM)	Corriente Máxima (Amp)
4/0	211.600	360

Cuadro 1.1 Problema 1.5

Solución:

a) J = I/S = 360Amp/211.600 CM = 1,702 X 10^{-3} Amp/CM

1 CM (circular mils) = $(\pi/4)$mils^2

1 mils = 10^{-3} pulg $\rightarrow$ 1 mils^2 = 10^{-6} pulg^2; por lo tanto: 1 CM = $(\pi/4)\ 10^{-6}$ pulg^2

1 CM $\rightarrow$ $(\pi/4)\ 10^{-6}$ pulg^2

211600 CM $\rightarrow$ X

$X = (211600CM * \pi * 10^{-6}\ pulg^2)/4\ CM \rightarrow X = 0{,}1661\ pulg^2$

b) $J = I/S = 360Amp/0{,}1661\ pulg^2 = 2167{,}36\ Amp/\ pulg^2$

c) $S = I/J = 5000Amp/(2167{,}36\ Amp/\ pulg^2) = 2{,}31\ pulg^2$

1.7.- POTENCIA Y ENERGÍA ELÉCTRICA.

La Potencia es una indicación de la cantidad de trabajo que se realiza en un tiempo determinado, por lo tanto se define la Potencia Eléctrica, a la rata de transferencia de energía, de acuerdo con la ecuación:

$$P = \frac{dw}{dt} \qquad (1.8)$$

Donde:

P = Potencia eléctrica.
w = Trabajo
t = Tiempo

La Potencia Eléctrica, se representa con la letra P (cuando se trate de valores promedios) y con la letra p (cuando se trate de valores instantáneos); la unidad de medida en el sistema MKS, es el vatio (joul/seg), que se abrevia como watts, o como W. El múltiplo mas usado es el Kilovatio (KW), 1 KW = 10^3 W. Existen otra unidades como el caballo de potencia, Hp (de las siglas en inglés horse power) y el caballo de vapor (CV).

1 HP = 745,7 watts y 1 CV = 745 watts

Se tomó como unidad de medida de la Potencia Eléctrica el Watts, en honor a James Watt, (1736-1819), mecánico escocés, quien ideó y perfeccionó la Máquina de Vapor, dando inicio a lo que se llamó la Revolución Industrial.

Como $W_{AB} = V * q_o$ (Ecuación 1.4); $i(t) = \frac{dq}{dt}$ (Ecuación 1.1) y el voltaje V es constante entonces:

$$P = \frac{dw}{dt} = V\frac{dqo}{dt} = Vi$$

Si la corriente es constante la potencia eléctrica se expresa como:

$$P = V.I \qquad (1.9)$$

Donde:

P = Potencia eléctrica.
V = Voltaje
I = Corriente

La Energía Eléctrica se define como:

$$W = \int P.dt \qquad (1.10)$$

La Energía, también es llamada Trabajo, se representa con la letra W (cuando no depende del tiempo) y con la letra w (cuando depende del tiempo); la unidad de medida en el sistema MKS es el Joule (New*m o watts*seg) que se abrevia como J.

Se tomó como unidad de medida de la energía eléctrica el Joule, en honor a James Prescott Joule, (1818-1889), físico inglés, quien enunció el principio de la equivalencia mecánica del calor. También enunció que la energía de una corriente I, se transforma totalmente en calor según la siguiente relación:

$$Q = \frac{I^2 R.t}{J} \qquad (1.11)$$

Donde:

Q= Calorías
I= Corriente en el conductor
R = Resistencia del conductor.
t = Tiempo.
J = Equivalencia mecánica del calor = 4.186 Joules/caloría.

Cuando el voltaje y la corriente son constantes P = V*I (Ecuación 1.9) entonces, la energía eléctrica se expresa como:

$$W = V*I*t \qquad (1.12)$$

Donde:

W = Energía eléctrica.
V = Voltaje
I = Corriente
t = Tiempo

Problema 1.6

Cuando una secadora de ropa está operando al máximo consume 5,2 KW: a) ¿Cuántos caballos de potencia promedio tendría que usarse para generar esa potencia? b) Si un combustible tiene una densidad de 50 lbm/ft^3 (libra masa/pies cúbicos) y genera 18.500 BTU/lbm. ¿Cuántos litros (1 litro = 1.000 centímetros cúbicos) de ese combustible tendrán que usarse para hacer funcionar la secadora durante 1 hora?. 1 BTU (de la siglas en inglés British Thermal Unit) = 1055,1 Joule.

Solución:

a.) La potencia: P = 5.200 W/746W/hp = 6,97 hp.

b.) La energía: W = P*t = 5.200 W * 3.600seg. = 18,72 x10^6 J.

1 BTU = 1.055,1 J $\Rightarrow$ 18,72 x10^6 J. = 17.742,39 BTU

Si 1 lbm genera 18.500 BTU para generar 17.742,39 BTU son necesarios 0,959 lbm

Si 50 lbm $\rightarrow$ 1 ft^3 $\Rightarrow$ 0,959 lbm $\rightarrow$ 1,918x10^{-2} ft^3

Si 1 ft $\rightarrow$ 30,47 cm $\Rightarrow$ 1 ft^3 = 28.282,80 cm^3 $\Rightarrow$ 1,918x10^{-2} ft^3 = 542,5 cm^3

Total de litros necesarios = 0,543 litros

Problema 1.7

Una población dispone para producir energía de una pequeña central hidráulica, cuya caída de agua útil es de 30 mts. Asumiendo que el rendimiento del sistema hidráulico es de 78%; el de la turbina el 75% y del generador 86%. Determine el caudal (Q) mínimo necesario si la potencia del generador es de 60.000 W.

Solución:

En las presas se genera electricidad liberando un flujo controlado de agua a alta presión a través de un conducto forzado. El agua impulsa unas turbinas que mueven los generadores y producen así una corriente eléctrica. A continuación, esta corriente es elevada, por medio de transformadores de baja a alta tensión. La corriente se transporta por conductores o redes de alta tensión hasta las subestaciones eléctricas, donde se reduce la tensión para ser empleada por los usuarios. El agua sale de la presa por el desagüé.

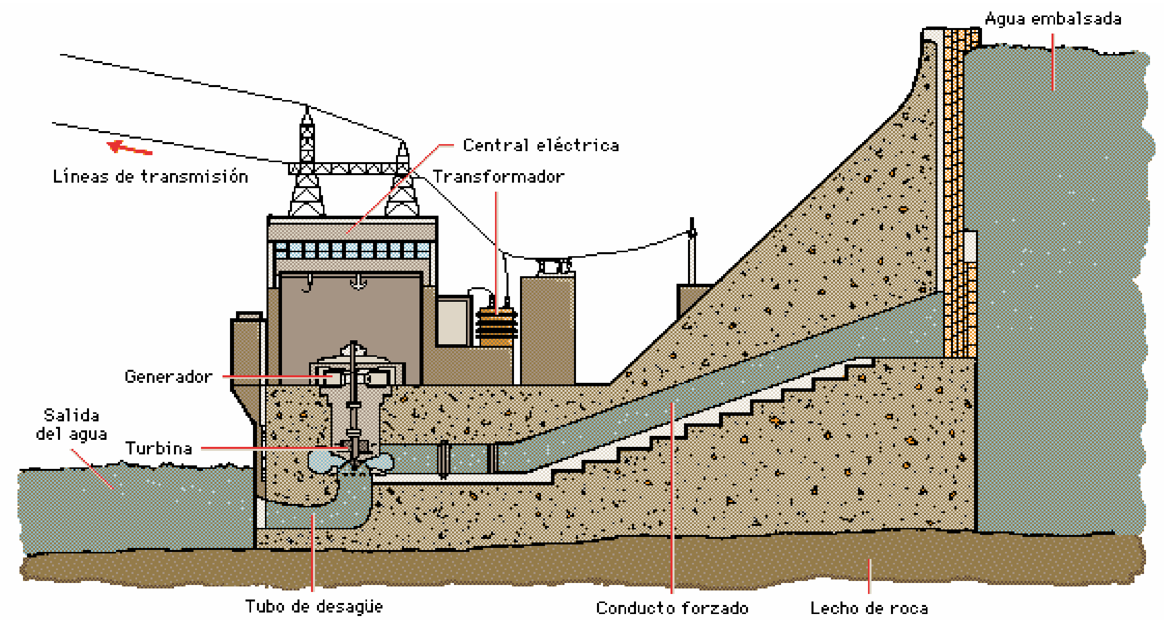


Figura 1.7 Problema 1.7 Sección transversal de una Central Hidroeléctrica

Rendimiento del sistema hidráulico: $\eta = 78\%$

Rendimiento de la turbina: $\eta = 75\%$

Rendimiento del generador: $\eta = 86\%$

$P = 60.000$ W $= 60$ KW

Altura: $h = 30$ m

Solución:

$Pe = Ps/\eta$

Siendo η = Eficiencia.

P_s = Potencia de salida.

P_e = Potencia de entrada.

Para el Generador:

La potencia de salida del Generador es de 60 KW, por lo tanto:

$P_{eG} = P_{sG} / \eta_G$

$P_{eG} = 60/0,86 = 69,77$ KW

Para la Turbina:

La potencia de entrada del Generador, es igual a la potencia de salida de la Turbina:

$P_{eG} = P_{sT}$

$P_{eT} = P_{sT/}\ \eta_T$

$P_{eT} = 69.77/0,75 = 93,02$ KW

Para el Sistema Hidráulico:

La potencia de entrada de la Turbina, es igual a la potencia de salida del Sistema Hidráulico:

$P_{eT} = P_{sSH}$

$P_{eSH} = P_{sSH/}\ \eta_{SH}$

$P_{eSH} = 93,02/0,78 = 119,26$ KW

Cálculo del Caudal.

Aplicando las ecuaciones:

$Ep = mgh$. (Siendo: Ep = Energía Potencial: m = masa: g = gravedad: h = altura)

$\rho = m/V \Rightarrow m = \rho V$ (Siendo: ρ = Densidad: V = Volumen: m = masa)

$Q = V/t \Rightarrow V = Qt$ (Siendo: Q = Caudal: V = Volumen: t = tiempo)

$Ep = Pt$ (Siendo: Ep = Energía Potencial: P = Potencia: t = tiempo)

Sustituyendo

$Ep = (\rho V)gh = Pt \Rightarrow P = \rho(V/t)gh \Rightarrow P = \rho Qgh \Rightarrow Q = P/(\rho gh)$

$P = 119,26*10^3 W;\ \rho = 10^3 kg/m^3;\ g = 9,81 m/s^2;\ h = 30 m$

$Q = 119,26*10^3 W/(10^3 kg/m^3)*9,81 m/s^2*30 m) = 0,41\ m^3/s$

1.8.- ELEMENTOS ACTIVOS.

Son los dispositivos que transforman por lo general la energía mecánica, química o solar en energía eléctrica.

Clasificacion:

a) Según el tipo, se clasifican en fuentes de voltaje y fuentes de corriente.

b) Según la forma de voltaje o corriente generada, se clasifican en continuas, directas y alternas.

Fuentes Continuas:

Producen una forma de voltaje o corriente constante en el tiempo, cuyos símbolos y representaciones son las siguientes:

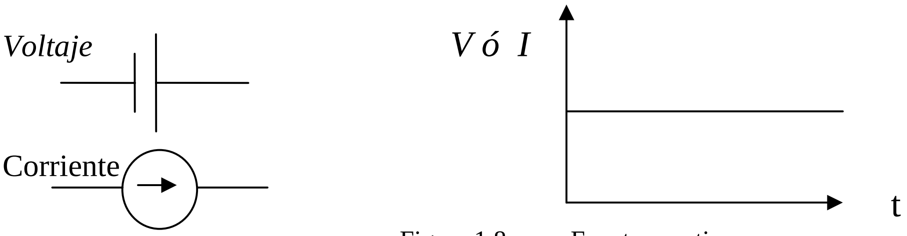


Figura 1.8 Fuentes continuas.

Fuentes Directas:

Producen una forma de voltaje o corriente periódica (en forma de media onda), que crece hasta alcanzar un máximo y decrece hasta llegar al valor inicial. Sus símbolos y representaciones son las siguientes:

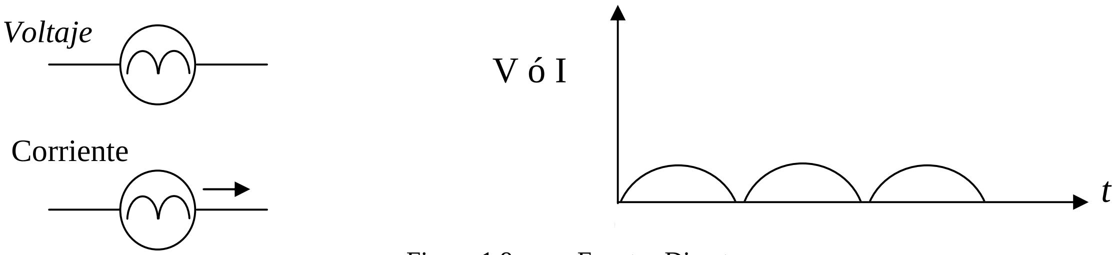


Figura 1.9 Fuentes Directas.

Fuentes Alternas:

Producen una forma de voltaje o corriente periódica (en forma de onda completa), que crece hasta alcanzar un máximo positivo y decrece hasta alcanzar un máximo negativo. Sus símbolos y representaciones son las siguientes:

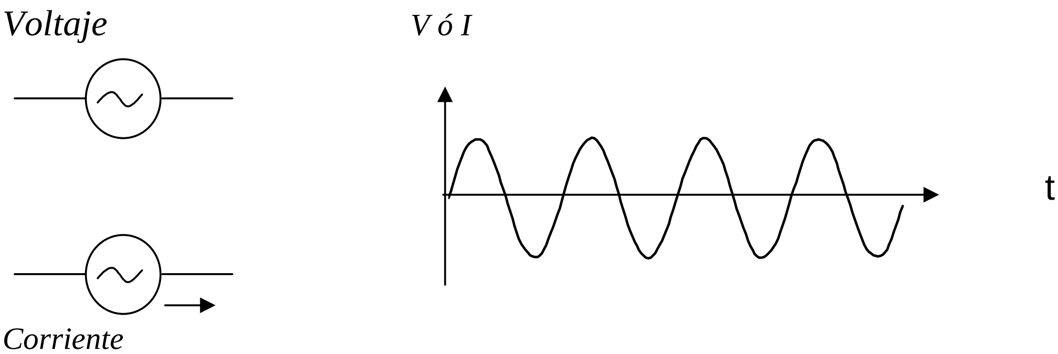


Figura 1.10 Fuentes Alternas.

Fuentes de Voltaje Reales:

Las fuentes de voltaje reales, se representan como una fuente de voltaje ideal, en serie con su resistencia interna según el siguiente circuito:

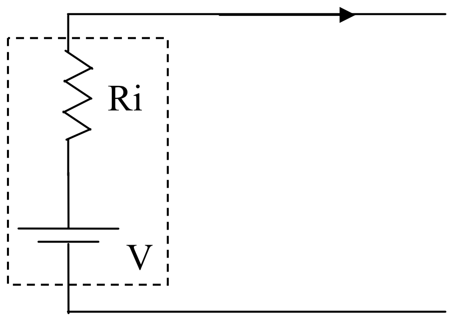


Figura 1.11 Fuente de Voltaje Real.

Fuentes de Corriente Reales:

Las fuentes de corriente reales, se representan como una fuente de corriente ideal, en paralelo con su resistencia interna según el siguiente circuito:

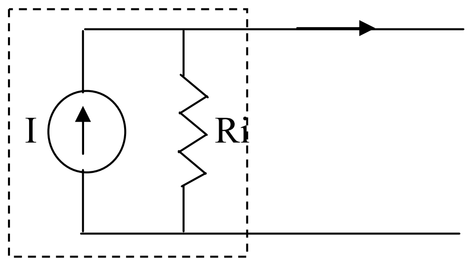


Figura 1.12 Fuentes de Corriente Real.

Transformación de Fuentes:

Una fuente de Voltaje Real se puede transformar en una fuente de Corriente Real, donde la corriente I = V/Ri, y la resistencia Ri, queda en paralelo. Así también una fuente real de corriente se puede transformar en una fuente de voltaje real, donde el voltaje V = I*Ri, y la resistencia Ri, queda en serie, como lo indica la figura siguiente:

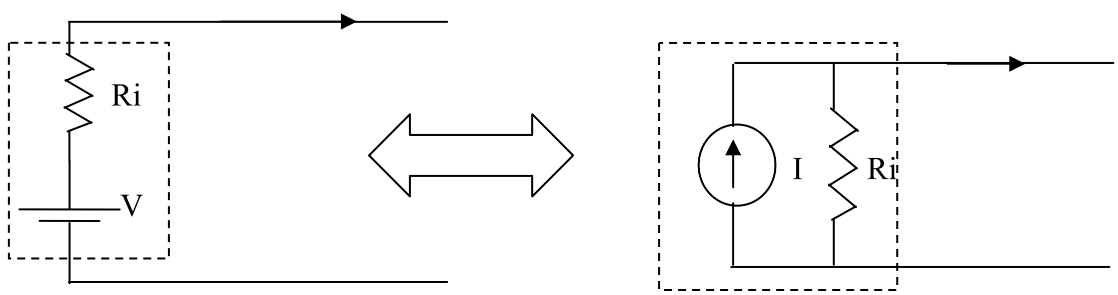


Figura 1.13 Transformación de Fuentes.

Las fuentes “ideales” de corriente o voltaje no presentan ninguna resistencia interna y tiene la capacidad de generar una corriente o un voltaje, cuyo valor es independiente de la carga que alimenta.

Las fuentes “reales” de corriente o voltaje si presentan resistencias internas y generan una corriente o un voltaje, cuyo valor depende de la carga que alimenta.

Si en una fuente real de voltaje Eca = voltaje de circuito abierto, Icc = corriente de corto circuito, Ri = Resistencia interna de la fuente y E(t) = voltaje en los terminales de la fuente; la resistencia interna y el gráfico de E(t) vs I, se obtiene como:

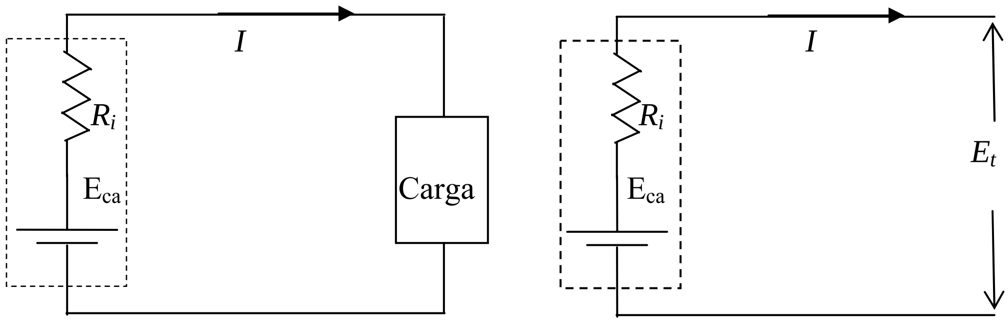


Figura 1.14 Circuito de Fuente Real de Voltaje.

$Eca = V_{Ri} + Et = i*Ri + Et \Rightarrow Et = Eca - i*Ri$

para Et = 0 la corriente i es la de corto circuito:

$0 = Eca - IccRi \Rightarrow Ri = Eca/Icc.$

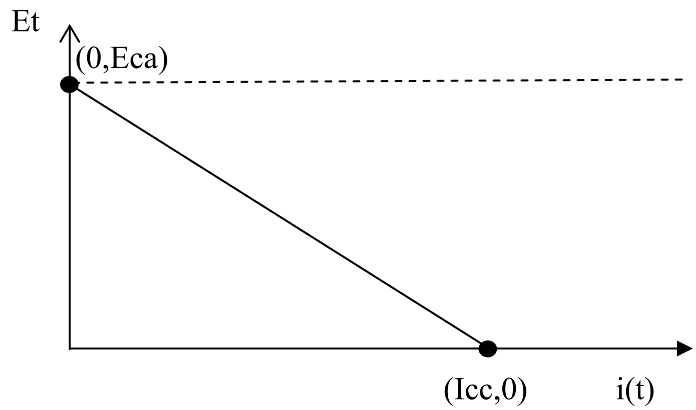


Figura 1.15 Gráfica de Voltaje vs Corriente de una Fuente Real de Voltaje

Problema 1.8

Si una la batería tiene una resistencia interna de 0,022 Ω y presenta en sus terminales un voltaje de 12,2 voltios (Voltaje de circuito abierto). Determinar el modelo circuital equivalente al de una fuente de corriente.

Datos:

$R_i = R_o = 0{,}022\Omega$

Voltaje de Circuito Abierto (E_{ca}) = 12,2 V

Solución:

$G_o = 1/R_o = 1/0{,}022\Omega = 45{,}45\upsilon.$

$G_o = I_{cc}/E_{ca} \Rightarrow I_{cc} = G_o * E_{ca} = 45{,}45\upsilon * 12{,}2\ V = 554{,}49\ A.$

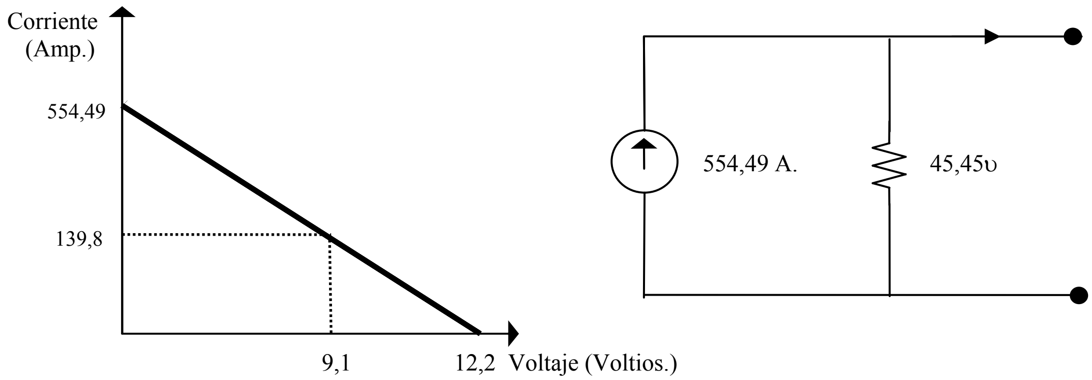


Figura 1.16 Problema 1.8 Gráfica de Voltaje vs Corriente de una Fuente Real de Voltaje

1.9.- ELEMENTOS PASIVOS.

Son los dispositivos que por lo general transforman la energía eléctrica en calor, en almacenamiento de campo magnético y en almacenamiento de campo eléctrico.

Clasificacion:

Los elementos pasivos se clasifican en: Resistores, Inductores y Capacitores.

El Resistor: Comúnmente llamado “Resistencia”, transforma la energía eléctrica, en energía térmica (calor). Tiene la propiedad de oponerse al paso de la corriente. Se expresa con la letra “R”. Unidad: el Ohmio Ω (voltio/amp).

De acuerdo con la configuración física (o de construcción) la resistencia se expresa como:

$$R = \rho(L/A) \qquad (1.13)$$

Donde:

ρ = coeficiente de resistividad del material.
L = Longitud del resistor.
A = Sección transversal del resistor.

La resistencia también varía con la temperatura, de acuerdo con la expresión siguiente:

$$R2/R1 = \frac{234{,}4 + T2}{234{,}4 + T1} \qquad (1.14)$$

R_2 = Resistencia a la temperatura T_2, en ºC.
R_1 = Resistencia a la temperatura T_1, en ºC

En función del voltaje y la corriente la resistencia se expresa como:

R = V/I (Ley de Ohm)

La potencia, en un resistor se expresa como: $P = VI = I^2R = V^2/R$.

La energía, en un resistor se expresa como: $W = Pt = VIt = I^2Rt = V^2t/R$.

El Resistor se representa de la siguiente forma:

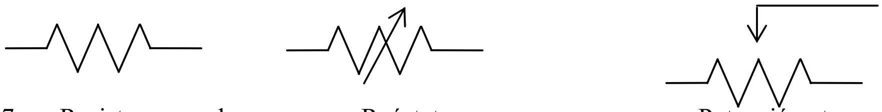


Figura 1.17 Resistor normal. Reóstato. Potenciómetro

Problema 1.9

Un horno tiene las siguientes características nominales: Potencia 6 KW y 220 V. Calcular:

1.- La corriente, la variación de potencia y el rendimiento, si se conecta a una fuente de 120V.

2.- La longitud del material necesario para construir la resistencia, si el material a usar tiene una resistividad a 20ºC de $1{,}0\Omega*mm^2/m$ y un diámetro de 0,1 mm.

3.- El valor de la resistencia, si la temperatura de trabajo es de 500ºC, y su coeficiente de temperatura es de $0{,}0001ºC^{-1}$.

Datos:

$Pn = 6$ KW; $Vn = 220$ V; $\rho = 1{,}0\ \Omega*mm^2/m$ (Resistividad del material)

Diámetro: = 0,1 mm

$\alpha = 0{,}0001/^0C$

$\Delta t = 20 < t < 500$

Pn = Potencia nominal; Vn = Voltaje nominal; In = Corriente nominal.

Pr = Potencia real; Vr = Voltaje real; Ir = Corriente real.

Solución parte 1:

$Pn = Vn*In \Rightarrow In = Pn/Vn = 6.000W/220V \Rightarrow In = 27{,}27$ Amp.

$Pr/Pn = (Vr^2/Rr)/(Vn^2/Rn) \Rightarrow Pr = Pn(Vr^2*Rn/Vn^2*Rr)$; si $Rn \approx Rr$

$\Rightarrow Pr = Pn(Vr/Vn)^2$

$Pr = 6.000(120/220)^2 = 1.785{,}12$ W

$Ir = Pr/Vr = 1.785{,}12W/120V \Rightarrow Ir = 14{,}88$ Amp.

Variación de Potencia: $\Delta P = Pn - Pr \Rightarrow \Delta P = 6.000W - 1.785{,}12W = 4.214{,}88$ W

Rendimiento: $\eta = (Pr/Pn)100 \Rightarrow \quad \eta = (1.785{,}12/6.000)*100 = 29{,}75$ %

Solución parte 2:

Con los valores de Potencia nominal y Voltaje nominal se halla la R del elemento:

$Pn = Vn^2/Rn \Rightarrow Rn = Vn^2/Pn = (220V)^2/6.000W = 8{,}07\ \Omega$

La Resistencia depende de la geometría del material, de acuerdo con la expresión:

$R = \rho L/A \Rightarrow L = R*A/\rho = [R*(\pi/4)*\phi^2]/\rho$

$\Rightarrow L = [(8{,}07\Omega*(3{,}14/4)*(0{,}1mm)^2]/(1{,}0\ \Omega*mm^2/m) \quad \Rightarrow L = 0{,}0633$ m

Solución parte 3:

La resistencia de los metales y la mayoría de las aleaciones aumenta con la temperatura según la siguiente ecuación:

$$R_2 = R_1[1+\alpha(T_2 - T_1)]$$

$R_1 =$ Resistencia inicial = 8,07 Ω

$R_2 =$ Resistencia final

$T_1 =$ Temperatura inicial = 20 ^{0}C

$T_2 =$ Temperatura final = 500 ^{0}C

$\alpha =$ Coeficiente de variación de resistencia con la temperatura, propiedad del material

$$R_2 = 8{,}07\left[1 + (0{,}0001/^{o}C)(500-20)^{o}C\right] \Rightarrow R_2 = 8{,}46\ \Omega$$

La Resistencia depende de la geometría del material, de acuerdo con la expresión:

$R_2 = \rho L/A \Rightarrow L = R_2 * A/\rho = R_2 * \pi/4 * \phi^2/\rho$

$\Rightarrow L = [8{,}46\Omega*(3{,}14/4)*(0{,}1mm)^2]/(1{,}0\ \Omega*mm^2/m) \Rightarrow L = 0{,}0664$ m

El Inductor: Comúnmente llamado “Inductancia”, transforma la energía eléctrica en almacenamiento de campo magnético. Tiene la propiedad de oponerse a los cambios de corriente.

Se expresa con la letra “L”. Unidad: El Henrio H (voltio*seg/amp).

De acuerdo con la configuración física (o de construcción) la inductancia se expresa como:

$$L = \mu N^2 A/l) \quad \text{(Sistema RMKS)} \qquad (1.15)$$
$$L = 0{,}4\pi\mu N^2 A/10^8 l) \quad \text{(Sistema CGS)} \qquad (1.16)$$
$$L = \mu N^2 A/10^8 l) \quad \text{(Sistema Inglés)} \qquad (1.17)$$

Donde:

μ = Coeficiente de permeabilidad.
L = Inductancia.
l = Longitud del inductor.
A = Sección transversal del inductor.
N = Número de espiras del inductor.

El voltaje en un inductor, en función de la corriente y la inductancia se expresa como:

$$V_L = Ldi/dt \qquad (1.18)$$

En corriente continua, como la corriente es constante, la expresión anterior:

$$V_L = Ldi/dt = 0$$

Como no hay caída de voltaje, por lo tanto, se concluye que el Inductor, en corriente continua, se comporta como un conductor ideal es decir como un corto.

La potencia, en un inductor se expresa como:

$$P = V_L i = (Ldi/dt)i \qquad (1.19)$$

La energía, $W = \int P.dt$ (Ver ecuación 1.10), por lo tanto la energía en el inductor se obtiene de la siguiente forma:

$W = \int (Ldi/dt)i.dt = L\int idi$ al resolver se obtiene finalmente que la energía en el inductor es:

$$W = (1/2)Li^2 \qquad (1.20)$$

El Inductor se representa de la siguiente forma:

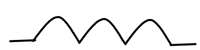
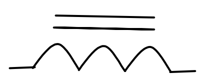


Figura 1.18 Inductor con núcleo de aire fijo Inductor con núcleo de aire variable



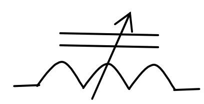


Figura 1.19 Inductor con núcleo de hierro fijo Inductor con núcleo de hierro variable

Problema 1.10

Para las siguientes inductancias con núcleo de aire: L = 160 μH, 75 vueltas; 2 mH, 300 vueltas; L = 9 mH, N = 600 vueltas; L = 24 mH, N = 900 vueltas; L =35 mH, N = 1.200 vueltas; L = 4 H, N = 12.000 vueltas. Longitud de 5,8 cm. Determinar el área promedio.

Solución:
En el cuadro siguiente se indican las áreas calculadas según la expresión:
$L = \mu_o N^2 A/l$ y $\mu_o = 4\pi x10^{-7}$ (weber/amp*m)

Cálculo de Area promedio			
Inductor	Vueltas	Longitud	Area Promedio
160 μH	75	5,8	13,14 cm^2
2 mH	300	5,8	10,26 cm^2
9 mH	600	5,8	11,54 cm^2
24 mH	900	5,8	13,68 cm^2
35 mH	1200	5,8	11,22 cm^2
4 H	12000	5,8	12,83 cm^2

Cuadro 1.2 Problema 1.10

El Capacitor: Comúnmente llamado “Condensador”, transforma la energía eléctrica en almacenamiento de campo eléctrico. Tiene la propiedad de oponerse a los cambios de voltaje. Se expresa con la letra “C”.

La unidad de medida es el Faradio "F" (amp*seg/voltio). El faradio no se emplea como unidad de medida, se usan los submúltiplos, tales como los milifaradios ($1mF = 10^{-3}$ Faradios) y el microfaradio ($1\mu F = 10^{-6}$ Faradios).

De acuerdo con la configuración física (o de construcción) la capacitancia se expresa como:

$$C = \varepsilon A/d \qquad (1.21)$$

Donde:

C = Capacitancia.
ε = Coeficiente de permitividad.
A = Areas de las placas del capacitor.
d = Distancia de separación de las placas del capacitor..

La corriente en un capacitor, en función del voltaje y la capacitancia se expresa como:

$$Ic = Cdv/dt \qquad (1.22)$$

En corriente continua, como el voltaje es constante, la expresión anterior:

$$Ic = Cdv/dt = 0$$

Como no hay paso de corriente, por lo tanto se concluye que el Capacitor, en corriente continua, se comporta como un circuito abierto.

La potencia, en un capacitor se expresa como:

$$Pc = V_c i_c = (Cd\, V_c/dt)\, V_c \qquad (1.23)$$

La energía, $W = \int P.dt$ (Ver ecuación 1.10), por lo tanto la energía en el capacitor se obtiene de la siguiente forma:

$W = \int (CdVc/dt)Vc.dt = C\int VcdVc$ al resolver se obtiene finalmente que la energía en el capacitor es:

$$W = (1/2)CV_c^2 \qquad (1.24)$$

El Capacitor se representa de la siguiente forma:

Figura 1.20 Capacitor fijo Capacitor variable

Problema 1.11

Se carga un capacitor de 1μF, con una fuente de voltaje contínuo de 100 V. Se desconecta la fuente y se conecta en paralelo con el capacitor, otro de capacitancia desconocida y completamente descargado. La diferencia de potencial del conjunto paralelo desciende a 82 V. Se pide determinar el valor de la capacitancia desconocida.

Datos:

$C_1 = 1\mu F$

$V_i = 100V$. (Voltaje inicial)

$V_f = 82$ V. (Voltaje Final)

$C_2 = ?$

Solución:

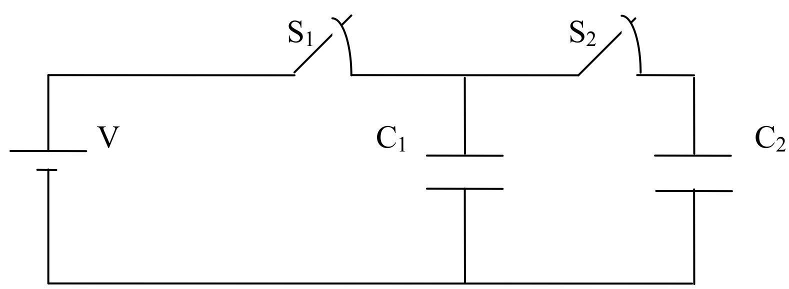


Figura 1.21 Problema 1.11

Al abrir el interruptor 1 y cerrando el interruptor 2, la corriente que circula por el capacitor 1 es igual a la capacitancia C_1 multiplicada por la variación de voltaje que el capacitor C_1 experimentó, es decir, de 100 V a 82 V, y por lo tanto.

$$i_1 = C_1 dV/dt.$$

La corriente que circula por el capacitor 2 es igual a la capacitancia C_2 multiplicada por la variación de voltaje que el capacitor C_2 experimentó, es decir de 0 V a 82 V, y por lo tanto.

$$i_2 = C_2 dV/dt.$$

Como $i_1 = i_2 \Rightarrow C_1 dV/dt. = C_2 dV/dt; \Rightarrow C_1(18) = C_2(82) \Rightarrow$

$$C_2 = 0{,}22\ \mu F$$

1.10.- EL CIRCUITO CERRADO.

Un circuito cerrado ocurre, cuando se da una conexión accidental o intencional entre dos puntos "a" y "b" de un circuito. En el caso que la conexión sea intencional, estamos en presencia del circuito cerrado propiamente dicho; pero en el caso que la conexión sea accidental, se dice que ocurrió un "corto circuito", y tomado en cuenta que la conexión se hace por intermedio de un conductor de resistencia muy pequeña, se origina por lo tanto una gran corriente en el circuito llamada corriente de corto circuito.

En un circuito cerrado si la conexión ocurre de manera intencional, la corriente que fluye entre los puntos "a" y "b" es la del circuito y la denominaremos "I". La resistencia entre los puntos “a” y “b”, llamada $R_{ab} = 0$, porque el conductor a través del cual se hace la conexión tiene una resistencia muy pequeña que se puede igualar a cero.

Aplicando la Ley de Ohm tenemos:

$$V_{ab} = I*R_{ab} = I*0 = 0.$$

En el caso que la conexión ocurra de manera accidental, la corriente que fluye entre los puntos “a” y “b” es la de de corto circuito, llamada “I_{cc}”. La resistencia entre los puntos “a” y “b”, llamada $R_{ab} = 0$, porque el conductor a través del cual se hace la conexión tiene una resistencia muy pequeña que se puede igualar a cero.

Aplicando la Ley de Ohm tenemos:

$$V_{ab} = I_{cc} *R_{ab} = I_{cc}*0 = 0.$$

1.11.- EL CIRCUITO ABIERTO.

Un circuito abierto ocurre, cuando se interrumpe accidental o intencional un circuito entre dos puntos “a” y “b”. En el caso de la interrupción sea <u>intencional</u>, ésta por lo general se hace a través de un interruptor; en el caso que la interrupción sea <u>accidental</u>, ésta puede ocurrir por el rompimiento de un conductor.

En un circuito abierto (sin importar el tipo de desconexión), no fluye corriente entre los puntos “a” y “b”, porque no hay manera que ésta circule, por lo tanto $I = 0$. La resistencia entre los puntos “a” y “b”, llamada $R_{ab} = \infty$, porque no hay ningún conductor.

Aplicando la Ley de Ohm tenemos:

$V_{ab} = I*R_{ab} = 0*\infty =$ ¿es una indeterminación?

La respuesta es no, ya que el voltaje entre los puntos “a” y “b” $V_{ab} = V$, siendo V la diferencia de voltaje que hay en el último (o entre los últimos) elementos ya sean activos o pasivos a los cuales se unen los conductores que llegan a los puntos “a” y “b”. En la mayoría de los casos, el voltaje V, es el voltaje de la fuente. Un tomacorriente representa el ejemplo mas cotidiano de un circuito abierto, pues mientras no se haga ninguna conexión, no hay paso de corriente y la resistencia es infinita, sin embrago el voltaje en los terminales es de 120 voltios. (Cuando es del tipo residencial)

Figura 1.22 Circuito Cerrado Circuito abierto

1.12.- ELEMENTOS DE MEDICION, CONTROL Y PROTECCION.

Pertenecen a esta categoría los elementos del circuito eléctrico, que no son ni elementos activos ni pasivos, pero que con mucha frecuencia son confundidos con éstos últimos. La función de los mencionados elementos son la de medir, controlar y proteger el intercambio y transmisión de energía que ocurre entre los elementos activos y pasivos, de una red o un circuito eléctrico.

Elementos Circuitales de Medición: Como su nombre lo indica son aquellos dispositivos, equipos o instrumentos, con los cuales se puede obtener una medición; que puede ser de corriente, voltaje, frecuencia, potencia, energía, factor de potencia, desfasaje, etc.

Elementos Circuitales de Control: Son aquellos dispositivos y equipos que permiten una conexión o desconexión de una manera segura y confiable del circuito eléctrico.

Elementos Circuitales de Protección: Son aquellos dispositivos y equipos que, como su nombre lo indica, protegen una red o un circuito eléctrico, de cualquier falla o eventualidad anormal, por ejemplo un cortocircuito, una sobrecorriente (sobrecarga), sobretensión, etc. Con frecuencia se confunden los elementos circuitales de Control con los de Protección y viceversa, pero existen diferencias entre ellos, sobre todo en la forma como operan:

1.- Con los elementos circuitales de Control, se conecta o desconecta una red o un circuito eléctrico, sin que exista una falla o anormalidad, por ejemplo con un interruptor o “suiche” de alumbrado, se conecta o desconecta (se enciende o se apaga) una lámpara. Por lo general es a voluntad de las personas, ya sea manual o automáticamente.

2.- Con los elementos circuitales de Protección, se desconecta una red o un circuito eléctrico, porque ha ocurrido una falla o anormalidad, por ejemplo con un interruptor termomagnético o “breacker” se desconecta automáticamente un circuito de alumbrado, bien porque hubo un corto circuito o una sobrecarga. Es de agregar que los interruptores termomagnéticos o “breacker”, también son usados como elementos circuitales de Control, para conectar y desconectar circuitos, sobre todo de alumbrado.

1.13.- RESUMEN DEL CAPITULO 1.

Los conceptos fundamentales de electricidad que se estudiaron en este Capitulo son:

Corriente Eléctrica: Que se define como el movimiento de cargas eléctricas a lo largo de un camino determinado, expresado como la variación o la rata de cambio de las cargas por unidad de tiempo.

Diferencia de Potencial: Se define como el trabajo que se debe realizar para trasladar una carga de prueba q_o, desde un punto A hasta un punto B, con movimiento uniforme.

Campo Eléctrico: Se define como la relación entre la fuerza ejercida sobre una carga q_o.

Densidad de Corriente: Es la relación entre la corriente y la superficie atravesada por ésta.

Potencia Eléctrica: Es la relación entre el trabajo realizado por unidad de tiempo, es decir la rata de transferencia de energía.

Energía Eléctrica: Es llamada Trabajo y es el producto de la potencia eléctrica por el tiempo.

Elementos Activos: Son dispositivos que transforman por lo general la energía mecánica, química o solar en energía eléctrica. Pueden ser fuentes de voltaje o de corriente (continuas, directas o alternas).

Elementos Pasivos: Son dispositivos que transforman energía eléctrica en calor (los resistores), en almacenamiento de campo magnético (los inductores) y en almacenamiento de campo eléctrico (los capacitores).

Circuito Cerrado: Cuando se da una conexión accidental o intencional entre dos puntos "a" y "b" de un circuito.

Circuito Abierto: Cuando se interrumpe accidental o intencional un circuito entre dos puntos "a" y "b".

Elementos de Medición, Control y Protección.: Son dispositivos usados para medir, controlar y proteger el intercambio y transmisión de energía que ocurre entre los elementos activos y pasivos, de una red o un circuito eléctrico.

1.14.- ACTIVIDADES y PREGUNTAS.

1. La electricidad ¿es un invento o un descubrimiento?
2. Señale otros nombres con los cuales se denomina la corriente eléctrica.
3. ¿Qué relación hay entre los electrones y la corriente eléctrica?
4. ¿Qué se denomina carga eléctrica?
5. ¿Qué se requiere para que exista la corriente eléctrica?
6. ¿Qué es la corriente estática?
7. Señale otros nombres con los cuales se denomina la diferencia de potencial.
8. ¿Puede existir diferencia de potencial sin que exista campo eléctrico?
9. Cuando ocurre una descarga atmosférica, ¿qué fenómenos eléctricos están presentes?
10. ¿Qué relación existe entre el calibre de un conductor y la densidad de corriente?
11. ¿Por dónde circula la corriente en un conductor, por la superficie o por su interior?
12. De dos conductores de igual calibre, uno sólido y otro compuesto por varios hilos ¿cuál conduce mejor la corriente?
13. ¿Qué relación hay entre la potencia eléctrica y la potencia mecánica?
14. ¿Qué relación hay entre los vatios, los caballos de potencia y los caballos de vapor?
15. ¿Qué relación hay entre la energía eléctrica y la energía mecánica?
16. ¿Qué relación hay entre el calor disipado y la corriente al circular ésta en un conductor?
17. Señale las fuentes de voltaje o de corriente que hay en su hogar.
18. La batería de un automóvil ¿es una fuente de corriente o de voltaje?
19. La batería de un automóvil ¿es una fuente continua, directa o alterna?
20. La batería de un teléfono celular ¿es una fuente de corriente o de voltaje?
21. En un automóvil además de la batería ¿qué otra fuente posee y de qué tipo es?
22. El equipo de soldadura eléctrica ¿puede ser considerado como una fuente de corriente?
23. ¿Qué diferencia existe entre las fuentes de corriente y las de voltajes?

24. Señale algunos resistores de uso práctico en su hogar.
25. Indique un uso práctico del potenciómetro y del reóstato.
26. ¿De qué factores depende la resistencia?
27. De los siguientes parámetros: potencia, corriente, voltaje y resistencia. ¿Cuáles se deben indicar al momento de identificar un resistor?
28. En un resistor ¿la potencia disipada es directa o inversamente proporcional a su resistencia?
29. Señale algunos inductores de uso práctico en su hogar.
30. ¿De qué factores depende la inductancia?
31. De los siguientes parámetros: potencia, corriente, voltaje e inductancia. ¿Cuáles se deben indicar al momento de identificar un inductor?
32. Definir solenoide, bobina, toroide y establecer la diferencia entre ellos.
33. Señale algunos capacitores de uso práctico en su hogar.
34. Indique un uso práctico del capacitor variable.
35. ¿De qué factores depende la capacitancia?
36. De los siguientes parámetros: potencia, corriente, voltaje y capacitancia. ¿Cuáles se deben indicar al momento de identificar un capacitor?
37. Señale algunos elementos de medición, de control y de protección.

1.15.- PROBLEMAS RESUELTOS.

Problema 1.12 Corriente Eléctrica.

Determinar el valor de la corriente, si en un conductor pasan 650 coulombs de carga, en un tiempo de 50 segundos.

Solución:
$I = Q/t =$ 650 coulombs / 50 seg. = 13 Amp.

Problema 1.13 Corriente Eléctrica.

Si la corriente en un conductor es constante de 2 miliamperios. ¿Cuánto tiempo se requiere para que pasen $4.600 * 10^{-6}$ coulombs?

Solución:
$t = Q/I =$ $4.600 * 10^{-6}$ coulombs/ $2 * 10^{-3}$ Amp. = 2,3 seg.

Problema 1.14 Corriente Eléctrica.

La carga total que ha fluido hacia la derecha a través del punto "A" en un conductor para $t = 0$; está dada por: $q_A(t) = 100e^{-200t}\cos 500t$ mC.
a) ¿Qué tanta carga pasa a través de A hacia la derecha entre t = 1 mseg. y t = 2 mseg?
b) ¿Cuánto vale la corriente hacia la derecha en A en t = 1 mseg?
c) Ahora sea la corriente en A dirigida hacia la derecha $i_A(t) = 2(e^{-5000t} - e^{-8000t})$ Amp. Calcular la carga que fluye hacia la derecha entre t = 10 µseg. y t = 80 µseg

Solución:
a) Para t = 1 mseg, la carga es: q_A (1mseg) = $100e^{-(200/1000)}\cos(500*10^{-3})$ mC = 71,85 mC
Para t = 2 mseg, la carga es: q_A (2mseg) = $100e^{-(400/1000)}\cos 1000*10^{-3}$ mC = 36,22 mC

La carga total transferida = q_A (2mseg) - q_A (1mseg) = -35,63 mC

b) La corriente es igual a: $i(t) = dq_A(t)/d_t$ por lo tanto i (t) = $d(100e^{-200t}\cos 500t)/dt$ mAmp
$i(t) = (-20000e^{-200t}\cos 500t - 50000e^{-200t}\text{sen}500t)$ miliamperios.
$i(1\text{mseg}) = (-20000e^{-200*10^{-3}}\cos 500*10^{-3} - 50000e^{-200*10^{-3}}\text{sen}500*10^{-3})$ mAmp. $\Rightarrow$
i(1mseg) = (- 14370,08 – 19626,02) mAmp = -33996,1 mAmp = -34 Amp.

c) La carga q es igual a: $q(t) = \int i_A(t)dt = \int 2(e^{-5000t} - e^{-8000t})dt$
$q(t) = -2(e^{-5000t})/5000 + 2(e^{-8000t})/8000$; evaluada entre t = 10 µseg. y t = 80 µseg
Para t = 10µseg: q_A (10µseg) = $-2(e^{-50000*10^{-6}})/5000 + 2(e^{-80000*10^{-6}})/8000$ = -149,71 µC
Para t = 80µseg: q_A (80µseg) = $-2(e^{-400000*10^{-6}})/5000 + 2(e^{-640000*10^{-6}})/8000$ = -136,30 µC
La carga total transferida = q_A (80µseg) - q_A (10µseg) = 13,41 µC

Problema 1.15 Corriente Eléctrica.

Dada la gráfica de i(t) en función del tiempo de la figura siguiente. Calcular la carga total que ha pasado a través del punto de referencia en el intervalo:

$$-2 < t < 5$$

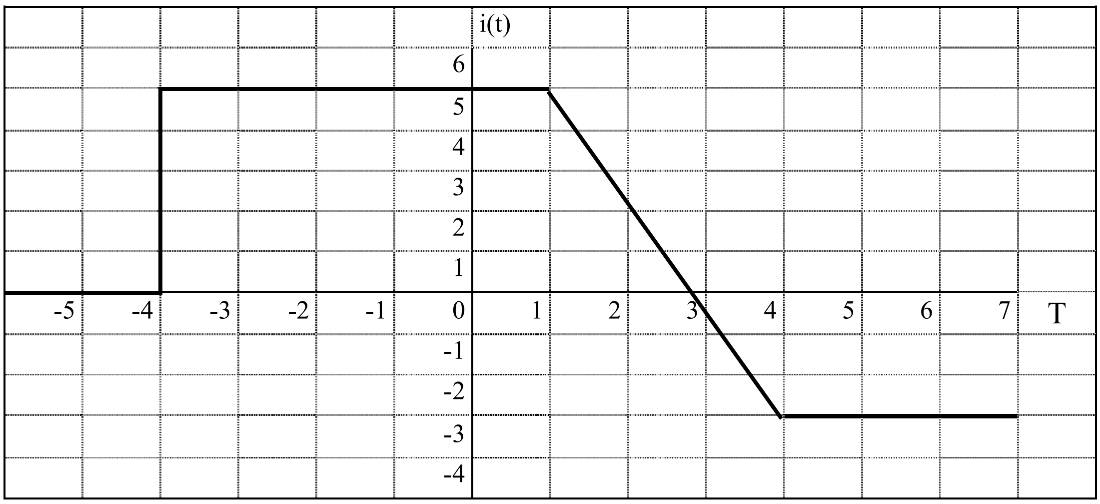


Figura 1.23 Problema 1.15 Gráfica de i(t) vs t

Cálculo de la carga q(t).
Como $q(t) = \int i(t)dt$; se tiene:
Para: $t \leq -4$; $i(t) = 0$; entonces $q(t) = 0$
Para: $-4 \leq t \leq 1$; $i(t) = 5$; entonces $q(t) = \int 5dt \Rightarrow q(t) = 5t$

Para: $1 \leq t \leq 4$; $i(t) = -(8/3)t + 23/3$; entonces $q(t) = -(4/3)t^2 + (23/3)t$
Para: $t \geq 4$ $i(t) = -3$; entonces $q(t) = -3t$

Para calcular el valor de la carga "q" en el intervalo: $-2 < t < 5$; se tiene que evaluar en los intervalos siguientes:
Para: $-2 \leq t \leq 1$; $q(t) = 5t$, para un tiempo evaluado entre -2 y 1 se tiene que:
"q_1" = 5(1) – 5(-2) = 15 coulombs.
Para: $1 \leq t \leq 4$; $q(t) = -(4/3)t^2 + 23/3t$, para un tiempo evaluado entre 1 y 4 se tiene que:
"q_2" = $[-(4/3)(4^2) + (23/3)*4] - [-(4/3)(1^2) + (23/3)*1] = 3$ coulombs
Para: $4 \leq t \leq 5$; $q(t) = -3t$, para un tiempo evaluado entre 4 y 5 se tiene que:
"q_3" = [-3(5)] - [-3(4)] = - 3 coulombs.
Por lo tanto "q" total = q1 +q2 + q3 = 15 + 3 – 3 = 15 coulombs

Problema 1.16 Corriente Eléctrica.

La carga neta (en coulombs), que se ha movido hacia la derecha en un conductor en el punto x, está dada en función del tiempo por:
Para: $t \leq -4$; $q(t) = 0$
Para: $-4 \leq t \leq -2$; $q(t) = 4t + 16$
Para: $-2 \leq t \leq 1$; $q(t) = 2t^2$
Para: $1 \leq t \leq 6$; $q(t) = 5\sqrt{t+3} - 8$
Para: $t \geq 6$; $q(t) = 7$
a) Graficar q(t) vs t
b) Graficar i(t) vs t
c) Calcular i para t = - 4,5; -3,5; -2,5; -1,5; -0,5; 0; 0,5; 1,5; 2,5; 3,5; 4,5; 5,5 y 6,5.

Solución:

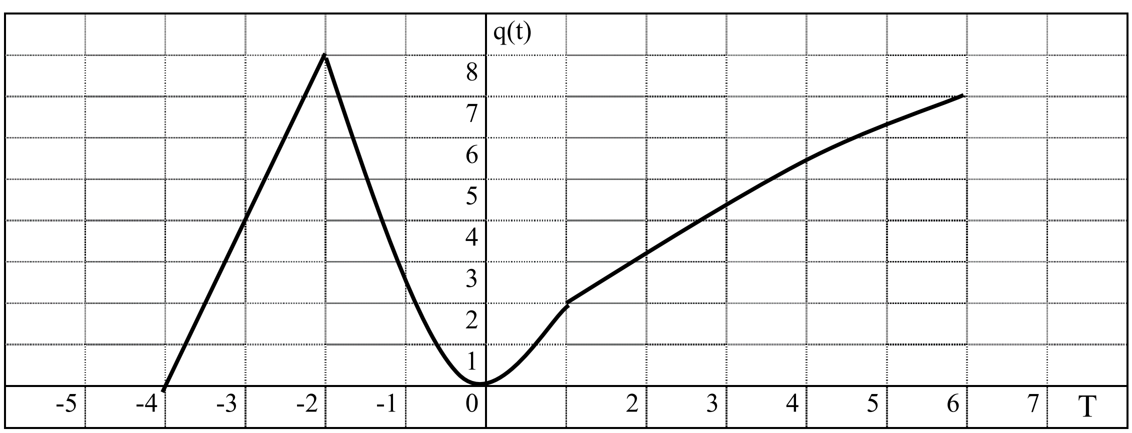


Figura 1.24 Problema 1.16 Gráfica de q(t) vs t

Cálculo de la corriente i(t).
Como i(t) = d_q/d_t. se tiene:
Para: $t \leq -4$; $q(t) = 0$; entonces $i(t) = 0$
Para: $-4 \leq t \leq -2$; $q(t) = 4t + 16$; entonces $i(t) = 4$
Para: $-2 \leq t \leq 1$; $q(t) = 2t^2$ entonces $i(t) = 4t$
Para: $1 \leq t \leq 6$; $q(t) = 5\sqrt{t+3} - 8$; entonces $i(t) = 2{,}5/\sqrt{t+3}$
Para: $t \geq 6$; $q(t) = 7$; entonces $i(t) = 0$

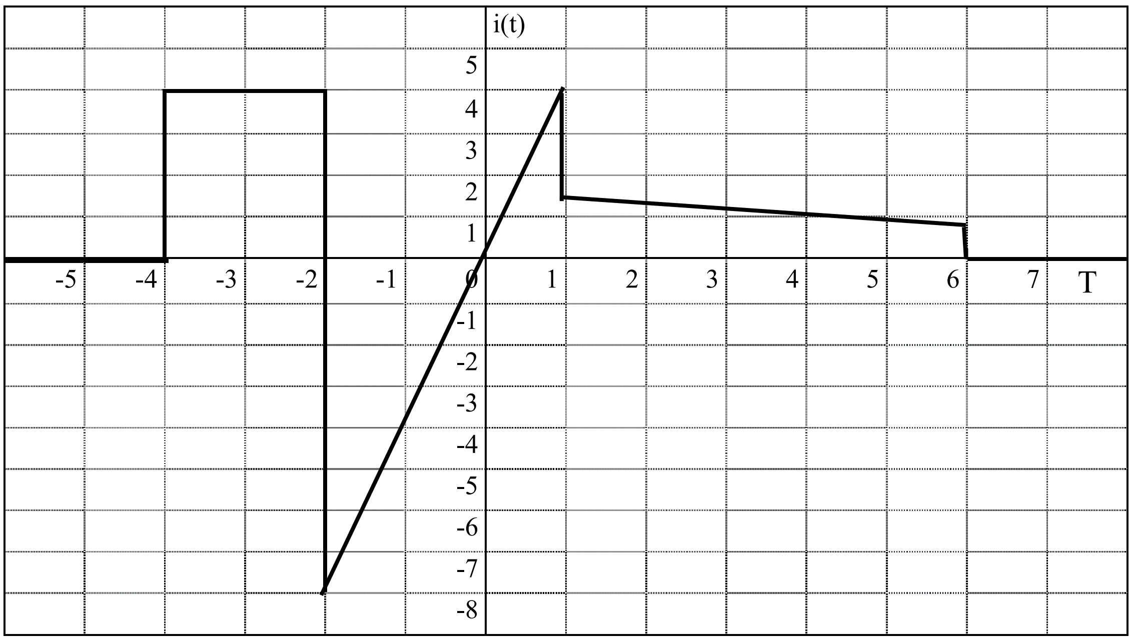


Figura 1.25 Problema 1.16 Gráfica de i(t) vs t

t (seg)	-4,5	-3,5	-2,5	-1,5	-0,5	0	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
i (A)	0	4	4	- 6	- 2	0	2	1,181	1,07	0,98	0,91	0,86	0,81

Cuadro 1.3 Problema 1.16 Valores de i(t).

Problema 1.17 Corriente Eléctrica.

La onda mostrada en la figura, tiene un período de 5 mseg. Determinar:
a) El valor promedio de la corriente en un período.
b) La carga "q" transferida en el intervalo $1 \leq t \leq 4$ mseg.
c) Si q(o) = 0, grafique q(t) para $0 \leq t \leq 12$ mseg.

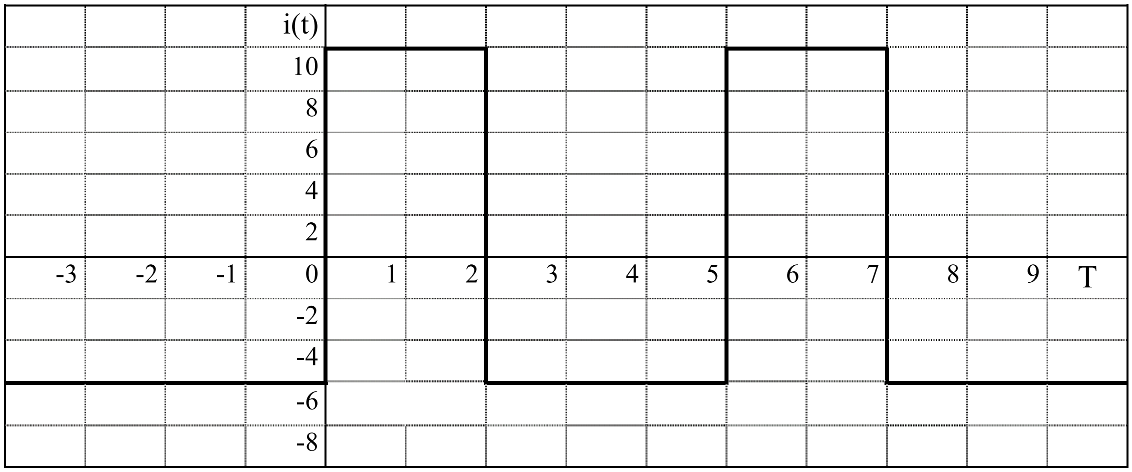


Figura 1.26 Problema 1.17 Gráfica de i(t) vs t

a) Valor Promedio: Se define como valor promedio de una corriente variable i(t) en un tiempo t, al valor de una corriente constante Ip, que transfiera durante el tiempo t, la misma carga "q" que la corriente i(t), es decir:

$$Ip*t = Q = \int_0^t i(t)dt \quad \text{por lo tanto} \quad Ip = (1/t)\int_0^t i(t)dt\,; \quad Ip = (1/T)\int_0^T i(t)dt$$

$$Ip = (1/5)\int_0^2 10dt + (1/5)\int_2^5 -6dt = (1/5)\,(10t)\,(\text{Entre 0 y 2 mseg}) + (1/5)\,(-6t)\,(\text{Entre 2 y 5 mseg})$$

$$Ip = (1/5)(20-0) + (1/5)(-30 + 12) = 2/5 \text{ Amp.} = 0{,}4 \text{ Amp.}$$

b) Carga Transferida: El valor de la carga transferida en el intervalo $1 \leq t \leq 4$ mseg, viene dada por la expresión:

$$Q = \int_0^t i(t)dt \quad \text{por lo tanto} \quad Q = \int_1^2 i(t)dt + \int_2^4 i(t)dt$$

$$Q = \int_1^2 10dt + \int_2^4 -6dt = (10t)_1^2 + (-6t)_2^4$$

$$Q = (20-10) + (-24 + 12) = -2x10^{-3} \text{ coulombs.}$$

c) Valores de q(t)

$$0 \leq t \leq 2$$

$q(t) = \int i(t)dt = \int 10dt = 10t + C$; Para $t = 0$, $q_{(0)} = 0$ entonces $C = 0$ y por lo tanto:

$$q(t) = 10t$$

$$2 \leq t \leq 5$$

$q(t) = \int i(t)dt = \int -6dt = -6t + C$; Para $t = 2$, $q_{(2)} = 20 = -6(2) + C$; $C = 32$ y por lo tanto:

$$q(t) = -6t + 32$$

$$5 \leq t \leq 7$$

$q(t) = \int i(t)dt = \int 10dt = 10t + C$; Para t = 5, $q_{(5)} = 2 = 10(5) + C$; C = - 48 y por lo tanto:

$$q(t) = 10t - 48$$

Entre $7 \leq t \leq 10$

$q(t) = \int i(t)dt = \int -6dt = -6t + C$; Para t = 7, $q_{(7)} = 22 = -6(7) + C$; C = 64 y por lo tanto:

$$q(t) = -6t + 64$$

Entre $10 \leq t \leq 12$

$q(t) = \int i(t)dt = \int 10dt = 10t + C$; Para t = 10, $q_{(10)} = 4 = 10(10) + C$; C = - 96 y por lo tanto:

$$q(t) = 10t - 96$$

t(mseg)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
q(mC)	0	10	20	14	8	2	12	22	16	10	4	14	24

Cuadro 1.4 Problema 1.17 Valores de q(t).

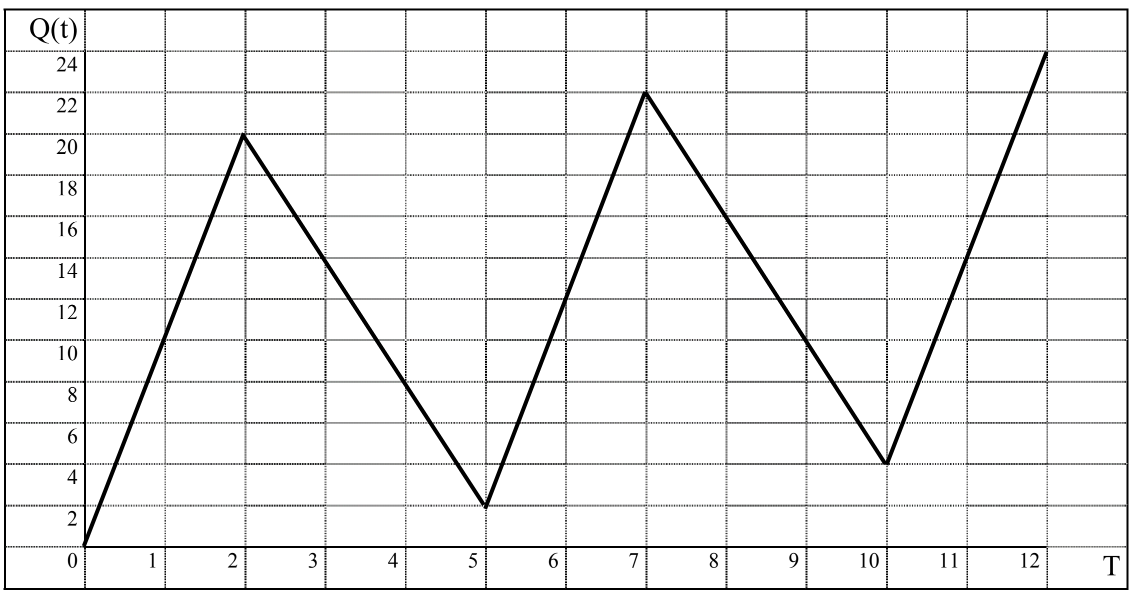


Figura 1.27 Problema 1.17 Gráfica de q(t) vs t

Problema 1.18 Corriente Eléctrica.

Para $t \geq 0$; $q(t) = 4x10^{-4}(1- e^{-250t})$ C. Hallar la corriente para t = 0 y t = 3 mseg.

La corriente es igual a: $i(t) = dq(t)/d_t$ por lo tanto $i(t) = 4x10^{-4}d(1- e^{-250t})/dt$

$$i(t) = 4x10^{-4}(250e^{-250t})\ C.$$

Para t = 0 mseg; la corriente es: $i(0\ mseg) = 4x10^{-4}(250e^{0}) = 0{,}10$ Amp.

Para t = 3 mseg; la corriente es: $i(3\ mseg) = 4x10^{-4}(250e^{-250*3*10-3}) = 0{,}0472$ Amp.

Problema 1.19 Diferencia de Potencial.

Para mover $8{,}5x10^{18}$ electrones de un punto a otro en un circuito eléctrico, se realiza un trabajo de 138 J. ¿Qué diferencia de potencial se crea entre los dos puntos?.

Solución:

$V_B - V_A = V = W_{AB}/\ q_o\ = (138\ \text{julios})/(\ 8{,}5x10^{18}\ x\ 1{,}6021x10^{-19}\ \text{Coulombs}).$

$$V = 101{,}337\ \text{Voltios}$$

Problema 1.20 Diferencia de Potencial.

Si se necesitan 72 joules de energía para desplazar 8 coulombs de carga del infinito a la posición x, ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el infinito y la posición x?
Solución:

$V_x - V_\infty = V = W_{\infty x}/\ q_o\ = (72\ \text{julios})/(\ 8\ \text{Coulombs}) = 9\ \text{Voltios}.$

Problema 1.21 Diferencia de Potencial.

Si la diferencia de potencial entre dos puntos es de 42 voltios. ¿Qué trabajo se requiere para llevar 6 coulombs de carga de un sitio a otro?
Solución:

$W_{AB} = \ V * q_o\ = \ 42\ V * 6\ C = \ 252\ \text{Joules}.$

Problema 1.22 Campo Eléctrico.

En un alambre de longitud L, circula una corriente I a través de una área seccional constante A. La corriente circula debido a un campo eléctrico que actúa a lo largo del alambre. La Ley de Ohm permite afirmar que la densidad de corriente es proporcional a la intensidad de campo eléctrico. ($\vec{j} = \sigma \vec{E}$). Se pide demostrar para este alambre la ecuación $R = \rho\ L/A$.

Solución:
Por definición de Densidad de Corriente.
$\vec{j}\ = \ \vec{d}\, i_n /\ ds\ \Rightarrow \qquad j\ = \ I/A$
Según la Ley de Ohm. $\Rightarrow I = \ (V_1 - V_2)/R \Rightarrow I = V/R$
Por definición de Intensidad de Campo Eléctrico E.
$\vec{V}\ = \ \vec{E}.L \Rightarrow \ \vec{E}\ = \ \vec{V}/L$
Como: $\vec{j}\ = \ \sigma\vec{E}\ \Rightarrow \ j = \ I/A \ \Rightarrow I/A = \sigma(V/L)$
$\Rightarrow\ 1/A = \ \sigma(V/I.L)\ \Rightarrow\ L/A = \sigma R$
$\Rightarrow\ R\ = \ L/\sigma\ A \ \Rightarrow R = \rho\ L/A.\ \therefore\ \rho$ = coeficiente de resistividad.

Problema 1.23 Potencia y Energía Eléctrica.

Demostrar que la Potencia Eléctrica $P = V*I = I^2R\ = \ V^2/R$.

Solución:
$P = dW/dt$
De la definición de Voltaje se tiene:
$V = dW/dq \Rightarrow dW = V*dq$
$P = dW/dt \Rightarrow P = (V*dq)/dt$

De la definición de Corriente se tiene: $I = d_q/d_t. \Rightarrow dq = I*dt$
$P = (V* I*dt)/dt$; simplificando dt, se tiene:
$P = V*I$;
De la Ley de Ohm: $V = I*R$, se obtiene: $P = I^2R$ y $P = V^2/R$.

Problema 1.24 Potencia y Energía Eléctrica.

La carga pasa por un conductor, a razón de 420 coulombs por minuto. Si se convierten en calor 742 joules de energía en un minuto, ¿Cuál es la caída en potencial a través del conductor?

Solución:
$i(t) = dq/dt = 420$ coulombs/60 seg = 7 Amp.

$W = \int pdt = \Rightarrow p = dW/dt =$ 742joules/60seg = 12,37 vatios.

$P = V.I \Rightarrow V = P/I =$ 12,37W/7Amp. = 1,77 Voltios.

Problema 1.25 Potencia y Energía Eléctrica.

Hallar la carga (en coulombs) y el número de electrones que deben pasar en una hora por un punto fijo del filamento de un bombillo de alumbrado de 100 vatios a 120 voltios. Se supone una corriente continua.

Solución:
$P = V*I \Rightarrow I = P/V =$ 100W/120V = 0,83 Amp
$Q = I*t \Rightarrow Q =$ 0,83 Amp*3.600 seg. = 3.000 coulombs
$N^o_{eletrones} = Q/e^- \Rightarrow N^o_{eletrones} = 3.000C/(1,60210x10^{-19}$ C/ electrón) = 1,87 $x10^{22}$ electrones

Problema 1.26 Potencia y Energía Eléctrica.

Un pulso de electricidad mide 305 V; 0,15 Amp y dura 500 µseg. ¿Qué potencia y energía representa?

Solución:
La potencia: $P = V*I \Rightarrow P =$ 305V*0,15Amp. = 45,75 W
La energía: $W = P*t =$ 45,75 W*500µseg. = 22,875 $x10^{-3}$ Joules.

Problema 1.27   Potencia y Energía Eléctrica.

Para crear un canal plasmático (ionizando el aire), una descarga atmosférica produce un rayo de 30.000 Voltios, con una corriente de 3.500 Amp y dura 300 mseg. ¿Qué potencia y energía representa?

Solución:

La potencia: $P = V*I \Rightarrow P = 30.000V*3.500Amp. = 105x10^6$ W
La energía: $W = P*t = 105x10^6$ W $*300mseg. = 31{,}5x10^6$ Joules.

Problema 1.28   Potencia y Energía Eléctrica.

Un elemento de circuito tiene la corriente y el voltaje. $i(t) = 10(e^{-5000t})$; $v(t) = 50(1- e^{-5000t})$
Hallar la energía total transferida durante $t \geq 0$

Solución:

La potencia: $p(t) = v(t)*i(t) \Rightarrow p(t) = 10(e^{-5000t}) *50(1- e^{-5000t}) = 500(e^{-5000t} - e^{-10000t})$ W
La energía: $w(t) = \int p(t)dt = \int 500(e^{-5000t} - e^{-10000t})dt = -0{,}1(e^{-5000t}) + 0{,}05(e^{-10000t})$.
Para $t = 0$ hasta $t = \infty$; $t = \infty \Rightarrow W(\infty) = 0$ y $t = 0 \Rightarrow W(0) = -0{,}1 + 0{,}05 = -50\ x10^{-3}$ J.
$Wtotal = W(\infty) - W(0) = 0 - (-50\ x10^{-3}$ Joules$) = 50\ x10^{-3}$ Joules.

Problema 1.29   Potencia y Energía Eléctrica.

Se requiere alimentar una ciudad que consume una potencia promedio diaria de 50.000 Kilovatios. Para satisfacer esta necesidad se planifica una planta termo - eléctrica a carbón. La eficiencia global de la planta es de 35%. La eficiencia del sistema de transmisión y distribución se asume en 88%. Si el poder calorífico del carbón es de $2x10^7$ julios/kg. Se pide determinar la cantidad de carbón que consume la planta anualmente.

Solución:

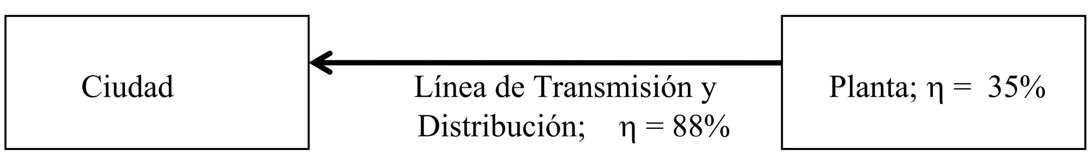


Figura 1.28   Problema 1.29

$P_L = 50.000/{,}88 = 56{,}82$ MW; $P_P = 56{,}82MW/0{,}35 = 162{,}34$ MW.
$\therefore$ P_L = Potencia en la Línea de Transmisión y Distribución.
P_P = Potencia en la Planta.

Potencia al año = P_P*365días = 162,34MW*365días = 59.254,10 MW-año.
Potencia entregada (Pe), por un kilo de carbón en un día = ($2x10^7$ julios/Kg)/(24*3.600)

$\Rightarrow$ Pe = 231,48 W/Kg.
1Kg $\rightarrow$ 231,48 W

$X \rightarrow 162{,}34$ Mw.

$X = (162{,}34MW*1Kg)/(231{,}48W) = 701{,}3x10^3$ Kg/día.

Al año = $(701{,}3x10^3$ Kg/día.)*365días = $2{,}56x10^8$ Kg.

Problema 1.30 Potencia y Energía Eléctrica.

Se requiere iluminar un ambiente con una lámpara de 100 vatios a 120 voltios. Para satisfacer esta necesidad se propone utilizar una lámpara de 150 W, operando mediante un regulador de flujo luminoso (Dimmer) a 110 V. Justifique mediante un análisis económico la viabilidad de la propuesta.

Solución:

$P_1 = V_1^2/R_1$; $P_2 = V_2^2/R_2$; $R_1 = R_2$ (por ser la misma lámpara)

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1^2/R_1}{V_2^2/R_2}$$

$\Rightarrow P_1 = (V_1^2)(P_2)/ V_2^2 = (110)^2(150)/(120)^2 = 126{,}04$ W

Hay mayor potencia pero es más costosa esta solución porque la lámpara de 150 W es más cara que la de 100 W y además hay que sumarle el costo del Dimmer.

Problema 1.31 Potencia y Energía Eléctrica.

Las características especificadas por el fabricante de una lámpara incandescente son de 120 V, 60W, 4.000 horas de vida. Si la lámpara se conecta a una fuente de 130V, se pide determinar:

a.) Corriente.

b.) Potencia.

Si D_R = Duración Real; D_N = Duración Nominal y $D_R/Dn = (Vn/V_R)^C$. Siendo C es una constante que oscila entre 13 y 14. Determinar la vida probable aproximada.

Solución:

$P = V^2/R \Rightarrow R = V^2/P \Rightarrow R = 120^2/60 \Rightarrow R = 240\Omega$.

$I=V/R \Rightarrow I = 130V/240\,\Omega \Rightarrow I= 0{,}542$ A.

COMENTARIO.

Para calcular la corriente, se determina primero la resistencia a partir de los valores nominales (potencia y voltaje) de la lámpara; como esa resistencia es aproximadamente igual con cualquier voltaje aplicado, por lo tanto se utiliza el mismo valor de resistencia. Mediante la Ley de Ohm se calcula la corriente real de circuito.

$P = I^2R \Rightarrow P = (0{,}542)^2 240 \Rightarrow P = 70{,}417$ W

$P_{real}/P_{nonimal} = (V_{real}^2/R)/(V_{nonimal}^2/R)$; como las resistencias son aproximadamente iguales, tenemos: $R_{real} \approx R_{nonimal}$

$P_{real} = P_{nonimal} *(V_{real}/V_{nonimal})^2$; luego $P_{real} = 60 *(130/120)^2 \Rightarrow P_{real} = 70{,}417$ W.

COMENTARIO:

Con la corriente real que circula por el circuito y la resistencia nominal de la lámpara se calcula la potencia mediante la relación $P =I^2R$. Para comprobar ese resultado se calcula la

relación entre valor nominal y valor real y se determina el valor de la potencia real ya que la resistencia se asume que es la misma para ambos casos.
Vida Probable de la Lámpara:
$D_R/Dn = (Vn/V_R)^C$
$D_R = Dn(Vn/V_R)^C = 4.000(120/130)^{13} \Rightarrow D_R = 1.413{,}03$ horas.

COMENTARIO:
La vida real de duración de la lámpara se calcula mediante la relación voltaje nominal y voltaje real, usando una constante "C" igual a 13 en este caso. Además de tomar en cuenta la duración nominal de la lámpara (4.000 H), se determina la duración real siendo menor debido a que está sometida a un voltaje (130 V) mayor que el nominal (120 V).

Problema 1.32 Potencia y Energía Eléctrica.

Un montacargas debe subir un peso de 180 kilogramos, a una velocidad de 0,6 m/seg. Asumiendo un rendimiento de 65 % para el sistema mecánico del montacargas, calcular: Potencia mecánica en HP que debe desarrollar el motor. ¿Qué corriente consumirá el motor si se conecta a una fuente de 240 V, suponiendo un rendimiento del 85 %.

Solución:
m = 180 Kg.
V = 0,6 m/seg.
P = T/t = (F*d) / t = F*(d / t).
F = m*g. = 180 Kg* 9,81 m/seg. = 1.765,8 New.
La potencia mecánica es: $P_{mecánica}$ = (1.765,8 New * 0,6m)/1seg. = 1.059,48 Watts.
$\eta = P_s / P_e$ entonces $P_e = P_s / \eta$.
Siendo η = Eficiencia.
P_s = Potencia de salida. = $P_{mecánica}$
P_e = Potencia de entrada.
P_e = 1.059,48/0,65 = 1.629,97 Watts.
La potencia de entrada (P_e), representa la potencia que debe desarrollar el motor y es la potencia eléctrica que se debe suministrar y se calcula como sigue:
Transformando los Hp a vatios: 1 HP $\rightarrow$ 746 W.
X $\rightarrow$ 1.629,97 W.
X = 1 HP * 1.629,97 W/746 W. $\Rightarrow P_{mec}$ = X = 2,18 HP.
P_{mec} = 2,18 HP. $\Rightarrow P_{elec} = P_{mec} / \eta_2$ = 2,18 / 0,85 = 2,57 HP.
Cálculo de Corriente.
P_{mec} = 1.629,97 W.
$P_{elec} = P_{mec} / \eta_2$ = 1.629.97 W / 0.85 = 1.917,61 W
I = P_{elec} / V = 1.917,61 W/240 V = 7,99 Amp.

Problema 1.33 Potencia y Energía Eléctrica.

Un motor eléctrico con una eficiencia del 87 % y que se alimenta con una línea de 220 V, proporciona 3,6 HP ¿Qué corriente tomará?

Solución:
$\eta = P_{salida}/P_{entrada}$
$P_{salida} = 3{,}6\ HP*(\ 746\ W\ /\ 1\ hp\ ) = 2.685{,}60\ W$
$P_{entrada} = P_{salida}/\ \eta \quad \Rightarrow \quad P_{entrada} = 2.685{,}60/0{,}87 = 3.086{,}90\ W$
$P_{entrada} = I * V \quad \Rightarrow I = P_{entrada}/\ V = 3.086{,}90W/220V \Rightarrow I = 14{,}03\ A$

Problema 1.34 Potencia y Energía Eléctrica.

Un motor está provisto para suministrar 2 HP. Si funciona a 110 V y tiene una eficiencia de 90 %.
a) ¿Cuántos vatios tomará de la línea de alimentación?
b) ¿Cuál es la corriente?
c) ¿Cual seria la corriente, si el motor tuviera una eficiencia solo del 70 %?

Solución:
Potencia de alimentación.
$\eta = P_{salida}/P_{entrada}$
$P_{salida} = 2\ hp * (\ 746\ W\ /\ 1\ hp\ ) = 1.492\ W$
$P_{entrada} = P_{salida}/\eta \quad \Rightarrow \quad P_{entrada} = 1.492/0{,}90 = 1.657{,}78\ W$
Corriente de alimentación.
$P_{entrada} = I * V \quad \Rightarrow I = P_{entrada}/\ V = 1.657{,}78W/110V \Rightarrow I = 15{,}07\ A$
Potencia de alimentación para $\eta = 70\%$
$P_{entrada} = P_{salida}/\eta \quad \Rightarrow \quad P_{entrada} = 1.492/0{,}70 = 2.131{,}43\ W$
$P_{entrada} = I * V \quad \Rightarrow I = P_{entrada}/\ V = 2.131{,}43W/110V \Rightarrow I = 19{,}38\ A$

Problema 1.35 Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuál es la potencia de entrada en Watts de un sistema con eficiencia del 95 % y una salida de potencia de 4,2 Hp?

Solución:
$\eta = P_{salida}/P_{entrada}$
$P_{entrada} = (P_{salida})/\ \eta = 4{,}2\ hp\ /\ 0{,}95 = 4{,}4211\ Hp$
$P_{entrada} = 4{,}4211\ hp * (\ 746\ W\ /1\ hp\ ) = 3.298{,}11\ W$

Problema 1.36 Potencia y Energía Eléctrica.

Dos sistemas en cascada tienen una eficiencia del 80 % cada uno y la energía de entrada es 60 J, ¿Cual será la energía de salida?

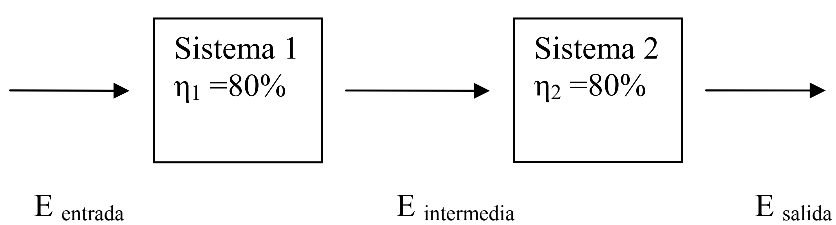


Figura 1.29 Problema 1.36

Solución:

$\eta_1 = E_{intermedia}/E_{entrada} \Rightarrow E_{intermedia} = E_{entrada} * \eta_1 = 60\ J*0{,}80 = 48\ J$

$\eta_2 = E_{salida}/E_{intermedia} \Rightarrow E_{salida} = E_{intermedia} * \eta_2 = 48\ J*0{,}80 = 38{,}4\ J$

Problema 1.37 Potencia y Energía Eléctrica.

La eficiencia total de dos sistemas en cascada es 72 %. Si la eficiencia de uno es 0,9 ¿Cuál será el porcentaje de eficiencia del otro?

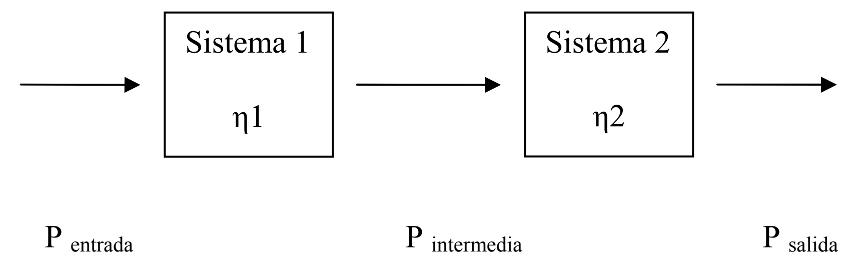


Figura 1.30 Problema 1.37

Solución:

$\eta_1 = P_{intermedia}/P_{entrada} \Rightarrow P_{intermedia} = P_{entrada} * \eta_1$

$\eta_2 = P_{salida}/P_{intermedia} \Rightarrow P_{salida} = P_{intermedia} * \eta_2$

De las ecuaciones anteriores se tiene:

$P_{salida} = P_{entrada} * \eta_1 * \eta_2$

$$\eta 1 * \eta 2 = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} = \eta_{total}$$

$$\eta 2 = {}^{\eta_{total}}\!/_{\eta 1} = 0{,}72 / 0{,}90 = 0{,}80 \quad \therefore\ \eta_2 = 80\ \%$$

Problema 1.38 Potencia y Energía Eléctrica.

Si la potencia total de entrada y salida de dos sistemas en cascada es 400 W y 128 W respectivamente, ¿Cuál será la eficiencia de cada sistema si uno de ellos es dos veces mas eficiente que el otro?

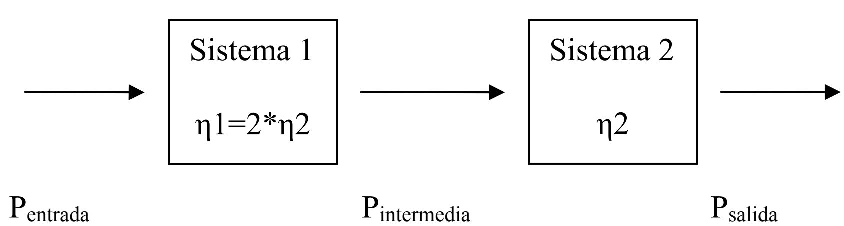


Figura 1.31 Problema 1.38

Solución:

$\eta_1 = P_{intermedia}/P_{entrada} \Rightarrow P_{intermedia} = P_{entrada} * \eta_1$

$\eta_2 = P_{salida}/P_{intermedia} \Rightarrow P_{salida} = P_{intermedia} * \eta_2$

De las ecuaciones anteriores se tiene:
$P_{salida} = P_{entrada} * \eta_1 * \eta_2 \quad \therefore \eta_1 = 2\eta_2$
$P_{salida} = P_{entrada} * 2\eta_2 * \eta_2 \quad \Rightarrow 2(\eta_2)^2 = P_{salida}/P_{entrada}$
$(\eta_2)^2 = 128 \text{ W}/2*400 \text{ W} = 0,16 \Rightarrow \eta_2 = 40\ \%$
$\eta_1 = 2\eta_2 \Rightarrow \eta_1 = 80\ \%$

Problema 1.39 Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuál será la eficiencia total de tres sistemas en cascada con eficiencias de 0,98; 0,87 y 0,21?

Solución:
$\eta_1 = P_{intermedia}/P_{entrada} \Rightarrow P_{intermedia} = P_{entrada} * \eta_1$
$\eta_2 = P_{salida}/P_{intermedia} \Rightarrow P_{salida} = P_{intermedia} * \eta_2$

De las ecuaciones anteriores se tiene:
$P_{salida} = P_{entrada} * \eta_1 * \eta_2$

$$\eta 1 * \eta 2 = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} = \eta_{total}$$

Para "n" sistemas se tiene que la eficiencia total es:

$$\eta_{total} = \eta 1 * \eta 2 * ... * \eta n$$

$$\eta_{total} = 0,98 * 0,87 * 0,21 = 0,1790$$

Si se retira el sistema con menor eficiencia (0,21) y se remplaza por otro de una eficiencia de 0,9 ¿Cual seria el porcentaje de aumento de la eficiencia total?

$\eta_T = *\eta_1 * \eta_2 * \ldots\ldots * \eta_n$

$\eta_{total}' = 0,98*0,87*0,9 = 0,7673 = 76,73\ \%$
El incremento $\Delta\eta = \eta_{total}' - \eta_{total} \Rightarrow \Delta\eta = 0,7673 - 0,1790 = 0,5883$

Si $0,1790 \rightarrow 100$

$0,5883 \rightarrow X? \Rightarrow X = (0,5883*100)/0,1790 = 328,68\ \%$

Problema 1.40 Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuánto cuesta utilizar un radio de 30 W durante 3 horas a 100 Bs. el KW-H?

Solución:
$P_{radio} = 30 \text{ W} = 0,030 \text{ KW}$
$W = P_{radio} * t = 0,030 \text{ KW} * 3\text{H} = 0,090 \text{ KW-H}$
Costo = Consumo * Precio del KW-H. = $0,090\ \cancel{\text{KW-H}} * 100\ B_{\$/}\cancel{\text{KW-H}}$
Costo = 9 $B_{\$.}$

Problema 1.41 Potencia y Energía Eléctrica.

Si una casa recibe un servicio eléctrico de 120 V y 100 Amp.
a.) Determinar la máxima capacidad de potencia.
b.) Se pueden conectar con seguridad, al mismo tiempo las siguientes cargas:
Un motor de 5 Hp
Una secadora de ropa de 3 KW
Una cocina eléctrica de 2,4 KW
Una plancha de 1000 W

Solución:
Capacidad de Potencia suministrada por la empresa d electricidad.
$P = V*I = 120V*100Amp = 12$ KW
Potencia a conectar.
$P_{motor} = 5$ Hp $= 3{,}73$ KW
$P_{Secadora} = 3$ KW.
$P_{cocina} = 2{,}4$ KW.
$P_{plancha} = 1$ KW.
$P_{total} = (3{,}73 + 3 + 2{,}4 + 1)$ KW $= 10{,}13$ KW.
Si se pueden conectar al mismo tiempo las cargas mencionadas.

Problema 1.42 Potencia y Energía Eléctrica.

Un motor eléctrico tiene una eficiencia del 85%. Si la tensión de entrada es de 120 voltios, se pide determinar la corriente de entrada del motor cuando suministra 6 HP. ¿Se puede determinar la potencia nominal del motor?.

Solución:
$P_{entrada} = P_{salida}/\eta_1$
$P_{entrada} = P_{eléctrica} = 4{,}476$ KW$/0{,}85 = 5.265{,}88$ W
$P_{eléctrica} = V_{nominal} * I_{entrada} \Rightarrow I_{entrada} = P_{eléctrica}/V_{nominal} = 5.265{,}88$ W$/120$V $= 43{,}88$ Amp.
No se puede determinar la potencia nominal del motor porque falta información?

Problema 1.43 Potencia y Energía Eléctrica.

Un motor eléctrico de corriente continua, desarrolla una potencia de 5 Hp y funciona con una eficiencia del 90% para condición nominal. Si el voltaje nominal del motor es de 115 voltios, se pide determinar la corriente nominal.

Solución:
$P_{entrada} = P_{salida}/\eta_1$
$P_{entrada} = P_{eléctrica} = 3{,}73$ KW$/0{,}9 = 4.144{,}44$ KW
$P_{eléctrica} = V_{nominal} * I_{nominal} \Rightarrow I_{nominal} = P_{eléctrica}/V_{nominal} = 4.144{,}44$ W$/115$V $= 36{,}04$ Amp.

Problema 1.44 Elementos Activos. Fuentes de voltaje y corriente.

Una fuente de voltaje, presenta un voltaje de circuito abierto de 120 Voltios, al conectarse varias cargas los voltajes y corrientes medidos son los siguientes:

Carga conectada	Voltaje en los terminales (V)	Corriente (A)
Nro 1	119,5	1,25
Nro 2	119,0	2,50
Nro 3	118,5	3,75
Nro 4	118,0	5,0

Cuadro 1.5 Problema 1.44

Hallar la resistencia interna de la fuente, la corriente de corto circuito y el gráfico de E(t) vs I.

Solución:

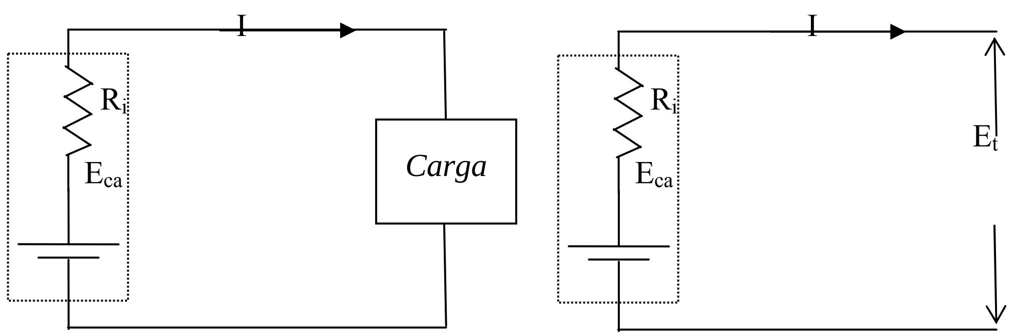


Figura 1.32 Problema 1.44

En la cual:
Eca = Voltaje de circuito abierto
Icc = Corriente de corto circuito
Ri = Resistencia interna de la fuente.
Et =Voltaje en los terminales.
De acuerdo con los datos de la tabla anterior, el voltaje en los terminales tendría la siguiente ecuación correspondiente a una línea recta:
Et = -0,40i +120; para Et = 0, la corriente i es la de corto circuito, por lo tanto
Icc = (0 - 120)/(-0,40) = 300 Amp. Así mismo la resistencia interna de la fuente es:
Ri = Eca/Icc $\Rightarrow$ Ri = 120/300 = 0,40 Ω.

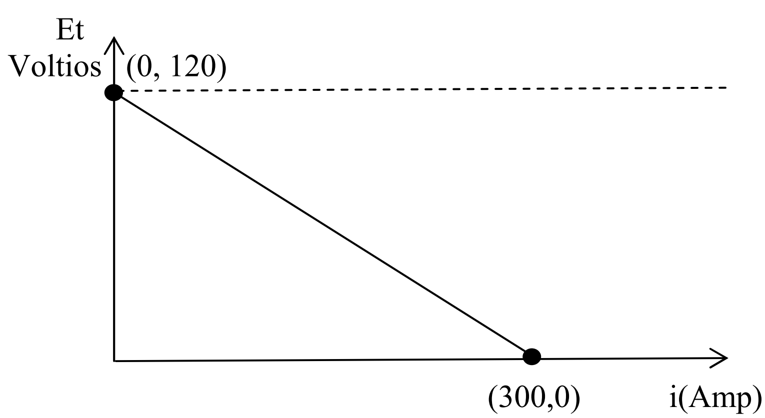


Figura 1.33 Problema 1.44 Gráfica de Voltaje Vs Corriente

Problema 1.45 Elementos Activos. Fuentes de voltaje y corriente.

El motor de arranque de un automóvil tiene una potencia nominal de ½ Hp, voltaje nominal de 12 V y funciona con una eficiencia de 80%. ¿Cuál es la resistencia interna de la batería si el voltaje a los terminales de la misma decrece a 11 voltios cuando se energiza el motor de arranque?

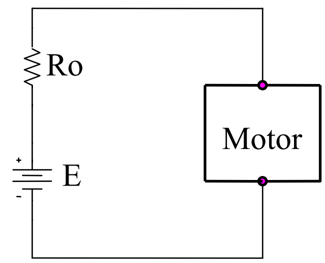


Figura 1.34 Problema 1.45

Solución:

$P_{entrada} = P_{salida}/\eta$

$P_{entrada} = P_{eléctrica} \Rightarrow P_{eléctrica} = P_{salida}/\eta \Rightarrow P_{eléctrica} = 373\ W/0,8 = 466,25\ W$

$P_{eléctrica} = V_{nominal}{}^2/R_{motor} \Rightarrow R_{motor} = V_{nominal}{}^2/P_{eléctrica} = (12^2)/466,25 = 308,85\ m\Omega$

De acuerdo al circuito anexo:

$E = V_{Ro} + V_{motor}$. Siendo.

E = Voltaje de la batería.

$V_{Ro} = I*Ro$ =Voltaje en la resistencia interna de la Batería.

$V_{motor} = I*R_{motor}$ = Voltaje en el motor.

$I = V_{motor}/R_{motor} = 11\ V/308,85\ m\Omega \Rightarrow I = 35,616$ Amp.

$V_{Ro} = E - V_{motor} \Rightarrow V_{Ro} = 12 - 11 = 1\ V$

$V_{Ro} = I*Ro \Rightarrow Ro = V_{Ro}/I \Rightarrow Ro = 1\ V/35,616\ A. = 28,08\ m\Omega$

$Ro + R_{motor} = 28,08\ m\Omega + 308,85\ m\Omega = 336,93\ m\Omega$

Comprobación:

$E = V_{Ro} + V_{motor} \Rightarrow E = I(Ro + R_{motor}) \Rightarrow I = E/(Ro + R_{motor}) = 12/336,93$

$$I = 35,616 \text{ Amp.}$$

Problema 1.46 Elementos Activos. Fuentes de voltaje y corriente.

Una fuente de corriente de 5A tiene una resistencia interna de 80 KΩ. ¿Cuál será el voltaje a los terminales de la fuente cuando entrega una carga 4,2 A?

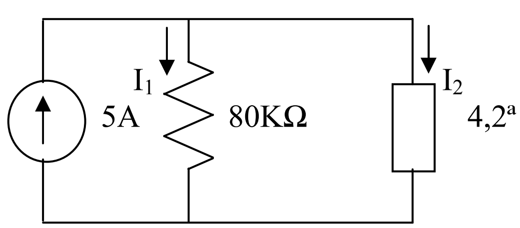


Figura 1.35 Problema 1.46

<u>Solución:</u>
Para determinar el voltaje en los terminales de la fuente (Vt), es necesario calcular la corriente que circula por la resistencia de 80 KΩ. Esto se puede lograr aplicando divisores de corriente, con lo cual se determina la corriente que pasa por la resistencia, y por la Ley de Ohm se obtiene la caída de tensión.

$5 = I_1 + I_2 \quad \Rightarrow \quad I_1 = 5 - I_2 \quad \Rightarrow \quad I_1 = 5 - 4{,}2 = 0{,}80A.$

Vt = 0,80 (A)*80 (KΩ) = 64.000 V.

<u>Problema 1.47</u> Elementos Activos. Fuentes de voltaje y corriente.

Para la fuente real de corriente de la figura, se pide determinar la diferencia de potencial en sus bornes.

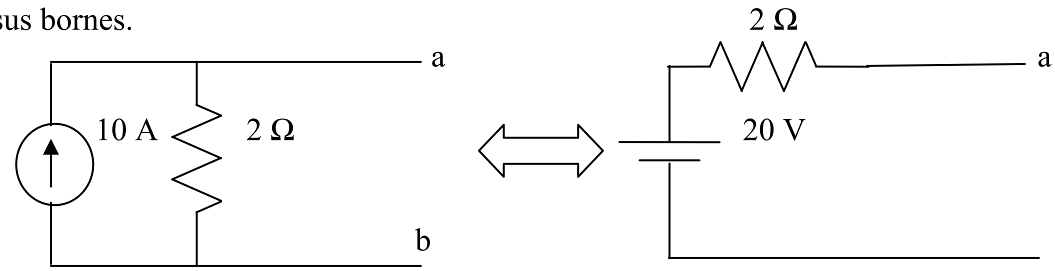


Figura 1.36 Problema 1.47

<u>Solución:</u>
Por transformación de fuentes. Podemos intercambiar un tipo de fuente por otro, es decir intercambiar una fuente de corriente por una de voltaje o viceversa, siempre y cuando sean equivalentes (donde cada fuente produce exactamente el mismo voltaje y corriente para cualquier carga que este conectada a través de sus terminales).

$$V = I*R = 10A*2\Omega = 20\ V$$

<u>Problema 1.48</u> Elementos Activos. Fuentes de voltaje y corriente.

Los valores nominales del motor de arranque de un automóvil son: 12 voltios; 1,0 Hp.
η = 80 %. En el instante de encendido el motor de arranque consume 1,8 veces la corriente nominal, y el voltaje a los bornes de la batería desciende a 9,1 voltios. El voltaje de la batería sin conectar el motor es de 12,2 voltios. Se pide determinar la resistencia interna de la batería.

<u>Solución:</u>
$I_n = P_n/V_v * \eta = 746W/(12*,80)V. = 77{,}71\ A.$

$I_{arr.} = 1{,}8\ I_n = 1{,}8(77{,}71)A. = 139{,}88\ A.$

La pendiente de la recta del gráfico Voltaje y Corriente desde el momento del encendido hasta el arranque representa la resistencia interna de la batería.

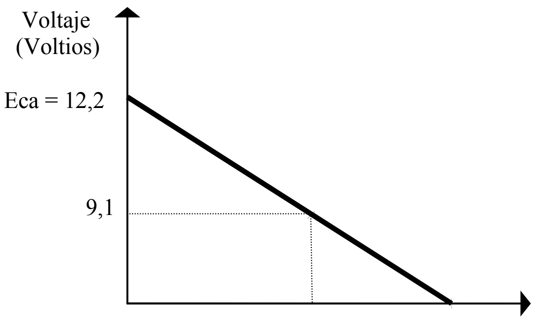


Figura 1.37 Problema 1.48

$$m = R_i = \frac{12{,}2 - 9{,}1}{0 - 139{,}88} = 0{,}022\ \Omega.$$

Problema 1.49 Elementos Activos. Fuentes de voltaje y corriente.

Las características nominales de una fuente real de voltaje son: 120 V y 60 A. El voltaje en vació en los terminales de la fuente es 150 V (Voltaje en circuito abierto Eca). Se pide determinar la corriente que fluye al cortocircuitarse los terminales de la fuente.

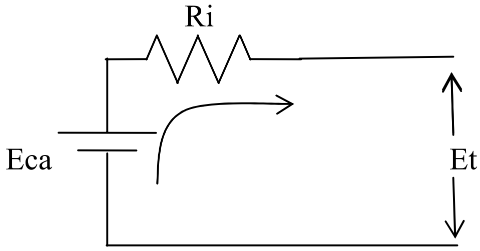


Figura 1.38 Problema 1.49

Solución:

$Eca = V_{Ri} + Et \Rightarrow Eca - Et = V_{Ri} \Rightarrow V_{Ri} = 150 - 120 = 30V$

Por ley de Ohm

$V_{Ri} = IRi \Rightarrow Ri = V_{Ri}/I \Rightarrow Ri = 30/60 = 0{,}5\Omega$

En corto circuito ($I = Icc$), se cierra el circuito y en un conductor la resistencia es igual a 0 Ω y el voltaje en los terminales es igual a cero voltios ($Et = 0$ V); por lo tanto

$Eca = V_{Ri} = IccRi$

$Icc = Eca/Ri = 150/0.5 = 300$ A

Problema 1.50 Elementos Activos. Fuentes de voltaje y corriente.

Se desea cargar una batería de 120 A-H, que se encuentra completamente descargada. La eficiencia de una batería típica es del 75%. La corriente máxima de carga normal es de 1/20 de la capacidad de la batería. Se asume que con esta corriente, la batería se comporta según la curva de la figura anexa. Para evitar la formación de gases, se acostumbra a reducir la corriente de carga a la mitad, a partir del momento en que se alcanza un voltaje de 2,4 voltios por celda. Se pide determinar el tiempo de carga.

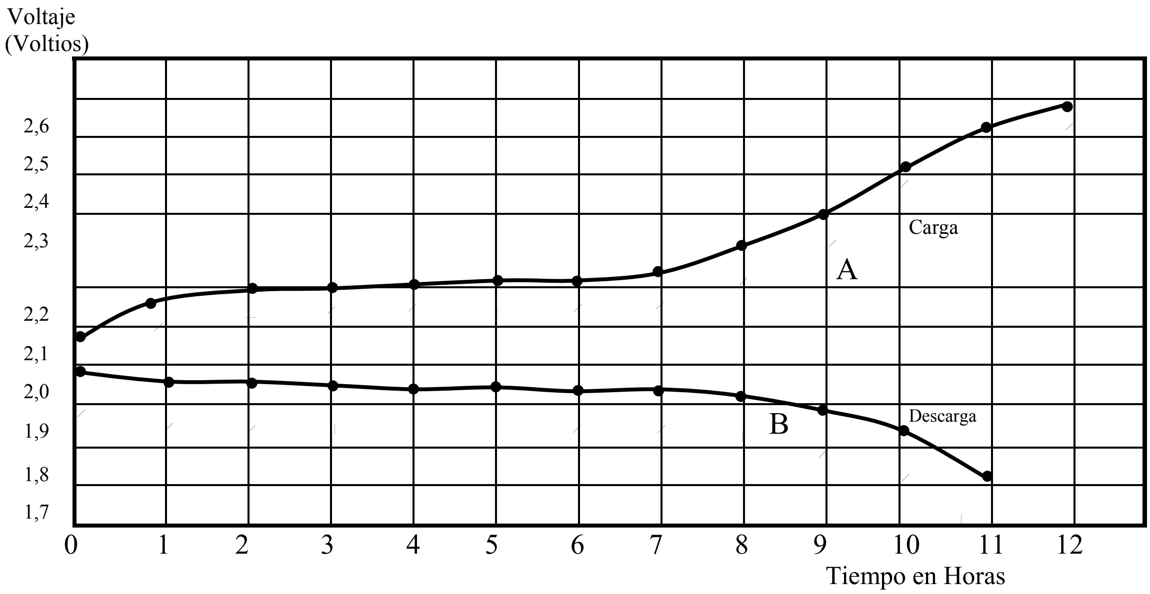


Figura 1.39 Problema 1.50

Solución:
Capacidad de la Batería: Es la energía que puede entregar y se específica en A-H.
Corriente máxima de carga = 120/20 = 6 A.
Corriente de carga (Para η = 75 %) $\Rightarrow$ = 6*(0,75) = 4,5 A.
Tiempo de carga1 (Hasta que llegue a 2,4 voltios) = 9 Horas.
$Carga_1$ = Corriente de $carga_1$ (Para η = 75 %) por el tiempo de carga1
$\Rightarrow$ C1 = 4,5A* 9H = 40,50 A-H
La corriente de carga2 = (Corriente de carga1)/2 = 4,5/2= 2,25 A
La carga 2 es lo que le falta a la batería para tener plena carga (nominal) y es igual a la Carga nominal menos la carga1 $\Rightarrow$ C_2 = (120 – 40,50) A-H = = 79,50 A-H.

Por otra lado C_2 = Corriente de carga2 por el tiempo de carga2 (después que llegue a 2,4 voltios)

$\Rightarrow$ C2 = 2,25 A-H * t_2; $\Rightarrow$ t_2 = C2/ 2,25 A = (79,50 A-H)/2,25 A = 35,33 Horas.
Tiempo Total = t_T = $t_1 + t_2$ = (9 + 35,33) Horas = 44,33 Horas.

Problema 1.51 Elementos Pasivos. El Resistor.

Cuales serian las corrientes nominales (máxima corriente que no produce sobrecalentamiento) de los siguientes resistores.

Solución:
a) $P = I^2*R \Rightarrow I = (P/R)^{1/2} = (1W/5,6\ K\Omega)^{1/2} \Rightarrow I = 13,36$
b) $P = I^2*R \Rightarrow I = (P/R)^{1/2} = (2W/2,2\ M\Omega)^{1/2} \Rightarrow I = 0,953$ mA
c) $P = I^2*R \Rightarrow I = (P/R)^{1/2} = (0, 5W/3,2\ K\Omega)^{1/2} \Rightarrow I = 12,5$ mA

Problema 1.52 Elementos Pasivos. El Resistor.

¿Durante cuánto tiempo tiene que existir una corriente constante de 2 A en un resistor en el que existen 3 V, para disipar una energía de 12 Joules?

Solución:
Aplicando la ecuación de energía $W = V * I * t$, despejando y sustituyendo se obtiene lo siguiente:
$t = 12\ J/(3\ V * 2\ A) \Rightarrow t = 2\ seg$

Problema 1.53 Elementos Pasivos. El Resistor.

Si la entrada de potencia a un resistor de 4Ω es de 64W, ¿Cuál es la corriente que pasa por el resistor?

Solución:
Aplicando la ecuación de potencia, $P = i^2\ R$, despejando y sustituyendo se obtiene lo siguiente:
$I = (64W/4\Omega)^{1/2} \Rightarrow I = 4\ Amp.$

Problema 1.54 Elementos Pasivos. El Resistor.

Un resistor de 0,5 W de potencia tiene un valor de resistencia de 1.000 Ω, ¿Cuál es el valor de la corriente que se puede manejar con seguridad?

Solución:
Aplicando la ecuación de potencia, $P = i^2\ R$, despejando y sustituyendo se obtiene lo siguiente:
$I = (0{,}5W/1.000\Omega)^{1/2} \Rightarrow I = 22{,}36\ mA.$

Problema 1.55 Elementos Pasivos. El Resistor.

Si la entrada de potencia a un resistor de 7,2 KΩ es de 88 W, ¿Cuál es la caída de potencial en el resistor?

Solución:
Aplicando la ecuación de potencia, $P = V^2/R$, despejando y sustituyendo se obtiene lo siguiente:
$V = (88W*7{,}2E^3\Omega)^{1/2} \Rightarrow V = 795{,}99\ Voltios$

Problema 1.56 Elementos Pasivos. El Resistor.

¿Cuál es la resistencia de un voltímetro de CC que permite leer 200V cuando absorbe una corriente de 60 µAmp.?

Solución:
$R = V/I \Rightarrow R = 200V/60x10^{-6}A \Rightarrow R = 3{,}3\ M\Omega$

Problema 1.57 Elementos Pasivos. El Resistor.

Se construye un elemento calefactor de valores nominales 60W; 117V, con alambre Nichrome-V de diámetro igual a 1,02 mm. Se pide determinar la longitud del alambre, sin tomar en cuenta la variación de temperatura del elemento calefactor.

Solución:
P = 60 W; V = 117 V; ϕ=1,02 mm
ρ(Nichrome) = 1,0806 Ω*mm^2 /m (Resistividad del material)
Con los valores de Potencia y Voltaje se halla la R del elemento:
$P= V^2/R \Rightarrow R = V^2/ P = (117\ V)^2/ 60W = 228{,}15\ \Omega$
La Resistencia depende de la geometría del material, de acuerdo con la expresión:
$R = \rho L/A \Rightarrow L = R*A/\rho = R*\pi/4*\phi^2/\rho$
$\Rightarrow L = [228{,}15\Omega*\pi/4*(1{,}02\ mm)^2]/(1{,}0806\ \Omega*mm^2/m) \Rightarrow L = 172.52\ m$

Problema 1.58 Elementos Pasivos. El Resistor.

Resolver el problema anterior, si la temperatura varía de 20^0C a 500^0C ($\alpha = 13x10^{-5}/^0C$;

Solución:
P = 60 W; V = 117 V; ϕ = 1,02 mm
ρ(Nichrome) = 1,0806 Ω*mm^2 /m (Resistividad del material)
Area : $A = \dfrac{\pi d^2}{4}$
$\alpha = 13x10^{-5}/^0C$
$\Delta t = 20 < t < 500$

Con los valores de Potencia y Voltaje se halla la R del elemento:
$P= V^2/R \Rightarrow R = V^2/ P = (117\ V)^2/ 60W = 228{,}15\ \Omega$

La resistencia de los metales y la mayoría de las aleaciones aumenta con la temperatura según la siguiente ecuación:

$$R_2 = R_1[1+\alpha(T_2 - T_1)]$$

$R_1 =$ Resistencia inicial = 228,15 Ω
$R_2 =$ Resistencia final
$T_1 =$ Temperatura inicial = 20^0C
$T_2 =$ Temperatura final = 500^0C
$\alpha =$ Coeficiente de variación de resistencia con la temperatura, propiedad del material

$$R_2 = 228{,}15\Omega[1+13x10^{-5}/\ ºC(500-20)ºC] \Rightarrow R_2 = 242{,}39\Omega$$

La Resistencia depende de la geometría del material, de acuerdo con la expresión:
$R_2= \rho L/A \Rightarrow L_2 = R_2*A/\rho = R_2*\pi/4*\phi^2/\rho$
$\Rightarrow L_2 = [242{,}39\Omega*\pi/4*(1{,}02\ mm)^2]/(1{,}0806\ \Omega*mm^2/m) \Rightarrow L = 183{,}19\ m$

Problema 1.59 Elementos Pasivos. El Resistor.

La temperatura en los arrollamientos de los grandes generadores y motores eléctricos se detecta mediante una bobina de alambre de cobre instalada en las ranuras del embobinado. La resistencia de esta bobina a la temperatura de 20ºC es de 100 **Ω**. Después de varias horas de operación continua de la máquina, la resistencia de la bobina se incrementa en 10 **Ω**. Se pide determinar el incremento de temperatura del arrollamiento de la máquina.

Solución:

$R_2 = R_1 + 10 \Rightarrow R_2 = 100 + 10 = 110\ \Omega$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{234,4 + T_2}{234,4 + T_1} \Rightarrow \frac{110}{100} = \frac{234,4 + T_2}{234,4 + 20} \Rightarrow 1.1 = \frac{234,4 + T_2}{254,4} \Rightarrow 279,84 = 234,4 + T_2 \Rightarrow$$

$$T2 = (279,84 - 234,4)\ ºC = 45,44ºC \Rightarrow \Delta T = (45,44 - 20)\ ºC = 25,44\ ºC$$

Problema 1.60 Elementos Pasivos. El Resistor.

El elemento calefactor de una cocina eléctrica, está formado por dos resistencias de características nominales (1.200 vatios, 120 voltios). Si la cocina tiene tres posiciones de temperatura baja, media y alta. Determinar el diagrama de conexiones de las resistencias y la potencia consumida en cada caso por la cocina.

Solución:

$P_n = 1.200$ W; $V_n = 120$ V.

$R_1 = R_2$.

Temperatura Baja: Las dos resistencias se colocan en serie, el voltaje real aplicado a cada resistencia es de 60 voltios. La potencia de una sola resistencia es:

$P_R = Pn(V_R/Vn)^2 = 1.200(60/120)^2$ $\quad Pr = 300$ W

La potencia total = 2Pr = 600 W

Temperatura Media. Se conecta una sola resistencia y la potencia es:

$$P_R = P_n = 1.200W.$$

Temperatura Alta. Para esta temperatura las resistencias se conectan en paralelo.

$$P_R = 2 * P_n. = 2 * 1.200 = 2.400\ W.$$

Problema 1.61 Elementos Pasivos. El Resistor.

La condición de equilibrio térmico de un conductor cilíndrico se alcanza cuando el valor generado por efecto Joule es igual al calor disipado por conducción y convección. Esta ecuación se expresa por la ecuación $Q = A*\tau_{max}*t$, donde: Q = Calor del efecto Joule, "A" es el coeficiente de transmisión calórica directamente proporcional a la superficie de enfriamiento, "τ_{max}" es la temperatura máxima y "t" el tiempo. Se pide determinar la relación entre el diámetro del conductor y la corriente.

Solución:

$Q = A* \tau_{max}*t$

$Q = I^{2*}R*t = I^2 (\rho*L/S)*t = I^{2*}\rho*L/(\pi*r^2)*t = 4*I^2*\rho*L*t/(\pi*d^2)$
$A = M*\pi*d*L$
$Q = M*\pi*d*L*\tau_{max}*t$
$4*I^2*\rho*L*t/(\pi*d^2) = M*\pi*d*L*\tau_{max}*t$
$I^2/d^3 = M*\pi^2*\tau_{max}/(4*\rho) \Rightarrow \quad I = (\pi d\sqrt{Md\tau_{max}/\rho})/2$

M = Factor de proporcionalidad con la superficie de enfriamiento.

Problema 1.62 Elementos Pasivos. El Resistor.

¿Cuál es la caída de potencial en un resistor de 6Ω cuando pasa por el una corriente de 2,5 Amp?

Solución:
Aplicando la Ley de Ohm: V = I * R, despejando el valor de V y sustituyendo se obtiene:

$$V = (6\Omega)(2{,}5^a) = 15 \text{ Voltios.}$$

Problema 1.63 Elementos Pasivos. El Resistor.

Si la corriente que pasa por un resistor de 0,02 Ω, es de 3,6 μA, determine la caída de tensión en el resistor

Solución:
Aplicando la Ley de Ohm: V = I * R, se obtiene:

$V = 3{,}6E^{-6}$ A* 0.02 Ω = $7{,}2E^{-8}$ Voltios

Problema 1.64 Elementos Pasivos. El Resistor.

Si un voltímetro tiene una resistencia interna de 15 KΩ. Determine la corriente que pasa por el medidor cuando la aguja marca 62 Voltios.

Solución:
Aplicando la Ley de Ohm: V = I * R, despejando el valor de I y sustituyendo se obtiene:
I = 62 V/15 KΩ = 0,004133 A

Problema 1.65 Elementos Pasivos. El Resistor.

Si un refrigerador toma 2,2 Amp a una tensión de 120 Voltios. ¿Cuál es su resistencia?

Solución:
Aplicando la Ley de Ohm: V = I * R, despejando el valor de R y sustituyendo se obtiene:

$$R = 120 \text{ V}/2{,}2 \text{ A} = 54{,}54\ \Omega$$

Problema 1.66 Elementos Pasivos. El Resistor.

¿Qué fuerza electromotriz se requiere para hacer pasar 42 mA a través de un resistor de 0,04 MΩ?

Solución:
Aplicando la Ley de Ohm: V = I * R, se obtiene:

$V = 42E^{-3}A * 0{,}04E^{6}\Omega = 1.680$ Voltios

Problema 1.67 Elementos Pasivos. El Resistor.

¿Si un cautín toma 0,76 Amp a 120 Voltios, determinar su resistencia.

Solución:
Aplicando la Ley de Ohm: V = I * R, despejando el valor de R y sustituyendo se obtiene:
$R = 120\ V/0{,}76\ A = 157{,}89\ \Omega$

Problema 1.68 Elementos Pasivos. El Resistor.

¿Cuál es la resistividad del platino, si un cubo de 10 cms. de arista de este material presenta entre dos caras opuestas una resistencia de $1\mu\Omega$.

Solución:
$R = l/\sigma A \Rightarrow R = \rho\, l/A. \therefore \rho$ = coeficiente de resistividad.
$\rho = R.A/l = 10^{-6}\Omega.* 10.000\ mm^2/0{,}1\ m = 10^{-1}\Omega.mm^2/m.$

Problema 1.69 Elementos Pasivos. El Inductor.

En el circuito de la figura adjunta la corriente varía en el tiempo según el gráfico mostrado. Se pide determinar:
a) El voltaje a los terminales del resistor en función del tiempo.
b) El voltaje del inductor en función del tiempo.

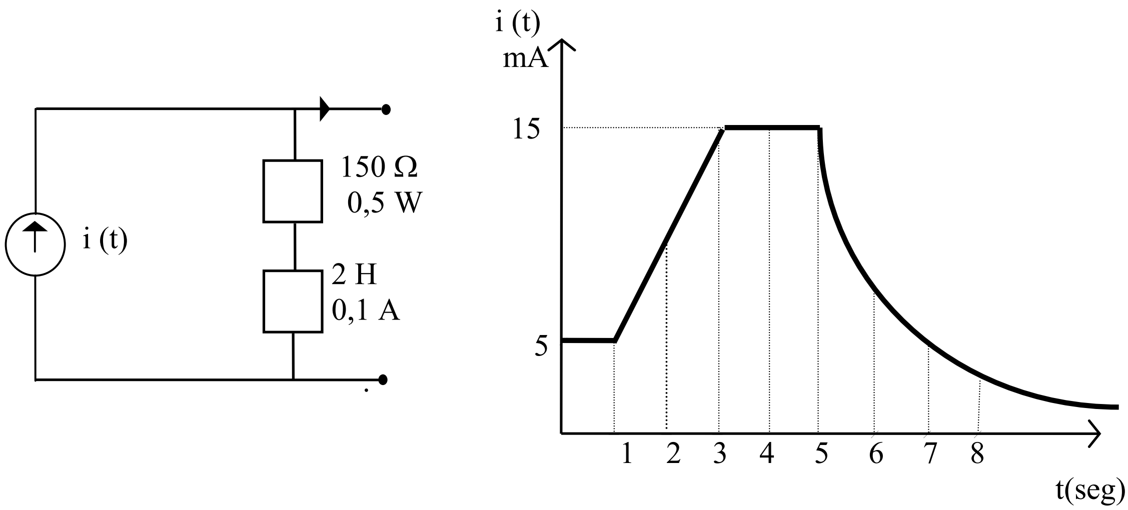


Figura 1.40 Problema 1.69

Solución:

a) En el Resistor

Para el tiempo $0 \leq t \leq 1$

i(t) = 5 mA.

$V_R(t) = i(t) * R = 5\ mA*150\ \Omega = 750\ mV.$

$P_R(t) = i(t) * V_R(t) = 5\ mA*750\ mV = 3{,}75\ mW.$

$$W_R(t) = \int_0^1 PR(t)dt = \int_0^1 3{,}75dt = 3{,}75\ t \Big|_0^1 = 3{,}75 * 10^{-3}\ \text{Joul}$$

Para el tiempo $1 \leq t \leq 3$

i (t) = 5 t mA.

$V_R(t) = i(t) * R \Rightarrow V_R(t) = 5t*150 = 750\ t\ mV.$

$P_R(t) = i(t) * V_R(t) = (5\ t * 750\ t)* 10^{-6}\ W = 3{,}75\ t^2\ mW$

$P_R(t) = 3{,}75\ t^2\ mW$

$$W_R(t) = \int_1^3 P_R(t)dt = \int_1^3 [(3{,}75t^2)* 10^{-3}]dt$$

$$W_R(t) = [(3{,}75/3)t^3]* 10^{-3}\Big|_1^3 = [(3{,}75/3)(3)^3 - (3{,}75/3)(1)^3)]* 10^{-3}$$

$$W_R = [(33{,}75) - (1{,}25]* 10^{-3} = 32{,}50*10^{-3}\ \text{Joul}$$

Para el tiempo $3 \leq t \leq 5$

i(t) = 15 mA.

$V_R(t) = i(t) * R = 15\ mA*150\ \Omega = 2250\ mV.$

$P_R(t) = i(t) * V_R(t) = 15\ mA*2250\ mV = 33{,}75\ mW.$

$$W_R(t) = \int_3^5 P_R(t)dt = \int_3^5 33{,}75 * 10^{-3}\, dt = (33{,}75*10^{-3}\, t)\Big|_3^5 = [(33{,}75)(5) - (33{,}75)(3)]*10^{-3} =$$

$$W_R = 67{,}50 * 10^{-3}\ \text{Joul.}$$

Para el tiempo $5 \leq t \leq \infty$

$i(t) = 15e^{-(t-5)}$ mA.

$V_R(t) = i(t) * R = (15e^{-(t-5)}\ mA)*(150\ \Omega) = 2.250\ e^{-(t-5)}\ mV.$

$P_R(t) = i(t) * V_R(t) = (15e^{-(t-5)}mA)*(2.250\ e^{-(t-5)})mV. = 33{,}75\ e^{-2(t-5)} * 10^{-3}\ W$

$$W_R(t) = \int_5^\infty P_R(t)dt = \int_5^\infty 33{,}75\ e^{-2(t-5)} * 10^{-3}\ dt$$

$$W_R = [(-33{,}75)\ e^{-2(t-5)} * 10^{-3}]\ [(-33{,}75)\, e\text{-}2(t\text{-}5)\ *10\text{-}3]_5^\infty$$

$$W_R = [(-33{,}75)\ e^{-2(\infty-5)} - (-33{,}75)\ e^{-2(5-5)}] * 10^{-3} = [(-33{,}75)\ e^{-\infty} - (-33{,}75)\ e^0]10^{-3}$$

$$W_R = [(-33{,}75)*(0) - (-33{,}75)\ (1)]10^{-3} = (0 + 33{,}75)\ 10^{-3} = 33{,}75*10^{-3}\ \text{Joul}$$

b) En el Inductor

Para el tiempo $0 \leq t \leq 1$

i(t) = 5 mA.

$V_L(t) = Ldi(t)/dt = 2*(0) = 0$ V.
$P_L(t) = i(t)*V_L(t) = 5$ mA*0 V $= 0$ W.

$$W_L(t) = \int_0^1 P_L(t)dt = \int_0^1 0dt = 0$$

Para el tiempo $1 \leq t \leq 3$

i (t) = 5 t mA.
VL (t) = L di(t)/dt = 2 (5) = 10 mV.
$P_L(t) = i(t) * V_L(t) = (5\,t)*(10)*10^{-6}$ W
$P_L(t) = 50\,t * 10^{-6}$ W

$$W_L(t) = \int_1^3 PL(t)dt = \int_1^3 [(50t)*10^{-6}]dt$$

$$W_L(t) = [50/2t^2]*10^{-6}\Big|_1^3 = [25(3)^2 - 25(1)^2]*10^{-6}$$

$$W_L = [225 - 25]*10^{-6} = 200*10^{-6} \text{ Joul}$$

Para el tiempo $3 \leq t \leq 5$

i(t) = 15 mA.
VL (t) = L di(t)/dt = 2*(0) = 0 V.
$P_l(t) = i(t) * V_L(t) = 5$ mA*0 V $= 0$ W.

$$W_L(t) = \int_0^1 PL(t)dt = \int_0^1 0\,dt = 0$$

Para el tiempo $5 \leq t \leq \infty$

$i(t) = 15e^{-(t-5)}$ mA.
$V_L(t) = Ldi(t)/dt = (2)[(-1)15\,e^{-(t-5)}*10^{-3}]$ V. $= -30\,e^{-(t-5)}$ mV.
$P_L(t) = i(t) * V_L(t) = 15e^{-(t-5)}$mA $(-30e^{-(t-5)})$mV. $= -450\,e^{-2(t-5)}*10^{-6}$ W

$$W_L(t) = \int_5^\infty PL(t)dt = \int_5^\infty -450\,e^{-2(t-5)}*10^{-6}\,dt = [(450/2)\,e^{-2(t-5)}*10^{-6}]_5^\infty$$

$$W_L = [(225)\,e^{-2(\infty-5)} - (225)\,e^{-2(5-5)}]*10^{-6} = [(225)\,e^{-\infty} - (225)\,e^0]10^{-6}$$
$$W_L = [(225)*0 - (225)*1]10^{-6} = (0 - 225)\,10^{-6} = -225*10^{-6} \text{ Joul}$$

<u>Problema 1.70</u> Elementos Pasivos. El Capacitor.

Un capacitor se construye con un par de placas paralelas de área A, de aluminio, separadas por espaciadores de plástico (ver figura adjunta). Al variar la temperatura se modifica X y A. Se pide demostrar que la rata de variación de la capacitancia con la temperatura, si se desprecia el efecto dieléctrico del plástico, se expresa por:

$$dC/d\tau = C\,[\,(1/A)*(dA/d\tau) - (1/x)*(dx/d\tau)]$$

Si el coeficiente de expansión térmica lineal del aluminio y del plástico es de $2{,}4x10^{-5}$/ºC; se pide determinar el cambio en la capacitancia, para un cambio en la temperatura de 10ºC

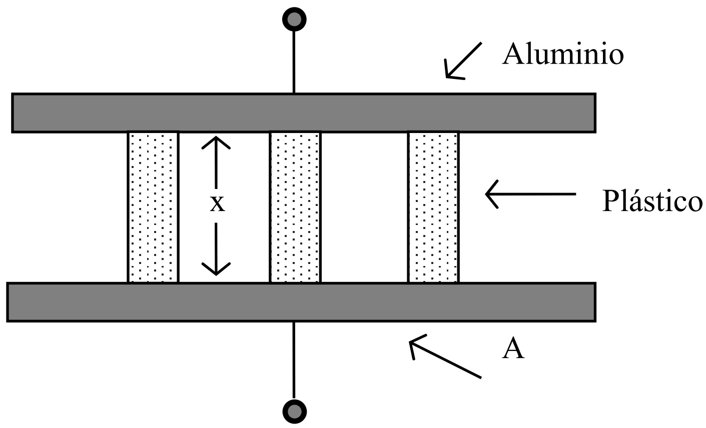


Figura 1.41 Problema 1.70

Solución:
$dl(Al)/d\tau = 2{,}4x10^{-5}/ºC$ (Coeficiente de expansión térmica lineal del aluminio = α_{Al})
$dl(Pl)/d\tau = 2{,}4x10^{-5}/ºC$ (Coeficiente de expansión térmica lineal del plástico = α_{Pl})

$C = \varepsilon A/x \Rightarrow dC/d\tau = d(\varepsilon A/x)/d\tau = \varepsilon[x*(dA/d\tau) - A*(dx/d\tau)]/x^2$
$dC/d\tau = \varepsilon[(1/x)*(dA/d\tau) - (A/x^2)(dx/d\tau)] =$
$= \varepsilon[(A/A)(1/x)*(dA/d\tau) - (A/x^2)(dx/d\tau)] = \frac{\varepsilon A}{x}[(1/A)*(dA/d\tau) - (1/x)*(dx/d\tau)]$

$$dC/d\tau = C[(1/A)*(dA/d\tau) - (1/x)*(dx/d\tau)]$$

$\Delta x = \alpha\, x\, d\tau \;\therefore\; dx = \alpha\, x\, d\tau \Rightarrow \alpha = (1/x)*(dx/d\tau)$
$\Delta A = \beta\, A\, d\tau \;\therefore\; dA = \beta\, A\, d\tau \Rightarrow \beta = (1/A)*(dA/d\tau)$
(1.1) $\beta = 2\alpha$ (Coeficiente de dilatación superficial)
$dC/d\tau = C[(1/A)*(dA/d\tau) - (1/x)*(dx/d\tau)] \Rightarrow dC/d\tau = C[\beta - \alpha]$
$dC/d\tau = C[2\alpha - \alpha] \Rightarrow dC/d\tau = \alpha C$
$\Rightarrow dC = C[\alpha d\tau] = C(2{,}4x10^{-5}/ºC)10ºC = 2{,}4x10^{-4}C$

Problema 1.71 Elementos Pasivos. El Capacitor.

En ocasiones se conecta un capacitor en paralelo con un resistor, para suavizar las variaciones de un voltaje directo a los bornes del resistor. En este caso el capacitor se comporta como un filtro. Para realizar un buen filtraje, el capacitor debe ser capaz de almacenar por lo menos 10 veces la energía disipada por el resistor en un ciclo de la corriente. Si el voltaje siempre es positivo y varía según una ley senoidal (voltaje rectificado de onda completa) y el período de la onda es de 8,3 milisegundos, se pide determinar la expresión para calcular el capacitor en función del valor del resistor.

Solución:
$W_C = 10\, W_R$ (W_C = energía en el capacitor; W_R = energía en el resistor)
T = 8,3 mseg (T = período de la onda)

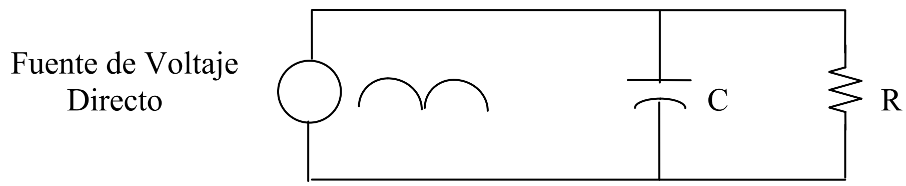


Figura 1.42 Problema 1.71

$W_R = (V^2/R)*t$

$\therefore t = T/2$

$W_C = ½ CV^2 = 10\ W_R = 10(V^2/R)*t \Rightarrow C = 2*10/R)*t = (20/R)*(T/2)$

$$C = (20/R)*(8{,}3/2)*10^{-3} = 83x10^{-3}\ /R$$

<u>Problema 1.72</u> Elementos Pasivos. El Capacitor.

En el circuito de la figura adjunta el capacitor se carga a través del interruptor S_1. Después de alcanzar la condición de equilibrio se cierra el interruptor S_2. Se pregunta:

a) ¿Cuál es el valor del voltaje en el capacitor y la corriente de R_1, inmediatamente después de cerrar el interruptor S_1, estando abierto el interruptor S_2.?
b) ¿Cuál es el valor del voltaje en el capacitor y la corriente en el inductor, antes de cerrar el interruptor S_2, estando S_1 cerrado?
c) ¿Cuál es el valor del voltaje en el capacitor, la corriente en el inductor y la corriente en el resistor R_2, inmediatamente después de cerrar el interruptor S_2, estando cerrado el interruptor S_1?

<u>Solución:</u>

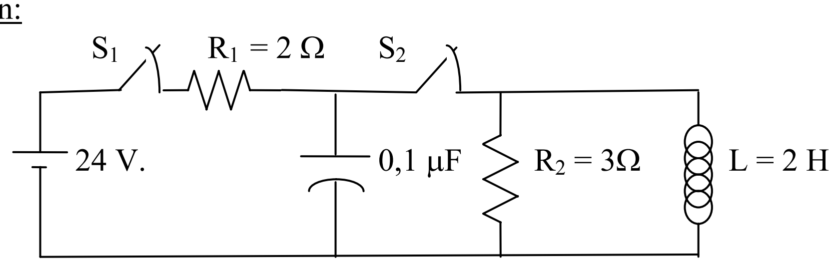


Figura 1.43 Problema 1.72

a.) Como el capacitor se opone a los cambios de voltaje, inmediatamente después de cerrar S_1, el voltaje es cero porque aún no se ha cargado y se comporta como un circuito cerrado, $\Rightarrow$ Vc = 0V. La corriente en R_1, se calcula de acuerdo con la ley de Ohm, y el circuito es el siguiente: (El capacitor se comporta como un circuito cerrado).

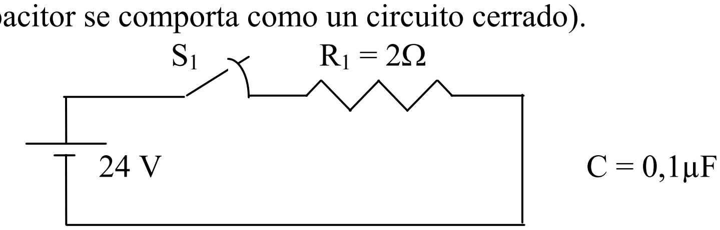


Figura 1.44 Problema 1.72

$I_{R1} = 24V/2\Omega = 12$ A.

b.) Como el capacitor antes de cerrar S_2, está totalmente cargado (El capacitor se comporta como un circuito abierto), su voltaje es el de la fuente, es decir 24 V; $\Rightarrow$ Vc = 24 V y como S_2, está abierto no hay paso de corriente por lo tanto la corriente en el inductor es cero $\Rightarrow$ $I_L = 0$ A.

c.) Como el capacitor se opone a los cambios de voltaje, inmediatamente después de cerrar S_2, está totalmente cargado y su voltaje es el de la fuente, es decir 24 V; $\Rightarrow$ Vc = 24V. Como el inductor se opone a los cambios de corriente, inmediatamente después de cerrar S_2, la corriente es cero ya que se comporta como un circuito abierto, por lo tanto no hay paso de corriente $\Rightarrow$ $I_L = 0$ A. La corriente en R_2, se calcula de acuerdo con la ley de Ohm, (el capacitor se comporta como una fuente de voltaje por estar cargado y el inductor se comporta como un circuito abierto); y el circuito es el siguiente:

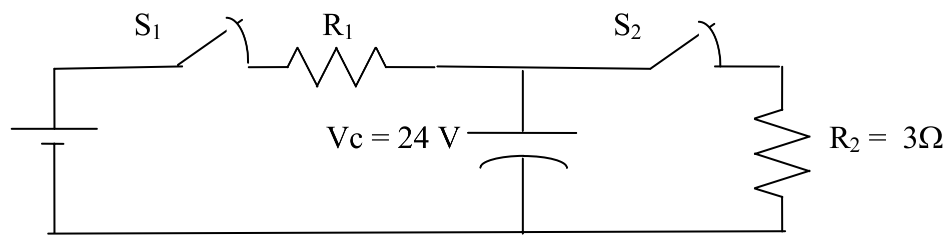


Figura 1.45 Problema 1.72

$I_{R2} = 24V/3\Omega = 8$ A.

Problema 1.73 Elementos Pasivos. El Resistor, Inductor y Capacitor.

Escribir la relación entre el voltaje (V_{AB}) y la corriente (i) para los siguientes elementos:

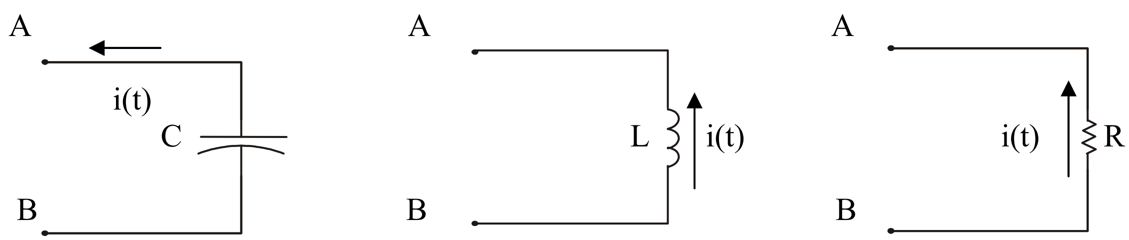


Figura 1.46 Problema 1.73

Solución:

$i = -CdV_{AB}/dt \Rightarrow V_{AB} = -1/C\int i\,dt$ $V_{AB} = -Ldi/dt$ $i = -V_{AB}/R$

Problema 1.74 Elementos Pasivos. El Resistor, Inductor y Capacitor.

En el circuito de la figura, circula un corriente i(t) que varia según el gráfico anexo.

a.) Hallar las expresiones de los voltajes V_R, V_L y V_C

b.) Dibuje los gráficos de V_R y V_L.

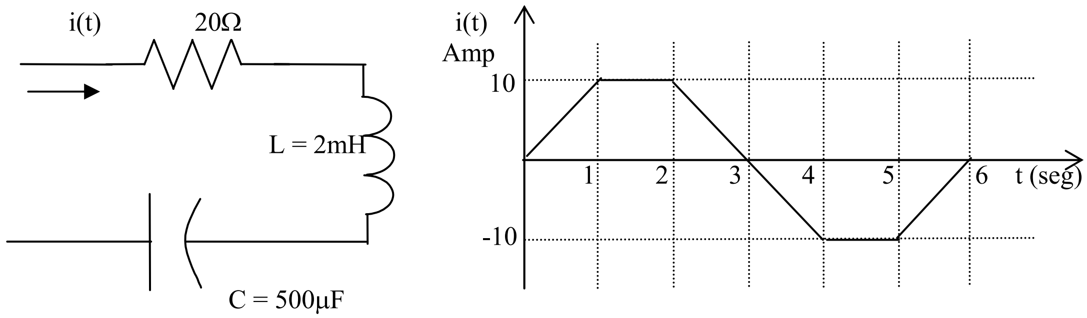


Figura 1.47 Problema 1.74

Solución parte a:

Para el intervalo de: $0 \le t \le 1$

La ecuación de la corriente es: i(t) = 10t Amp

Voltaje en el Resistor: $V_{R(t)} = i(t)R = 10t*20 \Rightarrow V_{R(t)} = 200t$ Volt

Voltaje en el Inductor: $V_L(t) = L*\frac{di}{dt} = L*10 = 2*10^{-3}*(10) \Rightarrow V_L(t) = 2*10^{-2}$ Volt

Voltaje en el Capacitor: $V_C = \frac{1}{c}\int_0^1 i(t)dt = \frac{1}{c}\int_0^1 10tdt = \left[\frac{1}{500*10^{-6}}10\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = \left[\frac{t^2}{100*10^{-6}}\right]_0^1$

$\Rightarrow V_C = (10.000*1^2) - (10.000*0^2) = 10.000$ Volt

Para el intervalo de : $1 \le t \le 2$

La ecuación de la corriente es: i(t) = 10 Amp

Voltaje en el Resistor: $V_{R(t)} = i(t)R = 10*20 \Rightarrow V_{R(t)} = 200$ Volt

Voltaje en el Inductor: $V_L(t) = L*\frac{di}{dt} = L*0 = 0$ Volt

Voltaje en el Capacitor: $V_C = \frac{1}{c}\int_0^1 i(t)dt = \frac{1}{c}\int_0^1 10dt = \left[\frac{1}{500*10^{-6}}10t\right]_1^2 = \left[\frac{t}{50*10^{-6}}\right]_1^2 \Rightarrow$

$V_C = (20.000*2 - 20.000*1) = 20.000$ Volt

Para el intervalo de : $2 \le t \le 4$

La ecuación de la corriente es: i(t) = -10t + 30 Amp

Voltaje en el Resistor: $V_{R(t)} = i(t)R = (-10t + 30)20 \Rightarrow V_{R(t)} = (-200t + 600)$ Volt

Voltaje en el Inductor: $V_L(t) = L*\frac{di}{dt} = (20*10^{-3})*(-10) = -0,02$ Volt

Voltaje en el Capacitor: $V_C = \frac{1}{c}\int_2^4 \int(-10t+30)dt = \frac{1}{500*10^{-6}}\left[\frac{-10t^2}{2}+30t\right]_2^4 \Rightarrow$

V_C = 2000(-5*4^2 + 30*4) - 2000(-5*2^2 + 30*2) Volt
Vc = 2000(-80 + 120) - 2000(-20 + 60) Volt = 2000(40) - 2000(40) Volt
Vc = 0 Volt

Para el intervalo de : $4 \le t \le 5$

La ecuación de la corriente es: i(t) = -10 Amp

Voltaje en el Resistor: $V_{R(t)} = i(t)R = -10*20 \Rightarrow V_{R(t)} = -200$ Volt

Voltaje en el Inductor: $V_L(t) = L*\dfrac{di}{dt} = (20*10^{-3})*(0) = 0$ Volt

Voltaje en el Capacitor: $V_C = \dfrac{1}{c}\int_4^5(-10t)dt = \dfrac{1}{500*10^{-6}}\left[\dfrac{-10t^2}{2}\right]_4^5 \Rightarrow$

V_C = 2.000(-5*5^2) – 2.000(-5*4^2) Volt
Vc = 2000(-125) - 2000(-80) Volt = 2000(-125 + 80) = 2000(-45) Volt
Vc = -90.000 Volt

Para el intervalo de : $5 \le t \le 6$

La ecuación de la corriente es: i(t) = 10t - 60 Amp

Voltaje en el Resistor: $V_{R(t)} = i(t)R = (10t - 60)20 \Rightarrow V_{R(t)} = 200t - 1200$ Volt

Voltaje en el Inductor: $V_L(t) = L*\dfrac{di}{dt} = L*10 = 2*10^{-3}*(10) \Rightarrow V_L(t) = 2*10^{-2}$ Volt

Voltaje en el Capacitor: $V_C = \dfrac{1}{c}\int_5^6(10t-60)dt = \dfrac{1}{500*10^{-6}}\left[\dfrac{10t^2}{2} - 60t\right]_5^6 \Rightarrow$

V_C = 2000(5*6^2 -60*6) - 2000(5*5^2 - 60*5) Volt
Vc = 2000(180 - 360) - 2000(125 - 300) Volt = 2000(-180) + 2000(175) Volt
Vc = -10.000 Volt

Solución parte b:

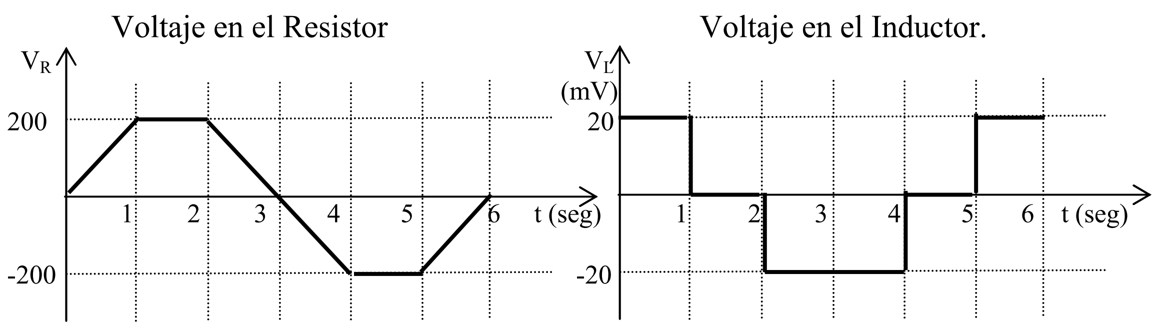


Figura 1.48 Problema 1.74 Voltajes en el Resistor e Inductor.

Problema 1.75 Elementos Pasivos. El Resistor, Inductor y Capacitor.

El voltaje del circuito de la figura, tiene la forma dada por el gráfico anexo. Se pide calcular la corriente total generada por la fuente.

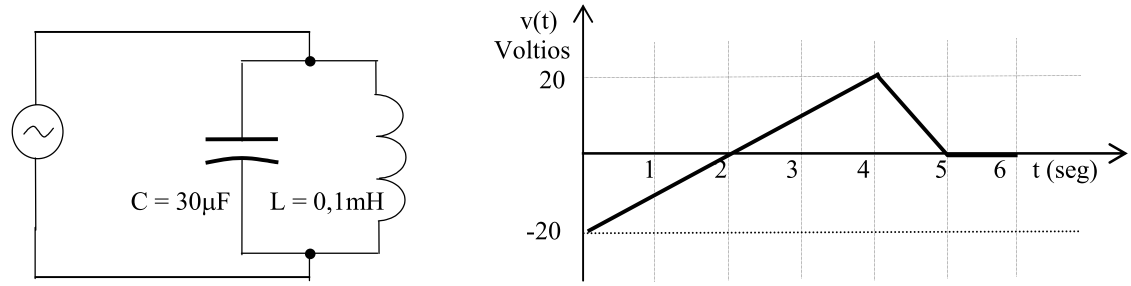


Figura 1.49   Problema 1.75

<u>Solución:</u>
La corriente total = corriente del inductor + corriente del capacitor.
Corriente en el Inductor ($0 \le t \le 4$)
$I_{1L}(t) = (1/L)\int v(t)dt$ $\therefore$ El voltaje según el gráfico es: $v(t) = 10t - 20 \Rightarrow$

$$I1 = 1/L\int_0^4 (10t - 20)\,dt \quad = \quad 1/L\,(10t^2/2 - 20t)\Big|_0^4$$

$I_{1L}(t) = (1/L)[\,((10*4^2)/2 - 20*4) - 0\,] = (1/L)[\,(10*8 - 80\,] = 0$

Corriente en el Inductor ($4 \le t \le 5$)
$I_{2L}(t) = (1/L)\int v(t)dt$ $\therefore$ El voltaje según el gráfico es: $v(t) = -20t + 100$

$$I2 = 1/L\,(-20t^2/2 + 100t)\Big|_4^5$$

$I_{2L} = 10[(-10*(25) + 500) - (-10*(16) + 400\,)] = 10(250 - 240) = 100$ Amp.

Capacitor
Corriente en el Capacitor ($0 \le t \le 4$)
$I_{1C}(t) = Cdv/dt$ $\therefore$ El voltaje según el gráfico es: $v(t) = 10t - 20 \Rightarrow$
$l_{1C} = C\,(10) = 30*10^{-6}*10 = 3*10^{-4}$ A
Corriente en el Capacitor ($4 \le t \le 5$)
$I_{2C}(t) = Cdv/dt$ $\therefore$ El voltaje según el gráfico es: $v(t) = -20t + 100 \Rightarrow$
$l_{2C} = C\,(-20) = 3*10^{-6} * (-20) = -6*10^{-4}$ A

La corriente total en el capacitor es: $l_{TC} = l_{1C} + l_{2C} = 3*10^{-4} - 6*10^{-4} = -3*10^{-4}$ A

La corriente total del circuito es: $l_T = l_{TC} + l_{TLC} = (-3*10^{-4} + 100)$ A = 100 A.

<u>Problema 1.76</u> Elementos de Protección.

El fusible es un elemento circuital resistivo que se funde y abre el circuito, cuando la corriente sobrepasa un valor crítico. La figura adjunta representa un modelo elemental para analizar el mecanismo de fusión. A la temperatura ambiente el fusible tiene una resistencia R_o. Al fluir la corriente se disipa potencia en el fusible, incrementándose la temperatura del mismo. El incremento de temperatura es proporcional a la potencia disipada, y se modela por la ecuación:

$$\Delta\tau = \beta P$$

β es una constante de proporcionalidad, que depende del material del fusible y de su geometría.
Al calentarse el fusible se incrementa la resistencia conforme lo establece la ecuación

$$R = R_o(1+\alpha\Delta\tau).$$

Se pide:

d.) Establecer el incremento de temperatura en función de la corriente de carga.
e.) Demostrar que el fusible se funde cuando la corriente alcanza el valor de:

$$I = 1/\sqrt{\alpha\beta\ Ro}$$

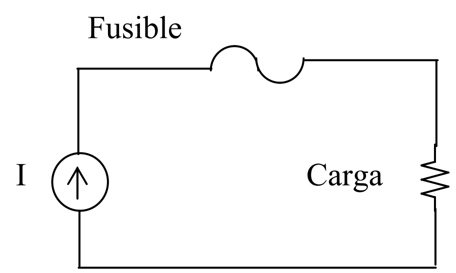


Figura 1.50 Problema 1.76

Solución:

a) $P = I^2R = I^2R_o(1+\alpha\Delta\tau)$

$\Delta\tau = \beta P \Rightarrow \Delta\tau = \beta I^2R_o(1+\alpha\Delta\tau) = \beta I^2R_o + \beta I^2R_o\,\alpha\Delta\tau$

$\Delta\tau - \beta I^2R_o\,\alpha\Delta\tau = \beta I^2R_o \Rightarrow \Delta\tau(1 - \beta I^2R_o\,\alpha) = \beta I^2R_o$

$\Delta\tau = (\beta I^2R_o)/(1 - \beta I^2R_o\,\alpha)$

a) Si $(1 - \beta I^2R_o\,\alpha) = 0 \Rightarrow \Delta\tau = \infty$ la temperatura asciende y el fusible se funde, por lo tanto:

$$(1 - \beta I^2R_o\,\alpha) = 0 \Rightarrow 1 = \beta I^2R_o\,\alpha \Rightarrow I^2 = 1/(\beta R_o\,\alpha) \Rightarrow I = 1/\sqrt{\beta\,\alpha\,R_o}$$

1.16.- PROBLEMAS PROPUESTOS.

Problema 1.77 Corriente Eléctrica.

Si durante un minuto por un conductor pasa una corriente de 40 Amperios, ¿Cuántos coulombs de carga habrán pasado? (Solución: 2.400 coulombs)

Problema 1.78 Corriente Eléctrica.

Si en 7 segundos pasan por un conductor, 21.847 X 10^{18} electrones, encuentre la corriente. (Solución: 499,98 Amp)

<u>Problema 1.79</u> Corriente Eléctrica.

¿Cuántos electrones pasan por un conductor en 1 minuto si la corriente es de 1 amperio? (Solución: Número de electrones = $374{,}508 \times 10^{19}$ electrones)

<u>Problema 1.80</u> Corriente Eléctrica.

Se fundirá un fusible de una capacidad de 1 amperio si pasan por él, 76 Coulombs, en 1,2 minutos? (Solución: 1,056 Amp $>$ 1 Amp. Si se funde)

<u>Problema 1.81</u> Diferencia de Potencial.

La fuerza electromotriz de una batería es de 22,5 voltios. ¿Qué cantidad de carga se desplazará si se utilizan 90 joules de energía? (Solución: 4 Coulombs)

<u>Problema 1.82</u> Potencia y Energía Eléctrica.

Si un conductor por el que pasa una corriente de 500 mA, convierte 40 Joules de energía en calor en 30 segundos. ¿Cuál es la caída en potencial a través del conductor?
(Solución: 2,67 Voltios)

<u>Problema 1.83</u> Potencia y Energía Eléctrica.

La unidad de potencia usada en motores eléctricos es el caballo de potencia (Hp), igual a 746 vatios. ¿Cuánta energía suministra un motor de 5 hp en dos horas?
(Solución: $26{,}86 \times 10^6$ Joules)

<u>Problema 1.84</u> Potencia y Energía Eléctrica.

Si el costo de un Kilovatio-Hora es de $B_\$$ 0,34. Se pide determinar el costo del funcionamiento ininterrumpido de una lámpara incandescente de 120 voltios, 60 W, durante un mes. (Solución: 14,69 $B_\$$)

<u>Problema 1.85</u> Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuál es la eficiencia de un aparato que tiene una salida de 0,4 hp con una entrada de 373 W? (Solución: 80 %)

<u>Problema 1.86</u> Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuál es la eficiencia de un motor que suministra 1 Hp cuando la corriente y la tensión de entrada son de 4 A y 220 V respectivamente? (Solución: 84,77 %)

<u>Problema 1.87</u> Potencia y Energía Eléctrica.

Un motor eléctrico tiene una eficiencia del 90 %. Si la tensión de entrada es de 220 V ¿Cuál será la corriente de entrada cuando el motor suministre 4 Hp? (Solución: 15,07 A)

<u>Problema 1.88</u> Potencia y Energía Eléctrica.
¿Cuánto tiempo puede permanecer encendido un calentador de 1500 W, antes de utilizar mas de 10 KW-H de energía? (Solución: 400 minutos)

Problema 1.89 Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuánta energía se requiere, en kilovatio-hora (KW-H), para mantener funcionando continuamente durante 4 meses un motor quemador de petróleo de 230 W? (Solución: 662,4 KWH)

Problema 1.90 Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuál es la potencia suministrada por una batería de 6 voltios si la carga pasa de un índice de 48 coulombs por minuto? (Solución: 4,8 W)

Problema 1.91 Potencia y Energía Eléctrica.

La potencia de un dispositivo es de 40 Joules por segundo, cuanto tiempo se necesitará para suministrar 640 Joules de energía. (Solución: 16 seg)

Problema 1.92 Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuántos Joules de energía disipa un foco nocturno de 2 watt de potencia durante 8 horas de tiempo? (Solución: 57.600 Joules)

Problema 1.93 Potencia y Energía Eléctrica.

Una fuente puede suministrar 0,1 Amp y 400 Voltios. ¿Cuál es el valor de la potencia que puede suministrar? (Solución: 40 vatios)

Problema 1.94 Elementos Pasivos. El Resistor.

Un elemento calefactor consumen 1.900 vatios, cuando se conecta a una fuente de voltaje nominal de 115 voltios. Se pide determinar el valor de la resistencia.
(Solución: 6,96 Ω)

Problema 1.95 Elementos Pasivos. El Resistor.

Si un resistor absorbe en 7 minutos 420 Joules de energía. ¿Cuál es la potencia que recibe? (Solución: 1 vatio)

Problema 1.96 Elementos Pasivos. El Resistor.

La caída de tensión de un resistor de 3Ω es de 9 mV, ¿Cuál es la potencia a la entrada del resistor? (Solución: $2{,}7E^{-5}$ vatios)

Problema 1.97 Elementos Pasivos. El Resistor.

Una plancha eléctrica consume 40 KWH, durante 50 horas. Su voltaje nominal es de 110V. Se traslada a otro lugar y se conecta a una toma de 220V; determine que le sucede a la resistencia de la plancha, razone esto mediante cálculos. (Solución: 14,55 Amp. La corriente se duplica y daña la resistencia).

CAPITULO 2

CIRCUITOS EN CORRIENTE CONTINUA

PRIMERA PARTE: REGIMEN PERMANENTE

2.1.- INTRODUCCION.

El objetivo primordial de este Capítulo es que el estudiante desarrolle destrezas y habilidades para la solución de circuitos eléctricos en corriente continua, por lo tanto debe dominar las diferentes herramientas que son útiles y necesarias para tal fin; por tal motivo antes de comenzar el estudio de los fundamentos de la teoría de circuitos, es conveniente que el lector tenga suficientemente claro los conceptos siguientes:

Rama: Es una parte del circuito eléctrico con dos terminales que pueden conectarse.
Nodo: Es un punto del circuito donde convergen dos o mas ramas.
Lazo: Es una trayectoria cerrada por varias ramas.

Regímenes en Corriente Continua: Como los inductores y los capacitores se oponen, los primeros a los cambios de corriente y los segundos a los cambios de voltaje, en corriente continua, el comportamiento de los circuitos RLC, depende del régimen en el cual se analice el circuito, ya que los elementos antes mencionados se comportan de forma diferente, en régimen permanente que en régimen transitorio.

Régimen Permanente: Es el comportamiento de los elementos pasivos del circuito después que ha transcurrido un tiempo suficientemente grande (Para fines prácticos, puede ser microsegundos o segundos), desde el momento en el cual se producen cambios bien de los elementos activos o los pasivos. Llamado también régimen estacionario.

Régimen Transitorio: Es el período de tiempo transcurrido, desde el momento en el cual se producen los cambios, en las fuentes y/o en los elementos almacenadores de energía de un circuito, hasta el momento en el cual el circuito alcanza su régimen estacionario. Para fines prácticos, el régimen transitorio puede desaparecer en microsegundos o segundos. En la primera parte de este Capítulo, los análisis de los circuitos se harán en régimen permanente y en la segunda parte, se harán en régimen transitorio y comprenderá el comportamiento de circuitos RL y RC. Se deja para otros cursos el análisis para circuitos RLC.

Herramientas para el Análisis Circuital: Para realizar el análisis de circuitos en corriente continua, se cuenta con una serie de herramientas, tales como leyes, equivalencias eléctricas, transformaciones de fuentes, teoremas, métodos de análisis, simuladores, etc. A continuación se presenta una clasificación básica de algunas de las herramientas mencionadas, las cuales son de gran utilidad para el análisis de circuitos eléctricos tanto en corriente continua como en alterna.

Leyes Circuitales: La Ley de Ohm.
Ley Kirchhoff de Voltajes (LKV)
Ley Kirchhoff de Corrientes (LKC)
Equivalencias Eléctricas: Serie, Paralelo, Estrella – Delta y Delta –Estrella.
Divisores: De voltaje y de corriente.
Transformación de Fuentes: De voltaje a corriente y viceversa.
Teoremas: Superposición, Thévenin, Norton y Máxima Transferencia de Potencia.
Métodos de Análisis: Corrientes de Mallas, Nodos y Corrientes de Rama.

2.2.- LEYES CIRCUITALES.

La Ley de Ohm: Establece que el voltaje es directamente proporcional a la corriente según la expresión:

$$V = I*R \qquad (2.1)$$

Ley Kirchhoff de Voltajes (LKV). Establece esta Ley que: *"La suma algebraicas de los voltajes o diferencia de potencial eléctrico, en la trayectoria cerrada de un circuito eléctrico, en cualquier instante es cero".*

Usaremos como ejemplo el circuito de la figura siguiente:

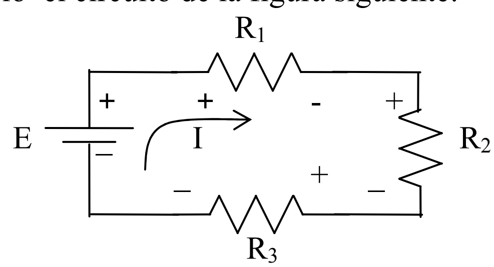


Figura 2.1 Circuito para aplicar la Ley Kirchhoff de Voltaje

Para aplicar textualmente la LKV, tendremos que hacer las siguientes consideraciones que van a resultar de gran utilidad para la resolución de los circuitos eléctricos.

1.- Se debe dar un sentido a la corriente I. (En caso que resulte negativa, se cambia el sentido escogido).

2.- La corriente en las fuentes de voltaje, fluye del terminal negativo al terminal positivo. Se indica con un signo menos (-) el terminal de entrada, es decir el negativo. Se indica con un signo mas (+) el terminal de salida, es decir el positivo.

3.- Al pasar la corriente por los resistores ocasiona una caída de voltaje, el extremo por donde la corriente entra al resistor se indica con un signo mas (+) y el extremo por donde la corriente sale del resistor se indica con un signo menos (-) tal como se indica en la figura 2.1

4.-Al recorrer el circuito en el sentido dado a la corriente, el signo que se le coloca al voltaje del elemento (activo o pasivo), es el que tiene el mencionado elemento en el extremo de la salida de la corriente, tal como se indica a continuación:

A la fuente de voltaje E, se le coloca el signo mas (+), porque es el signo que tiene el elemento (activo) a la salida de la corriente $\Rightarrow$ +E.

Al voltaje de los resistores: R_1, R_2 y R_3 se le coloca el signo menos (-), porque es el signo que tienen esos elementos (pasivos) a la salida de la corriente $\Rightarrow$ $-V_{R1}$, $-V_{R2}$ y $-V_{R3}$.

Una vez realizadas las anteriores consideraciones, al aplicar la LKV, tendríamos la expresión:

$$+E - V_{R1} - V_{R2} - V_{R3} = 0$$

Despejando E tenemos por lo tanto:

$$E = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3}$$

<u>Problema 2.1</u>

En la figura siguiente el voltaje en R_4 es de 12,5 voltios y la corriente en R_6 es de 2,5 A. Calcular el voltaje en la fuente "E".

<u>Datos:</u>

$I_6 = 2,5$ A

$R_1 = 10\ \Omega$

$R_6 = 15\ \Omega$

$V_{R4} = 12,5$ V

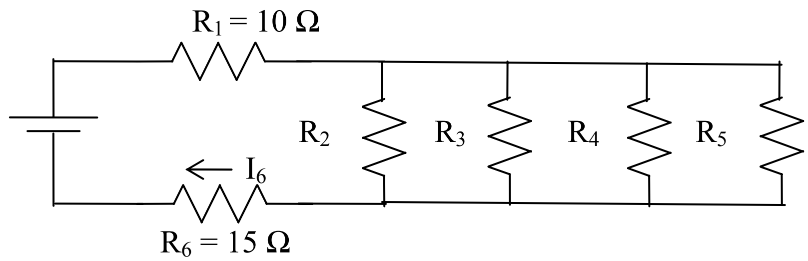


Figura 2.2 Problema 2.1

<u>Solución:</u>

Como los resistores R_2, R_3, R_4 y R_5 están en paralelo el voltaje es el mismo, es decir:

$V_{R2} = V_{R3} = V_{R4} = V_{R5} = 12,5$ V

De acuerdo con la convención adoptada para los signos en los elementos, se tiene el siguiente circuito con sus signos:

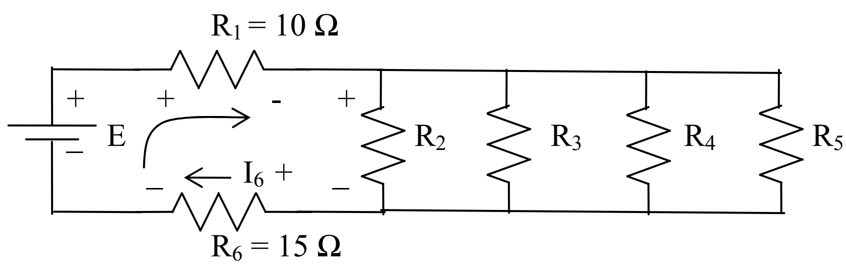


Figura 2.3 Problema 2.1

Haciendo el recorrido en el sentido de la corriente asumida y aplicando la LKV, se tiene:

$$E = V_{R1} + V_{R2} + V_{R6}$$

Según la Ley de Ohm: $V_{R1} = I_6 * R_1 = 2,5\ A * 10\ \Omega = 25$ V.

$V_{R6} = I_6 * R_6 = 2,5\ A * 15\ \Omega = 37,5$ V.

Dando valores:

$$E = 25\ V + 12,5\ V + 37,5\ V = 75\ V$$

Ley Kirchhoff de Corrientes (LKC).

"*La suma algebraicas de las corrientes que fluyen a un nodo en cualquier instante es cero*". En otras palabras las corrientes que entran a un nodo deben ser iguales a las que salen. Las anteriores leyes fueron establecidas por Gustav Robert Kirchhoff, (1824 – 1887), físico alemán, que hizo contribuciones importantes al análisis espectral, a la teoría de circuitos eléctricos y a la física teórica.

Problema 2.2

En la figura siguiente calcular la corriente I_x, indicando si sale o entra al nodo "a". Calcular el voltaje V_x, indicando la polaridad.

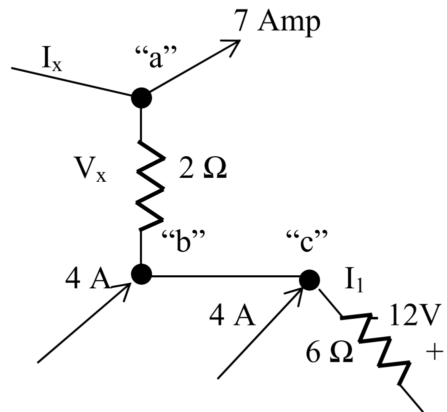


Figura 2.4 Problema 2.2

Solución:

Se calcula la corriente en la resistencia de 6 Ω; $I_1 = 12/6 = 2$ Amp.

Las corrientes que llegan al nodo "c" suman 6 Amp y salen como I_2 hacia el nodo "b".

Las corrientes que llegan al nodo "b" suman 10 Amp y salen como I_3 hacia el nodo "a".

El voltaje $V_x = I_3*2 = 10*2 = 20$ Voltios. Como I_3 entra a la resistencia de 2 Ω, por el lado inferior es el terminal + y el terminal – está en la parte superior.

En el nodo "a" $I_3 - 7 = I_x \Rightarrow I_x = 10 - 7 = 3$ Amp, saliendo del nodo "a".

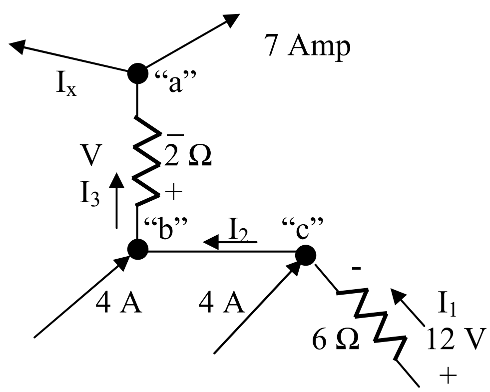


Figura 2.5 Problema 2.2

2.3.- EQUIVALENCIAS ELECTRICAS.

Dos o más elementos son equivalentes eléctricamente, si presentan en sus terminales la misma característica de voltaje y corriente.

Equivalencia Serie: Dos o más elementos están en serie si por ellos fluye la misma corriente.

Problema 2.3
En un circuito con "n" resistores conectados en serie, determinar la resistencia equivalente.
Solución:
Para que dos circuitos sean equivalentes, el circuito "A", debe tener las mismas características de voltaje y corriente que el "B" y viceversa.

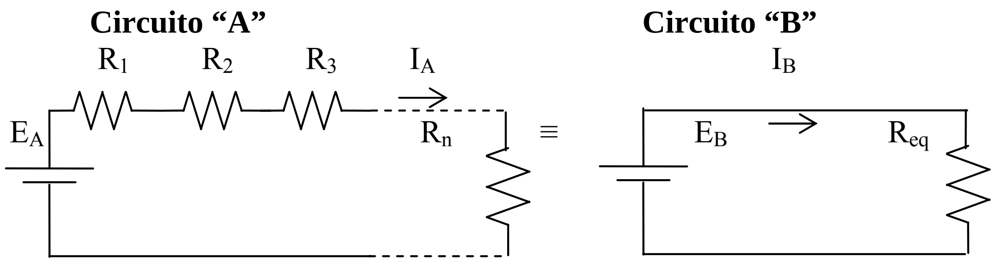


Figura 2.6 Problema 2.3. Circuitos equivalentes serie

Aplicando LKV, en el circuito "A" y "B", se tiene:

$E_A = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} + \ldots\ldots + V_{Rn}$ y $E_B = V_{Req}$

Aplicando la Ley de Ohm:

$E_A = I_A * R_1 + I_A * R_2 + I_A * R_3 + \ldots\ldots + I_A * R_n$ y $E_B = I_B * R_{eq}$

Sacando factor común:

$E_A = I_A(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n)$ y $E_B = I_B * R_{eq}$

Para que los circuitos "A" y "B", sean equivalentes, tienen que tener las mismas característica de voltaje y corriente. por lo tanto: $I_A = I_B$ y $E_A = E_B$. Al simplificar se tiene:

$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n \Rightarrow$

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} Ri \qquad (2.2)$$

Como conclusión se puede decir que la resistencia equivalente en serie siempre es mayor que la mayor de las resistencias, que componen el circuito serie.

Equivalencia Paralelo: Dos o más elementos están en paralelo si en sus terminales, tienen el mismo voltaje.

Problema 2.4
En un circuito con "n" resistores conectados en paralelo, determinar la resistencia equivalente.
Solución:
Para que dos circuitos sean equivalentes, el circuito "A", debe tener las mismas características de voltaje y corriente que el "B" y viceversa.

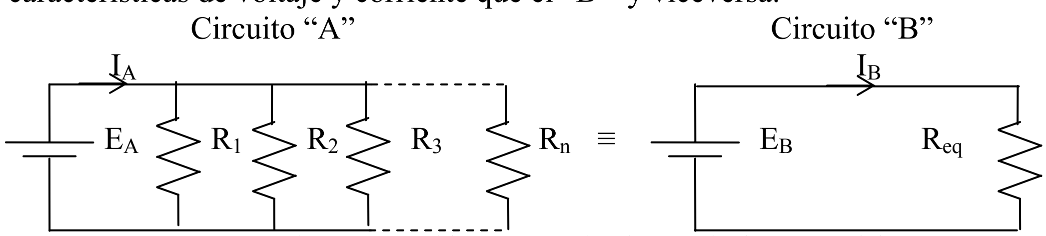


Figura 2.7 Problema 2.4. Circuitos equivalentes paralelos.

Aplicando LKC, en el circuito "A" y LKV en el circuito "B":

$I_A = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} + \ldots\ldots + I_{Rn}$ y $E_B = V_{Req}$

Aplicando la Ley de Ohm:

$I_A = V_{R1}/R_1 + V_{R2}/R_2 + V_{R3}/R_3 + \ldots\ldots + V_{Rn}/R_n$ e $I_B = E_B/R_{eq}$

Sacando factor común:

$I_A = V_{R1}/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \ldots\ldots + 1/R_n)$ e $I_B = E_B/R_{eq}$

Como los resistores R_1, R_2, R_3 y R_n están en paralelo, el voltaje es el mismo, es decir:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} = \ldots\ldots = V_{Rn} = E_A$$

Para que los circuitos "A" y "B", sean equivalentes tienen que tener las mismas característica de voltaje y corriente. por lo tanto: $I_A = I_B$ y $E_A = E_B$. Al simplificar se tiene:

$$1/R_{eq} = (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \ldots\ldots + 1/R_n) \Rightarrow$$

$$1/R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} (1/Ri) \qquad (2.3)$$

Como conclusión se puede decir que la resistencia equivalente en paralelo siempre es menor que la menor de las resistencias, que componen el circuito paralelo.

En un circuito que tenga sólo dos resistores en paralelo, la resistencia equivalente se determina como:

$$1/R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} (1/Ri) \Rightarrow 1/R_{eq} = (1/R_1 + 1/R_2) \Rightarrow$$

$$R_{eq} = (R_1 * R_2)/(R_1 + R_2) \qquad (2.4)$$

Equivalencia Estrella – Delta: Cuando 3 resistores están conectados en Estrella, se pueden sustituir por 3 resistores conectados en Delta y viceversa. Para que dos circuitos sean equivalentes, el circuito "A", debe tener las mismas características de voltaje y corriente que el "B" y viceversa.

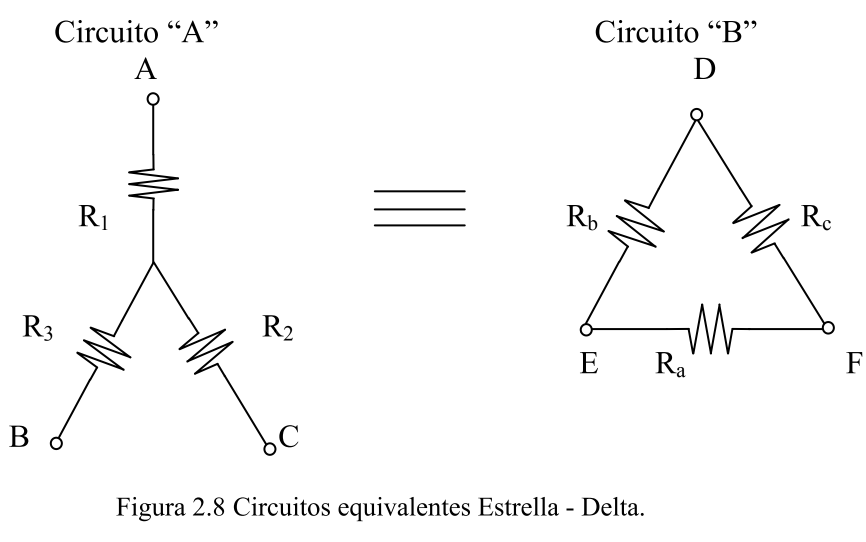


Figura 2.8 Circuitos equivalentes Estrella - Delta.

Por lo tanto se tiene que cumplir que:
$R_{AB} = R_{DE}$ $R_{CA} = R_{DF}$ $R_{BC} = R_{EF}$
Pero: $R_{AB} = (R_1 + R_3)$; $R_{CA} = (R_1 + R_2)$; $=$ $R_{BC} = (R_2 + R_3)$ y
$R_{DE} = (R_b$ en paralelo con $(R_a + R_c)$ ⇨ $R_{DE} = [R_b*(R_a + R_c)]/[R_a + R_b + R_c]$
$R_{DF} = (R_c$ en paralelo con $(R_a + R_b)$ ⇨ $R_{DF} = [R_c*(R_a + R_b)]/[R_a + R_b + R_c]$
$R_{EF} = (R_a$ en paralelo con $(R_b + R_c)$ ⇨ $R_{EF} = [R_a*(R_b + R_c)]/[R_a + R_b + R_c]$
Igualando:

$$(R_1 + R_3) = [R_b*(R_a + R_c)]/[R_a + R_b + R_c]$$
$$(R_1 + R_2) = [R_c*(R_a + R_b)]/[R_a + R_b + R_c]$$
$$(R_2 + R_3) = [R_a*(R_b + R_c)]/[R_a + R_b + R_c]$$

Resolviendo las anteriores ecuaciones se obtiene finalmente que:

$R_1 = (R_bR_c)/(R_a+R_b+R_c)$ $R_a = (R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1)/R_1$
$R_2 = (R_aR_c)/(R_a+R_b+R_c)$ $R_b = (R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1)/R_2$
$R_3 = (R_aR_b)/(R_a+R_b+R_c)$ $R_c = (R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1)/R_3$

2.4.- DIVISORES DE VOLTAJE Y CORRIENTE.

Divisores de Voltaje: En un circuito serie el voltaje total, o el que suministra la fuente se divide entre los voltajes de cada resistor, en otras palabras la sumatoria de las caídas de voltaje en los resistores en serie, es igual al voltaje total. Siendo los divisores de voltaje una aplicación de la Ley Kirchhoff de Voltajes (LKV).

Problema 2.5
En un circuito serie, hallar la relación existente entre el voltaje total y el voltaje en cada elemento pasivo del circuito.

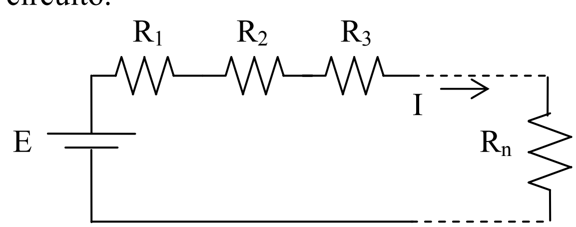


Figura 2.9 Problema 2.5. Circuito serie (Divisores de Voltaje)

Solución
Aplicando LKV:

$$E = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} + \ldots\ldots + V_{Rn}$$

Aplicando la Ley de Ohm:

$$E = I*R_1 + I*R_2 + I*R_3 + \ldots\ldots + I*R_n$$

Sacando factor común:

$$E = I(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n) \Rightarrow I = E/(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n).$$

Aplicando la Ley de Ohm en los resistores se tiene:

$$V_{R1} = I*R_1 \Rightarrow V_{R1} = E*R_1/(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n).$$
$$V_{R2} = I*R_2 \Rightarrow V_{R2} = E*R_2/(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n).$$
$$V_{R3} = I*R_3 \Rightarrow V_{R3} = E*R_3/(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n).$$

En general:

$$V_{Rn} = I*R_n \Rightarrow$$

$$V_{Rn} = E*R_n/\sum_{1}^{n} Ri \qquad (2.5)$$

<u>Conclusión:</u> Para obtener el voltaje de un resistor en un circuito serie, se multiplica el voltaje total por el valor del resistor en el cual se desea obtener el voltaje y se divide entre la sumatoria de los resistores que componen el circuito serie.

Divisores de Corriente: En un circuito <u>paralelo</u> la corriente total, se divide entre las corrientes que pasan por cada resistor, en otras palabras la sumatoria de las corrientes que circulan en cada resistor en paralelo, es igual a la corriente total. Siendo los divisores de corriente una aplicación de la Ley Kirchhoff de Corrientes (LKC).

<u>Problema 2.6</u>
En un circuito paralelo, demostrar cual es la relación existente entre la corriente total y la corriente en cada elemento pasivo del circuito.

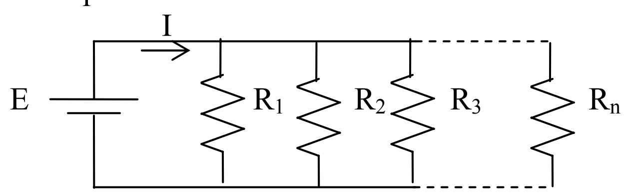


Figura 2.10 Problema 2.6. Circuito paralelo (Divisores de Corriente)

<u>Solución.</u>
Aplicando LKC:

$I = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} + \ldots\ldots + I_{Rn}$

Aplicando la Ley de Ohm:

$I = V_{R1}/R_1 + V_{R2}/R_2 + V_{R3}/R_3 + \ldots\ldots + V_{Rn}/R_n$

Como los resistores R_1, R_2, R_3 y R_n están en paralelo, el voltaje es el mismo, es decir:

$V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} = \ldots\ldots = V_{Rn} = E$

Haciendo los cambios de E y sacando factor común:

$$I = E/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \ldots\ldots + 1/R_n) \Rightarrow I = E*[\sum_{i=1}^{n}(1/Ri)] \Rightarrow E = I/[\sum_{i=1}^{n}(1/Ri)]$$

Aplicando la Ley de Ohm en los resistores se tiene:

$V_{R1} = I_{R1}*R_1 \Rightarrow I_{R1} = E/R_1 = [I/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \ldots\ldots + 1/R_n)]/R_1$

$V_{R2} = I_{R2}*R_2 \Rightarrow I_{R2} = E/R_2 = [I/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \ldots\ldots + 1/R_n)]/R_2$

$V_{R3} = I_{R3}*R_3 \Rightarrow I_{R3} = E/R_3 = [I/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \ldots\ldots + 1/R_n)]/R_3$

En general: $V_{Rn} = I_{Rn}*R_n \Rightarrow I_{Rn} = E/R_n = [I/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \ldots\ldots + 1/R_n)]/R_n$

$$I_{Rn} = [\, I/\sum_{i=1}^{n}(1/Ri)\,]/\,R_n \qquad (2.6)$$

Como se puede apreciar la expresión anterior no es muy práctica, por lo tanto es recomendable el uso de los divisores de corriente, solo en los casos que sean dos resistores en paralelo, siendo la corriente:

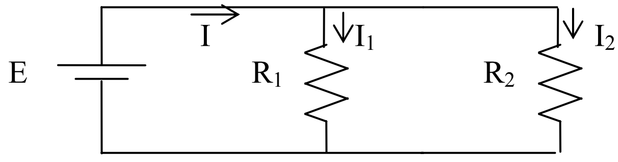


Figura 2.11 Problema 2.6. Circuito paralelo con resistores.

$I_1 = I*R_2/(R_1+R_2)$ e $I_2 = I*R_1/(R_1+R_2)$

2.5.- TEOREMAS ELECTRICOS.

Teorema de Superposición: "*En una red eléctrica formada por elementos lineales, la respuesta debida a varias fuentes ideales que actúan simultáneamente, es igual a la suma de las respuestas originadas por cada una de las fuentes actuando independientemente*". Por ser la potencia una función no lineal (cuadrática), no se puede aplicar el Teorema de la Superposición para el cálculo de potencia.

Cuando en un circuito, existan demasiadas fuentes ya sean de voltaje o de corriente (o ambas), la aplicación del Teorema de la Superposición, resulta un poco dispendiosa, por lo tanto es más recomendable el uso de otros teoremas o métodos de resolución de circuitos eléctricos.

Problema 2.7
En el circuito de la figura adjunta, hallar Vab aplicando el Teorema de Superposición.

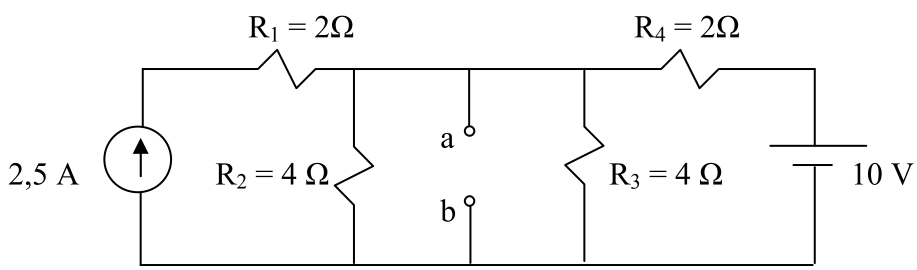


Figura 2.12 Problema 2.7. Circuito para aplicar el Teorema de Superposición.

Solución:
Eliminando la fuente de Corriente.

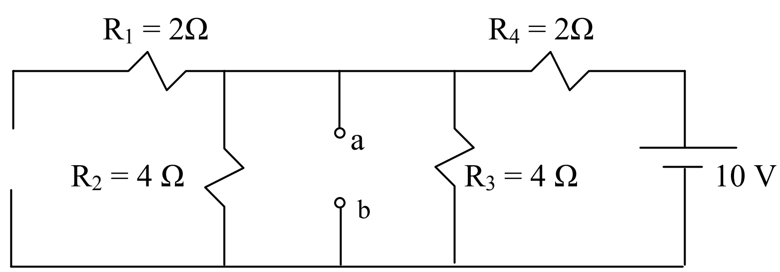


Figura 2.13 Problema 2.7 . Teorema de Superposición. Eliminando la fuente de corriente.

La R_{eq1} entre las resistencias de R_2 y R_3 .
$R_{eq1} = (R_2*R_3)/(R_2 + R_3) \Rightarrow R_{eq1} = (4*4)/(4 + 4) = 2\ \Omega$
El Voltaje $V_{ab1} = 10V*2\Omega/(2\Omega + 2\Omega) \Rightarrow V_{ab1} = 5$ V

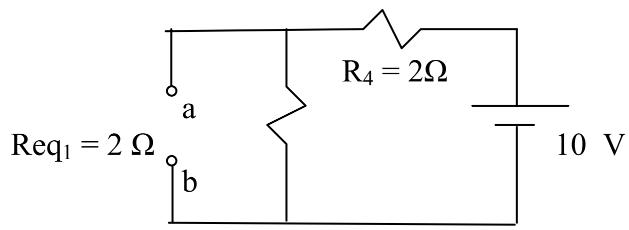


Figura 2.14 Problema 2.7. Circuito equivalente, sin fuente de corriente.

Eliminando la fuente de Voltaje.

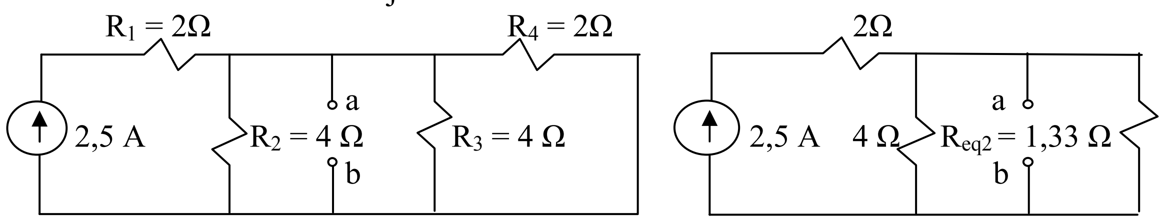


Figura 2.15 Problema 2.7. Circuitos eliminando la fuente de voltaje.

La R_{eq2} entre las resistencias de R_3 y $R_4 = (4*2)/4+2)\ \Omega = 1{,}33\ \Omega$

La Corriente por $R_{eq2} = I_{eq2} = I*R_2/(R_2 + R_{eq2})$

$I_{eq2} = (2{,}5*4)/(4 + 1{,}33) = 1{,}88$ A

El Voltaje $Vab = I_{eq2} * R_{eq2}$

$V_{ab2} = 1{,}88A * 1{,}33\Omega$ V

El voltaje total $= V_{ab1} + V_{ab2} \Rightarrow V_{Total\ b1} = 5\ V + 2{,}50\ V = 7{,}5\ V$

Teorema de Thévenin: *"Cualquier red eléctrica formada por elementos activos o pasivos, puede reemplazarse por una combinación de una fuente equivalente de voltaje Eth, en serie con una resistencia equivalente Rth".* En la figura siguiente se representa el circuito equivalente de Thévenin.

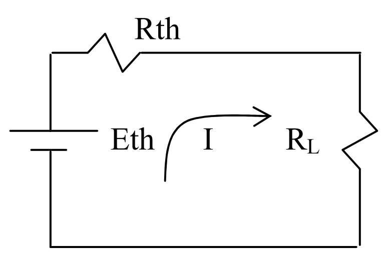


Figura 2.16 Circuito equivalente de Thévenin.

<u>Problema 2.8</u>

Para el circuito de la figura adjunta. Hallar la corriente en la resistencia de 5Ω, aplicando el Teorema de Thévenin.

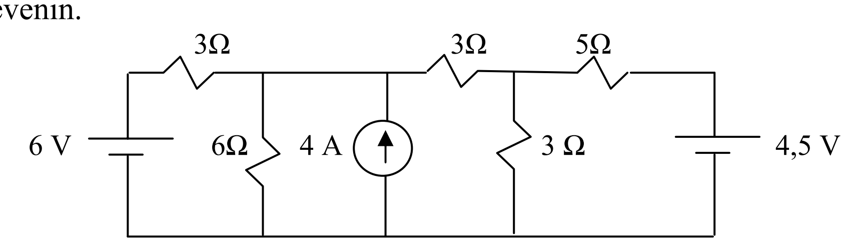


Figura 2.17 Problema 2.8

<u>Solución:</u>

Para aplicar el Teorema de Thévenin se hace de la siguiente manera:

1.- Cálculo de Rth

a.- Se elimina momentáneamente el elemento sobre el cual se tiene que hacer el análisis, en el problema es el resistor de 5Ω; en su lugar se ubican los puntos “a” y “b”.

b.- Se llevan todas las fuentes a cero, las fuentes de voltajes se reemplazan por un corto y las fuentes de corrientes se remplazan por un circuito abierto.

c.- Aplicando equivalencias serie, paralelo o transformaciones delta estrella (y viceversa), se procede a calcular la resistencia equivalente de Thévenin Rth.

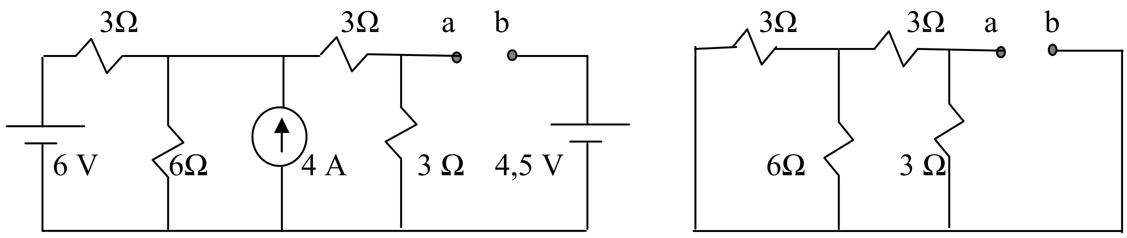


Figura 2.18 Circuitos del Problema 2.8. Cálculo de Rth

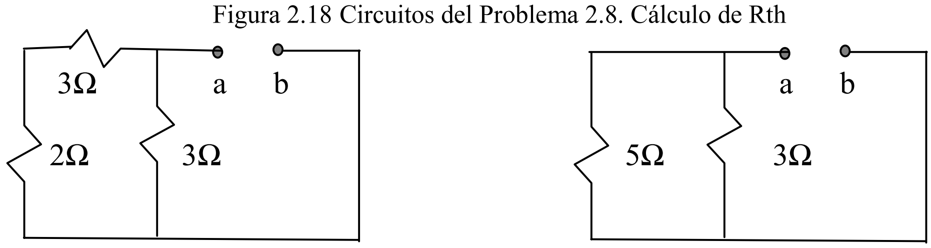


Figura 2.19 Circuitos equivalentes del Problema 2.8. Cálculo de Rth

R_{eq1} = 3*6/(3+6) = 2Ω

La resistencia equivalente de Thévenin Rth = (5*3)/(5+3) = 1,88 Ω

2.- Cálculo de Eth

El Eth, es el voltaje existente entre los puntos “a” y “b”, se calcula aplicando equivalencias, divisores de voltaje, de corriente, LKV, LKC, transformaciones de fuentes etc.

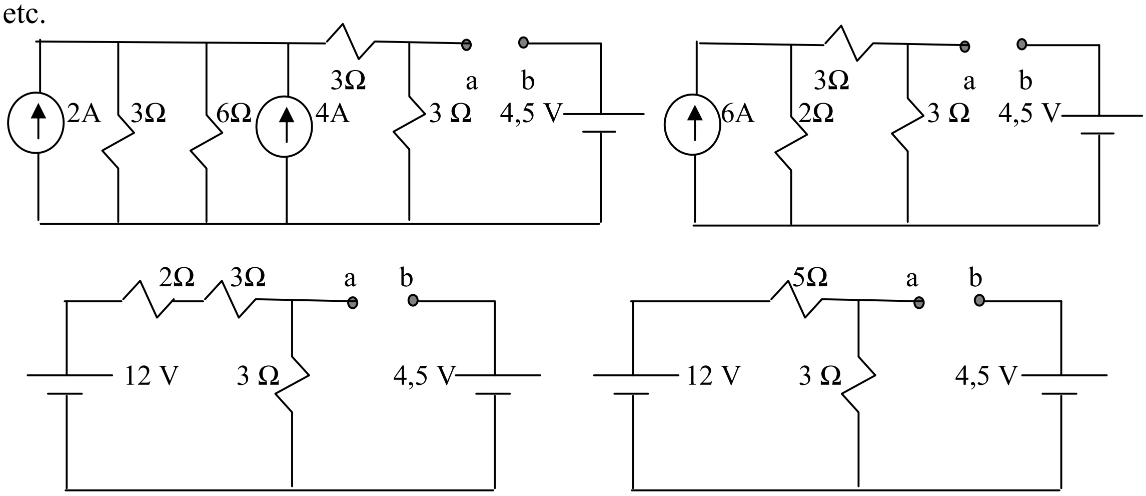


Figura 2.20 Circuitos equivalentes del Problema 2.8. Cálculo de Eth

Por divisores de voltaje, se calcula la caída de tensión, en la resistencia de 3Ω, V_{R3}

$\Rightarrow$ V_{R3} = 12*3/(5+3) = 4,5 V.

Aplicando LKV $\Rightarrow$ Vab = Eth = V_{R3} – 4,5 V = 4,5 V – 4,5 V = 0. Como el voltaje de equivalente de Thévenin es cero no hay corriente $\Rightarrow I_5 = 0$

Es importante resaltar que el Teorema de Thévenin no siempre se cumple para cualquier red eléctrica, porque existen circuitos en los que no se puede aplicar dicho Teorema, como en los casos en los cuales, al calcular la resistencia equivalente de Thévenin, es infinita tal como se puede observar en el ejemplo siguiente.

Problema 2.9

Para el circuito de la figura adjunta. Hallar la corriente en la resistencia de 6Ω, aplicando el Teorema de Thévenin.

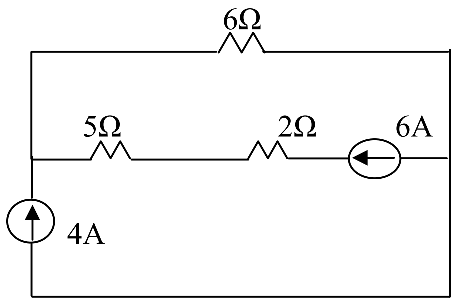


Figura 2.21 Circuito del Problema 2.9.

Solución:

Para aplicar el Teorema de Thévenin se hace de la siguiente manera:

1.- Cálculo de Rth

a.- Se elimina momentáneamente el elemento sobre el cual se tiene que hacer el análisis, en el problema es el resistor de 6Ω; en su lugar se ubican los puntos “a” y “b”.

b.- Se llevan todas las fuentes a cero, las fuentes de voltajes se reemplazan por un corto y las fuentes de corrientes se remplazan por un circuito abierto.

c.- Aplicando equivalencias serie, paralelo o transformaciones delta estrella (y viceversa), se procede a calcular la resistencia equivalente de Thévenin Rth.

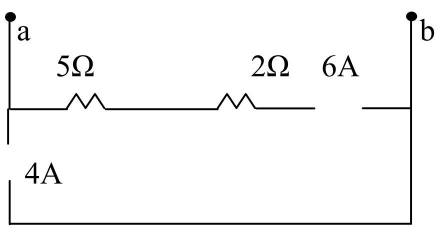


Figura 2.22 Circuito del Problema 2.9 Cálculo de Rth

Como se puede apreciar la resistencia entre los puntos “a” y “b” es infinita, lo que representa un inconveniente al momento de hacer el circuito equivalente de Thévenin, ya que la fuente de voltaje equivalente de Thévenin tendría en serie una resistencia equivalente infinita, es decir un circuito abierto que no permitiría el paso de corriente. Por otra parte, si se procede a calcular el voltaje equivalente de Thévenin, resulta una incongruencia, ya que las fuentes de corriente que están en serie quedarían enfrentadas, tal como se puede comprobar en el circuito siguiente.

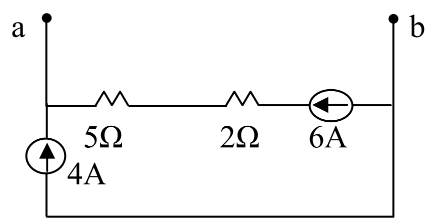


Figura 2.23 Circuito del Problema 2.9

Es de acotar que a simple vista se puede demostrar que la corriente que pasa por el resistor de 6Ω, es la suma de las corrientes de las fuentes, es decir 10 A; sin embargo como ya se indicó no tiene aplicación el Teorema de Thévenin.

Teorema de Norton. *"Cualquier red eléctrica formada por elementos activos o pasivos, puede reemplazarse por una combinación de una fuente equivalente de corriente In, en paralelo con una resistencia equivalente Rn".* En la figura siguiente se representa el circuito equivalente de Norton.

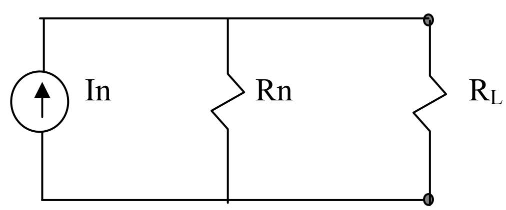


Figura 2.24 Circuito equivalente de Norton.

<u>Problema 2.10</u>

Para el circuito de la figura adjunta. Hallar la corriente en la resistencia de 5Ω, aplicando el Teorema de Norton.

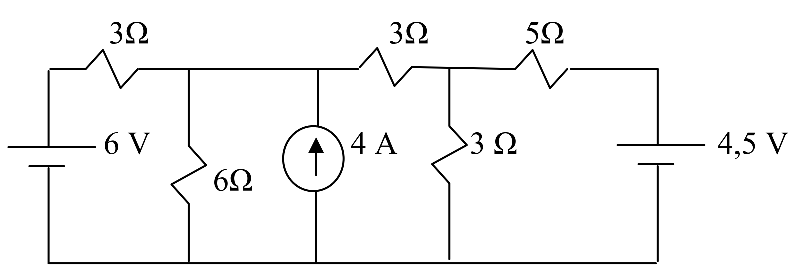


Figura 2.25 Problema 2.10

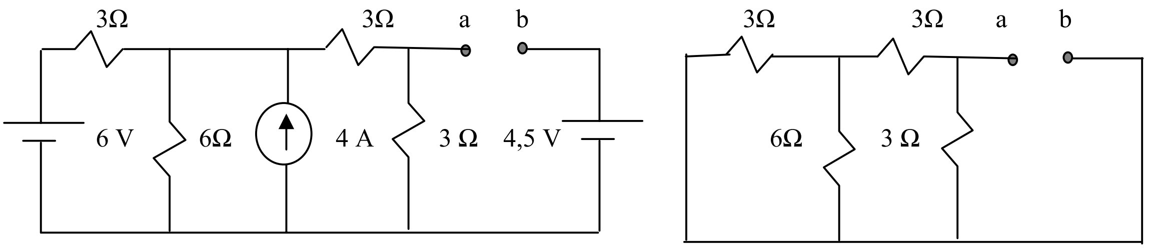
Solución:
Para aplicar el Teorema de Norton se hace de la siguiente manera:

1.- Cálculo de Rn

a.- Se elimina momentáneamente el elemento sobre el cual se tiene que hacer el análisis, en el problema es el resistor de 5Ω; en su lugar se ubican los puntos “a” y “b”.

b.- Se llevan todas las fuentes a cero, las fuentes de voltajes se reemplazan por un corto y las fuentes de corrientes se remplazan por un circuito abierto.

c.- Aplicando equivalencias serie, paralelo o transformaciones delta estrella (y viceversa), se procede a calcular la resistencia equivalente de Norton Rn.



$R_{eq1} = 3*6/(3+6) = 2\Omega$

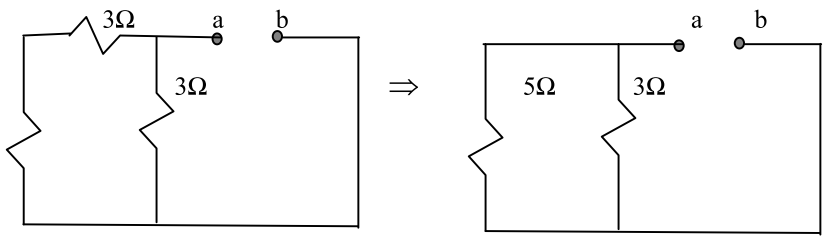


Figura 2.26 Circuitos equivalentes del Problema 2.10. Cálculo de Rn

La resistencia equivalente de Norton, Rn = (5*3)/(5+3) = 1,88 Ω

2.- Cálculo de In

La In, es la corriente que circulas entre los puntos “a” y “b”, cuando entre ellos hay un corto, por lo tanto haciendo un corto entre los puntos “a” y “b” y aplicando equivalencias, divisores de voltaje, de corriente, LKV, LKC, transformaciones de fuentes etc., se calcula la corriente de Norton = In.

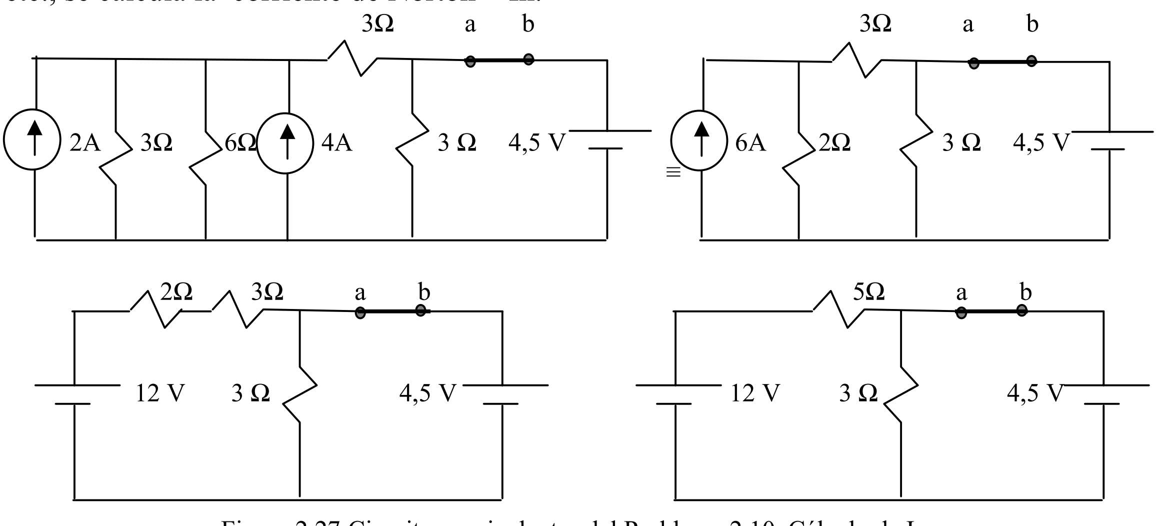


Figura 2.27 Circuitos equivalentes del Problema 2.10. Cálculo de In.

Por divisores de voltaje se calcula el caída de tensión en la resistencia de 3Ω, V_{R3}

$$\Rightarrow V_{R3} = 12*3/(5+3) = 4,5 \text{ V.}$$

Como el voltaje en la resistencia de 3Ω es igual al voltaje de la fuente de 4,5 V ⇒ que no hay diferencia de potencial y no hay circulación de corriente entre los puntos "a" y "b", por lo tanto la corriente de Norton = 0A.

Igual como ocurre con el Teorema de Thévenin, el Teorema de Norton no siempre se cumple para cualquier red eléctrica, porque existen circuitos en los que no se puede aplicar dicho Teorema, como en los casos en los cuales al calcular la resistencia equivalente de Norton, ésta toma un valor de cero, tal como se puede observar en el ejemplo siguiente.

<u>Problema 2.11</u>

Para el circuito de la figura adjunta. Hallar la corriente en la resistencia de 6Ω, aplicando el Teorema de Norton.

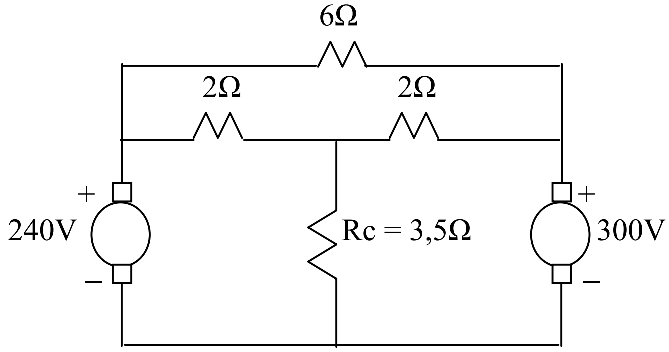


Figura 2.28 Circuito del Problema 2.11

<u>Solución:</u>

Para aplicar el Teorema de Norton se hace de la siguiente manera:

1.- Cálculo de Rn

a.- Se elimina momentáneamente el elemento sobre el cual se tiene que hacer el análisis, en el problema es el resistor de 6Ω; en su lugar se ubican los puntos "a" y "b".

b.- Se llevan todas las fuentes a cero, las fuentes de voltajes se reemplazan por un corto y las fuentes de corrientes se remplazan por un circuito abierto.

c.- Aplicando equivalencias serie, paralelo o transformaciones delta estrella (y viceversa), se procede a calcular la resistencia equivalente de Norton Rn.

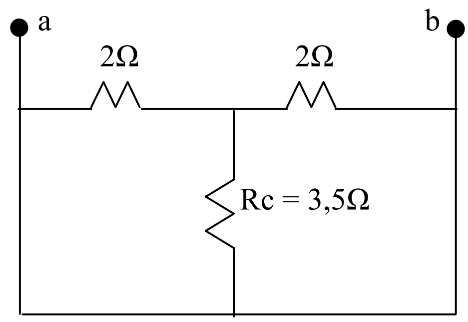


Figura 2.29 Circuito del Problema 2.11. Cálculo de Rn

Como se puede apreciar la resistencia entre los puntos “a” y “b” es cero, lo que resulta un inconveniente al momento de hacer el circuito equivalente de Norton, ya que la fuente equivalente de Norton tendría una resistencia de Norton de cero ohmios, en paralelo con ella, que la pondría en cortocircuito. Por otra parte, si se procede a calcular la corriente equivalente de Norton, resulta una incongruencia, al quedar en paralelo dos fuentes de voltaje de diferente valor, como se aprecia a continuación.

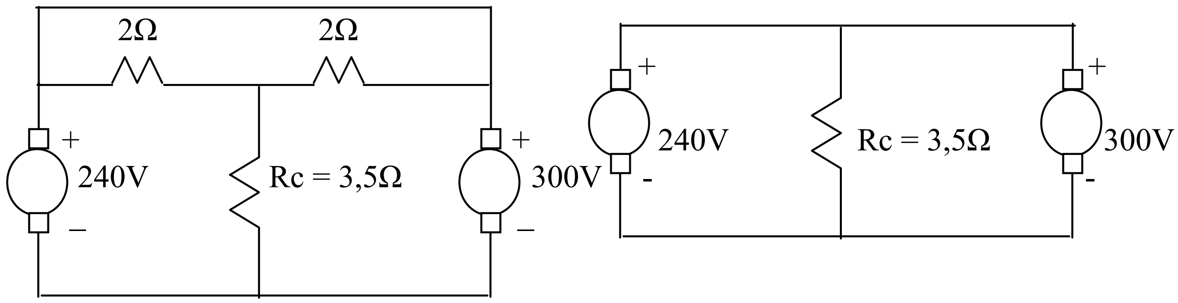


Figura 2.30 Circuitos equivalentes del Problema 2.11. Cálculo de In

Por otra parte, si el circuito anterior se intenta resolver por el Método de Mallas, también resulta una incongruencia de orden matemático, tal como se demuestra en el Problema 2.15; dando como resultado la no aplicación del Teorema de Norton al circuito del problema planteado.

Teorema de Máxima Transferencia de Potencia. *“En una red eléctrica se transferirá la máxima potencia a una resistencia de carga R_L, cuando el valor de ésta resistencia sea igual al valor de la resistencia equivalente de Thévenin”*

<u>Problema 2.12</u>

Demostrar que en un circuito cualquiera, la máxima transferencia de potencia ocurre cuando R_L = Rth.

<u>Solución:</u>

De acuerdo con el Teorema de Thévenin, cualquier circuito o red eléctrica, formado por elementos activos o pasivos, puede reemplazarse por una combinación de una fuente equivalente de voltaje Eth, en serie con una resistencia equivalente Rth, como el siguiente:

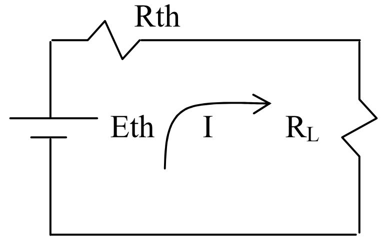


Figura 2.31 Problema 2.12

La corriente $I = Eth/(Rth + R_L)$.

La potencia en R_L es $P_{RL} = I^2 * R_L = [Eth/(Rth+R_L)]^2 * R_L$

Al derivar la Potencia P_{RL}, con respecto R_L e igualando a cero, se demuestra que la máxima potencia se trasmite, desde la fuente hasta la carga cuando:

$$Rth = R_L$$

2.6.- ANALISIS DE CIRCUITOS ELECTRICOS.

Corrientes de Mallas: Para el análisis de circuitos aplicando el Método de Corrientes de Mallas, se hace de la siguiente manera:
1.- Se realizan las equivalencias y reducciones necesarias para simplificar el circuito. Si es posible, se transforman las fuentes de corriente a fuentes de voltaje.
2.- Se determina el número de mallas.
3.- Se asigna una corriente, de sentido arbitrario en cada malla del circuito, indicando las polaridades de la caída de tensión para cada resistor dentro de la malla, tal como se explicó anteriormente.
4.- En el caso de no existir fuentes de voltaje en alguna malla del circuito, se asume una fuente de voltaje virtual de cero voltios.
5.- En el caso de existir fuentes de corriente en alguna malla del circuito se asume una fuente de voltaje V_x en los terminales de dicha fuente, siendo el terminal negativo por donde entra la corriente y el terminal positivo por donde sale la corriente en la fuente de corriente respectiva.
6.- Se aplica la LKV y la LKC, para obtener el sistema de ecuaciones, el cual debe tener el mismo número de ecuaciones, como incógnitas existan. (Las incógnitas pueden ser de elementos activos como pasivos, es decir que pueden ser de voltaje, corriente o resistores).
7.- Con la calculadora resolver el sistema de ecuaciones resultante.

Problema 2.13
Aplicando el Método de Mallas, calcular la corriente que pasa por la resistencia de 4Ω.

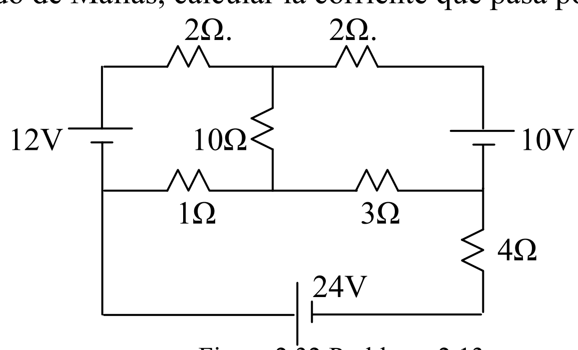


Figura 2.32 Problema 2.13

Solución:
Se escoge un sentido arbitrario de las corrientes y se plantea las ecuaciones de malla.

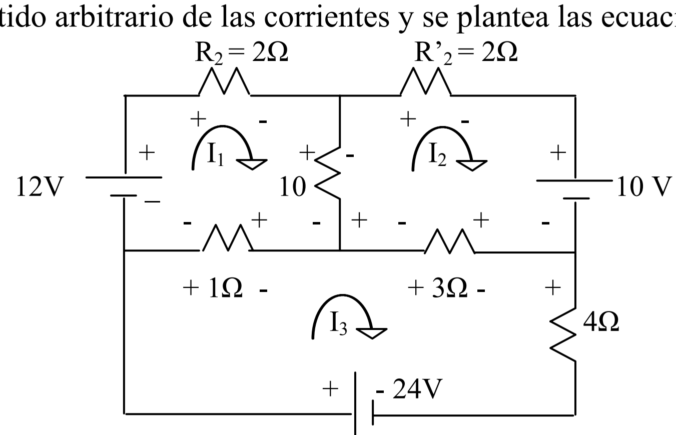


Figura 2.33 Problema 2.13. Aplicando mallas.

Por aplicación de LKV, en las todas las mallas, tenemos:$12 - V_{R2} - V_{R10} - V_{R1} = 0 \Rightarrow 12 = I_1 * R_2 + (I_1 - I_2)R_{10} + (I_1 - I_3)R_1$

$-10 - V_{R3} - V_{R10} - V_{R2} = 0 \Rightarrow -10 = (I_2 - I_3)R_3 + (I_2 - I_1)R_{10} + I_2 R'_2$

$24 - V_{R1} - V_{R3} - V_{R4} = 0 \Rightarrow 24 = (I_3 - I_1)R_1 + (I_3 - I_2)R_3 + I_3 R_4$

$\Rightarrow 12 = (R_2 + R_{10} + R_1)I_1 - R_{10}I_2 - R_1 I_3 \Rightarrow 12 = (2+10+1)I_1 - 10I_2 - 1I_3$

$\Rightarrow -10 = -R_{10} I_1 + (R_{3+} + R_{10} + R'_2)I_2 - R_3 I_3 \Rightarrow -10 = -10I_1 + (3+10+2)I_2 - 3I_3$

$\Rightarrow 24 = -R_1 I_1 - R_3 I_2 + (R_1 + R_3 + R_4)I_3 \Rightarrow 24 = -1I_1 - 3I_2 + (1+3+4)I_3$

$$\Rightarrow 12 = 13I_1 - 10I_2 - 1I_3$$
$$\Rightarrow -10 = -10I_1 + 15I_2 - 3I_3$$
$$\Rightarrow 24 = -1I_1 - 3I_2 + 8I_3$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene:

$I_1 = 2{,}79$ A.

$I_2 = 2{,}01$ A

$I_3 = 4{,}10$ A. (Corriente en la resistencia de 4 Ω).

Problema 2.14

En el circuito de la figura adjunta, calcular las corrientes en todas las resistencias.

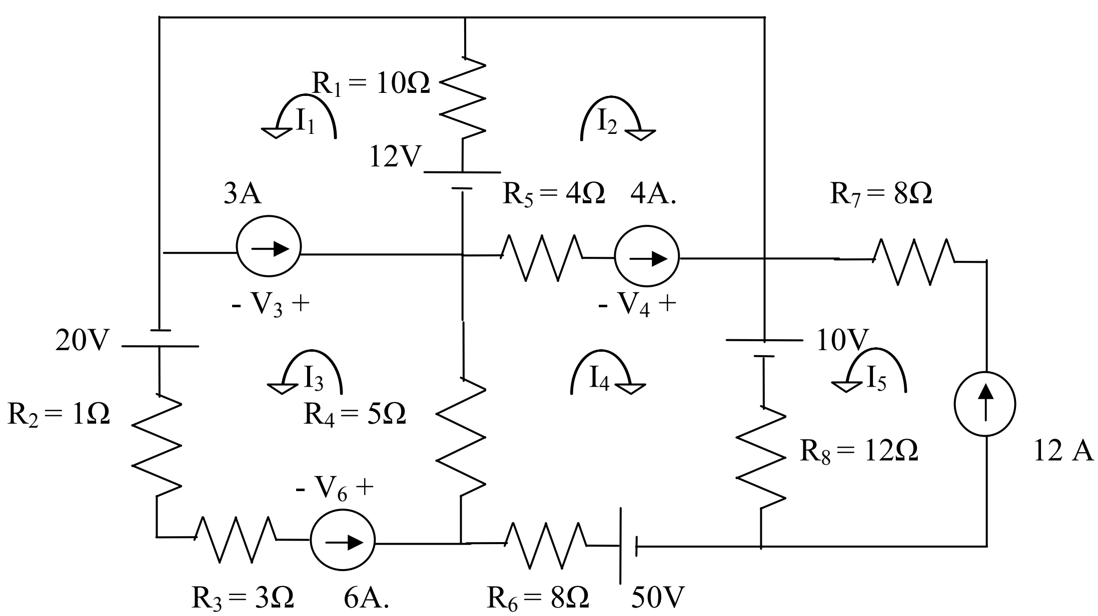


Figura 2.34 Problema 2.14 Corrientes de Malla

Solución:

Aplicando LKV y LKC, se tiene:

$12 - 10I_1 - 10I_2 + V_3 = 0$

$12 - 10I_1 - 10I_2 - V_4 - 4I_2 + 4I_4 = 0$

$20 - 4I_3 + V_6 - 5I_3 - 5I_4 - V_3 = 0$

$50 - 8I_4 - 5I_3 - 5I_4 - 4I_4 + 4I_2 + V_4 - 10 - 12I_4 - 12I_5 = 0$

$V_{12} - 8I_5 - 10 - 12I_4 - 12I_5 = 0$

$I_4 - I_2 = 4\text{ A} \Rightarrow I_4 = (4 + I_2)$
$I_1 = I_3 + 3\text{ A} \Rightarrow I_1 = 3 + 6 \Rightarrow I_1 = 9\text{ A}$
$I_3 = 6\text{A}$
$I_5 = 12\text{A}$

Dando los valores de corrientes conocidos y desarrollando, se tiene:

$- 78 - 10I_2 + V_3 = 0$
$- 78 - 14I_2 - V_4 + 4I_4 = 0$
$- 34 + V_6 - 5I_4 - V_3 = 0$
$-134 - 29I_4 + 4I_2 + V_4 = 0$
$V_{12} - 250 - 12I_4 = 0$
$I_4 - I_2 = 4$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtienen las corrientes de malla:

$I_1 = 9$ A; $I_2 = -8{,}91$A; $I_3 = 6$A; $I_4 = -4{,}91$A; $I_5 = 12$ A.
$V_3 = -11{,}14$ V; $V_4 = 27{,}14$ V; $V_6 = -1{,}71$ V; $V_{12} = 191{,}02$ V.

Las corrientes en las resistencias son:

En R_1; $I_{R1} = (I_1 + I_2) \Rightarrow I_{R1} = (9 - 8{,}91) \Rightarrow I_{R1} = 0{,}09$ A
En R_2 y $R_3 = I_3 = 6$ A
En R_4; $I_{R4} = (I_3 + I_4) \Rightarrow I_{R4} = (6 - 4{,}91) \Rightarrow I_{R4} = 1{,}09$ A
En R_5; $I_{R5} = (I_4 + I_2) \Rightarrow I_{R5} = 4$ A
En R_6; $I_{R6} = I_4 = - 4{,}91$ A
En R_7; $I_{R7} = I_5 = 12$ A
En R_8; $I_{R8} = (I_4 + I_5) \Rightarrow I_{R8} = (-4{,}91 + 12) \Rightarrow I_{R8} = 7{,}09$ A

<u>Problema 2.15</u>

En el circuito de la figura adjunta, calcular las corrientes en todas las resistencias.

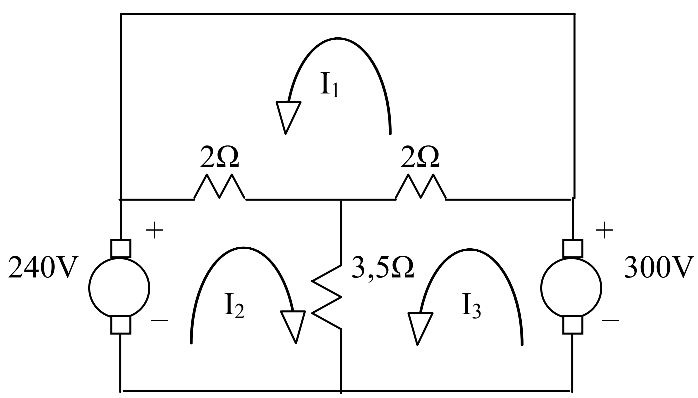


Figura 2.35 Circuito del Problema 2.15. Corrientes de malla.

<u>Solución:</u>

Aplicando LKV, se tiene:

1). $0 = 4I_1 + 2I_2 - 2I_3$
2.) $240 = 2I_1 + 5{,}5I_2 + 3{,}5I_3$
3.) $300 = -2I_1 + 3{,}5I_2 + 5{,}5I_3$

Multiplicando la ecuación uno por 1,75 y sumando con la dos se tiene:

1). $0 = 7I_1 + 3{,}5I_2 - 3{,}5I_3$
2.) $240 = 2I_1 + 5{,}5I_2 + 3{,}5I_3$
4.) $240 = 9I_1 + 9I_2$

Multiplicando la ecuación uno por 2,75 y sumando con la tres se tiene:

1). $0 = 11I_1 + 5{,}5I_2 - 5{,}5I_3$
2.) $300 = -2I_1 + 3{,}5I_2 + 5{,}5I_3$
5.) $300 = 9I_1 + 9I_2$

Al comparar la ecuación cuatro con la cinco se tiene: 300 = 240

Resultando una incongruencia matemática, debido a que el circuito en realidad es un circuito de dos mallas con dos fuentes de diferente valor conectadas en paralelo, tal como puede observarse en el Problema 2.11; en el cual se hace la observación sobre la aplicación del Teorema de Norton.

Método de Nodos: Para el análisis de circuitos aplicando el Método de Nodos, se hace de la siguiente manera:

1.- Se hacen las equivalencias y reducciones necesarias para simplificar el circuito. Se pueden transformar las fuentes de voltaje a fuentes de corriente.
2.- Se determina el número de nodos del circuito.
3.- Se toma un nodo de referencia V_0 (donde llegan más ramas) y se marcan todos los nodos restantes con un valor de tensión con subíndice: V_1, V_2, etc.
4. Se aplica la LKC, en cada nodo, excepto en el de referencia, al cual se le da un valor de cero voltios. Las corrientes que llegan al nodo se toman como positivas y negativas las que salen.
5.- Las corrientes se calculan restando el valor del voltaje V_x (Del nodo desde donde sale la corriente) menos el valor del voltaje V_y (Del nodo hasta donde llega la corriente) dividido entre la resistencia total (R_T) existente entre el nodo "x" y el nodo "y". Es decir $I = (V_x - V_y)/R_T$ En caso de existir fuentes de voltaje entre los nodos, la corriente es: $I = (V_x \pm V - V_y)/R_T$
6.- En caso de existir fuentes de corrientes que estén conectadas al nodo, se obvia el paso anterior y se toma su valor con el signo respectivo, es decir positivo si llega al nodo y negativo si sale del nodo.
7.- El sistema de ecuaciones, debe tener el mismo número de ecuaciones, como incógnitas existan. (Las incógnitas pueden ser de elementos activos como pasivos, es decir que pueden ser de voltaje, corriente o resistores)
8.- Con la calculadora resolver el sistema de ecuaciones resultante.

Problema 2.16

Para el circuito de la figura adjunta. Hallar la corriente en la resistencia de 5Ω, aplicando el Método de Nodos.

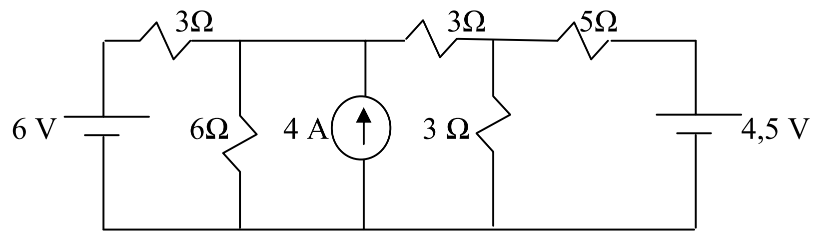


Figura 2.36 Problema 2.16

Solución:

Para resolver el circuito, por el Método de Nodos, se transforman las fuentes de voltajes en fuentes de corrientes. Se indica un nodo de referencia. En el problema planteado se transforma las fuentes de voltajes de 6V y 4,5 V a fuentes de corriente y se tiene:

$I_6 = 6V/3\Omega = 2$ A; $I_{4,5} = 4,5V/5\Omega = 0,90$ A

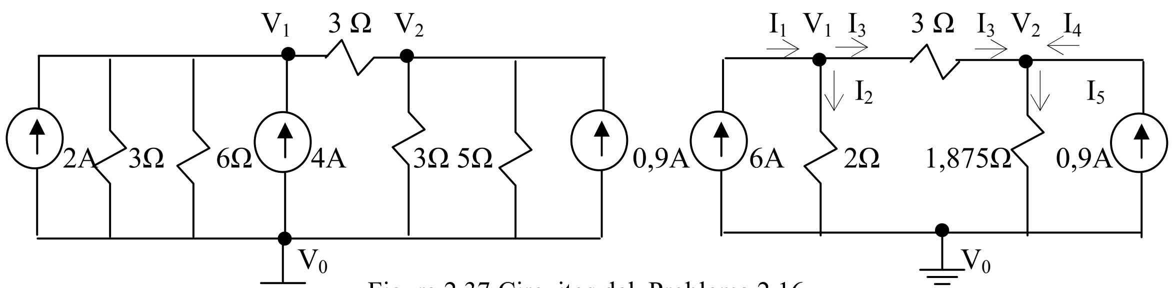


Figura 2.37 Circuitos del Problema 2.16

Las corrientes en los Nodos son:

Nodo 1:

$I_1 = 6$ A.

$I_2 = (V_1 - V_0)/R_2 \Rightarrow I_2 = (V_1 - 0)/R_2 \Rightarrow I_2 = V_1/R_2$

$I_3 = (V_1 - V_2)/R_3 \Rightarrow I_3 = (V_1 - V_2)/R_3$

Nodo 2:

$I_4 = 0,9$ A

$I_3 = (V_2 - V_1)/R_3 \Rightarrow I_3 = (V_2 - V_1)/R_3$

$I_5 = (V_2 - V_0)/R_5 \Rightarrow I_5 = (V_2 - 0)/R_5 \Rightarrow I_5 = V_2/R_5$

Por aplicación de LKC, en todos los nodos, tenemos:

$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = I_2 + I_3 = V_1/R_2 + (V_1 - V_2)/R_3 \Rightarrow 6 = (1/R_2 + 1/R_3)V_1 - (1/R_3)V_2$

$I_3 + I_4 - I_5 = 0 \Rightarrow I_4 = I_5 - I_3 = V_2/R_5 - (V_1 - V_2)/R_3 \Rightarrow 0,9 = -(1/R_3)V_1 + (1/R_5 + 1/R_3)V_2$

$$6 = (1/2+1/3)V_1 - 1/3V_2 \Rightarrow 6 = 0,833V_1 - 0,333V_2$$

$$0,9 = -1/3V_1 + (1/1,87+1/3)V_2 \Rightarrow 0,9 = -0,333V_1 + 0,863V_2.$$

Resolviendo: $V_1 = 9,01$V y $V_2 = 4,52$V. La corriente en la resistencia de 5Ω, es igual al voltaje del nodo 1, menos el voltaje del nodo 2, dividido entre la resistencia de 5Ω

$$I = (4,5 - V2)/5\Omega = (4,5 - 4,52)/5\Omega = -0,004 \text{ A} \approx 0 \text{ A}$$

Problema 2.17

En el circuito de la figura adjunta, calcular las corrientes en todas las resistencias.

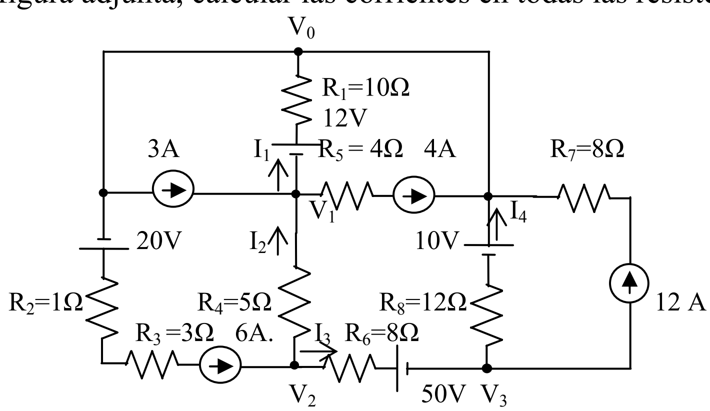


Figura 2.38 Problema 2.17

<u>Solución:</u>
Por aplicación de LKC, en todos los nodos, tenemos:
<u>Nodo 1:</u>
$3 + I_2 = 4 + I_1$
<u>Nodo 2:</u>
$6 = I_2 + I_3$
<u>Nodo 3:</u>
$I_3 = I_4 + 12$

Las corrientes se calculan como:

$I_1 = (V_1 + 12 - V_0)/10$; $I_2 = (V_2 - V_1)/5$
$I_3 = (V_2 - 50 - V_3)/8$; $I_4 = (V_3 + 10 - V_0)/12$

Sustituyendo los valores de corriente:

$3 + (V_2 - V_1)/5 = 4 + (V_1 + 12 - V_0)/10$
$6 = (V_2 - V_1)/5 + (V_2 - 50 - V_3)/8$
$(V_2 - 50 - V_3)/8 = (V_3 + 10 - V_0)/12 + 12$

Resolviendo, se obtienen los voltajes de los nodos:

$V_1 = -11{,}14$ V; $V_2 = -5{,}71$ V; $V_3 = -95{,}02$ V.

Sustituyendo los valores de los voltajes de los nodos, se obtienen las corrientes:

$I_1 = (-11{,}14 + 12)/10 \Rightarrow I_1 = 0{,}09$ A.
$I_2 = (-5{,}71 + 11{,}14)/5 \Rightarrow I_2 = 1{,}09$ A.
$I_3 = (-5{,}71 - 50 + 95{,}02)/8 \Rightarrow I_3 = 4{,}91$ A
$I_4 = (-95{,}02 + 10)/12 \Rightarrow I_4 = - 7{,}09$ A.

Corrientes de Rama: Para el análisis de circuitos aplicando el Método de Corrientes de Rama, se hace de la siguiente manera:

1.- Se realizan las equivalencias y reducciones necesarias para simplificar el circuito.
2.- Se asigna un número a cada malla
3. Se asigna una corriente, de sentido arbitrario en cada rama del circuito que no tengan fuentes de corriente, en este caso el sentido de la corriente lo establece la propia fuente de corriente.
4.- En el caso de existir fuentes de corriente en alguna malla del circuito se asume una fuente de voltaje V_x en los terminales de dicha fuente, siendo el terminal negativo por donde entra la corriente y el terminal positivo por donde sale la corriente en la fuente respectiva.
5.- Se aplica la LKV y la LKC, para obtener el sistema de ecuaciones, el cual debe tener el mismo número de ecuaciones, como incógnitas existan. (Las incógnitas pueden ser de elementos activos como pasivos, es decir que pueden ser de voltaje, corriente o resistores).
6.- Con la calculadora resolver el sistema de ecuaciones resultante.

En resumen podemos aclarar que el Método de Malla es recomendado cuando en una red existan sólo fuentes de voltaje, el Método de Nodos es recomendado cuando en una red existan sólo fuentes de corriente; en el caso de los métodos antes señalados si no se pueden transformar todas las fuentes de voltaje a fuentes de corriente y viceversa, éstos métodos resultan poco útiles y prácticos y también presentan limitaciones en los casos que existan en el circuito elementos activos y/o pasivos desconocidos. El Método de Corrientes de Rama es aplicable cuando en una red existan fuentes de voltaje, de corriente, o cuando en dicha red existan elementos activos y/o pasivos desconocidos.

Problema 2.18

En el circuito de la figura adjunta, calcular las corrientes en todas las resistencias.

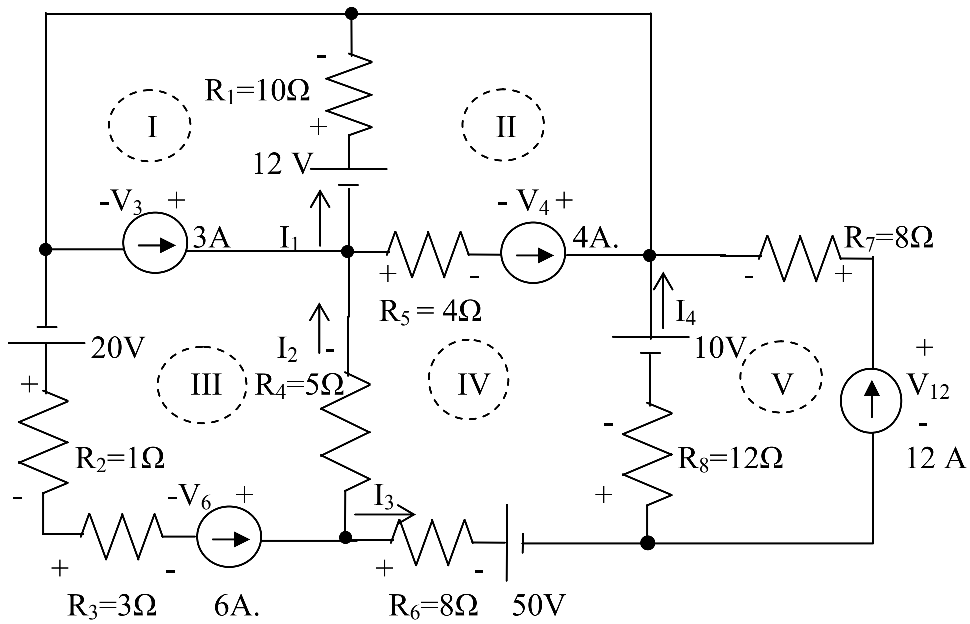


Figura 2.39 Problema 2.18 Método Corrientes de Rama

Solución:

Por aplicación de LKV y LKC, se tiene:

$12 - 10I_1 + V_3 = 0$ (Malla I)

$12 - 10I_1 - V_4 + 4(4) = 0$ (Malla II)

$20 - 4(6) + V_6 - 5I_2 - V_3 = 0$ (Malla III)

$10 - V_4 + 4(4) + 5I_2 - 8I_3 - 50 - 12I_4 = 0$ (Malla IV)

$V_{12} - 8(12) - 10 + 12I_4 = 0$ (Malla V)

$I_2 + I_3 = 6$

$3 + I_2 = 4 + I_1$

$I_3 = I_4 + 12$

Desarrollando las ecuaciones se obtiene:

$12 - 10I_1 + V_3 = 0$ (Malla I)

$28 - 10I_1 - V_4 + 4(4) = 0$ (Malla II)

$-4 + V_6 - 5I_2 - V_3 = 0$ (Malla III)

$-24 - V_4 + 5I_2 - 8I_3 - 12I_4 = 0$ (Malla IV)

$V_{12} - 106 + 12I_4 = 0$ (Malla V)

$I_2 + I_3 = 6$

$3 + I_2 = 4 + I_1$

$I_3 = I_4 + 12$

Resolviendo, se obtienen los voltajes en los extremos de las fuentes:

$V_3 = -11{,}14$ V; $V_4 = 27{,}14$ V; $V_6 = -1{,}71$ V. $V_{12} = 191{,}02$ V.

Las corrientes son: $I_1 = 0{,}09$ A; $I_2 = 1{,}09$ A; $I_3 = 4{,}91$ A; $I_4 = -7{,}09$ A.

2.7.- FUENTES DEPENDIENTES.

Hasta ahora, en todos los problemas planteados, tanto las fuentes de voltaje como las de corriente son independiente entre si, pero existen fuentes en las cuales la corriente o el voltaje de salida en sus terminales, dependen de valores de voltaje o corriente existentes en otros elementos (activos o pasivos) del circuito, éste tipo de fuentes se denominan fuentes dependientes o controladas, que a diferencia de las fuentes independientes, los valores de salida están afectados por lo que pase en otra parte del circuito o la red.

Para la solución de circuitos con fuentes dependientes, se aplican las mismas herramientas que se usan en la solución de circuitos con fuentes independientes, es decir la Ley de Ohm, las leyes de Kirchhoff, el Principio de Superposición, el Teorema de Thévenin y los métodos de Corrientes de Mallas, Nodos y Corrientes de Rama, pero tomando en consideración que son fuentes dependientes. Por otra parte se deben plantear las ecuaciones suficientes y necesarias, que permitan obtener los resultados exigidos, tal como veremos a continuación:.

Problema 2.19

En el circuito de la figura adjunta, calcular las corrientes en todos los resistores:

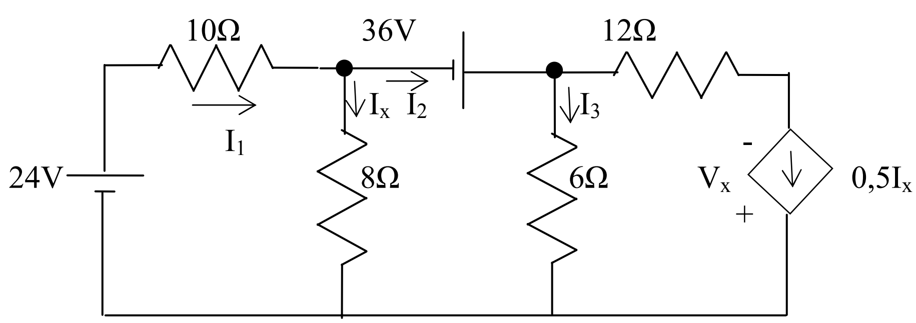


Figura 2.40 Problema 2.19

Solución:

Aplicando las ecuaciones de Mallas, Nodos, Ley de Ohm y ordenado se obtiene:

$$24-10I_1 - 8\,I_x = 0$$
$$36 - 6I_3 + 8\,I_x = 0$$
$$(-0{,}5I_x)*12 + V_x + 6I_3 = 0$$
$$I_1 = I_2 + I_x$$
$$I_2 = I_3 + 0{,}5I_x$$

Resolviendo se obtiene.

I_1 = 3,19A; I_2 = 4,18A; I_3 = 4,67A; I_x = -0,99 A; V_x = -34,02 V

SEGUNDA PARTE: REGIMEN TRANSITORIO

La base para el análisis en régimen transitorio, al igual que para el régimen permanente, lo constituyen las herramientas mencionadas en la primera parte del Capítulo 2.También son bases para el análisis, las relaciones entre voltaje y corriente de cada uno de los elementos pasivos, señalados en el Capítulo 1 a saber:

$V_R = Ri$ (Ver ecuación 2.1)

$V_L = Ldi/dt$ (Ver ecuación 1.18)

$V_C = \frac{1}{C}\int idt$ (Ver ecuación 1.22)

En cualquier circuito, la corriente total (i) puede considerarse formada por dos componentes, una forzada (i_f) y una natural (i_n).

$$i = i_f + i_n \qquad (2.7)$$

Donde:

i = Corriente total.

i_f = Componente forzada de la corriente.

i_n = Componente natural de la corriente.

2.8.- RESPUESTA TRANSITORIA DE UN CIRCUITO RL.

Problema 2.20

Para el circuito RL (en carga) adjunto, determinar la corriente total, el voltaje en el inductor y el voltaje en el resistor, cuando el interruptor pasa de 1 a 2, para un tiempo t = 0.

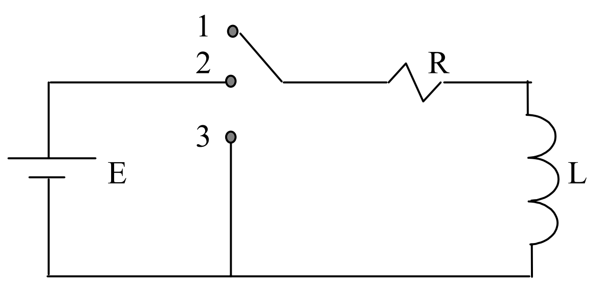


Figura 2.41 Problema 2.20 Circuito RL en carga

Solución:

Cálculo de la Corriente Total

Cuando se cierra el interruptor, no hay corriente en el circuito. Aplicando LKV, tenemos:

$E = V_R + V_L = Ri + Ldi/dt$

Como: $i = i_f + i_n \Rightarrow E = R(i_f + i_n) + Ld(i_f + i_n)/dt = Ri_f + Ri_n + \cancel{Ldi_f/dt} + Ldi_n/dt$

La corriente i_f, por ser la respuesta en régimen permanente, es constante por lo tanto la derivada es cero. En régimen permanente el inductor se comporta como un corto, el circuito es como sigue:

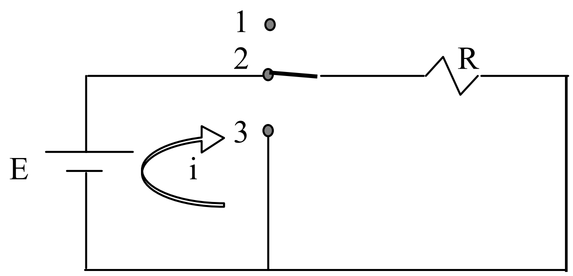


Figura 2.42 Problema 2.20. Circuito RL en carga.

La corriente if = E/R, haciendo los cálculos respectivos, se tiene:

$E = R(E/R) + Ri_n + Ldi_n/dt \Rightarrow 0 = Ri_n + Ldi_n/dt \Rightarrow - Ri_n = Ldi_n/dt$

$\Rightarrow -Rdt = Ldi_n/ i_n$; integrando $\Rightarrow -(R/L)\int dt = \int di_n/ i_n \Rightarrow -Rt/L + k= L_n i_n$

elevando a "e" $\Rightarrow e^{(-Rt/L+ k)} = i_n \Rightarrow i_n = e^k e^{-Rt/L}$

La expresión: $e^{-Rt/L}$ es adimensional, por lo tanto la dimensión de corriente es de la expresión e^k, en consecuencia $e^k = In$

$\Rightarrow i_n = Ine^{-Rt/L}$

Como la corriente total: $i = i_f + i_n = E/R + i_n$

$\Rightarrow i = E/R + Ine^{-Rt/L}$

para $\begin{cases} t = 0; \\ i = 0 \Rightarrow \quad 0 = E/R + Ine^0 \Rightarrow In = -E/R \Rightarrow i = E/R - E/R\, Ine^{-Rt/L} \\ \qquad\qquad \Rightarrow i = E/R(1- e^{-Rt/L}) \end{cases}$

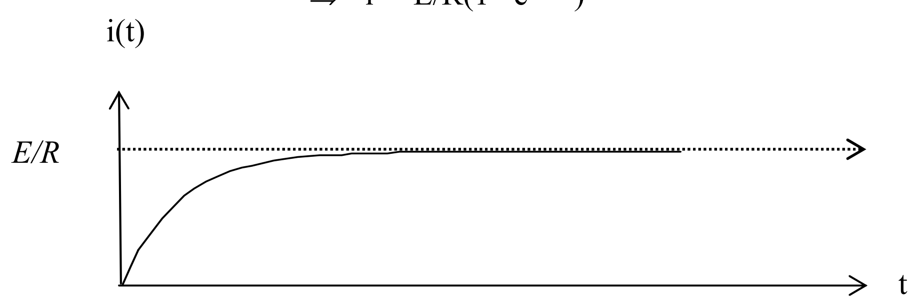


Figura 2.43 Problema 2.20. Gráfica de la corriente en un Inductor en carga

Cálculo del Voltaje en el Inductor.

El voltaje en el inductor se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$V_L = Ldi/dt \Rightarrow V_L = Ld(E/R(1- e^{-Rt/L}))/dt$

$\Rightarrow V_L = Ee^{-Rt/L}$

Cálculo del Voltaje en el Resistor.

El voltaje en el resistor se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$V_R = i(t)R \Rightarrow V_R = (E/R(1- e^{-Rt/L})R$

$\Rightarrow V_R = E(1- e^{-Rt/L})$

Problema 2.21

Para el circuito RL adjunto (en descarga), determinar la corriente total, el voltaje en el inductor y el voltaje en el resistor, cuando el interruptor pasa de 2 a 3, para un tiempo t = 0 y la corriente tiene un valor I_o.

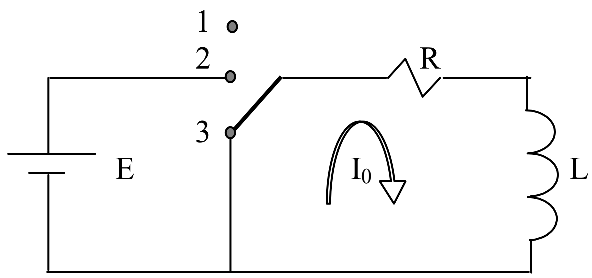


Figura 2.44 Problema 2.21 Circuito RL en descarga

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de la Corriente Total.</u> Aplicando LKV, se obtiene:

$$0 = V_R + V_L = Ri + Ldi/dt$$

Como: $i = i_f + i_n \Rightarrow 0 = R(\cancel{i_f} + i_n) + Ld(i_f + i_n)/dt = \cancel{Ri_f} + Ri_n + \cancel{Ldi_f}/dt + Ldi_n/dt$

La corriente i_f, por ser la respuesta en régimen permanente es cero, ya que el inductor se descarga completamente a través del resistor.

$$0 = Ri_n + Ldi_n/dt \Rightarrow 0 = Ri_n + Ldi_n/dt \Rightarrow -Ri_n = Ldi_n/dt$$

$$\Rightarrow -Rdt = Ldi_n/i_n\text{; integrando} \Rightarrow -(R/L)\int dt = \int di_n/i_n \Rightarrow -Rt/L + k = L_n i_n$$

Elevando a "e" $\Rightarrow e^{(-Rt/L+k)} = i_n \Rightarrow i_n = e^k e^{-Rt/L}$

La expresión: $e^{-Rt/L}$ es adimensional, por lo tanto la dimensión de corriente es de la expresión e^k, en consecuencia $e^k = In$

$$\Rightarrow i_n = Ine^{-Rt/L}$$

Como la corriente total: $i = i_n$

$$\Rightarrow i = Ine^{-Rt/L}$$

para $\begin{cases} t = 0; \\ i = Io \end{cases}$

$$\Rightarrow Io = Ine^0 \Rightarrow In = Io$$

$$\Rightarrow i(t) = Ioe^{-Rt/L}$$

<u>Cálculo del Voltaje en el Inductor.</u>

El voltaje en el inductor se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$$V_L = Ldi/dt \Rightarrow V_L = Ld(Ioe^{-Rt/L})/dt$$

$$\Rightarrow V_L = -IoRe^{-Rt/L}$$

<u>Cálculo del Voltaje en el Resistor.</u>

El voltaje en el resistor se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$$V_R = i(t)R \Rightarrow V_R = IoRe^{-Rt/L}$$

2.9.- RESPUESTA TRANSITORIA DE UN CIRCUITO RC.

<u>Problema 2.22</u>

Para el circuito RC adjunto, determinar la corriente total, el voltaje en el capacitor y el voltaje en el resistor, cuando el interruptor pasa de 1 a 2, para un tiempo t = 0.

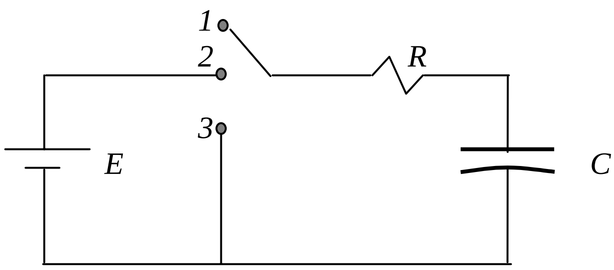


Figura 2.45 Problema 2.22 Circuito RC en carga

Solución:

Cálculo del Voltaje en el Capacitor.

Cuando se cierra el interruptor, no hay voltaje en el condensador. Aplicando LKV, tenemos:

$$E = V_R + V_C = Ri + \frac{1}{C}\int idt$$

Derivando la expresión anterior, se tiene:

$$0 = Rdi/dt + i/C$$

Como: $i = i_f + i_n \Rightarrow 0 = Rd(i_f + i_n)/dt + i/C \Rightarrow R\cancel{di_f}/dt + Rdi_n/dt + (in + \cancel{if})/C = 0$

La corriente $i_f = 0$, porque en régimen permanente, el condensador queda completamente cargado al mismo voltaje de la fuente, por lo tanto no hay diferencia de potencial y por ende tampoco circula corriente, el condensador se comporta como un circuito abierto. El circuito en régimen permanente, es como sigue:

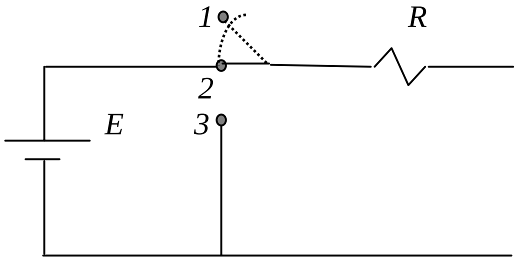


Figura 2.46 Problema 2.22 Circuito RC en carga

La corriente if = 0

$$Rdi_n/dt + in/C = 0 \Rightarrow di_n/i = -dt/RC$$

Integrando $\Rightarrow -(1/RC)\int dt = \int di_n/ i_n \Rightarrow -t/RC + k = L_n i_n$

Elevando a "e" $\Rightarrow e^{(-t/RC+ k)} = i_n \Rightarrow i_n = e^k e^{-t/RC}$

La expresión: $e^{-t/RC}$ es adimensional, por lo tanto la dimensión de corriente es de la expresión e^k, en consecuencia: $e^k = In$

$$\Rightarrow i_n = Ine^{-t/RC}$$

Como la corriente total: $i = i_f + i_n = 0 + i_n$

$$\Rightarrow i = Ine^{-t/RC}$$

El voltaje en el condensador es:

$$V_C = \frac{1}{C}\int idt = (1/C)\int Ine^{-t/RC}dt = -RIne^{-t/RC} + k_1$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{cases} t = \infty; \quad Vc = E \quad \Rightarrow E = -RIne^{-\infty} + k_1 \Rightarrow k_1 = E \\ t = 0; \quad Vc = 0 \quad \Rightarrow 0 = -RIne^{0} + k_1 \Rightarrow k_1 = RIne \end{cases}$$

$In = k_1/R \Rightarrow In = E/R$

$V_C = -R(E/R)e^{-t/RC} + E \Rightarrow V_C = E(1 - e^{-t/RC})$

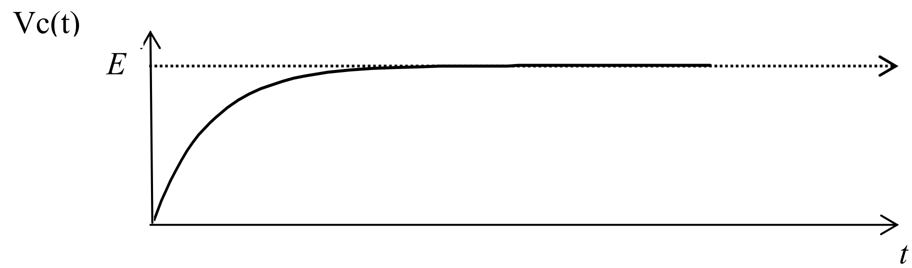


Figura 2.47 Problema 2.22. Gráfica del voltaje en un Capacitor en carga

Cálculo de la Corriente Total.

La corriente total, se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$i(t) = CdV_C/dt \Rightarrow i(t) = Cd(E(1 - e^{-t/RC}))/dt$

$\Rightarrow i(t) = (E/R)e^{-t/RC}$

Cálculo del Voltaje en el Resistor.

El voltaje en el resistor se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$V_R = i(t)R \Rightarrow V_R = Ee^{-t/RC}$

Problema 2.23

Para el circuito RC adjunto (en descarga), determinar la corriente total, el voltaje en el capacitor y el voltaje en el resistor, cuando el interruptor pasa de 2 a 3, para un tiempo t = 0. El capacitor se ha cargado hasta un valor Vc = Vo

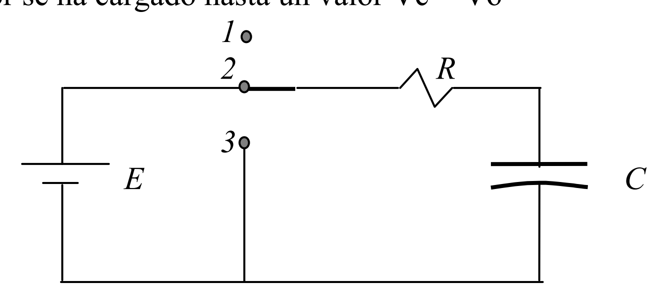


Figura 2.48 Problema 2.23 Circuito RC en descarga

Solución:

Cálculo del Voltaje en el Capacitor.

Cuando el interruptor se pasa de 2 a 3, el voltaje en el condensador es Vo. Aplicando LKV, tenemos:

$$0 = V_R + V_C = Ri + \frac{1}{C}\int idt$$

Derivando la expresión anterior, se tiene:

$0 = Rdi/dt + i/C$

Como: $i = i_f + i_n \Rightarrow 0 = Rd(i_f + i_n)/dt + i/C \Rightarrow R\cancel{di_f}/dt + Rdi_n/dt + (in + \cancel{if})/C = 0$

La corriente $i_f = 0$, porque en régimen permanente, el condensador queda completamente descargado y por lo tanto no circula corriente. El circuito en régimen permanente, es como sigue:

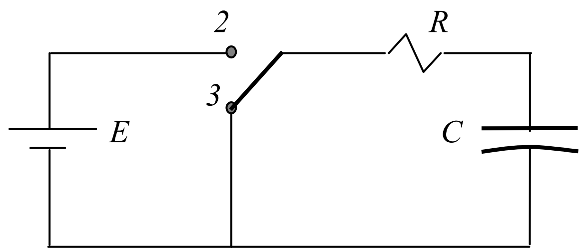


Figura 2.49 Problema 2.23 Circuito RC en descarga

La corriente if = 0

$Rdi_n/dt + in/C = 0 \Rightarrow Rdi_n/i = -dt/RC$

Integrando $\Rightarrow -(1/RC)\int dt = \int di_n/ i_n \Rightarrow -t/RC + k= L_n i_n$

Elevando a "e" $\Rightarrow e^{(-t/RC+ k)} = i_n \Rightarrow i_n = e^k e^{-t/RC}$

La expresión: $e^{-t/RC}$ es adimensional, por lo tanto la dimensión de corriente es de la expresión e^k, en consecuencia: $e^k = In$

$\Rightarrow i_n = Ine^{-t/RC}$

Como la corriente total: $i = i_f + i_n = 0 + i_n$

$\Rightarrow i = Ine^{-t/RC}$

El voltaje en el condensador es:

$$V_C = \frac{1}{C}\int idt = (1/C)\int Ine^{-t/RC}dt = -RIne^{-t/RC} + k_1$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{cases} t = \infty; \quad Vc = 0 \Rightarrow 0 = -RIne^{-\infty} + k_1 \Rightarrow k_1 = 0 \\ t = 0; \quad Vc = Vo \Rightarrow Vo = -RIne^{0} + k_1 \Rightarrow In = -Vo/R \\ \Rightarrow V_C = -R(-Vo/R)e^{-t/RC} \Rightarrow V_C = Voe^{-t/RC} \end{cases}$$

<u>Cálculo de la Corriente Total.</u>

La corriente total, se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$i(t) = CdV_C/dt \Rightarrow i(t) = Cd(Voe^{-t/RC})/dt$

$\Rightarrow i(t) = - (\underline{Vo}e^{-t/RC})/R$

La corriente i(t) es negativa porque se "regresa", ya que al pasar el interruptor de 2 a 3, el condensador se descarga a través de R.

<u>Cálculo del Voltaje en el Resistor.</u>

El voltaje en el resistor se determina de acuerdo con la siguiente expresión:

$V_R = i(t)R \Rightarrow V_R = -Voe^{-t/RC}$

2.10.- RESUMEN DEL CAPITULO 2.

En este Capítulo se estudiaron los circuitos eléctricos en corriente continua tanto en regimen permanente como en regimen transitorio. En tal sentido se analizaron algunas herramientas que son útiles y necesarias para la solución de circuitos, herramientas éstas que van a ser de gran utilidad en el Capitulo 3, correspondiente al estudio de los circuitos en corriente alterna, por tal motivo el lector debe adquirir la suficiente destreza en el manejo de tales herramientas como son: La ley de Ohm, las leyes de Kirchhoff, las equivalencias serie, paralelo y transformación delta estrella (y viceversa), los divisores de voltaje y corriente, los métodos de solución de circuitos por corrientes de mallas, nodos y corriente de rama. Es de advertir al estudiante la importancia que reviste la solución del sistema de ecuaciones con ayuda de la calculadora, ya que facilita la obtención de los resultados esperados.

2.11.- ACTIVIDADES y PREGUNTAS.

1. Con sus propias palabras defina rama, nodo, lazo y malla.
2. Señale la diferencia entre regimen permanente y regimen transitorio.
3. ¿Cómo se comporta un resistor en regimen permanente y en regimen transitorio?
4. ¿Cómo se comporta un inductor en regimen permanente y en regimen transitorio?
5. ¿Cómo se comporta un capacitor en regimen permanente y en regimen transitorio?
6. Indique algunos casos de la naturaleza de comportamiento en regimen transitorio y permanente.
7. Con términos propios enuncie la Ley de Ohm y las leyes de Kirchhoff.
8. Señale casos análogos en la práctica de las leyes de de Kirchhoff.
9. Señale la importancia de la aplicación de las equivalencia eléctricas (Serie, paralelo y transformaciones estrella delta)
10. ¿Cuál es la resistencia equivalente de "n" resistores en serie?
11. ¿Cuál es la resistencia equivalente de "n" resistores en paralelo?
12. ¿Cuál es la resistencia equivalente de "n" resistores en serie conectado con "n" resistores en paralelo?
13. Con términos propios indique en que consiste los divisores de voltaje y los divisores de corriente.
14. Señale aplicaciones prácticas de los divisores de voltaje y los de corriente.
15. Las luces usadas en la navidad se utiliza un divisor de voltaje o de corriente.
16. Con términos propios enuncie el Teorema de Superposición.
17. Indique cuando es conveniente la aplicación del Teorema de Superposición y cuando resulta inconveniente su aplicación.
18. Indique los motivos por los cuales no se puede aplicar el Teorema de Superposición para el cálculo de potencia.
19. Con términos propios enuncie el Teorema de Thévenin.
20. ¿El Teorema de Thévenin se puede aplicar para cualquier elemento de una red eléctrica? Razone la respuesta.
21. El Teorema de Thévenin se puede aplicar para el cálculo de potencia.
22. Con términos propios enuncie el Teorema de Norton.
23. ¿El Teorema de Norton se puede aplicar para cualquier elemento de una red eléctrica? Razone la respuesta.
24. El Teorema de Norton se puede aplicar para el cálculo de potencia.
25. ¿Cuál teorema fue enunciado primero el de Thévenin o el de Norton?
26. Con términos propios enuncie el Teorema de Máxima Transferencia de Potencia.
27. Señale aplicaciones prácticas del Teorema de Máxima Transferencia de Potencia.
28. Indique cuando es más conveniente la aplicación del método de Mallas para la solución de circuitos.
29. Indique cuando es más conveniente la aplicación del método de Nodos para la solución de circuitos.

30. Indique cuando es más conveniente la aplicación del método de Corrientes de Rama para la solución de circuitos.
31. Para un circuito eléctrico definir que es corriente forzada y corriente transitoria.

2.12.- PROBLEMAS RESUELTOS.

Problema 2.24   Ley Kirchhoff de Voltaje (LKV).
En la figura siguiente el voltaje en el R_1 = 29,5 V, en el resistor R_2 = 5,2 V y en el resistor R_3 = 15,3 V. Calcular E.

Datos:
V_{R1} = 29,5 V
V_{R2} = 5,2 V
V_{R3} = 15,3 V
Calcular: E.

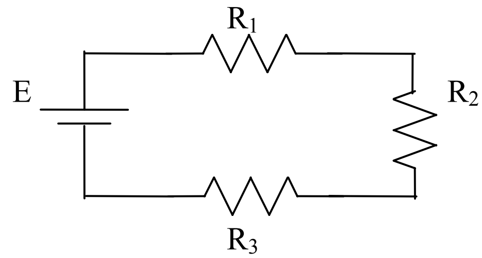


Figura 2.50 Problema 2.24

Solución:
Al aplicar textualmente la LKV, la suma de los voltajes en el circuito debe ser = 0; en un primer momento da la impresión que: $E + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 0$; pero para poder aplicar la LKV, tendremos que hacer las siguientes consideraciones que nos van a resultar de gran utilidad para la resolución de los circuitos eléctricos.

1.- Se debe dar un sentido a la corriente. (En caso que resulte negativa, se cambia el sentido escogido).
2.- La corriente en las fuentes de voltaje, fluye del terminal negativo al terminal positivo. Se indica con un signo menos (-), el terminal de entrada, es decir el negativo. Se indica con un signo mas (+), el terminal de salida, es decir el positivo.
3.- Al pasar la corriente por los resistores ocasiona una caída de voltaje, el extremo por donde la corriente entra al resistor se indica con un signo mas (+) y el extremo por donde la corriente sale del resistor se indica con un signo menos (-).tal como se demuestra a continuación.

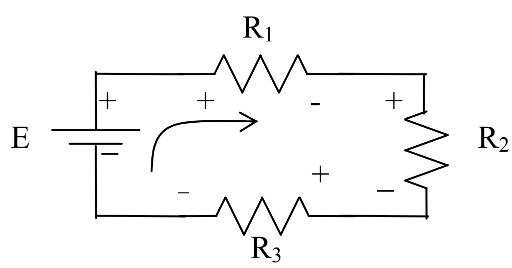


Figura 2.51 Problema 2.24

4.-Al recorrer el circuito en el sentido dado a la corriente, el signo que se le coloca al voltaje del elemento (activo o pasivo), es el que tiene el mencionado elemento en el extremo de la salida de la corriente, tal como se indica a continuación:

A la fuente de voltaje E, se le coloca el signo mas (+), porque es el signo que tiene el elemento (activo) a la salida de la corriente ⇒ +E.
Al voltaje de los resistores: R_1, R_2 y R_3 se le coloca el signo menos (-), porque es el signo que tienen esos elementos (pasivos) a la salida de la corriente ⇒ $-V_{R1}$, $-V_{R2}$ y $-V_{R3}$.

Una vez realizadas las anteriores consideraciones, al aplicar la LKV, tendríamos la expresión correcta que sería:

$$+E - V_{R1} - V_{R2} - V_{R3} = 0$$

Expresión que se diferencia de la anterior en los signos de los voltajes de los resistores, que son negativos (hay una caída de voltaje en ellos). Despejando E y dando valores tenemos:

$$E = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} \Rightarrow E = 29{,}5\ V + 5{,}2\ V + 15{,}3\ V = 50\ V.$$

<u>Problema 2.25</u> Leyes de Kirchhoff (De voltaje y Corriente).
Para el circuito de la figura especificar si la batería B se comporta como un elemento activo o pasivo. Justifique su respuesta.

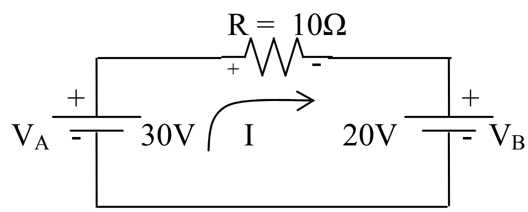


Figura 2.52 Problema 2.25

<u>Solución:</u>
Aplicando LKV, tiene: $+V_A - V_R - V_B = 0$ y por Ley de Ohm: $V_R = IR$
$30 - IR - 20 = 0 \Rightarrow I = 10/R = 10/10 = 1A.$
Como la corriente I, en el sentido escogido es positiva, significa que la fuente A, está entregando potencia, mientras que la fuente B, está absorbiendo potencia, por lo tanto se comporta como un elemento pasivo.

<u>Problema 2.26</u> Leyes de Kirchhoff (De voltaje y Corriente)
En la figura adjunta Ia = 3 A, Ib = 2 A, Ic = -8 A. Calcular I_1, I_2 y E.

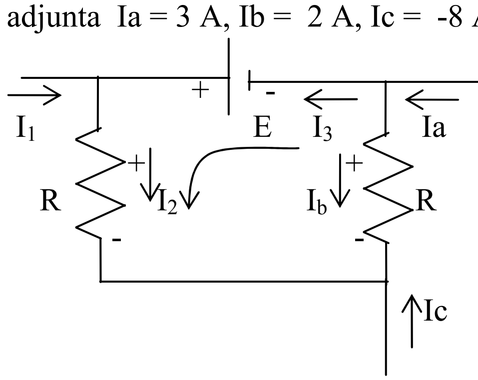


Figura 2.53 Problema 2.26

Solución:
Aplicando la Ley de Kirchhoff de corrientes:
$Ic + Ib + I_2 = 0 \Rightarrow \quad I_2 = -(Ic + Ib) = -(-8+2)\,A \quad \Rightarrow \quad I_2 = 6A$
$Ia - Ib - I_3 = 0 \Rightarrow \quad I_3 = Ia - Ib = (3-2)\,A \quad \Rightarrow \quad I_3 = 1A$
$I_1 + I_3 - I_2 = 0 \Rightarrow \quad I_1 = I_2 - I_3 = (6-1)\,A \Rightarrow \quad I_1 = 5\,A$

Haciendo el recorrido en el sentido de la corriente asumida y aplicando la LKV, se tiene:
$E - I_2 {*} R + Ib{*}R = 0 \Rightarrow \quad E = R(I_2 - Ib) = R(6-2)V$
$\Rightarrow \quad E = 4R$ Volt.

Problema 2.27 Leyes de Kirchhoff (De voltaje y Corriente)
En el circuito dado, determinar las tensiones y potencias asociadas con cada fuente.

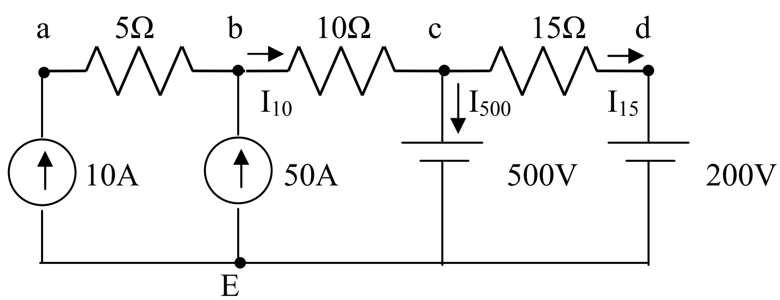


Figura 2.54 Problema 2.27

Solución:
Cálculo de Voltajes:
$Vab = 10A{*}5\Omega = 50\ V$
$Vbc = (10A+50A){*}(10\Omega) = 600\ V$
$Vce = 500V$
$Vbe = Vbc + Vce = (600V+500V) = 1100V$
$Vae = Vab + Vbe = 50V + 1100V = 1150V$
$Vce = Vcd + Vde \Rightarrow Vcd = Vce - Vde \Rightarrow Vcd = 500\ V - 200\ V = 300\ V$

Cálculo de Corrientes:
$Vcd = I_{15}{*}15\Omega \Rightarrow I_{15} = Vcd/15\Omega \Rightarrow I_{15} = 300V/15\Omega = 20\ A$
$I_{10} = 10A + 50A = 60A$
$I_{500} = I_{10} - I_{15} = 60A - 20A = 40A$

Cálculo de Potencias:
$P_{10A} = Vae{*}10A = 1150V{*}10A =$ 11.500 W (entrega)
$P_{50A} = Vbe{*}50A = 1100V{*}50A =$ 55.000 W (entrega)
$P_{500V} = Vce{*}\,I_{500} = 500V{*}40A =$ 20.000 W (absorbe, la corriente entra a la fuente)
$P_{200V} = Vde{*}\,I_{15} = 200V{*}20A =$ 4.000 W (absorbe, la corriente entra a la fuente)
$P_{5\Omega} = Vab{*}10A = 50V{*}10A =$ 500 W (disipa)
$P_{10\Omega} = Vbc{*}60A = 600V{*}60A =$ 36.000 W (disipa)
$P_{15\Omega} = Vcd{*}\,I_{15} = 300V{*}20A =$ 6.000 W (disipa)

Potencia total entregada: Pe = 11.500W + 55.000W = 66.500W

Potencia total absorbida o disipada:

$$Pd = 20.000W + 4.000W + 500W + 36.000W + 6.000W = 66.500W$$

<u>Problema 2.28</u> Leyes de Kirchhoff (De voltaje y Corriente)

El circuito A es eléctricamente equivalente al circuito B. Si Vb= Vc = 5 V ¿Cuál es el valor de Va?.

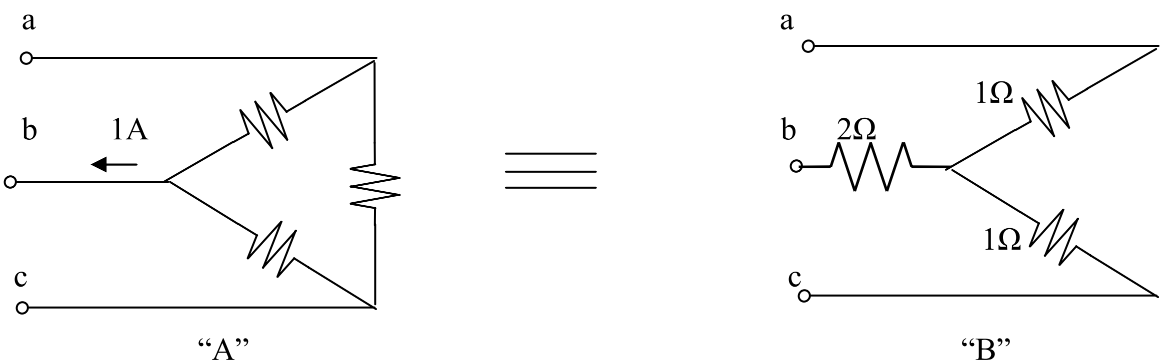


Figura 2.55 Problema 2.28

<u>Solución:</u>

Si Vb = Vc = 5 V; entonces el circuito "B" es equivalente al siguiente:

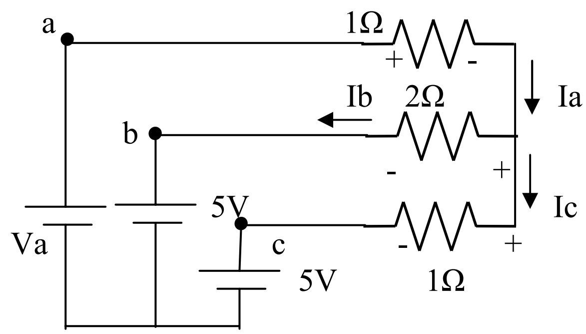


Figura 2.56 Problema 2.28 Circuito equivalente.

Aplicando LKC: $Ia = Ib + Ic$

Aplicando LKV:

$Va - 1\Omega{*}\ Ia - 2\Omega{*}Ib - Vb = 0 \Rightarrow Va - Ia - 2 - 5 = 0 \Rightarrow Va = Ia + 7$

$Vb + 2\Omega{*}\ Ib - 1\Omega{*}Ic - Vc = 0 \Rightarrow 5 + 2 - Ic - 5 = 0 \Rightarrow Ic = 2A$

$Ia = 1A + 2A = 3A. \Rightarrow Va = 3 + 7 \Rightarrow Va = 10V$

<u>Problema 2.29</u> Leyes de Kirchhoff (De voltaje y Corriente)

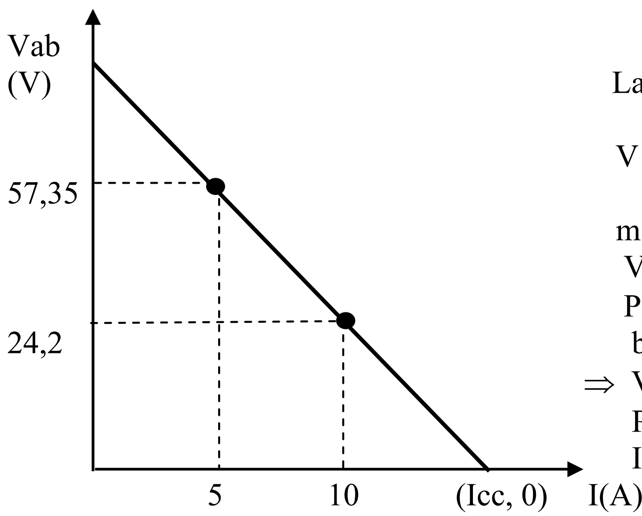
Cuando se conectan a los terminales a-b, de una red un resistor de 2,42 Ω fluye a través de él, una corriente de 10 A. Si se conecta un resistor de 11,47Ω la corriente que fluye es de 5A. ¿Cuál será la corriente que fluirá cuando se cortocircuitan los terminales a -.b?

<u>Solución:</u>

Figura 2.57 Problema 2.29

$\Rightarrow$ Vab = 10*2,42 = 24,2V $\Rightarrow$ Vab = 5*11,47 = 57,35V

Con los datos anteriores se hace la grafica siguiente:



La línea recta se rige por la ecuación:

$V = mI + b$

$m = (57{,}35-24{,}2)/(5-10) = -6{,}63$

$V = -6{,}63I + b$

Para $V = 24{,}2$; $I = 10 \Rightarrow$

$b = V + 6{,}63I = 24{,}2 + 6{,}63*10 = 90{,}50$

$\Rightarrow V = -6{,}63I + 90{,}50$

Para $V = 0 \Rightarrow$

$I = Icc = 90{,}50/6{,}63 = 13{,}65A$

Figura 2.58 Problema 2.29 Gráfica de Voltaje vs Corriente

<u>Problema 2.30</u> Equivalencias eléctricas: Serie - Paralelo.
En un circuito siguiente $R_1 = R$ y $R_2 = \infty$, demostrar cual es la resistencia equivalente:

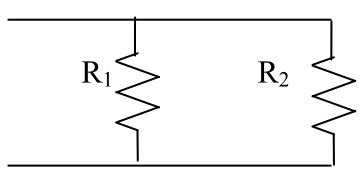


Figura 2.59 Problema 2.30

<u>Solución:</u>

Por ser un circuito con dos resistores en paralelo, en un primer momento se aplica la expresión:

$$R_{eq} = (R_1 * R_2)/(R_1 + R_2) = (R * \infty)/(R + \infty) \Rightarrow R_{eq} = \infty/\infty = ?$$

La expresión anterior es una indeterminación que debe ser destruida de la siguiente manera: Se calcula la resistencia equivalente de acuerdo con la fórmula demostrada en el Problema 2.12:

$$1/R_{eq} = (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \ldots\ldots + 1/R_n) \quad \Rightarrow \quad 1/R_{eq} = \sum_{i=1}^{n}(1/Ri)$$

y por ser dos resistores en paralelo se aplica entonces:

$$1/R_{eq} = (1/R_1 + 1/R_2) \quad \Rightarrow \quad 1/R_{eq} = (1/R_1 + 1/\infty) \Rightarrow \quad 1/R_{eq} = (1/R_1 + 0)$$
$$\Rightarrow \quad 1/R_{eq} = 1/R_1 \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = R_1.$$

Problema 2.31 Equivalencias eléctricas: Serie - Paralelo.
Se conectan 12 resistores de 1Ω a lo largo de los lados de un cubo. Se pide determinar la resistencia equivalente entre los terminales de los extremos diagonalmente opuesto.

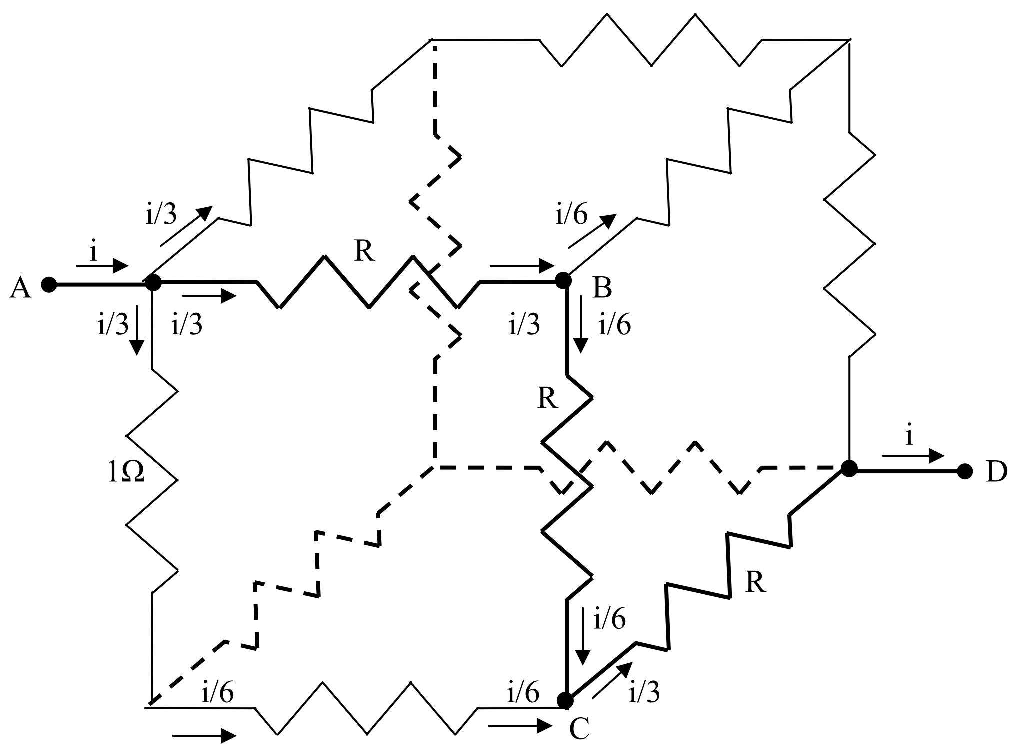


Figura 2.60 Problema 2.31

Solución:
Aplicando LKC, en los nodos A, B, C y D, se obtiene las corrientes indicadas en la figura (los resistores son del mismo valor, por lo tanto las corrientes se dividen en partes iguales)
Aplicando LKV, en la trayectoria de los nodos A, B, C y D, la cual está resaltada en el circuito, se obtiene:
$V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD}$
$V_{AB} = IR = (i/3)R$; $V_{BC} = IR = (i/6)R$; $V_{CD} = IR = (i/3)R$

$V_{AD} = (i/3 + i/6 + i/3)R = (5i/6)R$
$V_{AD} = i\, R_{AD}$
$(5i/6)R = i\, R_{AD} \Rightarrow R_{AD} = (5/6)R = (5/6)1\Omega = 0{,}83\Omega$

<u>Problema 2.32</u> Divisores de Voltaje y Corriente.
En el circuito de la figura adjunta, $R_2 = 2$ KΩ, $R_1 = 10$ KΩ y E = 24 Voltios. Hallar el voltaje V_2. Un voltímetro real puede simularse mediante una resistencia de 10 KΩ, en serie con un medidor ideal sin resistencia. Si este medidor se ha calibrado para medir el voltaje a los bornes de R_2, ¿Cuál es el voltaje que se mide en los bornes de R_2?

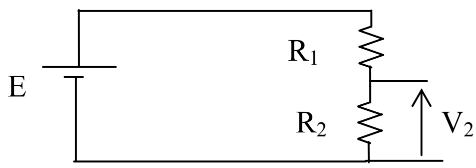


Figura 2.61 Problema 2.32

<u>Solución:</u>
Sin el voltímetro conectado y aplicando divisor de voltaje podemos determinar el voltaje, en la resistencia R_2:
$V_{R2} = (E*R_2)/(R_1 + R_2). \Rightarrow V_{R2} = (24\text{ V}* 2\text{ K}\Omega) / (10\text{ K}\Omega + 2\text{ K}\Omega) \Rightarrow V_{R2} = 4$ voltios.
Con el voltímetro conectado y aplicando divisor de voltaje podemos determinar el voltaje, en la resistencia R_2:
Por equivalencia en paralelo para dos resistores calculamos, la resistencia equivalente $R_{2'}$:
$R_{2'} = (R_1 * R_2)/(R_1 + R_2) \Rightarrow R_{2'} = (10\text{ K}\Omega * 2\text{ K}\Omega) / (10\text{ K}\Omega + 2\text{ K}\Omega). \Rightarrow R_{2'} = 1.67$ KΩ.
$V_{2'} = (E* R_{2'}) /(R_1 + R_{2'}) \Rightarrow V_{2'} = (24\text{ V} *1.67\text{ K}\Omega) /(10 + 1.67)\text{ K}\Omega \Rightarrow V_{2'} = 3{,}43$ voltios.

<u>Problema 2.33</u> Divisores de Voltaje y Corriente.
Para el siguiente circuito: Hallar el voltaje, la corriente y la potencia para cada elemento del circuito.

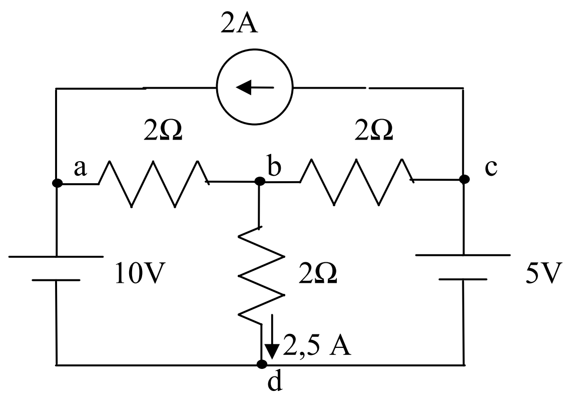


Figura 2.62 Problema 2.33

Solución:
El sentido de las corrientes y las polaridades se indican en el circuito siguiente:

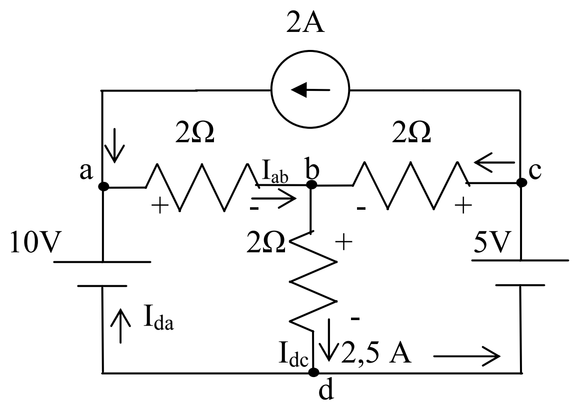


Figura 2.63 Problema 2.33

$V_{bd} = 2\Omega*(2{,}5A) = 5$ V
$10V - V_{ab} - V_{bd} = 0 \Rightarrow$
$V_{ab} = 10V - V_{bd} = 10\text{-}5 \Rightarrow\ V_{ab} = 5$ V
$5 - V_{cb} - V_{bd} = 0 \Rightarrow$
$V_{cb} = 5 - V_{bd} = 5\text{-}5 = 0$ V
$V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} = 5 + 0 \Rightarrow V_{ac} = 5$ V
$I_{ab} = V_{ab}/2 = 5/2 \Rightarrow I_{ab} = 2{,}5$ A; $I_{da} = I_{ab} – 2 = (2{,}5\text{-}2)A \Rightarrow I_{da} = 0{,}5$ A
$I_{dc} = 2{,}5 - I_{da} = (2{,}5 – 0{,}5)A \Rightarrow I_{dc} = 2$ A

Cálculo de Potencia:
En la fuente de 10 V; $P_{10v} = 10* I_{da} = 10*0{,}5 = 5$ vatios (entrega)
En la fuente de 5 V; $P_{5v} = 5* I_{dc} = 5*2 = 10$ vatios (entrega)
En la fuente de 2 A; $P_{2A} = V_{ac}*2 = 5*2 = 10$ vatios (entrega)
Total Potencia entregada por las fuentes: 25 W

En el resistor de 2Ω (entre a y b); $P_{2\Omega} = I_{ab}*V_{ab} = 2{,}5*5 = 12{,}5$ W (disipa)
En el resistor de 2Ω (entre b y c); $P_{2\Omega} = I_{bc}*V_{bc} = 0*0 = 0$ W
En el resistor de 2Ω (entre b y d); $P_{2\Omega} = I_{bd}*V_{bd} = 2{,}5*5 = 12{,}5$ W (disipa)
Total Potencia disipada por los resistores: 25 W

Problema 2.34 Divisores de Voltaje y Corriente.
Diseñar un divisor de corriente que permita dividir una corriente de 10 A en una de 4 A y otra de 6 A

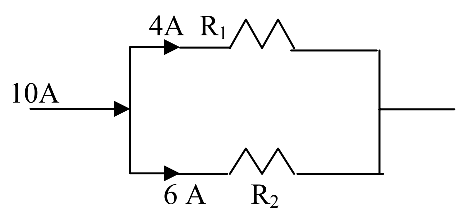


Figura 2.64 Problema 2.34

Solución:
Se puede observar que en los circuitos en paralelo como el que se muestra, el voltaje es el mismo se tiene entonces:

$$V_1 = 4 \times R_1 \qquad \Longrightarrow \qquad 4 \times R_1 = 6 \times R_2$$

$$V_2 = 6 \times R_2 \qquad\qquad R_1 = \frac{6}{4} \times R_2 \qquad V_1 = V_2$$

Se asume cualquier valor de R_2, y con él se calcula R_1, la potencia depende del valor que se asuma, por lo tanto se puede concluir que:

$$P_{R1} = I_1^{\,2} \times R_1 = 16 \times R_1$$

$$P_{R2} = I_2^{\,2} \times R_2 = 36 \times R_2$$

Problema 2.35 Divisores de Voltaje y Corriente.
Encuentre la corriente y la tensión que existen en el resistor R_1 del circuito siguiente:

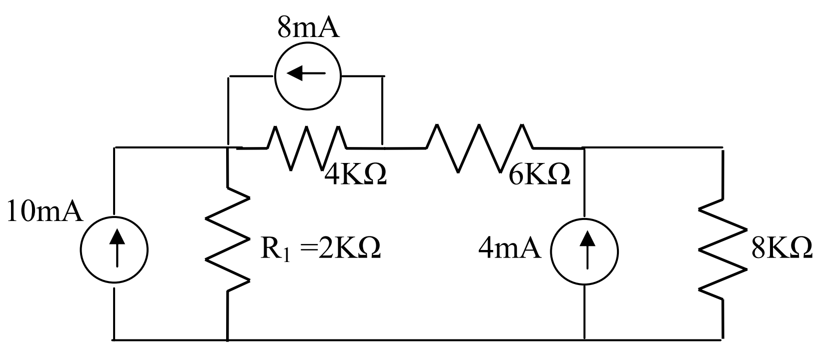


Figura 2.65 Problema 2.35

Solución
Transformando las fuentes de corriente de 4 mA y 8 mA y sumando las fuentes de voltaje, se obtienen los circuitos siguientes.

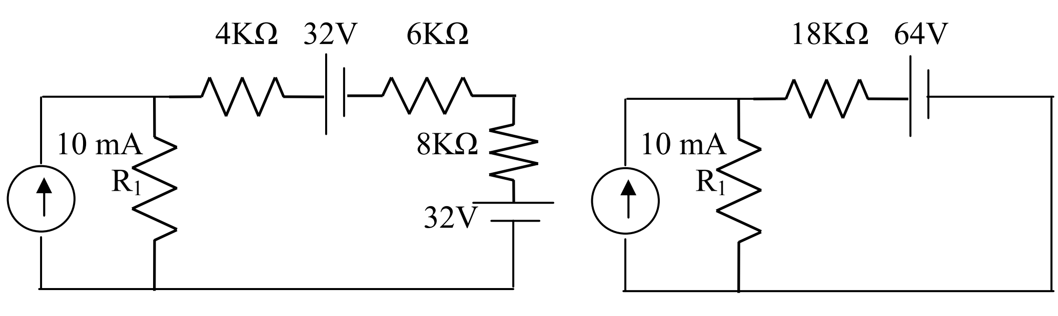


Figura 2.66 Problema 2.35 Circuitos equivalentes

Transformando la fuente de voltaje de 64V a fuente de corriente y sumando las fuentes de corriente, se obtienen los circuitos siguientes.

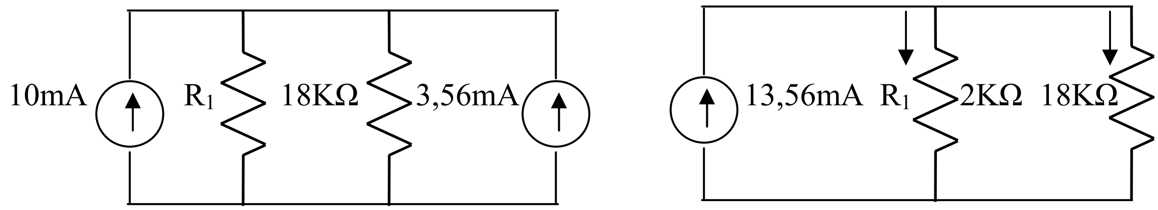


Figura 2.67 Problema 2.35 Circuitos equivalentes

Aplicando divisores de corriente, se obtiene:
I_{R1} = (13,56mA*18KΩ)/(2KΩ+18KΩ) = 12,20mA.
El voltaje en R1 es: $V_{R1} = I_{R1} * R_1$ = 12,20mA*2KΩ = 24,4V

<u>Problema 2.36</u> Divisores de Voltaje y Corriente.

Para auxiliar un vehículo cuya batería es de 12 V y resistencia interna de 0,1Ω que se encontraba completamente descargada se ofreció el conductor de un carro modelo 1960, quien ignoraba que las características de su batería eran de 6V y 0,06Ω de resistencia interna. Se pide predecir lo que ocurrirá al momento de auxiliar el carro varado. La capacidad, en amperios hora de una batería se define como: C = I*t (La corriente por el tiempo)

<u>Solución:</u>

En el circuito anexo, se representan las conexiones realizadas, entre el vehículo 1 y el vehículo 2. Siendo:

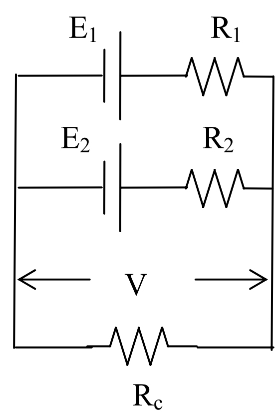


Figura 2.68 Problema 2.36

E_1 = 12V y R_1 = 0,1Ω
E_2 = 6V y R_2 y 0,06Ω

La capacidad de la batería del vehículo 1 es: $C_1 = I_1 * t_1$
La capacidad de la batería del vehículo 2 es: $C_2 = I_2 * t_2$

Despejando el tiempo: $t_1 = C_1/I_1$ y $t_2 = C_2/I_2$
Como el tiempo de conexión es el mismo para las dos baterías, tenemos:

$t_1 = t_2 \Rightarrow C_1/I_1 = C_2/I_2 \Rightarrow I_1/I_2 = C_1/C_2$

En condiciones de corto circuito:

La corriente $I_1 = E_1/R_1 = 12V/0,1\Omega = 120$ A.

La corriente $I_2 = E_2/R_2 = 6V/0,06\Omega = 100$ A

Como $I_1/I_2 = C_1/C_2 \Rightarrow = 120/100 = 1,2$

Aplicando LKV:

$E_1 = VR_1 + V = I_1 * R_1 + V \Rightarrow I_1 = (E_1 - V)/R_1$

$E_2 = VR_2 + V = I_2 * R_2 + V \Rightarrow I_2 = (E_2 - V)/R_2$

$I_1/I_2 = R_2(E_1 - V)/R_1(E_2 - V) = C_1/C_2 = 1,2 \Rightarrow [0,06(E_1 - V)]/[0,1(E_2 - V)] = 1,2$

$(E_1 - V)/(E_2 - V) = 1,2/0,6 \Rightarrow (E_1 - V) = 2(E_2 - V) = 2 \Rightarrow E_1 = 2(E_2 - V) + V$

$$\Rightarrow E_1 = 2E_2 - V$$

Cálculo de V: Realizando la transformación de Fuentes se tiene:

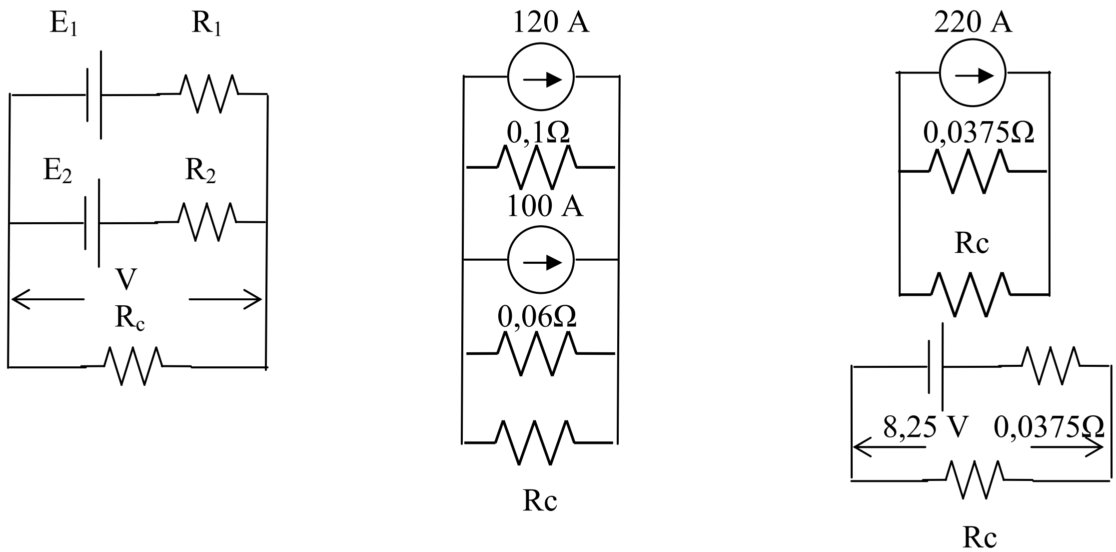


Figura 2.69 Problema 2.36 Circuitos equivalentes

$I_1 = E_1/R_1 = 12/0,1 = 120$ Amp.

$I_2 = E_2/R_2 = 6/0,06 = 100$ Amp. $\Rightarrow$ $I_t = I_1 + I_2 = (120 + 100)$ Amp $= 220$ Amp.

La resistencia equivalente es $R_{eq.} = (R_1 * R_2)/(R_1 + R_2) = (0,1*0,06)/(0,1+0,06) = 0,0375\ \Omega$

Haciendo nuevamente la conversión de Fuente de Corriente a Fuente de Voltaje se obtiene que:

$V = I_t * R_{eq} = 220*0,0375 = 8,25$ Volt.

Como $E_1 = 2E_2 - V \Rightarrow E_1 = 2(6) - 8.25 \Rightarrow E_1 = 12 - 8.25 = 3.75$ V; por lo tanto el voltaje en la batería del carro Nro 1 cae a 3,75 voltios.

<u>Problema 2.37</u> Principio de Superposición.

Para el siguiente circuito hallar: Vab (indicando la polaridad de a y b) y Vcd (indicando la polaridad de c y d).

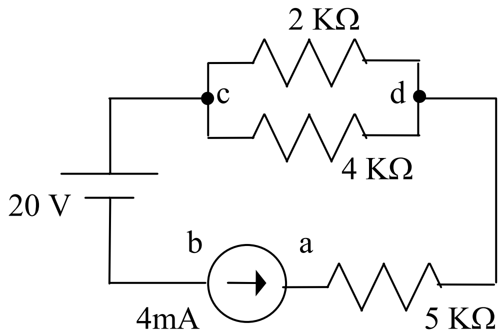


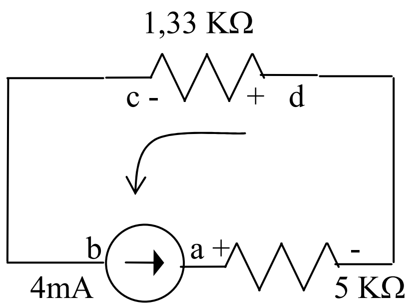
Figura 2.70 Problema 2.37

Solución:

Se elimina la fuente de voltaje y se obtiene el equivalente paralelo entre las resistencias de 2KΩ y 4KΩ.

El voltaje V_{1ab}, es el aporte de la fuente de corriente, en los puntos "a" y "b".

El voltaje V_{1cd}, es el aporte de la fuente de corriente, en los puntos "c" y "d".



$V_{1ab} = 4mA(5000+1333{,}33) \Rightarrow V_{1ab} = 25{,}33$ voltios

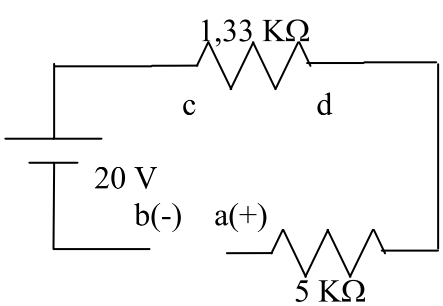
$V_{1cd} = 4mA(1333{,}33) \Rightarrow V_{1cd} = 5{,}33$ voltios.

Figura 2.71 Problema 2.37

Se elimina la fuente de corriente

El voltaje V_{2ab}, es el aporte de la fuente de corriente, en los puntos "a" y "b".

El voltaje V_{2cd}, es el aporte de la fuente de corriente, en los puntos "c" y "d".



V_{2ab} = Voltaje de la fuente, por estar abierto (no hay paso de corriente)

$V_{2ab} = 20$ V

$V_{2cd} = 0$ V (no hay paso de corriente)

Figura 2.72 Problema 2.37

$Vab = V_{1ab} + V_{2ab} \Rightarrow Vab = 25{,}33 + 20 = 45{,}33$ voltios.

$Vcd = V_{1cd} + V_{2cd} \Rightarrow Vcd = 5{,}33 + 0 = 5{,}33$ voltios.

Problema 2.38 Teorema de Thévenin.
Dos generadores de corriente continua alimentan una carga Rc a través de la red mostrada en la figura adjunta. La resistencia de la carga es de 3,5 ohmios. Se pide determinar la corriente, el voltaje y la potencia en la carga utilizando el Teorema de Thévenin.

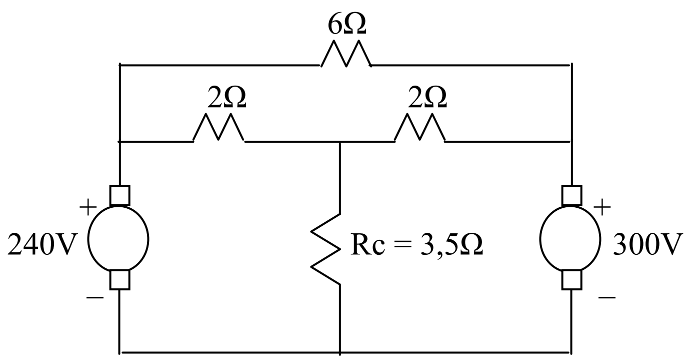


Figura 2.73 Problema 2.38

Solución:

1.- Cálculo de Rth
a.- Se elimina momentáneamente el elemento sobre el cual se tiene que hacer el análisis, en el problema es el resistor de Rc = 3,5Ω; en su lugar se ubican los puntos “a” y “b”.
b.- Se retiran las fuentes de voltaje de 240V y 300V y se su lugar se hace un corto.
c.- Aplicando equivalencias serie, paralelo o transformaciones delta estrella (y viceversa), se procede a calcular la resistencia equivalente de Thévenin Rth.

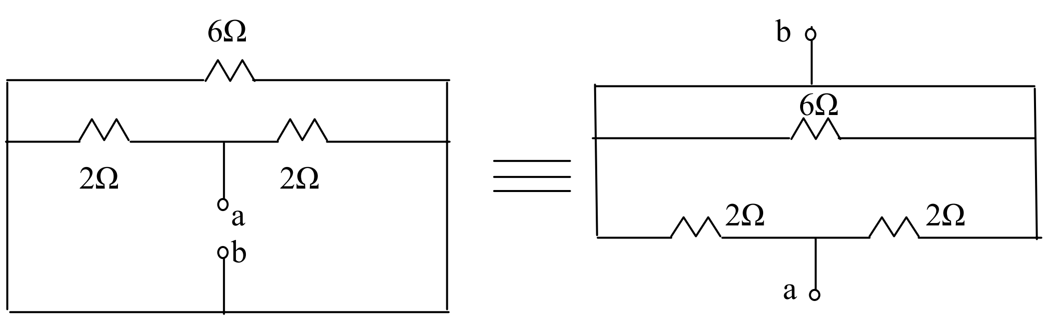


Figura 2.74 Problema 2.38 Cálculo de Rth

La resistencia de 6Ω se elimina (porque está en paralelo con un conductor de resistencia, R = 0 Ω. El circuito que resulta, después de los arreglos es el que se indica a continuación.

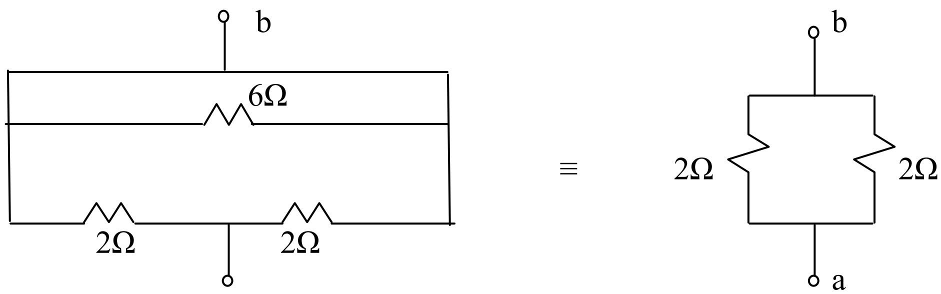


Figura 2.75 Problema 2.38 Calculo de Rth

Rth $= 2*2/(2+2) = 1\Omega$

2.- Cálculo de Eth

El Eth, es el voltaje presente en los puntos “a” y “b”, se calcula aplicando equivalencia delta a estrella y LKV.

$R_1 = \dfrac{2 \times 6}{2+6+2} = \dfrac{12}{10} = 1{,}2\ \Omega$

$R_2 = \dfrac{6 \times 2}{2+6+2} = \dfrac{12}{10} = 1{,}2\ \Omega$

$R_3 = \dfrac{2 \times 2}{2+6+2} = \dfrac{4}{10} = 0{,}4\ \Omega$

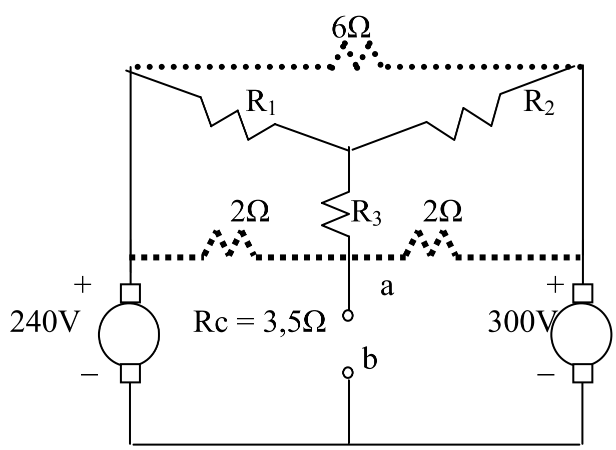


Figura 2.76 Problema 2.38 Calculo de Eth

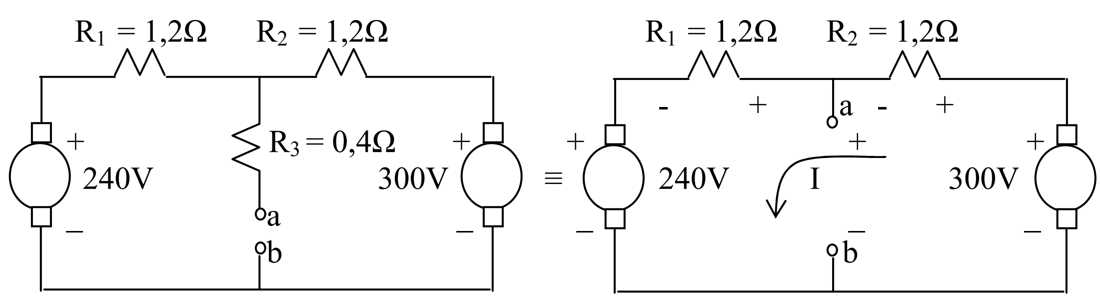


Figura 2.77 Problema 2.38 Calculo de Eth

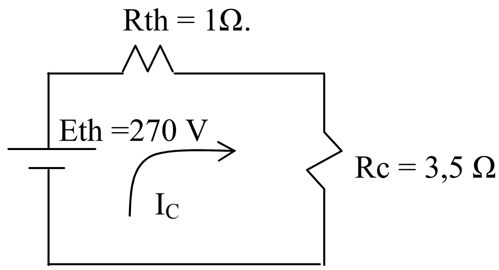
Como por la resistencia de $R_3 = 0{,}4\Omega$ no pasa corriente, se elimina para el cálculo de I y aplicando LKV tenemos:

$300 - V_{R2} - V_{R1} - 240 = 0 \Rightarrow 300 - 240 = V_{R1} + V_{R2} \Rightarrow 60 = IR_1 + IR_2$

$60 = I(R_1 + R_2) \Rightarrow I = 60/(R_1 + R_2) = 60/(1{,}2+1{,}2) = 60/2{,}4 = 25\ A$

Por otra parte:
$300 - V_{R2} - V_{ab} = 0 \Rightarrow V_{ab} = 300 - V_{R2} = 300 - IR_2 = 300 - 25*1{,}2 = 270$ V

También se puede calcular de esta forma:
$240 + V_{R1} - V_{ab} = 0 \Rightarrow V_{ab} = 240 + V_{R1} = 240 + IR_1 = 240 + 25*1{,}2 = 270$ V
Pero: V_{ab} = Eth = 270 V, el circuito equivalente de Thévenin es:



Aplicando LKV:
$270 = I_C*Rth + I_C*Rc$
$I_T = 270/(Rth + Rc) = 270/(1+3{,}5)$ A
$I_C = 60$ A (Corriente en la carga)
$V_C = I_C*Rc = 60*3{,}5$ V
$V_C = 210$ V (Voltaje en la carga)
$P_C = Vc*I_C = 210*60$ W
Pc= 12.600 W (Potencia en la carga)

Figura 2.78 Problema 2.38 Circuito Equivalente de Thévenin

<u>Problema 2.39</u> Teorema de Thévenin.
La figura muestra un puente de Wheastone, instrumento utilizado para medir resistencias con buena precisión. El puente se alimenta con un voltaje E y el instrumento indicador colocado en la rama puente tiene una resistencia Rg. Se considera despreciable la resistencia interna de la fuente comparada con las otras resistencias. Se pide calcular la corriente que circula por el instrumento utilizando el Teorema de Thévenin.

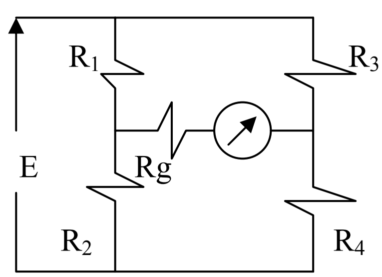


Figura 2.79 Problema 2.39

<u>Solución</u>
Se indica los puntos "a y b". Aplicando LKV:

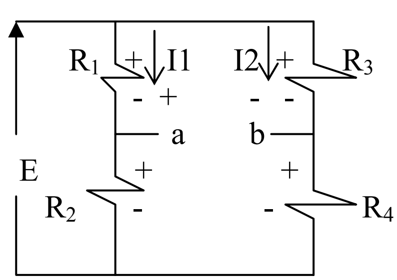


Figura 2.80 Problema 2.39

$E = I_1 R_1 + I_1 R_2 \Rightarrow E = I_1(R_1+R_2) \Rightarrow I_1 = E/(R_1+R_2)$
$E = I_2 R_3 + I_2 R_4 \Rightarrow E = I_2(R_3+R_4) \Rightarrow I_2 = E/(R_3+R_4)$

Se elimina momentáneamente la fuente de voltaje, para poder determinar la Rth = Rab

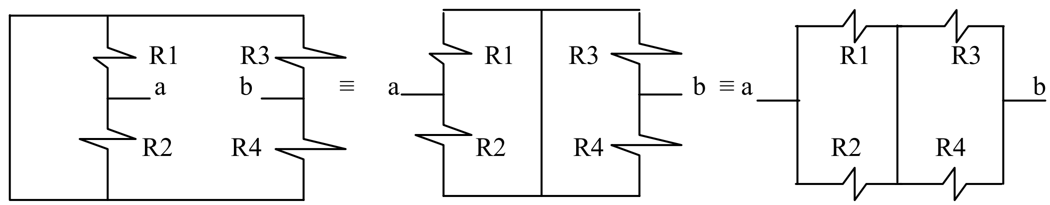


Figura 2.81 Problema 2.39 Calculo de Rth

$Rab = Rth = (R_1*R_2)/(R_1+R_2) + (R_3*R_4)/(R_3+R_4)$

$$Rab = Rth = \frac{R_1 * R_2(R_3+R_4) + (R_3 * R_4)(R_1+R_2)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}$$

Hallar el Eth entre los puntos "a y b", Eth = Vab. Aplicando LKV:
$+Vab + V_{R1} - V_{R3} = 0 \Rightarrow Vab = V_{R3} - V_{R1}$
$+Vab + V_{R2} - V_{R4} = 0 \Rightarrow Vab = V_{R4} - V_{R2}$
$V_{R1} = I_1R_1 = ER_1/(R_1+R_2)$ y $V_{R3} = I_2R_3 = ER_3/(R_3+R_4)$

$Vab = V_{R3} - V_{R1} = ER_3/(R_3+R_4) - ER_1/(R_1+R_2)$

$$Eth = Vab = E\left[\frac{R_3(R_1+R_2) - R_1(R_3+R_4)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}\right] = E\left[\frac{R_3R_1 + R_3R_2 - R_1R_3 - R_1R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}\right] = E\left[\frac{R_3R_2 - R_1R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}\right]$$

El circuito equivalente de Thévenin es:

$Ig = Eth/(Rth+Rg)$

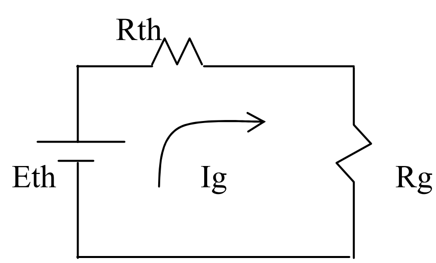


Figura 2.82 Problema 2.39 Circuito equivalente de Thévenin

$$Ig = E\left[\frac{\dfrac{R_3R_2 - R_1R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}}{Rg + R_{TH}}\right] = E\left[\frac{\dfrac{R_3R_2 - R_1R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}}{Rg + \dfrac{R_1R_2(R_3+R_4) + (R_3R_4)(R_1+R_2)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}}\right]$$ Como Rg se desprecia ⇨

$$Ig = E\left[\frac{R_3R_2 - R_1R_4}{R_1R_2(R_3+R_4) + (R_3R_4)(R_1+R_2)}\right]$$

Problema 2.40 Teorema de Thévenin.

Si:1) $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = \ldots\ldots.. Rn$

2) $V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = \ldots\ldots.. Vn$

3) $V = V_1$ y $R = R_1$

Calcular el Voltaje Vab cuando $n \rightarrow \infty$; siendo n el número de fuentes de voltaje y el número de resistores.

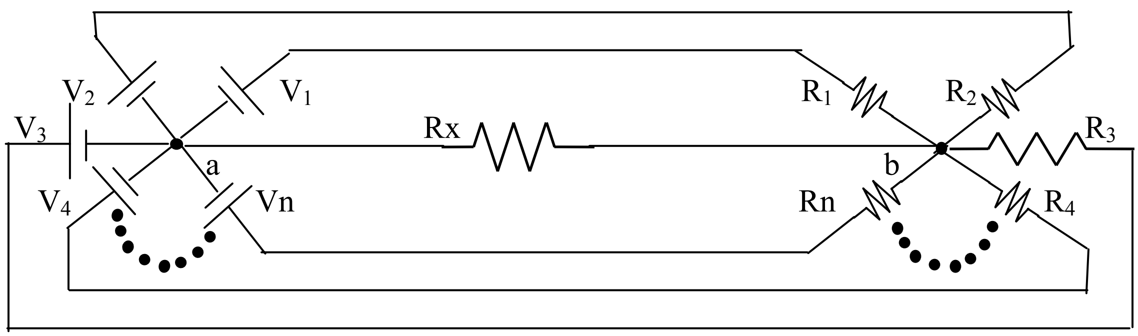


Figura 2.83 Problema 2.40

Solución:

Haciendo el equivalente de Thévenin se tiene el siguiente circuito, entre los puntos “a” y “b”

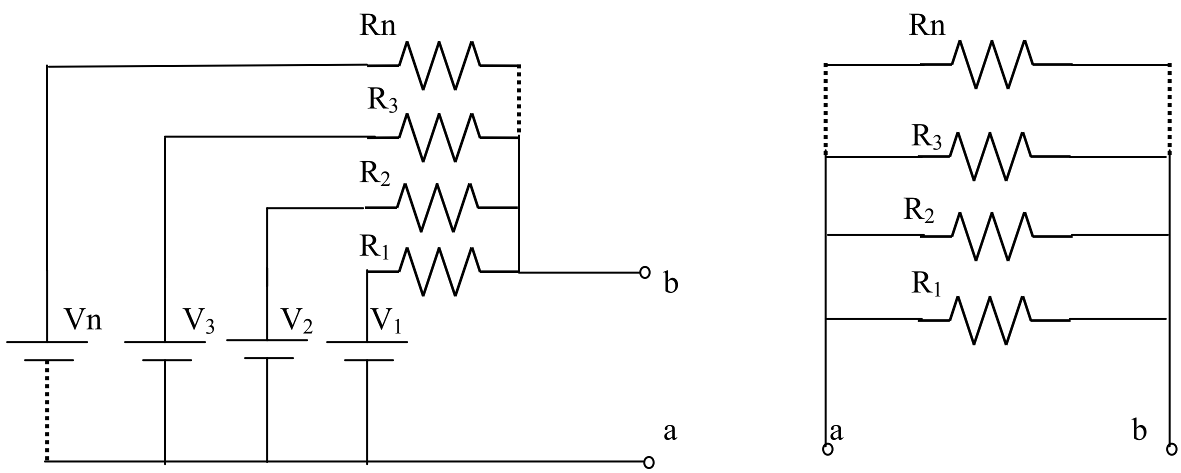


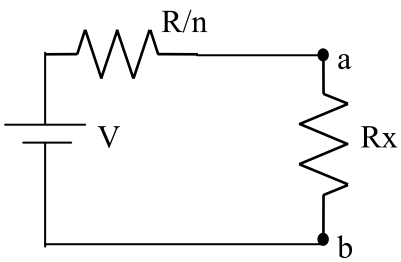
Figura 2.84 Problema 2.40 Circuitos equivalentes

Para aplicar el teorema de Thévenin eliminamos momentáneamente la resistencia Rx.

Como $V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = \ldots\ldots.. Vn$; el Voltaje de Thévenin, por ser “n” fuentes en paralelo es igual a $Vab = V \Rightarrow Eth = Vab = V$.

Como las resistencias están en paralelo y son todas iguales, la resistencia equivalente de Thévenin es: $Rth = R/n$.

El circuito equivalente de Thévenin es:



Vab = (V*Rx)/(R/n + Rx); si n → ∞

⇒ R/n → 0; luego Vab = (V*Rx)/(0 + Rx)

⇒ Vab = V

Figura 2.85 Problema 2.40 Circuito Equivalente de Thévenin

<u>Problema 2.41</u> Teorema de Thévenin.

En el circuito de la figura adjunta, ¿cuál es el valor de la corriente que fluye por el resistor de 2Ω?

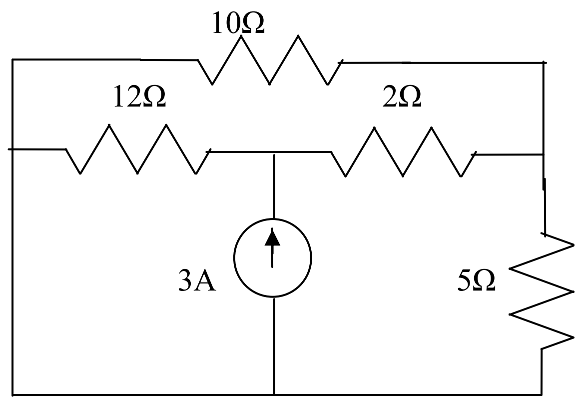


Figura 2.86 Problema 2.41

<u>Solución:</u>

El circuito equivalente de Thévenin, entre los puntos “a” y “b” (donde está la resistencia de 2Ω) se determina así:.

Cálculo de Rth.

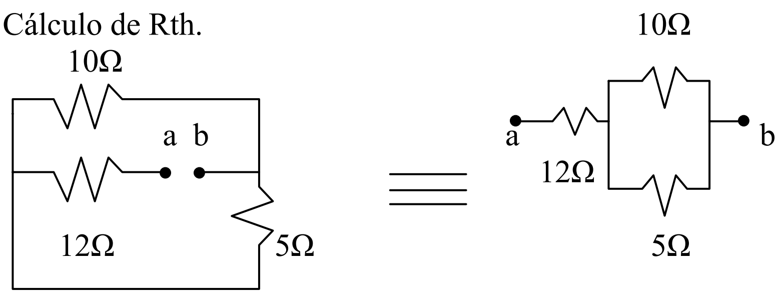


Figura 2.87 Problema 2.41 Cálculo de Rth.

⇒ Rth = 12Ω + (10Ω*5Ω)/ (10Ω +5Ω) ⇒ Rth = 15,33Ω

Cálculo de Eth.

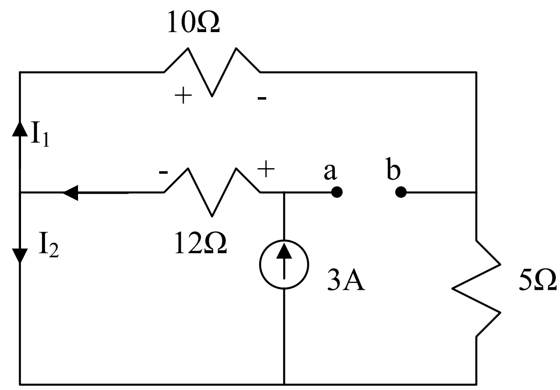


Figura 2.88 Problema 2.41 Cálculo de Eth.

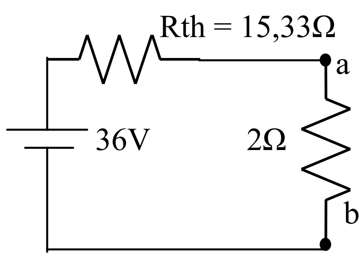
$I_1 + I_2 = 3A$

Como la corriente no tiene resistencia, que se oponga a su paso, toda la corriente que genera la fuente toma ese camino, por lo tanto $I_1 = 0 \Rightarrow I_2 = 3A$

El voltaje de Thévenin $Eth = Vab = V_{12\Omega} + V_{10\Omega} \Rightarrow Vab = 12\Omega*3A + 10\Omega*0A \Rightarrow$

$$Vab = 36\ V$$

El circuito equivalente de Thévenin es:



$I_{2\Omega} = Vab/(Rth + 2\Omega)$

$\Rightarrow I_{2\Omega} = 36V/(15{,}33\Omega + 2\Omega) = 2{,}08\ A$

Figura 2.89 Problema 2.41 Circuito equivalente de Thévenin.

<u>Problema 2.42</u> Teorema de Thévenin.

Para el circuito de la figura adjunta, obtener el circuito equivalente de Thévenin a los terminales "a" y "b".

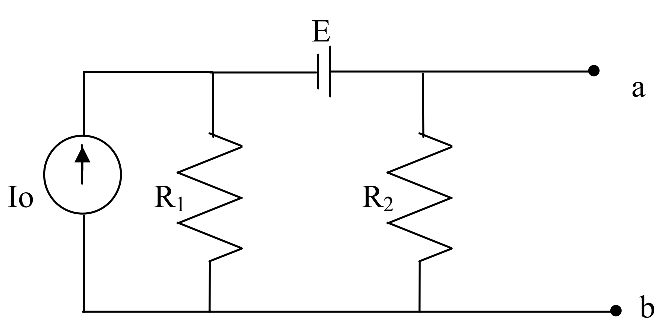
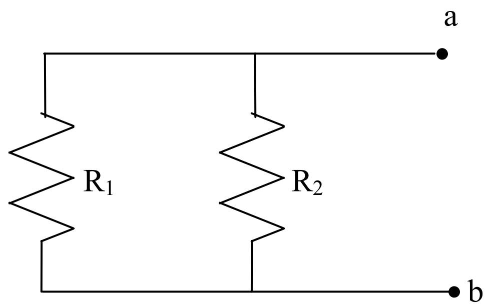


Figura 2.90 Problema 2.42

Solución:

Cálculo de Rth
La resistencia equivalente de Thévenin, se calcula según el circuito siguiente:



$Rth = (R_1*R_2)/(R_1+R_2)$

Figura 2.91 Problema 2.42 Cálculo de Rth.

Cálculo de Eth
El voltaje equivalente de Thévenin, se calcula tomando en cuenta el aporte de la fuente de corriente Io y la fuente de voltaje E, según los circuitos siguientes:

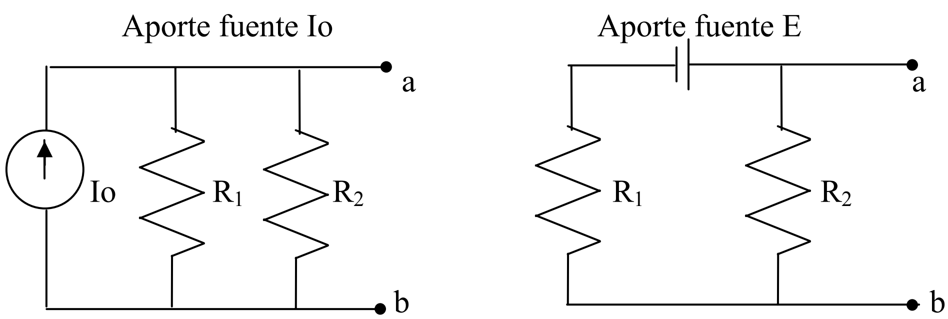


Figura 2.92 Problema 2.42 Cálculo de Eth.

Aporte fuente Io
$V_{Io} = I_{R2*}R_2$
$I_{R2} = (Io*R_1)/(R_1+R_2) \Rightarrow V_{Io} = (IoR_1R_2)/(R_1+R_2)$
Aporte fuente E.
Aplicando divisores de voltaje: $V_E = (E*R_2)/(R_1+R_2)$
$Eth = V_E + V_{Io} = (E*R_2)/(R_1+R_2) + (IoR_1R_2)/(R_1+R_2)$

Problema 2.43 Teorema de Thévenin.
En el circuito de la figura adjunta, hallar la corriente, el voltaje y la potencia en el resistor de 20Ω, si R_1=R, R_2=R_3/3, R_3 = 2R_4 y R_4 = un número escogido al azar.

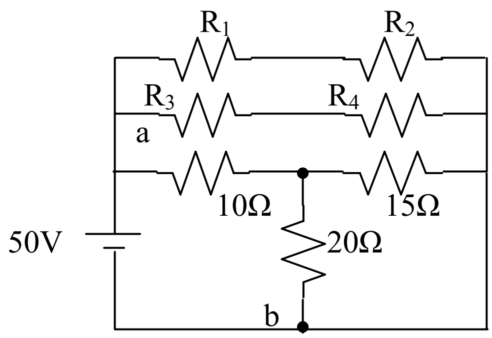


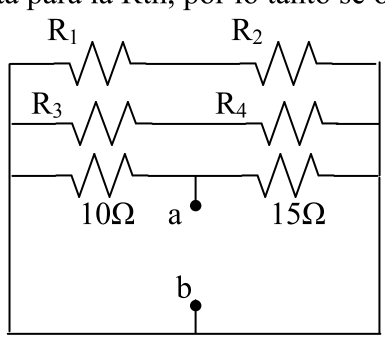
Figura 2.93 Problema 2.43

<u>Solución:</u>

El circuito equivalente de Thévenin, entre los puntos "a" y "b" (donde está la resistencia de 20Ω) se determina así:

Cálculo de Rth

Como los resistores R_1, R_2, R_3 y R_4, están en paralelo con un conductor no se toman en cuenta para la Rth, por lo tanto se obtienen los circuitos siguientes:



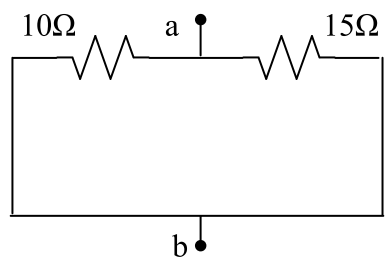
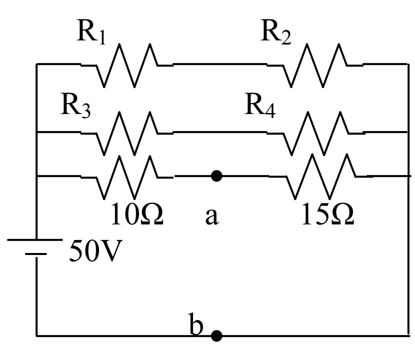


Figura 2.94 Problema 2.43   Cálculo de Rth.

La Rth = (10Ω*15Ω)/(10Ω+15Ω) = 6Ω

Cálculo de Eth

El voltaje entre los puntos "a" y "b", es el voltaje del resistor de 15Ω. Aplicando divisores de voltaje se obtiene:



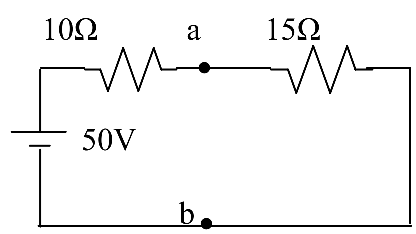
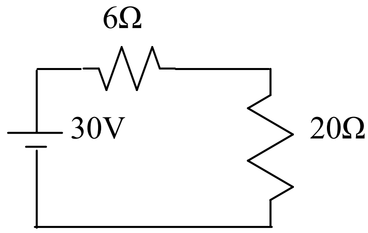


Figura 2.95 Problema 2.43   Cálculo de Eth.

Eth = Vab = (50V*15)/(10Ω+15) = 30V; el circuito equivalente de Thévenin es:



V_{20} = Eth*20Ω/(6Ω +20Ω) = 23,08 V

I_{20} = V_{20}/20Ω) = 23,08V/20Ω = 1,15 A

P_{20} = V_{20}*I_{20} = 23,08V*1,15A = 26,54 W

Figura 2.96 Problema 2.43 Circuito equivalente de Thévenin.

Problema 2.44 Teorema de Norton.

Para el circuito de la figura adjunta. Hallar la corriente en la resistencia de 10Ω, aplicando el Teorema de Norton.

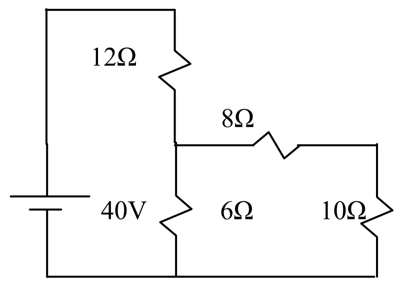


Figura 2.97 Problema 2.44

Solución:

1.- Cálculo de Rn

a.- Se elimina momentáneamente el elemento sobre el cual se tiene que hacer el análisis, en el problema es el resistor de 10Ω; en su lugar se ubican los puntos “a” y “b”.

b.- Se retiran la fuente de voltaje de 40V y en su lugar se hace un corto.

c.- Aplicando equivalencias paralelo y serie, se procede a calcular la resistencia equivalente de Norton = Rn

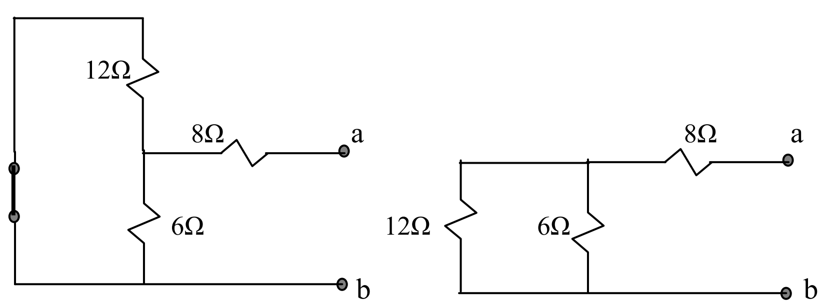


Figura 2.98 Problema 2.44 Cálculo de Rn.

Rn = (12*6)/(12+6) + 8 = 12 Ω

2.- Cálculo de In
La In, es la corriente que circula entre los puntos "a" y "b", cuando entre ellos hay un corto, por lo tanto haciendo un corto entre los puntos "a" y "b" y aplicando divisores de voltaje y Ley de Ohm, se calcula la corriente de Norton = In.
La resistencia de 6Ω y la de 8Ω, están en paralelo, la resistencia equivalente es:

R_{eq} = (8*6)/(8+6) = 3,43 Ω.

Por divisores de voltaje:

V_6 = (40*R_{eq})/(R_{12} + R_{eq}) = (40*3,43)/(12 + 3,43) = 8,89 V

Como, la resistencia de 6Ω y la de 8Ω, están en paralelo V_6, es el voltaje de la resistencia de 8Ω y la corriente que pasa por ella es la corriente de Norton, por lo tanto:

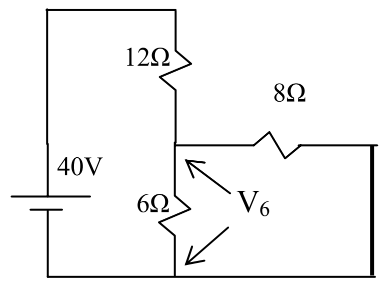


Figura 2.99 Problema 2.44 Cálculo de In.

Corriente In = V_6/R_8 = 8,89/8 = 1,11 A

El circuito equivalente de Norton es:

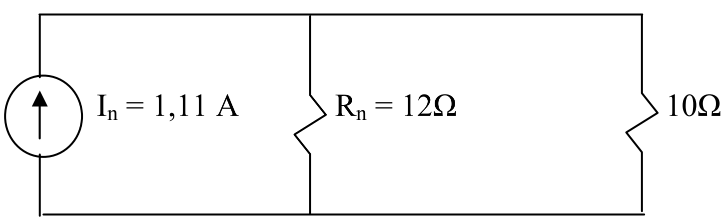


Figura 2.100 Problema 2.44 Circuito equivalente de Norton.

Aplicando divisores de corriente, se calcula la corriente en la resistencia de 10Ω

$$I_{10} = In*Rn/(Rn + R_{10}) = 1,11*12/(12+10) = 0,61 \text{ A}.$$

Problema 2.45 Teorema de Norton.
Para el circuito de la figura adjunta, obtener el circuito equivalente de Norton a los terminales "a" y "b".

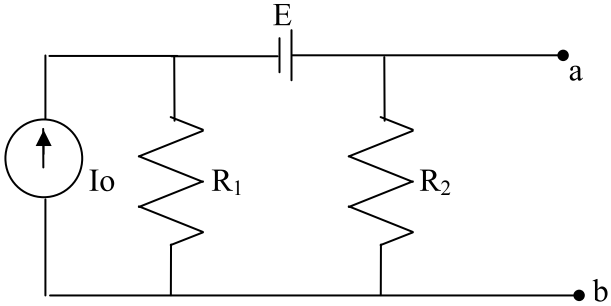
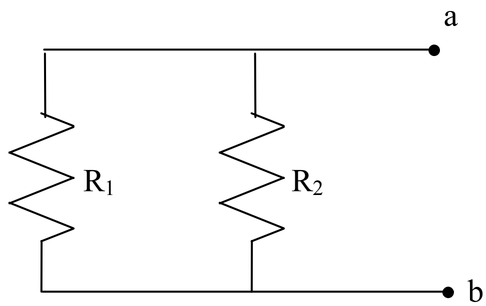


Figura 2.101 Problema 2.45

Solución:

Cálculo de Rn
La resistencia equivalente de Norton, se calcula según el circuito siguiente:



$Rn = (R_1*R_2)/(R_1+R_2)$

Figura 2.102 Problema 2.45 Cálculo de Rn.

Cálculo de In
La corriente equivalente de Norton, se calcula tomando en cuenta el aporte de la fuente de corriente Io y la fuente de voltaje E, a tales fines se hace un corto entre terminales "a" y "b", según los circuitos siguientes:

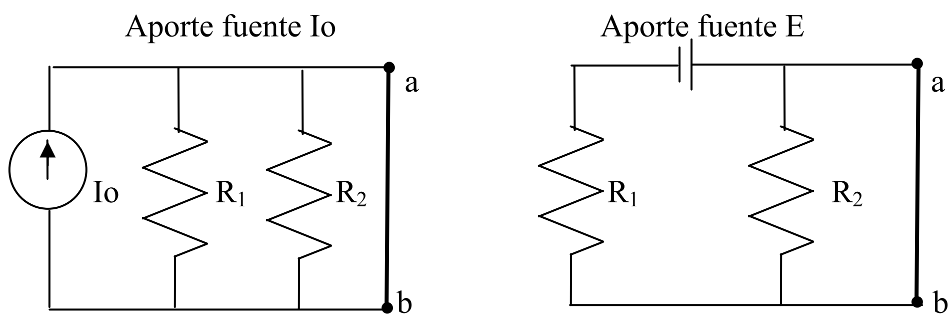


Figura 2.103 Problema 2.45 Cálculo de In.

Aporte fuente Io
Como la fuente Io está en paralelo con el corto, la totalidad de la corriente toma ese camino, por lo tanto: $I_{Io} = Io$

Aporte fuente E.
Como el resistor R_2, está en paralelo con el corto, la corriente de la fuente "E" es:
$I_E = E/R_1$
$In = I_{Io} + I_E = Io + E/R_1$

Problema 2.46 Teorema de Máxima Transferencia de Potencia.
En el circuito indicado, determine el valor de Rab para que se transfiera la máxima potencia posible y el valor de esa potencia.

$R_1 = 20\Omega$; $R_2 = 250\Omega$; $R_3 = 20\Omega$; $R_4 = 500\Omega$; $V = 24$ V.

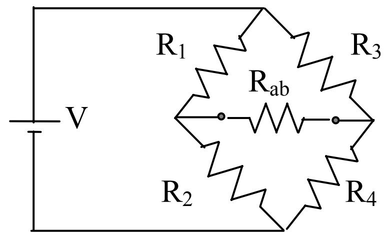


Figura 2.104 Problema 2.46

<u>Solución:</u>

1.- Cálculo de Rth

a.- Se elimina momentáneamente el elemento sobre el cual se tiene que hacer el análisis, en el problema es el resistor de Rab; en su lugar se ubican los puntos "a" y "b".

b.- Se retira la fuente de voltaje V y se su lugar se hace un corto.

c.- Aplicando equivalencias paralelo y serie se procede a calcular la resistencia equivalente de Thévenin Rth.

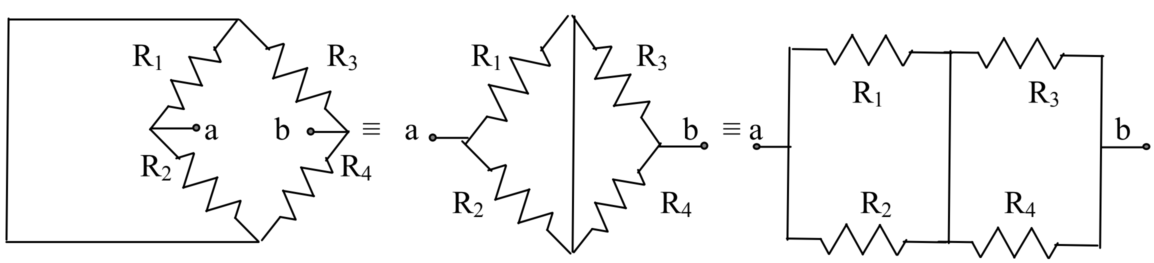


Figura 2.105 Problema 2.46 Cálculo de Rth.

$Rth = (R_1 * R_2)/(R_1+R_2) + (R_3 * R_4)/(R_3+R_4) = (20*250)/(20+250) + (20*500)/(20+500)$

$Rth = 5.000/270 + 10.000)/520 = 18{,}52 + 19{,}23 \Rightarrow Rth = 37{,}75\Omega.$

Para que haya máxima transferencia de potencia Rab = Rth = 37,75Ω

2.- Cálculo de Potencia.

Para calcular la potencia, se debe calcular el voltaje entre "a" y "b" que es el Eth.

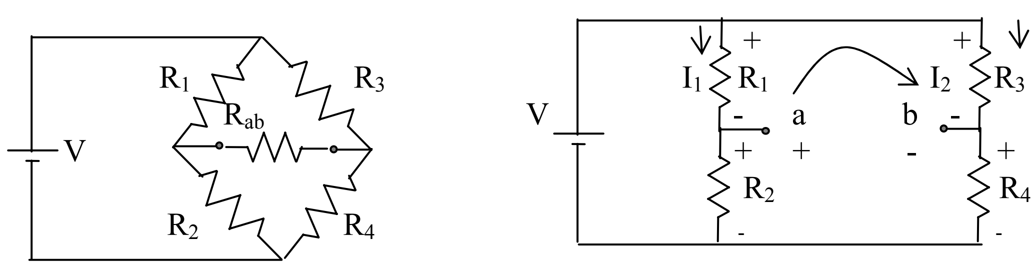


Figura 2.106 Problema 2.46 Cálculo de Eth.

Por divisores de voltaje se calcula V_{R1}, V_{R2}, V_{R3} y V_{R4}.

$V_{R1} = V*R_1/(R_1+R_2) = (24*20)/(20+250) = 1,78$ V
$V_{R2} = V*R_2/(R_1+R_2) = (24*250)/(20+250) = 22,22$ V

Se puede comprobar que $V = V_{R1} + V_{R2} = 1,78 + 22,22 = 24$ V

$V_{R3} = V*R_3/(R_3+R_4) = (24*20)/(20+500) = 0,92$ V
$V_{R4} = V*R_4/(R_3+R_4) = (24*500)/(20+500) = 23,08$ V

Se puede comprobar que $V = V_{R3} + V_{R4} = 0,92 + 23,08 = 24$ V

Para calcular el voltaje Vab, se hace el recorrido por la parte superior (en el sentido indicado por la flecha) y por aplicación de LKV
Vab se toma positivo (el terminal "a" positivo y el terminal "b" negativo).
V_{R1} se toma positivo, porque I_1 al pasar por R_1, produce una caída de voltaje con la polaridad señalada.
V_{R3} se toma negativo, porque I_2 al pasar por R_3, produce una caída de voltaje con la polaridad señalada.

$$+Vab + V_{R1} - V_{R3} = 0 \Rightarrow Vab = V_{R3} - V_{R1} = 0,92 - 1,78 = -0,86 \text{ V.}$$

El signo negativo indica que el terminal "a" es negativo y "b" positivo, contrario al asumido.

También se puede calcular el voltaje Vab, haciendo el recorrido por la parte inferior (en el sentido indicado por la flecha) y por aplicación de LKV

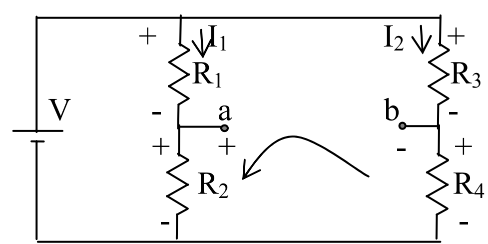


Figura 2.107 Problema 2.46 Cálculo de Eth.

Vab se toma positivo (el terminal "a" positivo y el terminal "b" negativo).
V_{R2} se toma negativo, porque I_1 al pasar por R_2, produce una caída de voltaje con la polaridad señalada.
V_{R4} se toma positivo, porque I_2 al pasar por R_4, produce una caída de voltaje con la polaridad señalada.

$$+Vab - V_{R2} + V_{R4} = 0 \Rightarrow Vab = V_{R2} - V_{R4} = 22,22 - 23,08 = -0,86 \text{ V.}$$

El signo negativo indica que el terminal "a" es negativo y "b" positivo, contrario al asumido.

$$Vth = 0,86 \text{ V}$$

La potencia $Pab = Vth^2/Rab = (0,86)^2/(37,75) = 19,59$ mW

<u>Problema 2.47</u> Teorema de Máxima Transferencia de Potencia.
En el circuito de la figura determine:

a) Fuente de voltaje equivalente entre nodos A y B
b) Valor de R para que se cumpla el Teorema de la Máxima Transferencia de Potencia
c) Valor de la máxima transferencia de potencia.

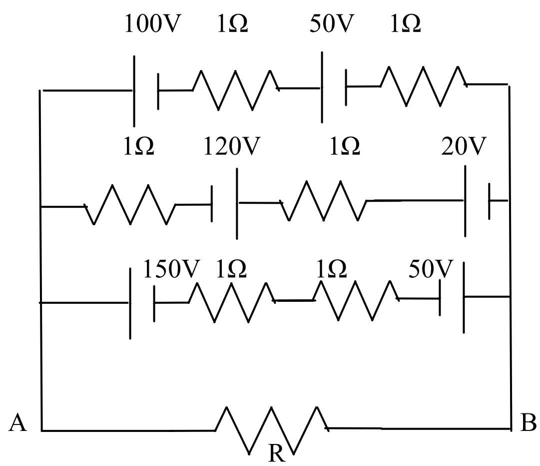


Figura 2.108 Problema 2.47

Para hallar el circuito equivalente se procede a sumar algebraicamente las fuentes de voltaje según su respectivo sentido. Las fuentes de voltaje se convierten en fuentes de corriente. A continuación se simplifican las fuentes de corriente y se llevan a la fuente de voltaje equivalente entre los puntos A y B.

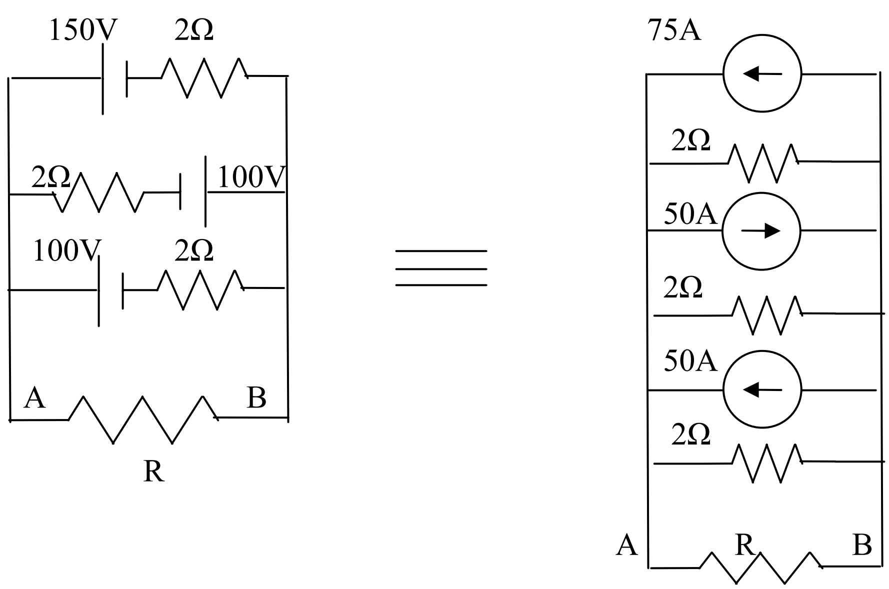


Figura 2.109 Problema 2.47 Circuitos equivalentes.

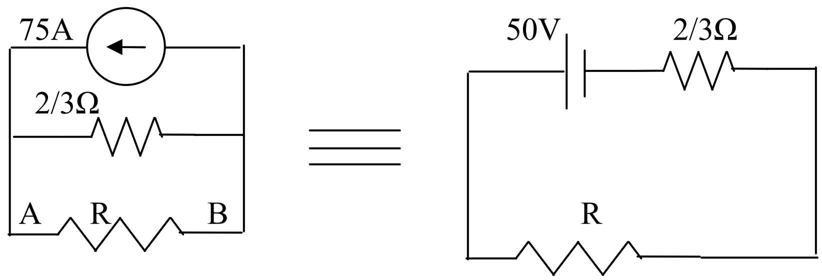


Figura 2.110 Problema 2.47 Circuitos equivalentes.

La corriente total es de 75 A, en el sentido indicado, es decir de derecha a izquierda, las fuentes de corriente de 50 A, se cancelan mutuamente porque tienen sentido contrario.
Para la máxima transferencia de potencia:
$R = 2/3\Omega$
$I = 50 / (2/3 + 2/3) = 37{,}50A$
$P = I^2 * R \Rightarrow P = (37{,}5A)^2 * 2/3\Omega = 937{,}5\ W$

<u>Problema 2.48</u> Teorema de Máxima Transferencia de Potencia.
Para el circuito de la figura adjunta, determinar el valor de Ro que produce la máxima transferencia de potencia, si la fuente tiene las siguientes características:

a) Fuente ideal de corriente constante.
b) Fuente ideal de voltaje constante.
c) Fuente ideal de voltaje constante con resistencia interna de 6Ω.

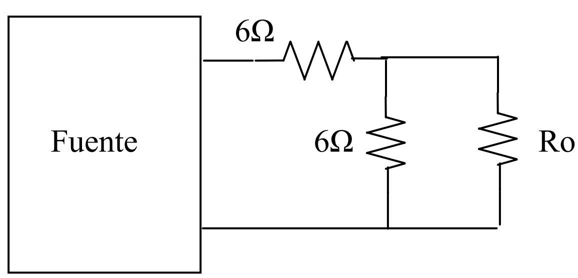


Figura 2.111 Problema 2.48

<u>Solución:</u>
Para que se produzca la máxima transferencia de potencia, Ro tiene que ser igual a la resistencia de Thévenin, para los casos planteados los siguientes son los circuitos:

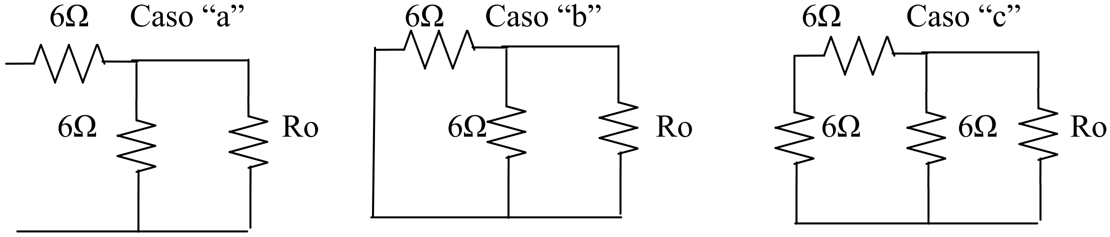


Figura 2.112 Problema 2.48

Caso "a"; Ro = 6Ω
Caso "b"; Ro = (6Ω*6Ω)/(6Ω+6Ω) = 3Ω (Se calcula el equivalente paralelo).
Caso "c"; Ro = (12Ω*6Ω)/(12Ω+6Ω) = 4Ω (Se suman las dos resistencias de 6Ω, en serie y se calcula el equivalente paralelo)

<u>Problema 2.49</u> Método de Mallas.
Aplique las equivalencias serie, paralelo y delta- estrella al circuito de la figura, para transformarlo en un circuito con solamente 3 resistores. Calcule R_1, R_2, y R_3 utilizando el circuito simplificado, determine las potencias generadas por cada una de las baterías.

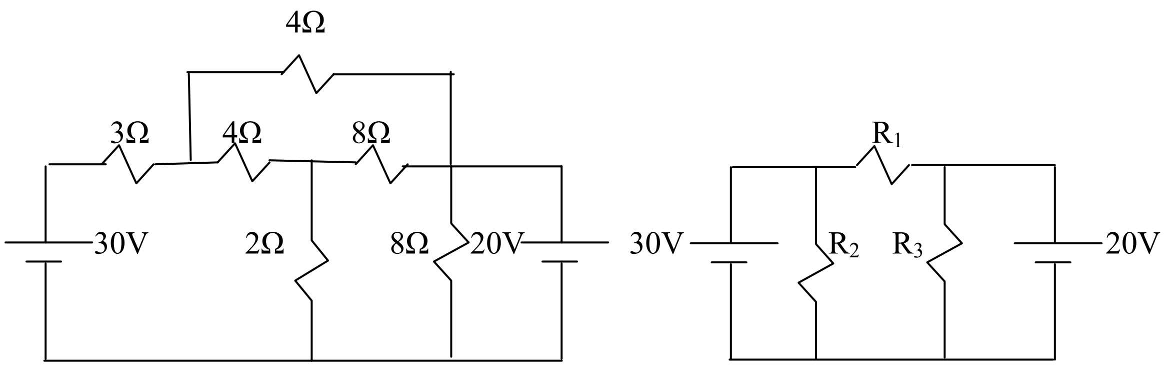


Figura 2.113 Problema 2.49

<u>Solución:</u>
Se hace equivalencia de Delta a Estrella.

$$R_a = \frac{(8x4) + (4x2) + (2x8)}{8}\ \Omega = \frac{56}{8}\ \Omega = 7\ \Omega$$

$$R_b = \frac{(8x4) + (4x2) + (2x8)}{4}\ \Omega = 14\Omega$$

$$Rc = \frac{(8x4) + (4x2) + (2x8)}{2}\ \Omega = 28\ \Omega$$

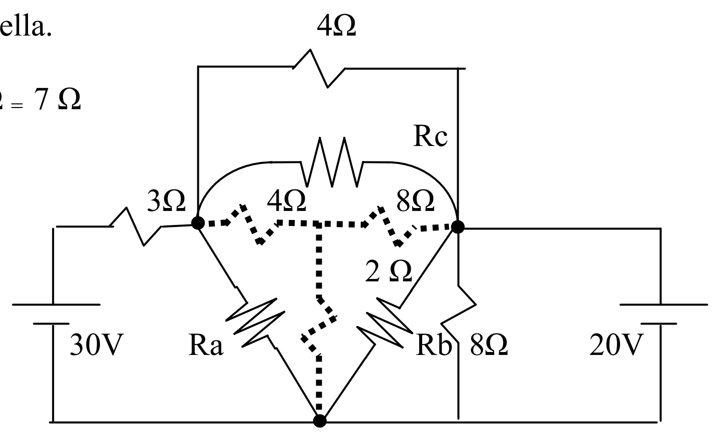


Figura 2.114 Problema 2.49 Circuito equivalente.

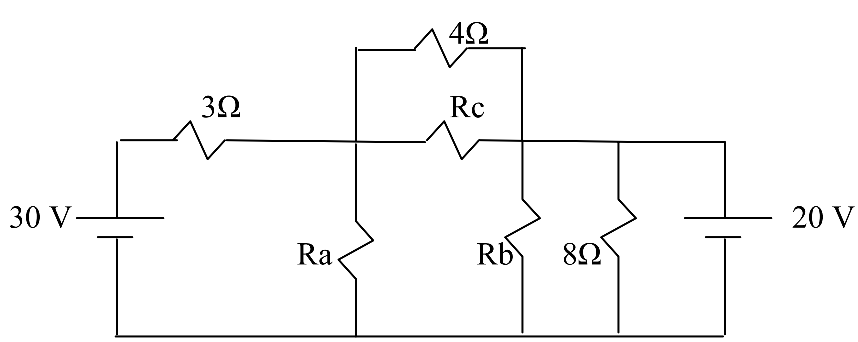


Figura 2.115 Problema 2.49 Circuito equivalente.

Se hace equivalencia en paralelo entre las resistencias Rb y 8Ω; Rc y 4Ω

$$R_x = \frac{4 \text{ x } Rc}{4 + Rc} = \frac{4 \text{ x } 28\ \Omega}{4 + 28\ \Omega} = 3{,}5\ \Omega$$

$$R_y = \frac{8 \text{ x } Rb}{8 + Rb} = \frac{8 \text{ x } 14\ \Omega}{8 + 14\ \Omega} = 5{,}09\ \Omega$$

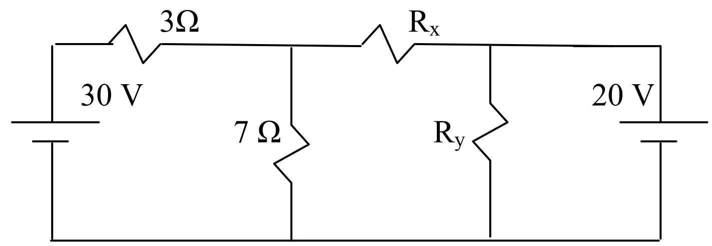


Figura 2.116 Problema 2.49 Circuito equivalente.

Se hace equivalencia Estrella-Delta entre las resistencias 3Ω, Rx y 7Ω

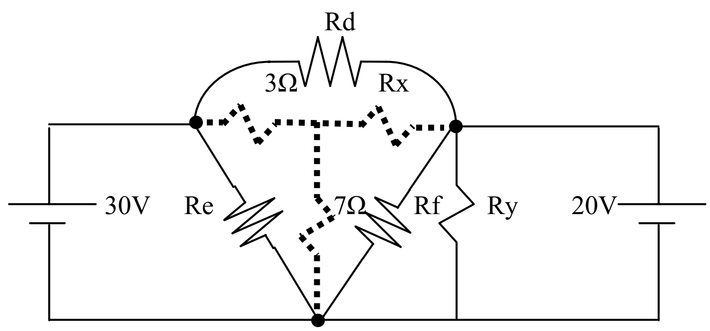


Figura 2.117 Problema 2.49 Circuito equivalente.

$$R_d = \frac{(3x7) + (7x3{,}5) + (3{,}5x3)\ \Omega}{7} = 8\ \Omega$$

$$R_e = \frac{(3x7) + (7x3{,}5) + (3{,}5x3)\ \Omega}{3{,}5} = 16\ \Omega$$

$$R_f = \frac{(3x7) + (7x3{,}5) + (3{,}5x3)\ \Omega}{3} = 18{,}67\ \Omega$$

Se hace equivalencia en paralelo entre las resistencias R_f y Ry

$$R_z = \frac{R_f \text{ x } Ry}{R_f + Ry} = \frac{(18{,}67) \text{ x } (5{,}09)}{(18{,}67) + (5{,}09)} = 4\ \Omega$$

$R_1 = Rd = 8\ \Omega$; $R_2 = Re = 16\ \Omega$; $R_3 = R_z = 4\ \Omega$

Circuito Simplificado

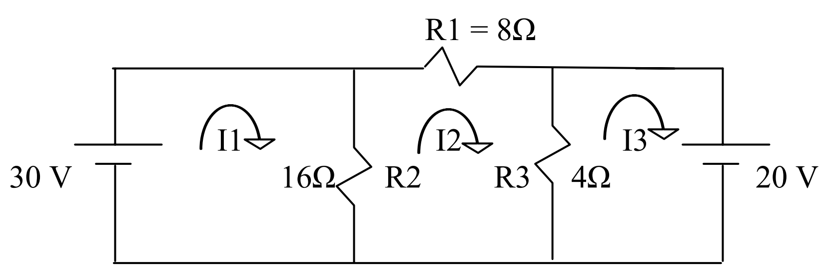


Figura 2.118 Problema 2.49 Circuito simplificado.

Aplicando Mallas

$30 = \ 16I_1 - 16I_2 + 0\,I_3 \ \Rightarrow \ I_1 = 3{,}13$ A

$0 = -16I_1 + 28\,I_2 - 4I_3 \ \Rightarrow \ I_2 = 1{,}25$ A

$-20 = \ 0\,I_1 - 4\,I_2 + 4\,I_3 \ \Rightarrow \ I_3 = -3{,}75$ A (La corriente es de sentido contrario al asumido).

Cálculo de Potencias:

$P_{(30v)} = 30V{*}I_1 = 30V{*}3{,}13\text{ A} = 93{,}9\text{ W}$

$P_{(20v)} = 20V{*}I_3 = 20V{*}3{,}75\text{ A} = 75{,}0\text{ W}$

Problema 2.50 Método de Mallas.

Para el circuito en régimen permanente, determinar la corriente a través de Rab = 10 Ω.

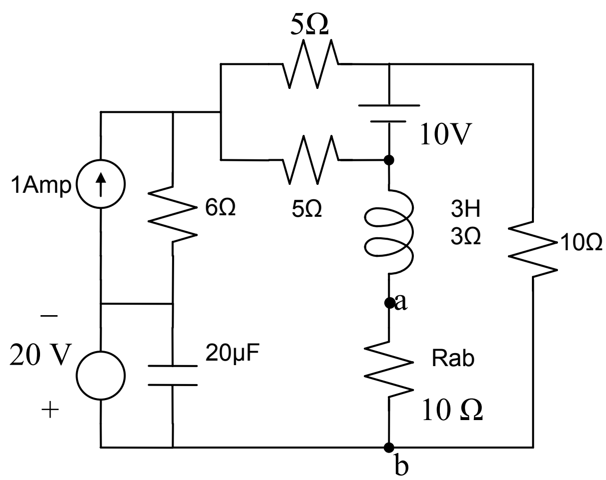


Figura 2.119 Problema 2.50

Solución:

Como el circuito está en régimen permanente, el capacitor se comporta como un circuito abierto y el inductor como un circuito cerrado, en este caso sólo se toma el valor de su resistencia interna de 3Ω. La fuente de corriente de 1Amp y 6Ω, se transforma en una fuente de voltaje, quedando los circuitos siguientes.

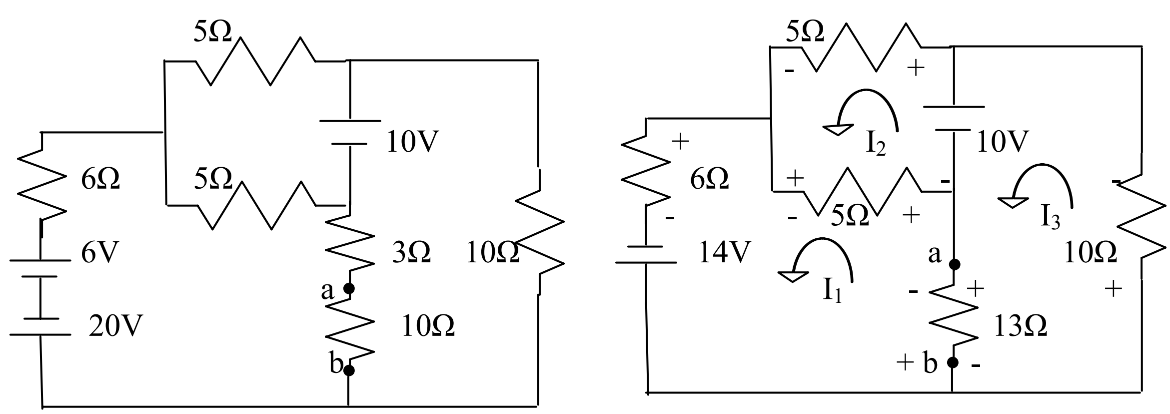


Figura 2.120 Problema 2.50 Circuitos equivalentes.

Aplicando mallas se obtiene:

$$14 = (6+5+13)I_1 - 5I_2 - 13I_3 \quad \Rightarrow 14 = 24I_1 - 5I_2 - 13I_3$$
$$10 = -5I_1 + (5+5)I_2 + 0I_3 \quad \Rightarrow 10 = -5I_1 + 10I_2 + 0I_3$$
$$-10 = 13I_1 + 0I_2 + (10+13)I_3 \quad \Rightarrow -10 = -13I_1 + 0I_2 + 23I_3$$

Resolviendo:

$I_1 = 0{,}94A$

$I_2 = 1{,}47A$

$I_3 = 0{,}10A$

$Iab = I_1 - I_3 = 0{,}94 - 0{,}10 = 0{,}84\ A$

<u>Problema 2.51</u> Método de Mallas.

En el circuito de la figura si: $R_1 = 8\Omega$; $R_2 = 4\Omega$; $R_3 = 3\Omega$; $R_4 = 6\Omega$; $R_5 = 5\Omega$; $V_1 = 20V$ y $V_2 = 10V$; hallar: Vab, Ia y la corriente (I_5) que pasa por el resistor R_5.

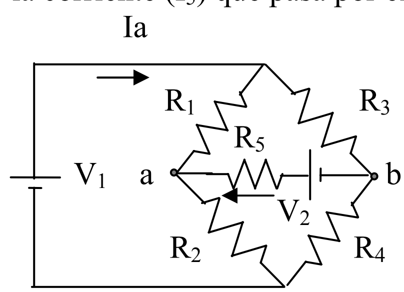
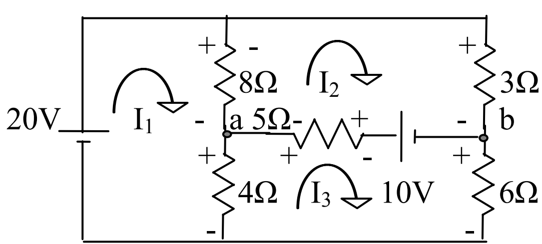


Figura 2.121 Problema 2.51

<u>Solución:</u>

Dando valores y aplicando mallas al circuito siguiente, se obtiene:



$$20 = (8+4)I_1 - 8I_2 - 4I_3$$
$$10 = -8I_1 + (5+8+3)I_2 - 5I_3$$
$$-10 = -4I_1 - 5I_2 + (4+5+6)I_3$$

$$20 = 12I_1 - 8I_2 - 4I_3$$
$$10 = -8I_1 + 16I_2 - 5I_3$$
$$-10 = -4I_1 - 5I_2 + 15I_3$$

Figura 2.122 Problema 2.51 Circuito equivalente.

Resolviendo: $I_1 = 4{,}46A$

$I_2 = 3{,}37A$

$I_3 = 1{,}65A$

$Ia = I_1 = 4{,}46A$; $I_5 = I_2 - I_3 = 3{,}37A - 1{,}65A = 1{,}72A$

$Vab = 10V - I_5 * R_5 = 10V - 1{,}72A * 5\Omega = 1{,}40V$

<u>Problema 2.52</u> Método de Mallas.

Para el circuito en régimen permanente, determinar la corriente a través de $Rab = 10\Omega$.

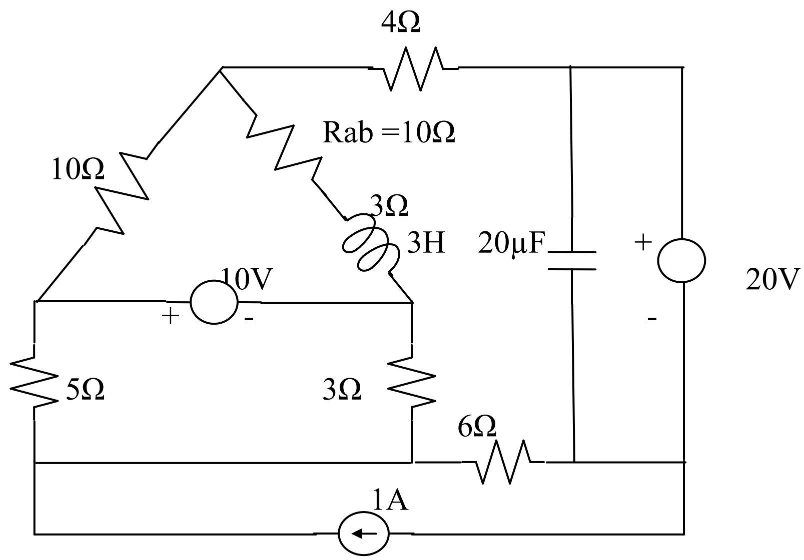


Figura 2.123 Problema 2.52

<u>Solución:</u>
Como el circuito está en régimen permanente, el capacitor se comporta como un circuito abierto y el inductor como un circuito cerrado, en este caso sólo se toma el valor de su resistencia interna de 3Ω, La fuente de corriente de 1Amp y 6Ω, se transforma en una fuente de voltaje, quedando los circuitos siguientes.

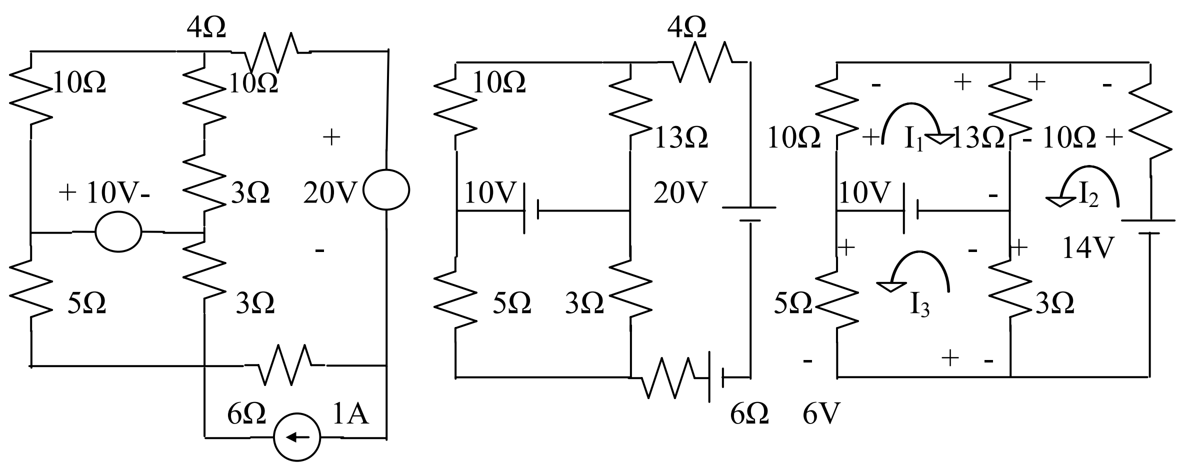


Figura 2.124 Problema 2.52 Circuitos equivalentes.

Aplicando mallas se obtiene:

$10 = (10+13)I_1 + 13I_2 + 0I_3 \quad \Rightarrow 10 = 23I_1 + 13I_2 + 0I_3$

$14 = 13I_1 + (13+3+10)I_2 - 3I_3 \Rightarrow 14 = 13I_1 + 26I_2 - 3I_3$

$10 = 0I_1 - 3I_2 + (5+3)I_3 \quad \Rightarrow 10 = 0I_1 - 3I_2 + 8I_3$

Resolviendo: $I_1 = 0{,}04A$
$I_2 = 0{,}69A$
$I_3 = 1{,}51A$

$Iab = I_1 + I_2 = 0{,}04A + 0{,}69A = 0{,}73A$

Problema 2.53 Método de Mallas.
En la figura adjunta, el calentador tiene como características nominales de 1500 W y 120 V y la batería 120 V y Ri = 0,4Ω. Si el voltaje de la fuente de alimentación es de 130 V. Calcular:

a) La potencia consumida por el calentador.
b) La potencia que entrega o consume la batería.
c) El rendimiento o eficiencia del sistema de alimentación.

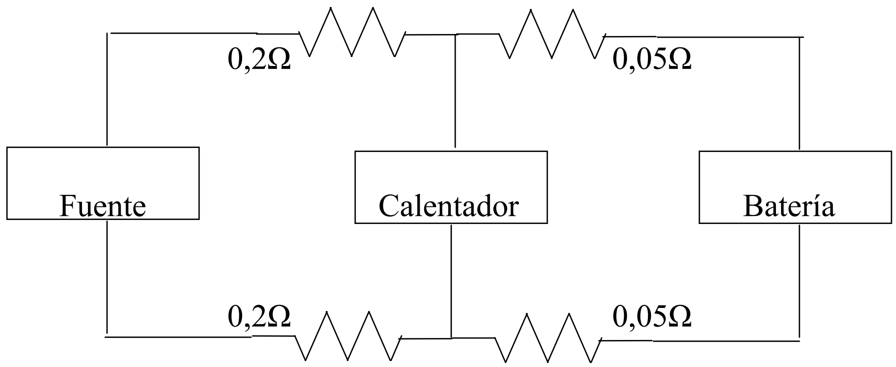


Figura 2.125 Problema 2.53 Método de Mallas.

Solución:
Al circuito equivalente siguiente, se hacen los cálculos aplicando corrientes de mallas.

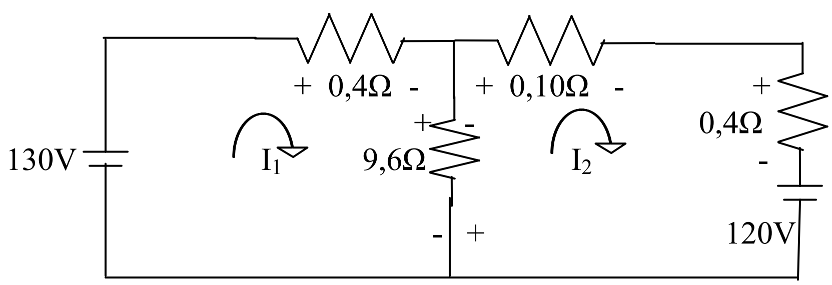


Figura 2.126 Problema 2.53 Método de Mallas Circuito equivalente.

Solución:
Resistencia del calentador:
$P = V^2/R \Rightarrow R = V^2/P = 120^2/1500 = 9{,}6\Omega$

$130 = (0{,}4+9{,}6)I_1 – 9{,}6I_2 \quad \Rightarrow 130 = 10I_1 – 9{,}6I_2$
$-120 = -9{,}6I_1 + (9{,}6+0{,}1+0{,}4)I_2 \quad \Rightarrow -120 = -9{,}6I_1 + 10{,}1I_2$

$I_1 = 18{,}21$ A
$I_2 = 5{,}43$ A
$I_{9,6\Omega} = I_1 – I_2 = 18{,}21 – 5{,}43 = 12{,}78$ A

Cálculo de potencia:
$P_{130V} = 130V*I_1 = 130*18{,}21 = 2367{,}30$ W (Entrega)
$P_{120V} = 120V*I_2 = 120*5{,}43 = 651{,}60$ W (Absorbe)

$P_{9,6\Omega} = (I_{9,6\Omega})^2 9,6 = (12,78)^2 9,6 = 1567,95$ W (Disipa por calentamiento)
$P_{0,4\Omega} = (I1)^2 0,4 = (18,21)^2 0,4 = 132,64$ W (Disipa como pérdida)
$P_{0,1\Omega} = (I2)^2 0,1 = (5,43)^2 0,1 = 2,95$ W (Disipa como pérdida)
$P_{Ri} = (I2)^2 0,4 = (5,43)^2 0,4 = 11,79$ W (Disipa como pérdida)
Potencia de entrada = 2367,30 W
Potencia de salida = Potencia de la batería + potencia del calentador:
Potencia de salida = 2219,55 W

a) Potencia consumida por el calentador = 1567,95 W
b) La potencia que consume la batería = 651,60 W
c) Rendimiento

$$\eta = Ps/Pe = 2219,55W/2367,30W = 0,94$$

Problema 2.54 Método de Mallas.
En la figura adjunta, determinar el valor de I_1, I_2 e I_3, con el interruptor en la posición "a" y "b"

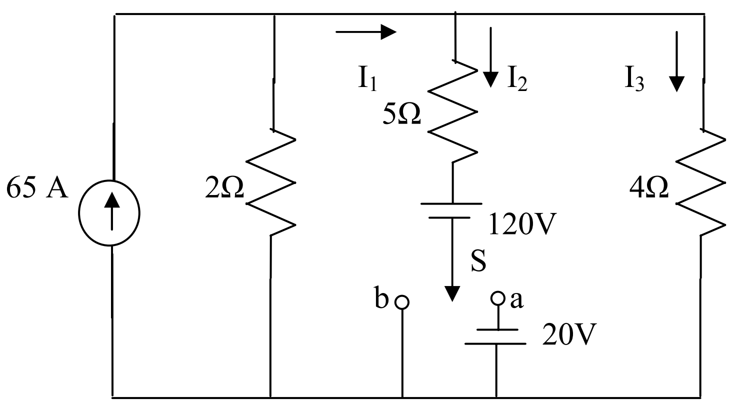


Figura 2.127 Problema 2.54 Método de Mallas.

Solución:
Transformando la fuente de corriente de 65A, en fuente de voltaje, aplicando mallas, se obtiene:

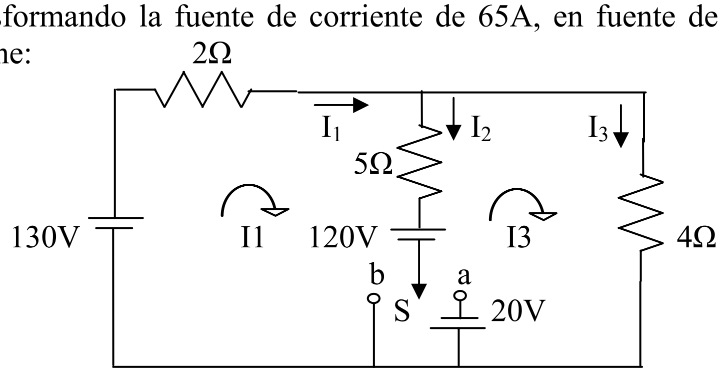


Figura 2.128 Problema 2.54 Método de Mallas Circuito equivalente.

Con el interruptor "S" en la posición "b".
$130 - 120 = (2+5)I_1 - 5I_3 \Rightarrow 10 = 7I_1 - 5I_3$
$120 = -5I_1 + (5+4)I_3 \Rightarrow 120 = -5I_1 + 9I_3$
$I_1 = 18,16$ A

$I_3 = 23{,}42$ A
$I_2 = I_1 - I_3 = 18{,}16A \; -23{,}42A = \; -5{,}26A$
Con el interruptor "S" en la posición "a".
$130 - 120 + 20 = (2+5)I_1 - 5I_3 \;\Rightarrow\; 30 = 7I_1 - 5I_3$
$120 - 20 = -5I_1 + (5+4)I_3 \;\Rightarrow\; 100 = -5I_1 + 9I_3$
$I_1 = 20{,}26$ A
$I_3 = 22{,}37$ A
$I_2 = I_1 - I_3 = 20{,}26A \; -22{,}37A = \; -2{,}11A$

<u>Problema 2.55</u> Método de Mallas.
En el circuito de la figura adjunta: $V_1 = 240$ V; $V_2 = 230$ V; $R_1 = 0{,}1\Omega$; $R_6 = 0{,}25\Omega$; $R_7 = 0{,}25\Omega$; $R_8 = 0{,}20\Omega$; $R_{10} = 6\Omega$; $I_2 = 35$ A; $I_5 = 50$; $I_9 = 40$A. Hallar: $R_2 + R_3$; $R_4 + R_5$; R_9; V_{ac} y Potencia en R_6.

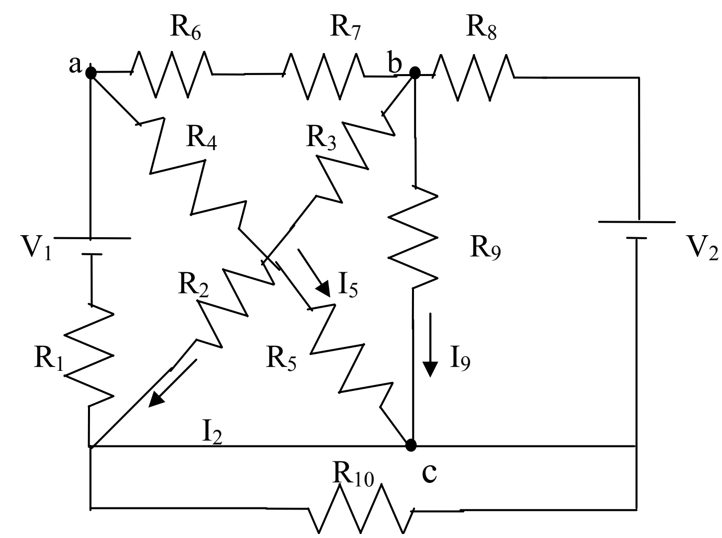


Figura 2.129 Problema 2.55 Método de Mallas

Solución:
El circuito anterior es equivalente al siguiente y sean: $Rx = R_4 + R_5$ y $Ry = R_2 + R_3$. Aplicando mallas se tienen las siguientes ecuaciones:

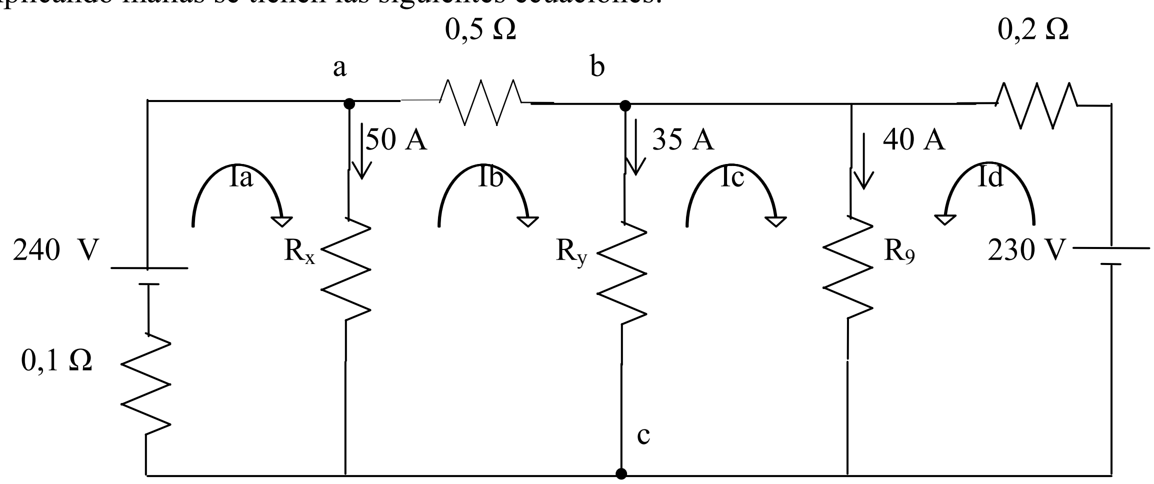


Figura 2.130 Problema 2.55 Método de Mallas Circuito equivalente.

$240 = (Rx + 0{,}1)Ia – RxIb + 0Ic + 0Id$
$0 = -RxIa + (Ry + 0{,}5 + Rx)\ Ib - RyIc + 0Id$
$0 = 0Ia - RyIb + (Ry + R_9)Ic + R_9Id$
$230 = 0Ia + 0Ib + R_9Ic + (0{,}2 + R_9)Id$
$50 = Ia – Ib$
$35 = Ib – Ic$
$40 = Ic + Id$
Resolviendo:
$Rx = 4{,}65\Omega$; $Ry = 6{,}29\Omega$; $R_9 = 5{,}55\Omega$; $Ia = 75$ A; $Ib = 25$ A; $Ic = -10$A; $Id = 50$A.
$Vac = Rx*I5 = 4{,}65*50 = 232{,}50$ V; $P_{R6} = Ib^2*R_6 = (25)^2*(0{,}25) = 156{,}25$ W

<u>Problema 2.56</u> Método de Nodos.
En el circuito de la figura adjunta. Aplicando el Método de Nodos, hallar la corriente en la resistencia: $R_1 = 0{,}5\Omega$

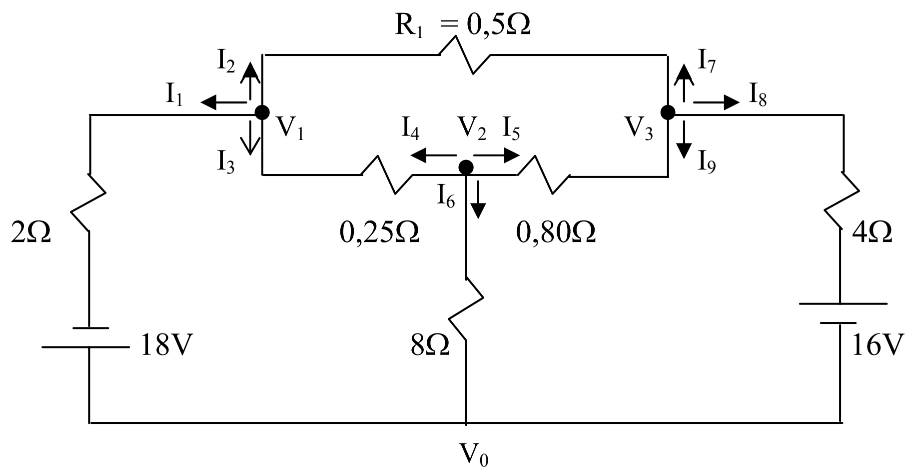


Figura 2.131 Problema 2.56 Método de Nodos.

<u>Solución:</u>
Nodo 1:
$I_1 = (V_1 + 18 - V_0)/2 \Rightarrow I_1 = 0{,}5V_1 + 9.$
$I_2 = (V_1 - V_3)/0{,}5 \Rightarrow I_2 = 2V_1 - 2V_3$
$I_3 = (V_1 - V_2)/0{,}25 \Rightarrow I_3 = 4V_1 - 4V_2$
Nodo 2:
$I_4 = (V_2 - V_1)/0{,}25 \Rightarrow I_4 = - 4V_1 + 4V_2$
$I_5 = (V_2 - V_3)/0{,}8 \Rightarrow I_5 = 1{,}25V_2 – 1{,}25V_3$
$I_6 = (V_2 - V_0/)8 \Rightarrow I_6 = 0{,}125V_2$
Nodo 3:
$I_7 = (V_3 - V_1)/0{,}5 \Rightarrow I_7 = 2V_3 - 2V_1$
$I_8 = (V_3 - 16 - V_0)/4 \Rightarrow I_8 = 0{,}25V_3 - 4.$
$I_9 = (V_3 - V_2/0{,}8 \Rightarrow I_9 = 1{,}25V_3 – 1{,}25V_2$
Por aplicación de LKC, en todos los nodos, tenemos:
$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow 0 = 0{,}5V_1 + 9 + 2V_1 - 2V_3 + 4V_1 - 4V_2$
$I_4 + I_5 + I_6 = 0 \Rightarrow 0 = -4V_1 + 4V_2 + 1{,}25V_2 – 1{,}25V_3 + 0{,}125V_2$
$I_7 + I_8 + I_9 = 0 \Rightarrow 0 = 2V_3 - 2V_1 + 0{,}25V_3 – 4 + 1{,}25V_3 – 1{,}25V_2$

$\Rightarrow -9 = 6{,}5V_1 - 4V_2 - 2V_3$
$\Rightarrow 0 = -4V_1 + 5{,}375V_2 - 1{,}25V_3$
$\Rightarrow 4 = -2V_1 - 1{,}25V_2 + 3{,}5V_3$
Resolviendo: $V_1 = -6{,}308V$; $V_2 = -5{,}744V$ y $V_3 = -4{,}513V$
Las ecuaciones de las corrientes son:
$I_1 = 0{,}5V_1 + 9 = 0{,}5(-6{,}308) + 9 = 5{,}846A.$
$I_2 = 2(V_1 - V_3) = 2(-6{,}308 + 4{,}513) = -3{,}59A$
$I_3 = 4(V_1 - V_2) = 4(-6{,}308 + 5{,}744) = -2{,}256A$
$I_4 = 4(-V_1 + V_2) = 4(6{,}308 - 5{,}744) = 2{,}256A$
$I_5 = 1{,}25(V_2 - V_3) = 1{,}25(-5{,}744 + 4{,}513) = -1{,}539A$
$I_6 = 0{,}125V_2 = 0{,}125(-5{,}744) = 0{,}718A$
$I_7 = 2(V_3 - V_1) = 2(-4{,}513 + 6{,}308) = 3{,}59A$
$I_8 = 0{,}25V_3 - 4 = 0{,}25(-4{,}513) - 4 = -5{,}128A$
$I_9 = 1{,}25(V_3 - V_2) = 1{,}25(-4{,}513 + 5{,}744) = 1{,}539A$

Problema 2.57 Fuentes Dependientes.
En el circuito de la figura adjunta, calcular la corriente del circuito:

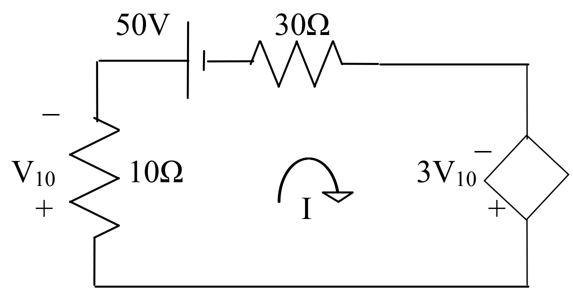


Figura 2.132 Problema 2.57 Fuentes dependientes.

Solución:
Aplicando LKV se obtiene:
$-50 - 30I + 3V_{10} - 10I = 0$
Pero $V_{10} = 10I \Rightarrow -50 - 30I + 3(10I) - 10I = 0 \Rightarrow -50 - 30I + 30I) - 10I = 0$
$I = -50/10 = -5$ Amp

Problema 2.58 Fuentes Dependientes.
En el circuito de la figura adjunta, calcular la corriente y voltaje en todos los resistores:

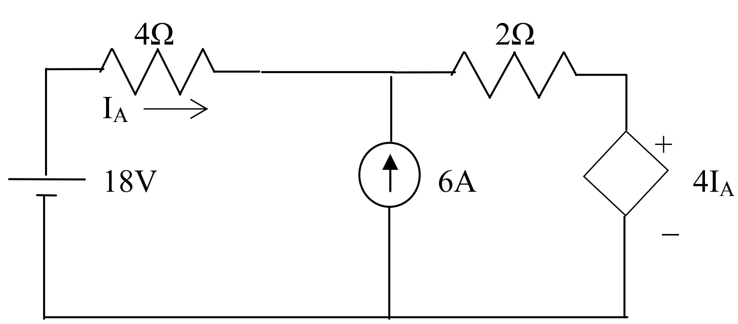


Figura 2.133 Problema 2.58 Fuentes dependientes.

Solución:

Aplicando el método de corrientes de ramas se obtiene:

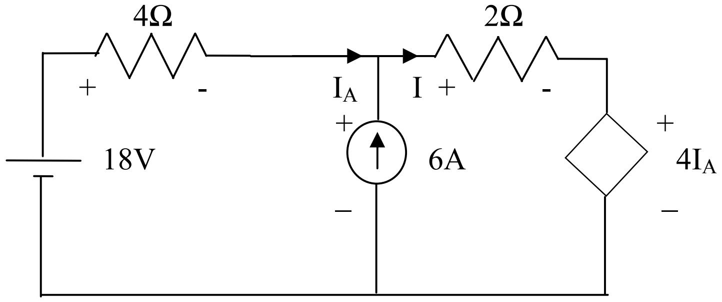


Figura 2.134 Problema 2.58 Fuentes dependientes.

$18 - 4I_A - V_6 = 0$

$V_6 - 2I - 4 I_A = 0$

$6 + I_A = I$

Resolviendo tenemos: $I = 6{,}6$ Amperios. $I_A = 0{,}6$ Amperios $V_6 = 15{,}6$ Voltios

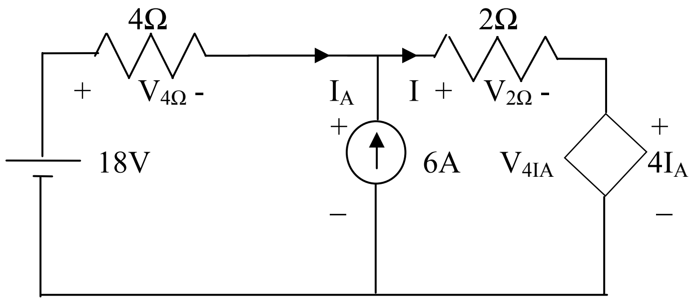


Figura 2.135 Problema 2.58 Fuentes dependientes.

Voltajes en los resistores y en la fuente dependiente:

$V_{4\Omega} = 4^* I_A = 4^*0{,}6 = 2{,}4$ Voltios

$V_{2\Omega} = 2^* I = 2^*6{,}6 = 13{,}2$ Voltios

$V_{4IA} = 4^* I_A = 4^*0{,}6 = 2{,}4$ Voltios

Problema 2.59 Fuentes Dependientes.

En el circuito de la figura adjunta, calcular las corrientes en todos los resistores:

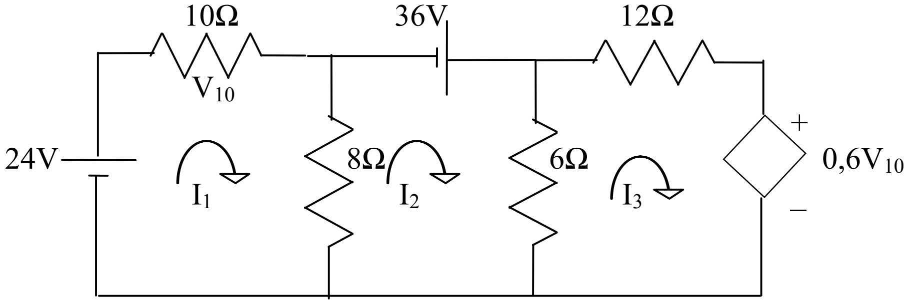


Figura 2.136 Problema 2.59 Fuentes dependientes.

Solución:
Aplicando Mallas se obtiene:
$24 = (10 + 8)I_1 - 8I_2 - 0I_3$
$36 = -8I_1 + (8 + 6)I_2 - 6I_3$
$-0{,}6V_{10} = 0I_1 - 6I_2 + (6 + 12)I_3$; Como: $V_{10} = 10I_1$; (Por la Ley de Ohm), entonces

$24 = 18I_1 - 8I_2 - 0I_3$
$36 = -8I_1 + 14I_2 - 6I_3$
$0 = 6I_1 - 6I_2 + 18I_3$; resolviendo.

$I_1 = 3{,}43$ Amp; $I_2 = 4{,}71$ Amp; $I_3 = 0{,}43$ Amp.

Problema 2.60 Circuito RL.
Para el circuito RL adjunto, obtener el valor de la corriente i en función del tiempo, si el interruptor se abre para t = 0 seg.

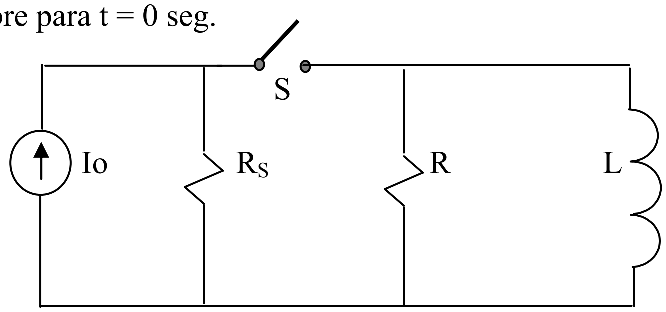


Figura 2.137 Problema 2.60 Circuito RL.

Solución:
Con el interruptor S, cerrado y para un tiempo t = ∞, el inductor se comporta como un circuito cerrado, por lo tanto toda la corriente circula por el Inductor, es decir I = Io.

Cuando se abre el interruptor el circuito se comporta con un circuito RL en descarga y por lo tanto la corriente viene dada por la expresión siguiente: (Ver Problema 2.21)

$$i(t) = Ioe^{-Rt/L}$$

Problema 2.61 Circuito RL.
Para el circuito RL adjunto, obtener el valor de la corriente i en función del tiempo, al cerrar el interruptor S.

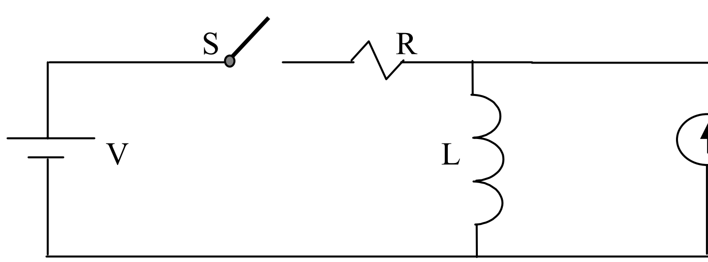


Figura 2.138 Problema 2.61 Circuito RL.

Solución:
Con el interruptor S, cerrado se determina el circuito equivalente de Thévenin en los extremos a y b del Inductor:

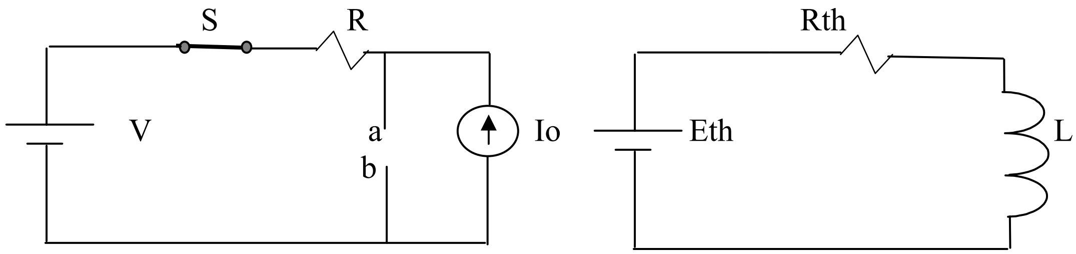


Figura 2.139 Problema 2.61 Circuito RL. Circuito equivalente de Thévenin

Para calcular la Rth se pone en corto la fuente de voltaje y abierta la fuente de corriente; por lo tanto:

$$Rth = R$$

El voltaje entre los puntos a y b es el voltaje equivalente de Thévenin, aplicando LKV se obtiene:

$Vab = V + V_R = V + RIo \Rightarrow \quad Eth = Vab = V + RIo$

Aplicando la ecuación de la corriente en carga para un circuito RL, se tiene (Ver Problema 2.20)

$i = E/R(1 - e^{-Rt/L}) \Rightarrow \quad i = Eth/Rth(1 - e^{-Rtht/L}) \Rightarrow \quad i = (V + RIo)(1 - e^{-Rt/L})/R$

$$\Rightarrow \quad i = (V/R + Io)(1 - e^{-Rt/L})$$

Problema 2.62 Circuito RL.
Un circuito serie RL tiene una resistencia de 20 ohmios y una inductancia de 1,0 Henrio. Al estudiar la respuesta transitoria de este circuito a un voltaje de 100 voltios se encuentra que es muy lenta. Se desea específicamente disminuir la mitad el tiempo requerido para que la corriente alcance el valor de 0,475 amperios sin modificar la corriente de régimen permanente. Se permite el cambio del voltaje aplicado e insertar algún resistor adicional si se desea. Explique como lograr este objetivo.

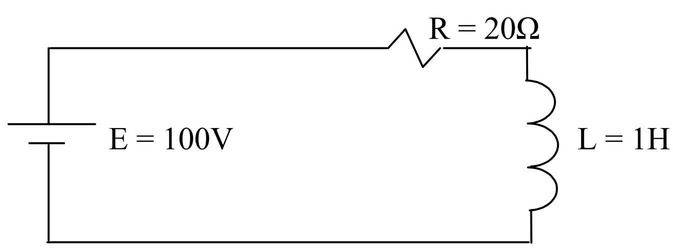


Figura 2.140 Problema 2.62 Circuito RL.

Solución:
Aplicando la ecuación de corriente para un circuito RL en carga:

$$i(t) = E/R(1- e^{-Rt/L})$$

La corriente de régimen permanente (if) para $t = \infty$
$i(t) = if = E/R*(1-e^{(-R/L * t)}) \Rightarrow if = 100/20 *(1-e^{-\infty}) = 5$ A.
Como se desea i(t), alcance una corriente de i(t) = 0,475 A e if = 5 A, resulta:
$5(1- e^{-20 t}) = 0{,}475 \Rightarrow 1- e^{(-20*t)} = 0{,}475/5 \Rightarrow = 0{,}905 = e^{-20t}$
Aplicando logaritmo neperiano a la ecuación queda:
$-20 t = Ln (0{,}905) \Rightarrow t = 4{,}99$mseg
Como se desea específicamente disminuir este tiempo a la mitad, entonces

$$t_1 = t/2 = 2{,}5\text{mseg}$$

Para lograr lo solicitado, se puede cambiar el voltaje y a su vez insertar un resistor (si se desea). Se agrega una resistencia R_1 en serie con R y la nueva ecuación de la corriente es:

$$i(t) = E/(R_1+R)(1- e^{-(R1+R)t/L})$$

En régimen permanente, se exige que if = 5 A, entonces:

$E/(R_1+20) = 5 \text{ A} \Rightarrow i(t) = 5(1-e^{-(R1+20)t})$

Además para $t_1 = 2{,}5$ mseg la corriente i = 0,475 A
$\Rightarrow 0{,}475/5 = (1-e^{-(R1+20)t1}) \Rightarrow 0{,}905 = e^{-(R1+20)t1}$

Aplicando logaritmo neperiano a la ecuación queda:
$-(R_1+20)t_1 = -0{,}09982 \Rightarrow R_1= (0{,}09982/0{,}0025) - 20$
$\Rightarrow R_1 = 20\ \Omega$; como: $E/(R_1+20) = 5 \text{ A} \Rightarrow E = 200$ V
El circuito queda:

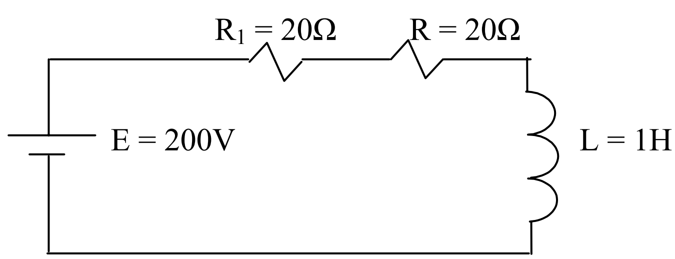


Figura 2.141 Problema 2.62 Circuito RL.

Problema 2.63 Circuito RL.
En el circuito de la figura, el interruptor S ha estado abierto largo tiempo. Para t = 0 se cierra el interruptor en la posición 1, luego de 500µseg, el interruptor se pasa instantáneamente a la posición 2. Determine analíticamente las funciones i(t) y $V_L(t)$.

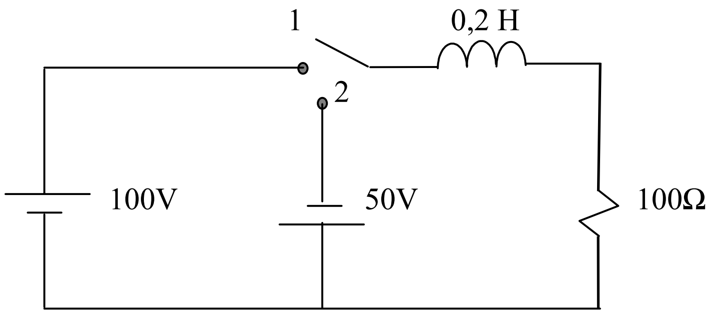


Figura 2.142 Problema 2.63 Circuito RL.

Solución:

En la posición 1 (Circuito RL en carga)

$$i(t) = \frac{E_1}{R} * (1 - e^{-\frac{R}{1}*t}) =$$

$$i(t) = \frac{100}{100} * (1 - e^{-\frac{100}{0,2}t}) = 1 - e^{-500t}$$

$$V_L(t) = L * \frac{di}{dt} = L(500)e^{-500t} = 0,2 * 500e^{-500t}$$

$$V_L(t) = 100 * e^{-500t}$$

$$i(t = 500seg) = 1 - e^{-500*500x10^{-6}} = 1 - e^{-0,25} \Rightarrow$$

$$i(t = 500seg) = 0,22 \text{ Amp}$$

$$V_L(t = 500seg) = 77,88 \text{ Voltios}$$

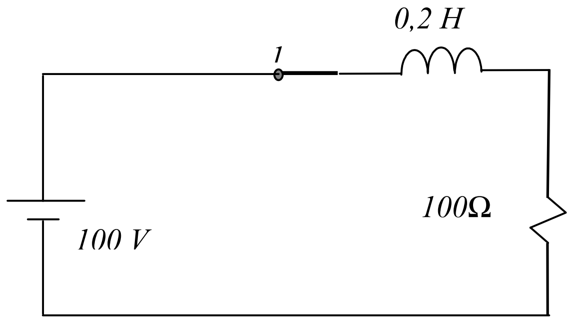


Figura 2.143 Problema 2.63 Circuito RL.

Posición 2

$E_2 = V_R + V_L$

$E_2 = iR + Ldi/dt$

$E_2 = (if + in)R + L(\underbrace{\cancel{dif/dt}}_{0} + din/dt)$

$Ldin/dt + (if + in)R - E_2 = 0$

Como $ifR = E_2 \Rightarrow if = E_2/R$

$\Rightarrow Ldin/dt + inR = 0$ Siendo la solución:

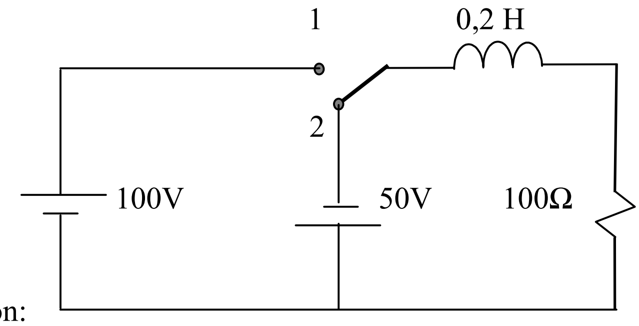


Figura 2.144 Problema 2.63 Circuito RL.

$in = Ine^{-Rt/L}$ La corriente total: $it = i_f + i_n$

Se tienen que hacer las siguientes consideraciones:

1.- Cuando el interruptor está en la posición "1", la corriente fluye en sentido horario y se asume positiva.

2.- Cuando el interruptor está en la posición "2", la corriente fluye en sentido anti-horario y se asume negativa, es decir if = $-E_2/R$

De acuerdo con la expresión anterior se tiene $\Rightarrow$ $i(t) = -E_2/R + Ine^{-Rt/L}$

Evaluando la expresión anterior para: $\begin{cases} t = 0. \\ i(t) = Io \\ t = \infty \\ i(t) = -E_2/R \end{cases}$

Para t = 0, se obtiene:

$Io = -E_2/R + Ine^{-0} \Rightarrow In = Io + E_2/R$

Luego: $i(t) = -E_2/R + (E_2/R + Io)e^{-Rt/L}$

Cálculo del voltaje en el inductor:

$V_L = Ldi/dt \Rightarrow V_L = -R(E_2/R + Io)e^{-Rt/L} \Rightarrow V_L = -(Io*R + E_2)e^{-Rt/L}$

Para t = 0, se obtiene:

$i(t) = -E_2/R + (E_2/R + Io)e^{-0} \Rightarrow i(t) = -E_2/R + E_2/R + Io \Rightarrow i(t) = 0{,}22$ Amp (Valor de la corriente cuando el interruptor pasó de la posición "1" a la "2")

$V_L = -(Io*R + E_2)e^{-0} \Rightarrow V_L = -(Io*R + E_2) = -(0{,}22*100 + 50) = -72$ V

Para t = ∞, se obtiene:

$i(t) = -E_2/R + (E_2/R + Io)e^{-\infty} \Rightarrow i(t) = -E_2/R \Rightarrow i(t) = -0{,}5$ Amp

$V_L = (Io*R + E_2)\, e^{-\infty} \Rightarrow V_L = 0V$

<u>Problema 2.64</u> Circuito RL.

Aplicando el Teorema de Thévenin en la figura adjunta; considerando que el interruptor S se mueve a la posición 2, "después" de estar el inductor en régimen permanente. Hallar la corriente Iab como una función del tiempo y el tiempo "t" cuando la corriente es cero.

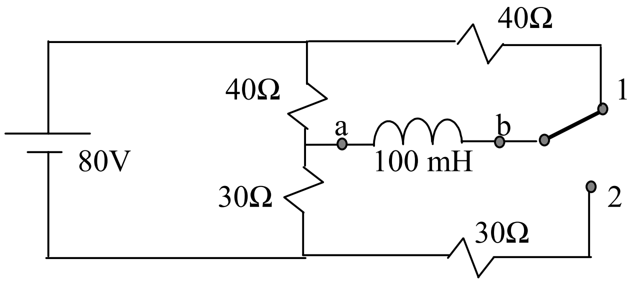


Figura 2.145 Problema 2.64 Circuito RL.

<u>Solución:</u> En la posición 1 (Circuito RL en carga)

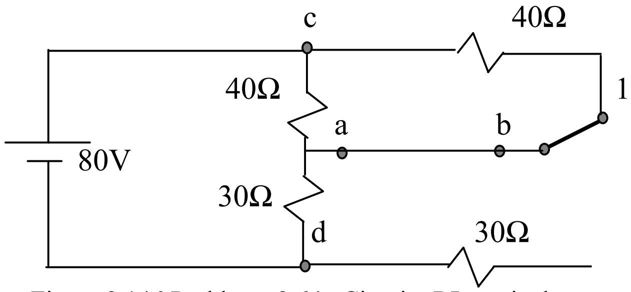


Figura 2.146 Problema 2.64 Circuito RL equivalente.

Como el circuito está en régimen permanente, el inductor se comporta como un corto y el circuito equivalente es el mostrado anteriormente.
La resistencia equivalente entre los puntos "c" y "a" es de 20Ω; porque las dos resistencias de 40Ω, están en paralelo.
Por divisores de tensión, se obtiene el voltaje entre los puntos "c" y "a"
Vca = 80V*20Ω/(20Ω + 30Ω) = 32V
La corriente que circula desde el punto "b" al punto "a" es:
Iba = Vca/40Ω = 32V/40Ω = 0,8 Amp. (Es la corriente que circula por el inductor en régimen permanente)

En la posición 2.
El circuito es el siguiente:

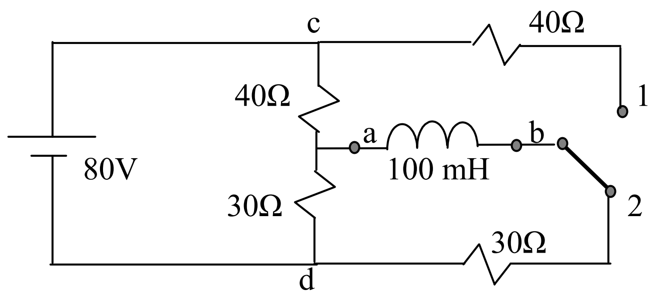


Figura 2.147 Problema 2.64 Circuito RL equivalente.

Haciendo el equivalente de Thévenin entre los puntos "a" y "b", se tiene:

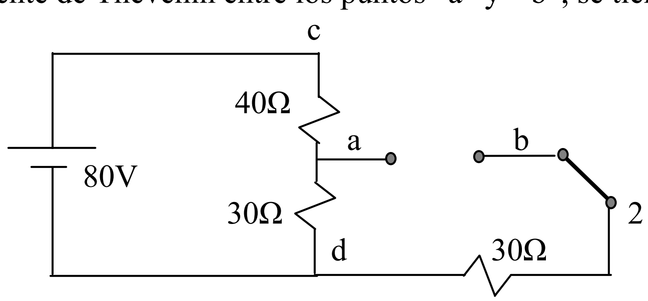


Figura 2.148 Problema 2.64 Circuito equivalente de Thévenin.

La resistencia equivalente de Thévenin es el paralelo entre la resistencia Rca y Rad más la resistencia Rbd:

Rth = (40Ω*30Ω)/(40Ω + 30Ω) + 30Ω = 47,14 Ω
El voltaje equivalente de Thévenin es el que está presente entre los puntos a y d, ya que en la resistencia Rbd (de 30Ω), como no hay paso de corriente, no hay caída de voltaje, por lo tanto:

Vth = 80V*30Ω/(40Ω +30 Ω) = 34,29 V

El circuito equivalente queda:

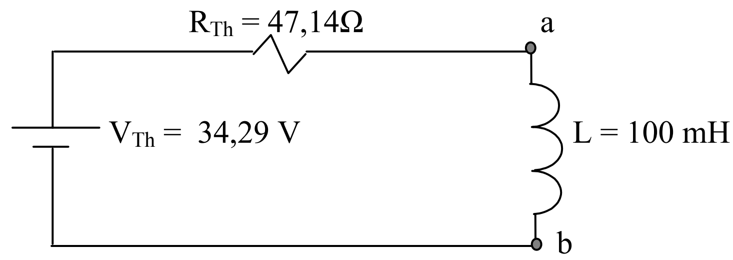


Figura 2.149 Problema 2.64 Circuito equivalente de Thévenin.

Donde:
$i_L(t) = i_f + i_n$
$i_f = V_{Th}/R_{Th} = 34{,}29\ V / 47{,}14\ \Omega \quad \Rightarrow \quad i_f = 0{,}73$ Amp
$i_n = I_n e^{-Rt/L}$
$i_L(t) = 0{,}73 + I_n e^{-Rt/L}$
Para t = 0 seg
i(t) = -0,8 Amp (La corriente para t = 0 es la que circula cuando el interruptor estaba en la posición "1", se toma negativa porque circulaba desde el punto "b" al punto "a", en la nueva posición 2, la corriente circula en sentido contrario, del punto "a" al punto "b".
Luego:
$-0{,}8 = 0{,}73 + Ine^0 \Rightarrow In = -1{,}53$ Amp
Por lo tanto:
$i_L(t) = 0{,}73 - 1{,}53e^{-(47{,}14\ /\ 0{,}1)t}$

$$i_L(t) = 0{,}73\ (1 - 2{,}09e^{-471{,}4t})$$

La corriente se hace cero cuando $I_L(t) = 0 \Rightarrow 0 = \quad 0{,}73\ (1 - 2{,}09e^{-471.,4t})$
$\Rightarrow 1 = 2{,}09e^{-471{,}4t} \quad \Rightarrow \quad 1 / 2{,}09 = e^{-471{,}4t}$

$\mathrm{Ln}(1/2{,}09) = -471{,}4t \Rightarrow \qquad t = 0{,}74/471{,}14 \Rightarrow \quad t = 1{,}5$ mseg

<u>Problema 2.65</u> Circuito RL.
La soldadura natural, consiste en cortocircuitar el secundario de un transformador a través de los materiales a ser soldados. Existen tres factores trascendentales para lograr una correcta soldadura: la potencia de cortocircuito capaz de manejar el transformador, el tiempo de cortocircuito y la presión existente entre los materiales. En un mecanismo dado, la presión es ejercida por gatos neumáticos alimentados a través de dos electroválvulas conectadas en paralelo. Calcular la corriente final circulante por la electroválvula si el material requiere 3/10 seg, para ser soldado y su sistema de control se alimenta a 220 voltios. Características de las electroválvulas: R = 1,5 KΩ; L = 35 H.

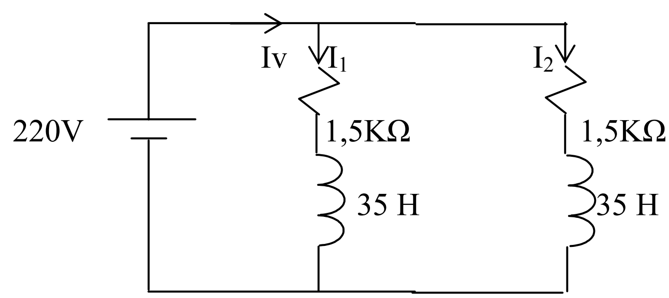


Figura 2.150 Problema 2.65 Circuito RL..

Solución:
$Iv = I_1 + I_2$
$i_1 = E/R(1-e^{-Rt/L}) \Rightarrow i_1 = 220V/1,5K\Omega(1-e^{-1500*0,3/35}) = 0,1467$ Amp
Como $I_1 = I_2 \Rightarrow Iv = 2\, I_1 = 2(0,1467\ A) = 0,29$ Amp

Problema 2.66 Circuito RL.
En el circuito de la figura el interruptor S, se cierra en t = 0 seg. Calcular la corriente en el Inductor L, para un tiempo t = 1 segundo.

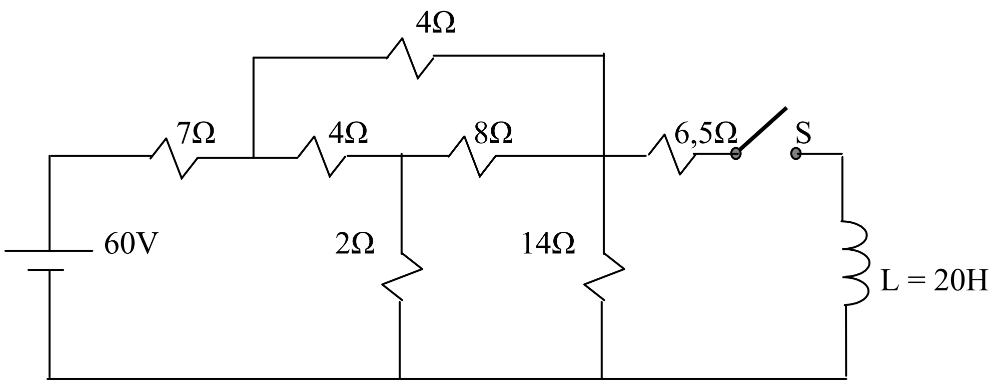


Figura 2.151 Problema 2.66 Circuito RL.

Solución:
Se halla el circuito equivalente de Thévenin en los extremos del Inductor puntos "a" y "b".
La resistencia equivalente de Thévenin se calcula de la siguiente forma:
Se hace la transformación de estrella a delta de los resistores de 4Ω, 8Ω y 2Ω.

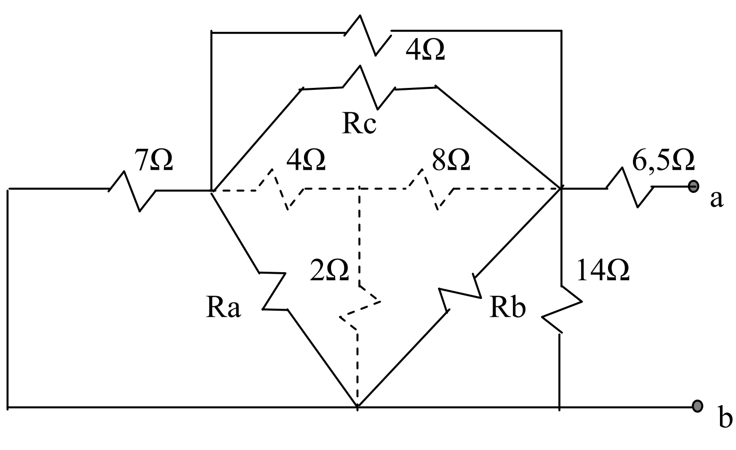


Figura 2.152 Problema 2.66 Transformación estrella delta..

$Ra = (4*8 + 8*2 + 2*4)/8 = 7\Omega$
$Rb = (4*8 + 8*2 + 2*4)/4 = 14\Omega$
$Rc = (4*8 + 8*2 + 2*4)/2 = 28\Omega$

Haciendo el paralelo de:
Ra y el resistor de $7\Omega = (7*7)/(7 + 7) = 3,5\Omega = R_1$

Rb y el resistor de $14\Omega = (14*14)/(14 + 14) = 7\Omega = R_2$
Rc y el resistor de $4\Omega = (28*4)/(28 + 4) = 3{,}5\Omega = R_3$

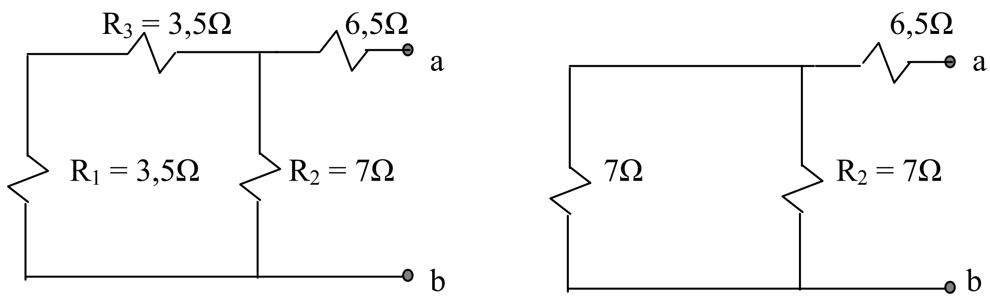


Figura 2.153 Problema 2.66 Circuitos equivalentes.

Haciendo el paralelo de los resistores de 7Ω y sumando el de $6{,}5\Omega$, se tiene la Rth:

$$Rth = (7*7)/(7 + 7) + 6{,}5\Omega = 3{,}5\Omega + 6{,}5\Omega = 10\Omega$$

El voltaje equivalente de Thévenin se calcula a partir del circuito intermedio siguiente:

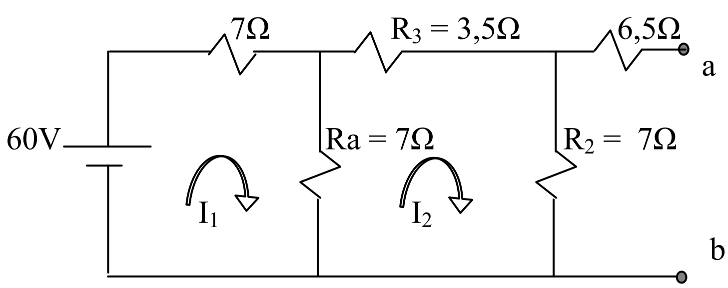


Figura 2.154 Problema 2.66 Cálculo de Rth y Eth.

Aplicando LKV, se tiene:
$60 = 14I_1 - 7I_2$
$0 = - 7I_1 + 17{,}5I_2$
Resolviendo:
$I_1 = 5{,}3671$ A; $I_2 = 2{,}1429$ A
Como en el resistor de 6,5 Ω, no circula corriente el Voltaje de Thévenin entre los puntos "a" y "b" es el que está presente en el resistor R_2, es decir $V_{R2} = Eth$; por lo tanto:
$V_{R2} = R_2 * I_2 = 7*2{,}1429 = 15$ V
Eth = 15 V. El circuito equivalente queda de la forma siguiente:

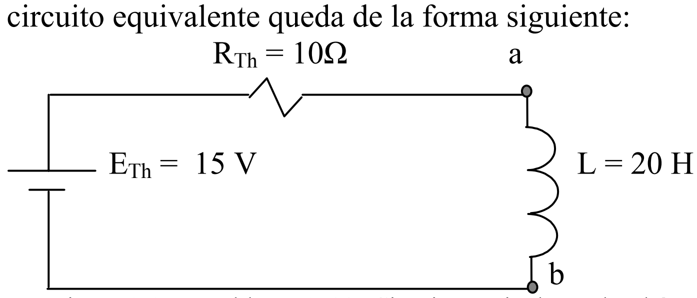


Figura 2.155 Problema 2.66 Circuito equivalente de Thévenin.

Donde:
$i_L(t) = Eth/Rth(1-e^{-Rtht/L}) \Rightarrow i_L(t) = (15/10)(1-e^{-(10/20)t}) \Rightarrow i_L(t) = 1{,}5(1-e^{-0{,}5t})$
Para t = 1 seg. $\Rightarrow i_L(t) = 1{,}5(1-e^{-0{,}5}) = 0{,}59$ Amp

Problema 2.67 Circuito RC.
En el circuito de la figura, el capacitor C se carga a través del interruptor S_1. Adquirida la máxima carga por el capacitor, se cierra S_2. Se pregunta:

a) Estando abierto S_2 y cerrado S_1. ¿Cuál es valor del voltaje en C y la corriente en R_1 al cerrarse S_1 ?
b) Estando abierto S_2 y cerrado S_1. ¿Cuál es valor del voltaje en C y la corriente en R_1, transcurrido 1μ seg. y el valor al transcurrir 1 seg.? (t = 0+)
c) Estando cerrado S_1. ¿cuál es el valor de la corriente en R_2 y el voltaje en el inductor L, inmediatamente después de cerrar S_2?
d) Estando cerrado S_1 y después de transcurrir 1 seg., de estar cerrado S_2. ¿Cuál es el valor de la corriente en R_1, C, R_2 e I_L y el voltaje en V_{R1}, Vc, V_{R2} y V_L, inmediatamente después de cerrar S_2?

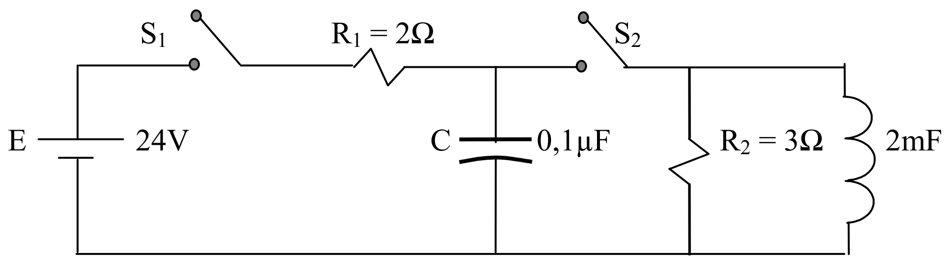


Figura 2.156 Problema 2.67 Circuito RC.

Solución.

a.) Estando S_1 cerrado y S_2 abierto nos queda de la siguiente manera:

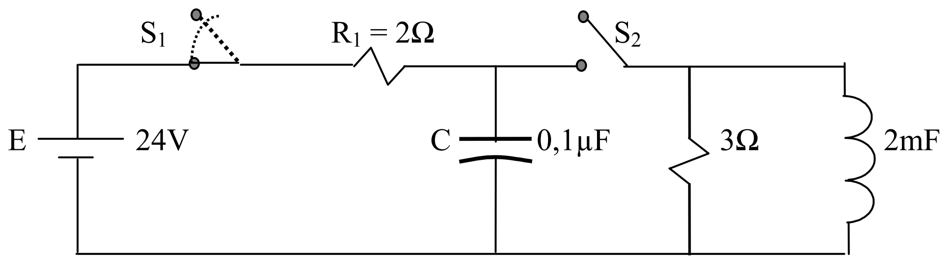


Figura 2.157 Problema 2.67 Circuito RC.

El voltaje y la corriente en un capacitor "C", son:
$Vc = E(1-e^{-(t/R.C)})$ (a1) $i(t) = (E/R)\, e^{-(t/R.C)}$ (a2)
Para t = 0, de las ecuaciones a1 y a2, se tiene:
Vc = 0 V

$Ic = E/R = 24/12 \Rightarrow \quad Ic = 12Amp.$

b.) Estando S_1 cerrado y S_2 abierto, para el tiempo:
Para t = 1µseg; de las ecuaciones a1 y a2, se tiene:
$Vc = 24(1- e^{-(1*10\verb|^|-6/2*0,1*10\verb|^|-6)}) = 24(1- e^{-10/2}) \Rightarrow Vc = 23,84\ V$
$Ic = 24/2(e^{-10/2}) = 0,08Amp.$

Para t = 1seg; de las ecuaciones a1 y a2, se tiene:
$Vc = 24(1- e^{-(1/2*0,1*10\verb|^|-6)}) = 24(1- e^{-5*10\verb|^|6}) \Rightarrow Vc = 24\ V$
$Ic = 24/2(e^{-5*10\verb|^|6}) = 0\ Amp.$

$Vc = 24*(1-e^{-5}x10^6) = 24\ volt. \qquad Ic = 0Amp.$

c.) Estando S_1 cerrado, y cerramos S_2, el circuito queda de la siguiente manera:

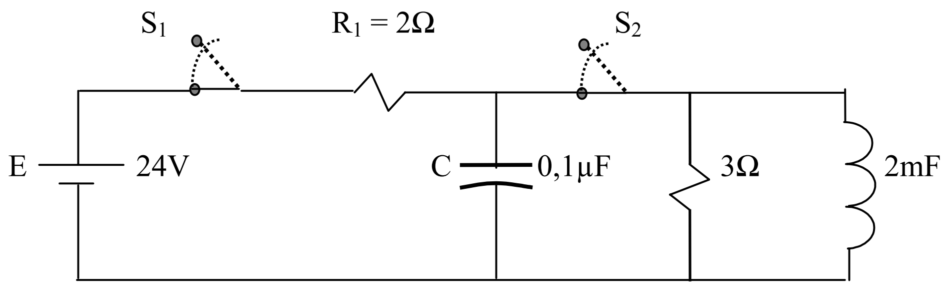


Figura 2.158 Problema 2.67 Circuito RC.

Al estar cerrado S_1, el valor del voltaje en el capacitor Vc = 24volt.
Como el capacitor está en paralelo con R_2 y con el Inductor, $\Rightarrow Vc = V_L = V_{R2} = 24$ V.
Como un inductor, se opone a los cambios de corriente, ésta es la misma antes de cerrar S_2 (0+), y después de cerrar S_2, por lo tanto: I_L (S_2 abierto) L = I_L (S_2 cerrado) = 0 A.
La corriente en el resistor = $I_{R2} = V_{R2}/R_2 = 24/3 = 8Amp.$

d.) Estando cerrado S_1 y después de transcurrir 1 segundo, de estar cerrado S_2, el inductor se comporta como un circuito cerrado y por lo tanto el circuito queda de la siguiente manera:

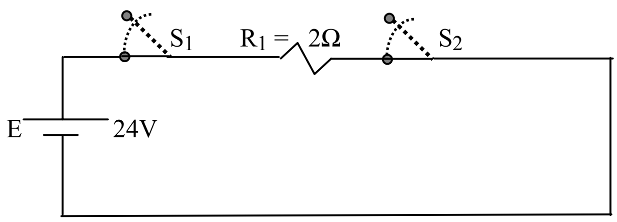


Figura 2.159 Problema 2.67 Circuito resistivo.

Para t = 1 seg.
$V_{R1} = E = 24$ V; $V_{R2} = V_C = V_L = 0$ V.
$I_{R1} = E/R_1 = 24/12 = 12$ A;

A quedar en corto el capacitor y el resistor R2, por estar en paralelo con el inductor, por ellos no pasa corriente y la corriente en el inductor es igual a I_{R1} = 12 A.

Problema 2.68 Circuito RC.
Para la figura adjunta se espera a que el capacitor C esté cargado a 60 voltios y se permuta el interruptor "S" a la posición "B" durante 1,6 segundos para luego cambiar el interruptor S a la posición A. Se pide determinar:

a) El voltaje mínimo a los terminales de C .
b) El voltaje a los terminales de C, para t = 0, 50 segundos, después de retornar el interruptor a la posición A.

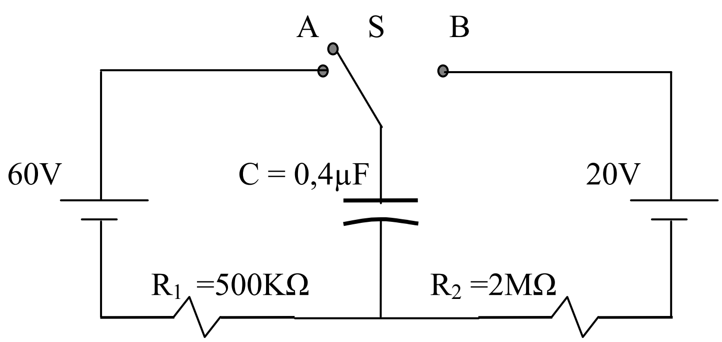


Figura 2.160 Problema 2.68 Circuito RC.

Solución.
a.) En la posición "B"

$20 = V_c + V_{R2}$

$20 = \frac{1}{C}\int idt + iR_2$; derivando $\Rightarrow$ $0 = \frac{i}{C} + R_2 di/dt$; resolviendo :

$V_c = -I_n R_2 e^{-t/R2C} + k_2$; evaluando la expresión anterior para: $\begin{cases} t = 0 \\ V_c = 60\text{ V} \end{cases}$ $\begin{cases} t = \infty \\ V_c = 20\text{ V} \end{cases}$

Se obtiene : $I_n = -2*10^{-5}$ A y $k_2 = 20$ V; RC = 0,4μF*2MΩ = 0,8 por lo tanto :

$V_c = -2*10^{-5}*10^{6}e^{-t/0,8} + 20 = 40\, e^{-t/0,8} + 20 \Rightarrow V_c = 40e^{-t/0,8} + 20$

$$\Rightarrow V_c = 20(1 + 2e^{-t/0,8})$$

Para t = 1,6 seg $\Rightarrow V_c = 20(1 + 2e^{-1,6/0,8}) \Rightarrow V_c = 25,41$ V

b.) En la posición "A"
$60 = V_c + V_{R1}$

$60 = \frac{1}{C}\int idt + iR_1$; derivando $\Rightarrow$ $0 = \frac{i}{C} + R_1 di/dt$; resolviendo :

$Vc = -In\, R_1 e^{-t/R1C} + k_1$; evaluando la expresión anterior para: $\begin{cases} t = 0 \\ Vc = 25{,}41V \end{cases}$ $\begin{cases} t = \infty \\ Vc = 60\ V \end{cases}$

Se obtiene : $In = 34{,}59/R_1$ A y $k_1 = 60$ V; $RC = 0{,}4\mu F*500K\Omega = 0{,}2$ por lo tanto :

$Vc = -(34{,}59/R_1)R_1 e^{-t/0{,}2} + 60 = -34{,}59e^{-t/0{,}2} + 60$
Para t = 0,5 seg $\Rightarrow Vc = -34{,}59e^{-0{,}5/0{,}2} + 60 = 57{,}16$ V

Problema 2.69 Circuitos RLC.
Para el circuito de la figura adjunta. ¿Cuánto debe valer la inductancia para que la corriente total (la componente forzada más la componente natural), generada por la batería sea independiente del tiempo?

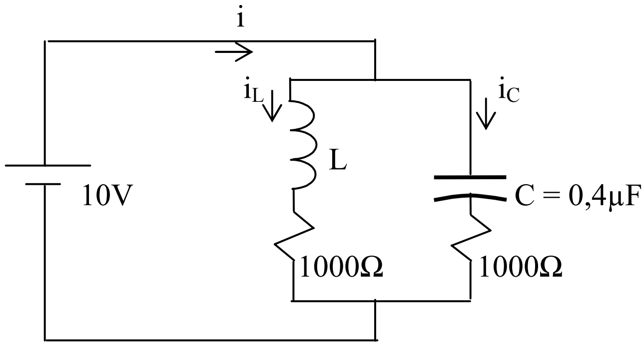


Figura 2.161 Problema 2.69 Circuito RLC.

Solución.
$i_L = (E/R)(1 - e^{-Rt/L}) \Rightarrow i_L = (10/1000)(1 - e^{-1000t/L})$
$Vc = E(1 - e^{-t/RC}) \Rightarrow i_C = CdVc/dt \Rightarrow i_C = (E/R)e^{-t/RC})$

Como
$i = i_L + i_C \Rightarrow i = (E/R)(1 - e^{-Rt/L}) + (E/R)e^{-t/RC} \Rightarrow i = E/R - (E/R)e^{-Rt/L} + (E/R)e^{-t/RC}$

para que i, sea independiente del tiempo, la expresión:
$(E/R)e^{-Rt/L} + (E/R)e^{-t/RC}$ tiene que ser igual a cero, por lo tanto :
$(E/R)e^{-Rt/L} + (E/R)e^{-t/RC} = 0 \Rightarrow e^{-Rt/L} + e^{-t/RC} = 0 \Rightarrow -Rt/L + -t/RC = 0$; luego

$R^2C = L \Rightarrow L = (1000)^2*0{,}4*10^{-6} \Rightarrow L = 0{,}4$ Henrios

Problema 2.70 Circuito RC.
El circuito de la figura adjunta se encuentra inicialmente en condición de régimen permanente. El interruptor se abre en el tiempo t = 0 se pide determinar el voltaje a los bornes del capacitor (Vab) en función del tiempo.

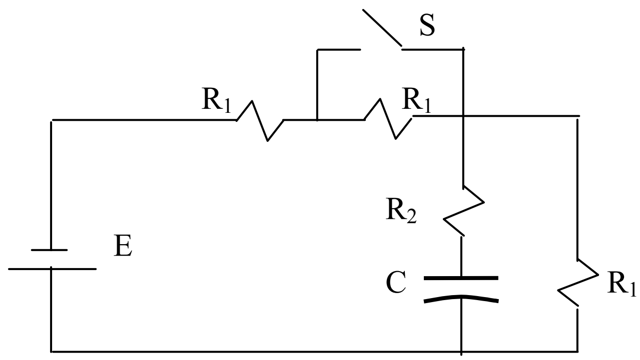


Figura 2.162 Problema 2.70 Circuito RC.

Solución.

En régimen permanente y con el interruptor cerrado, el circuito es el siguiente (izquierda):

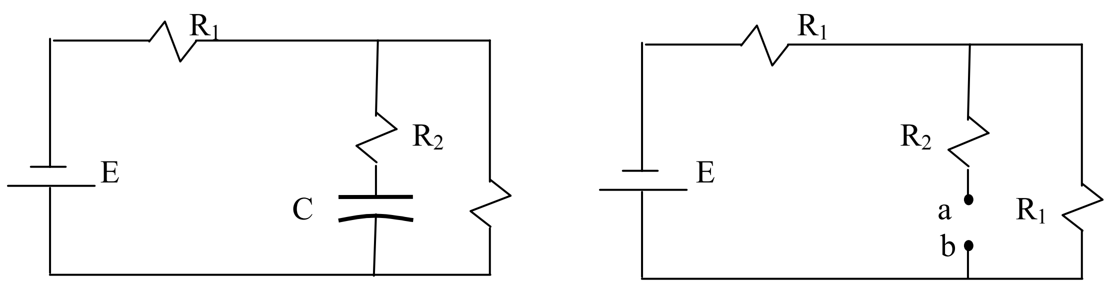


Figura 2.163 Problema 2.70 Circuitos RC.

El circuito equivalente de Thévenin en los puntos a y b (sin el condensador) es el de arriba (de la derecha):

$Eth = Vab = (E*R_1)/(R_1 + R_1) = E/2$

$Rth = (R_1*R_1)/(R_1+R_1) + R_2 \Rightarrow Rth = R_2 + R_1/2 \Rightarrow Rth = (2R_2 + R_1)/2$

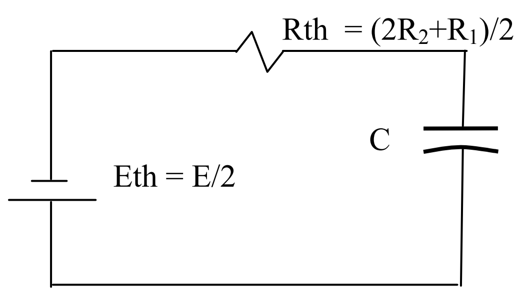


Figura 2.164 Problema 2.70 Circuito equivalente de Thévenin.

El voltaje en el condensador es el siguiente:

$Vc = (E/2)(1 - e^{-2t/(2R2+R1)C})$; para tiempo $t = \infty \Rightarrow Vc = E/2$

Al abrir el interruptor S, para un tiempo t = 0 y estando en régimen permanente, el circuito es el siguiente (izquierda):

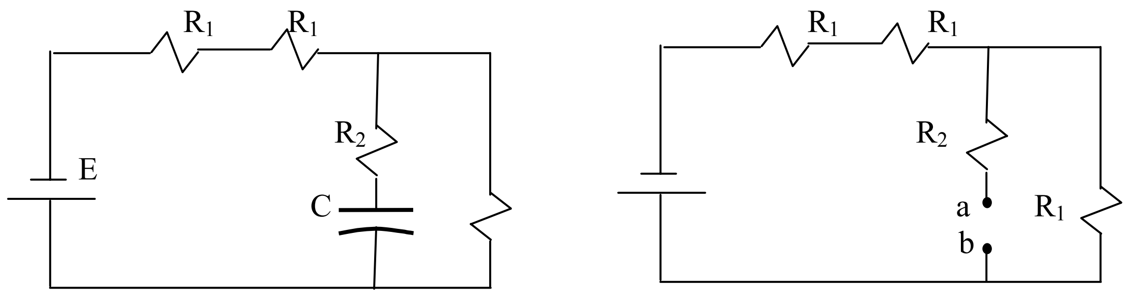


Figura 2.165 Problema 2.70 Circuitos RC.

El circuito equivalente de Thévenin en los puntos "a" y "b" (sin el condensador) es el de arriba el de la derecha:

$Eth = Vab = (E*R_1)/(R_1 + R_1 + R_1) = E/3$
$Rth = (2R_1*R_1)/(2R_1+R_1) + R_2 \Rightarrow Rth = 2R_1/3 + R_2 \Rightarrow Rth = (2R_1 + 3R_2)/3$

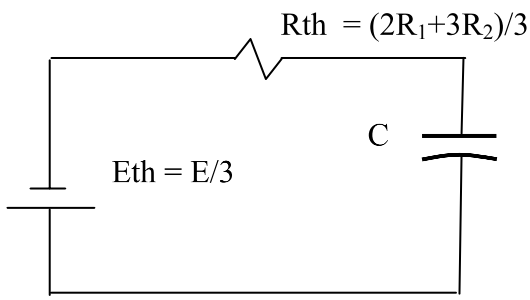


Figura 2.166 Problema 2.70 Circuito equivalente de Thévenin.

El voltaje en el condensador es el siguiente:
$E/3 = Vc + V_{R1}$

$E/3 = \frac{1}{C}\int idt + iR_{th}$; derivando $\Rightarrow$ $0 = \frac{i}{C} + R_{th}di/dt$; resolviendo :

$Vc = -InR_{th}e^{-t/RthC} + k_1$; evaluando la expresión anterior para: $\begin{cases} t = 0 \\ Vc = E/2 \end{cases}$ $\begin{cases} t = \infty \\ Vc = E/3 \end{cases}$

$E/3 = -InR_{th}e^{-\infty} + k_1 \Rightarrow k_1 = E/3$
$E/2 = -InR_{th}e^{0} + E/3 \Rightarrow -InR_{th} = E/2 - E/3 \Rightarrow -In = (3E - 2E)/6R_{th} \Rightarrow$
$In = - E/6R_{th}$; por lo tanto el voltaje en el condensador es:

$Vc = E/(6R_{th}) R_{th}e^{-t/RthC} + E/3 \Rightarrow Vc = \frac{E}{3}(1 + \frac{1}{2}e^{-3t/(2R1 + 3R2)C})$

Problema 2.71 Circuito RC.
En el circuito de la figura para un tiempo t = 0 seg el interruptor "S" se coloca en la posición "1" al cabo de un tiempo t_1=115,13 mseg se coloca el interruptor "S" en la

posición “2” y luego de permanecer en esa posición 23,19 mseg se regresa nuevamente a la posición “1”. Calcular el voltaje en el condensador luego de transcurrir 253,45 mseg desde que se iniciaron las operaciones.

.

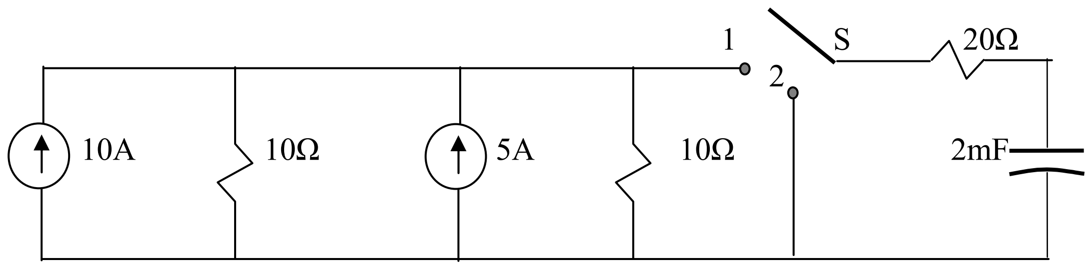


Figura 2.167 Problema 2.71 Circuito RC.

Solución:

Sumando las fuentes de corriente: I_T = 10 A +5 A = 15 A

Haciendo el equivalente en los resistores en paralelo de 10Ω; Re = (10*10/(10 + 10) = 5Ω

Transformando la fuente de corriente en fuente de voltaje:

V = I_T *Re = 15*5 = 75 V; el circuito queda de la siguiente manera:

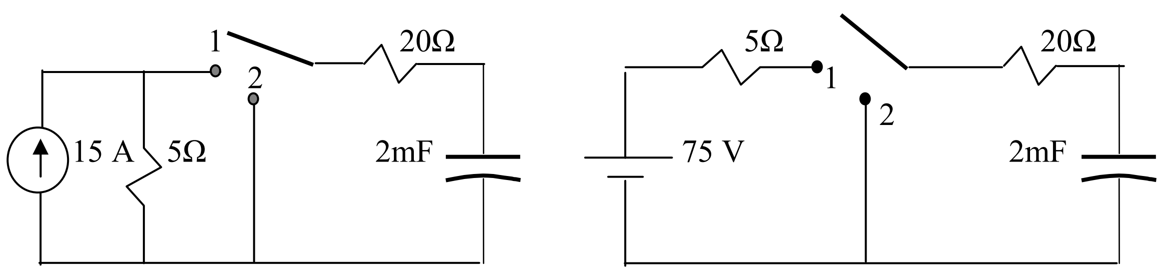


Figura 2.168 Problema 2.71 Circuitos RC.

En la posición 1, el voltaje en el capacitor viene dado por la expresión (Ver Problema 2.79):

$$V_C = E(1 - e^{-t/RC})$$

Donde: E = 75 V; RC = (20Ω + 5Ω)*2 mF = 0,05

$$Vc = 75(1 - e^{-20t})$$

Para t_1 = 115,13 mseg

$$Vc = 75(1 - e^{-20*115,13mseg}) = 67,5 \text{ V}$$

Al cambiar a la posición 2, el capacitor se comienza a descargar, con un voltaje inicial: Vo = 67,5 V y en esta posición RC = 20Ω*2mF = 0,04. El voltaje en el capacitor viene dado por la expresión (Ver Problema 2.23):

$$V_C = Voe^{-t/RC} = 67,5e^{-25t}$$

Para t_2 = 23,19 mseg

$$Vc = 67,5\, e^{-25*23,19mseg} = 37,80 \text{ V}$$

Al regresar el interruptor a la posición 1, el capacitor se comienza a cargar nuevamente, con un voltaje inicial: Eo = 37,80 V, con una constante de tiempo RC = 0,05. El voltaje en el capacitor viene dado por la expresión (Ver Problema 2.22):

$$V_C = -RIne^{-t/RC} + k_1$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{cases} t = \infty; \quad Vc = E \quad \Rightarrow E = -RIne^{-\infty} + k_1 \Rightarrow k_1 = E \\ t = 0; \quad Vc = Eo \quad \Rightarrow Eo = -RIne^{0} + k_1 \Rightarrow k_1 = Eo + RIn \end{cases}$$

$$\Rightarrow E = Eo + RIn \Rightarrow In = (E - Eo)/R \quad \Rightarrow V_C = -R((E - Eo)/R)e^{-t/RC} + E$$

$$\Rightarrow V_C = -(E - Eo)e^{-t/RC} + E$$

Donde E = 75 V; Eo = 37,8 V y RC = (20Ω + 5Ω)*2 mf = 0,05. Luego:

$$V_C = -(75 - 37,8\ )e^{-20t} + 75 = 75 - 37,2e^{-20t}$$

Para t_f = 253,45 mseg (desde el momento del inicio de las operaciones):

$$\Rightarrow t_f = t_1 + t_2 + t_3 = 253,45 \text{ mseg} \Rightarrow t_3 = 253,45 - t_1 - t_2 = 115,13 \text{ mseg.}$$

$$V_C = = 75 - 37,2e^{-20t3} = 75 - 37,2e^{-20*115,13mseg} = 71,28 \text{ V}$$

Problema 2.72 Circuito RC.
En el circuito de la figura, el interruptor ha permanecido durante un largo tiempo en la posición 1; luego se cambia a la posición 2. Determinar la expresión del voltaje en los capacitores C_1, C_2 y en resistor R.

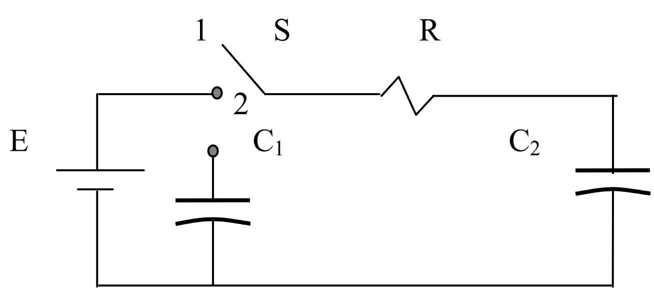


Figura 2.169 Problema 2.72 Circuito RC en carga.

Solución:
En la posición 1, el problema planteado constituye un circuito en carga del capacitor C_2, a través de la resistencia R; por lo tanto la ecuación que se aplica es la siguiente: (Ver Problema 2.22)

$$V_{C2} = E(1 - e^{-t/RC2})$$

Para t = ∞ $\Rightarrow V_{C2} = E$ y el voltaje en $V_{C1} = 0$

En la posición 2, el problema planteado constituye un circuito en descarga del capacitor C_1 a través de la resistencia R y C_2.

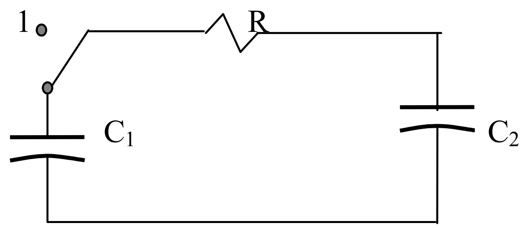


Figura 2.170 Problema 2.72 Circuito RC en descarga.

Aplicando LKV:

$V_{C1} + V_R + V_{C2} = 0$

$1/C_1\int idt + iR + 1/C_2\int idt = 0 \Rightarrow [1/C_1 + 1/C_2]\int idt + iR = 0$

$[(C_1 + C_2)/(C_1*C_2)]\int idt + iR = 0$

Siendo $C = (C_1*C_2)/(C_1 + C_2) \Rightarrow iR + (1/C)\int idt = 0$

La solución de la ecuación anterior se obtuvo en el Problema 2.23; siendo la misma:

$$i = Ine^{-t/RC}$$

El voltaje en el condensador C_2 es:

$$V_{C2} = (1/C_2)\int Ine^{-t/RC}dt = -[(R*C)/C_2]Ine^{-t/RC} + k_1$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{cases} t = \infty; \quad V_{C2} = 0 \Rightarrow 0 = -[(R*C)/C_2]Ine^{-\infty} + k_1 \Rightarrow k_1 = 0 \\ t = 0; \quad V_{C2} = E \Rightarrow 0 = -[(R*C)/C_2]Ine^{0} + k_1 \Rightarrow In = -EC_2/(R*C) \end{cases}$$

$$\Rightarrow i = Ine^{-t/RC} = -EC2/(R*C)\ e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow V_{C2} = -[(R*C)/C_2][-EC2/(R*C)]^{-t/RC} + k_1$$

$$\Rightarrow V_{C2} = Ee^{-t/RC}$$

El voltaje en el resistor es:

$$V_R = i*R \Rightarrow V_R = -(EC_2*R)/(R*C)\ e^{-t/RC} = -(EC_2/C)\ e^{-t/RC}$$

El voltaje en el capacitor C_1 es:

$$V_{C1} = -V_R - V_{C2} \Rightarrow V_{c1} = (EC_2/C)\ e^{-t/RC} - Ee^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow V_{C1} = E[(C_2/C) - 1]e^{-t/RC}$$

Como $= (C_1*C_2)/(C_1 + C_2)$

$V_{C1} = E[C_2(C_1 + C_2)/ C_1*C_2 - 1]e^{-t/RC} = E[(C_1 + C_2)/ C_1 - 1]e^{-t/RC}$

$$\Rightarrow V_{C1} = E[C_2/C_1]e^{-t/RC}$$

Problema 2.73 Circuito RC.
En el circuito de la figura, el interruptor S se cierra, después de estar el capacitor completamente cargado. Hallar el voltaje en el capacitor en función del tiempo.

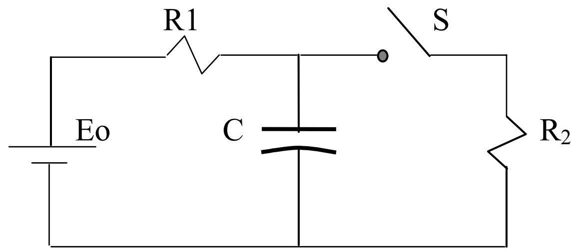


Figura 2.171 Problema 2.73 Circuito RC.

Solución:

Con el interruptor abierto Vc = Eo
Con el interruptor cerrado se obtiene el circuito equivalente de Thévenin en los extremos del capacitor.

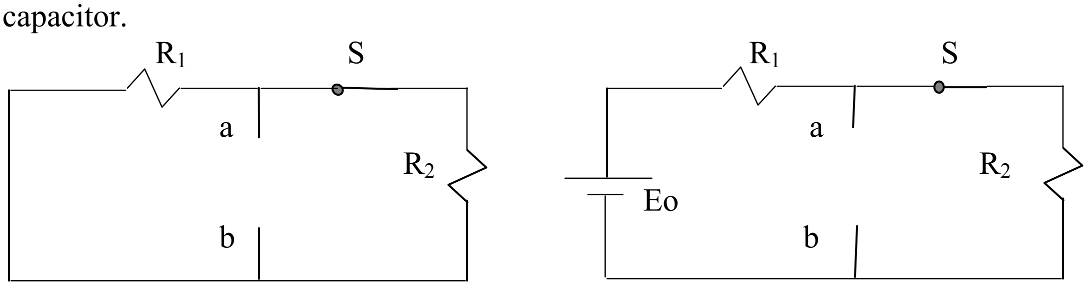


Figura 2.172 Problema 2.73 Circuitos RC.

La resistencia equivalente de Thévenin es:

$$R_{Th} = (R_1 * R_2)/(R_1 + R_2)$$

El voltaje equivalente de Thévenin es el voltaje en los puntos "a" y "b", es decir el voltaje que está en los extremos del resistor R_2.

$$E_{Th} = EoR_2/(R_1 + R_2)$$

El circuito equivalente queda como sigue:

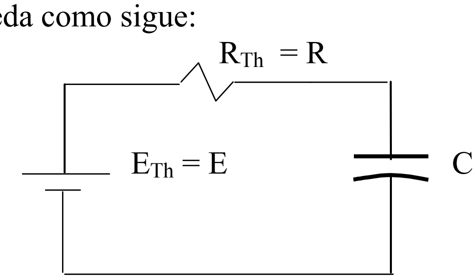


Figura 2.173 Problema 2.73 Circuito equivalente de Thévenin.

La ecuación de la corriente viene dada por la expresión (Ver Problema 2.22)

$$\Rightarrow \ i = Ine^{-t/RC}$$

El voltaje en el condensador es:

$$V_C = \frac{1}{C}\int idt = (1/C)\int Ine^{-t/RC}dt = -RIne^{-t/RC} + k_1$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{cases} t = \infty; \quad Vc = E \quad \Rightarrow E = -RIne^{-\infty} + k_1 \Rightarrow k_1 = E \\ t = 0; \quad Vc = Eo \quad \Rightarrow Eo = -RIne^{0} + k_1 \Rightarrow In = (k_1 - Eo)/R \end{cases}$$

$$In = (E - Eo)/R = In = E/R - Eo/R$$

$$In = [(Eo*R_2)/(R_1 + R_2)]/[(R_1*R_2)/(R_1 + R_2)] – Eo/[(R_1*R_2)/(R_1 + R_2)]$$

Simplificando la expresión anterior se obtiene:

$$In = -Eo/R_2$$

El voltaje en el capacitor es:

$$V_C = -RIne^{-t/RC} + k_1 = [(Eo*R_2)\, Ine^{-t/RC}]/[(R_1*R_2)/(R_1 + R_2)] + (Eo*R_2)/(R_1 + R_2)$$

$$V_C = [(Eo*R_1)/(R_1 + R_2)]Ine^{-t/RC} + (Eo*R_2)/(R_1 + R_2)$$

Donde: $RC = (R_1*R_2*C)/(R_1 + R_2)$.

2.13.- PROBLEMAS PROPUESTOS.

Problema 2.74 Leyes de Kirchhoff (De voltaje y Corriente)

Una fuente de corriente de 5, 0 A tiene una resistencia interna de 40Ω ¿cual será el valor de voltaje a los terminales de la fuente cuando entregue 4,0 A.? ¿Cuál será el valor de la potencia que entrega la fuente? (Solución: 40 voltios, 160 W)

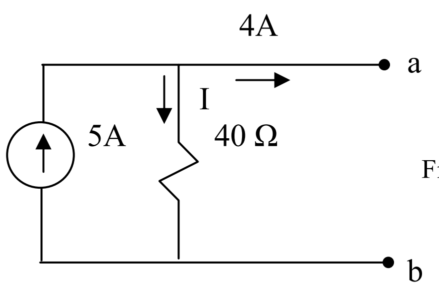


Figura 2.174 Problema 2.74

Problema 2.75 Leyes de Kirchhoff (De voltaje y Corriente)

En el circuito de la figura, hallar I_1, I_2, R y Vcd (Solución: I_1 = 11 A, I_2 = 2 A, R = 2,18Ω y Vcd = 24V)

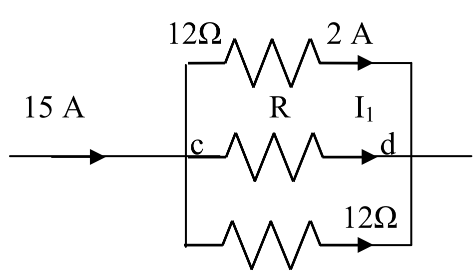


Figura 2.175 Problema 2.75

Problema 2.76 Equivalencias eléctricas: Serie - Paralelo.
En un circuito con dos resistores en paralelo, demostrar cual es la resistencia equivalente: (Solución: $R_{eq} = (R_1 * R_2)/(R_1 + R_2)$)

Problema 2.77 Equivalencias eléctricas: Serie - Paralelo.
En un circuito siguiente $R_1 = R$ y $R_2 = 0$, demostrar cual es la resistencia equivalente. (Solución: R_{eq} 0Ω

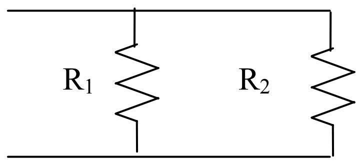


Figura 2.176 Problema 2.77

Problema 2.78 Equivalencias eléctricas.
En el circuito siguiente todos los resistores son iguales y tienen un valor de R; calcular la resistencia R_{AB}, R_{BC} y R_{CA}. (Solución: $R_{AB} = R_{BC} = R_{CA} = R/2$ Ω)

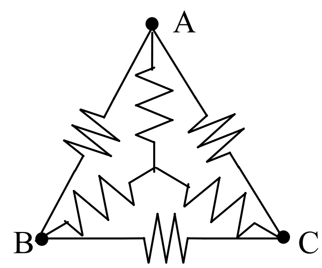


Figura 2.177 Problema 2.78

Problema 2.79 Equivalencias eléctricas: Serie - Paralelo.
En el circuito de la figura, hallar "y" como función de "x", es decir, y =f(x), para Rx = Ry.
Donde Rx = Resistencia vista desde los puntos "a" y "b".
Ry = Resistencia vista desde los puntos "c" y "d".
(Solución: y = x)

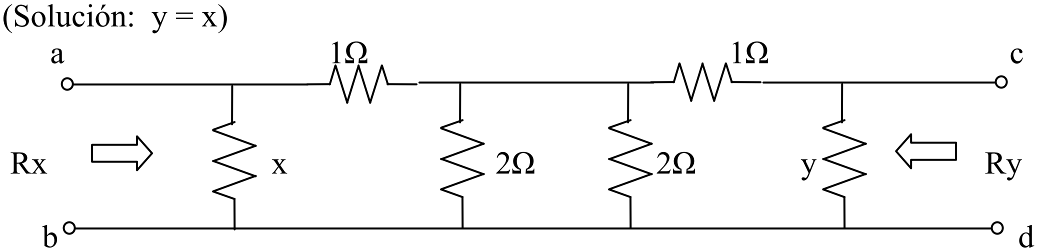


Figura 2.178 Problema 2.79

Problema 2.80 Divisores de Voltaje y Corriente.
Para el siguiente circuito hallar: 1) I_5. 2) V_7. (Solución: $I_5 = 2,5$ Amp y $V_7 = 5$ V)

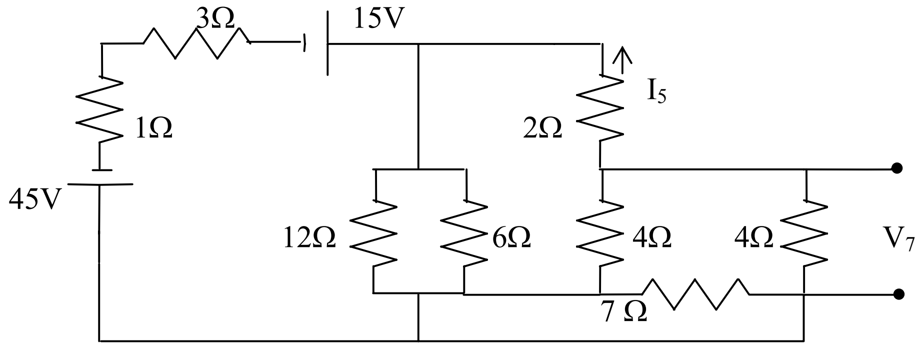


Figura 2.179 Problema 2.80

Problema 2.81 Divisores de Voltaje y Corriente.
En el circuito de la figura adjunta, determinar la potencia absorbida o entregada por cada fuente y la potencia disipada por los resistores.
Solución:
P_{50V} = 875 W (Entregada)
P_{5A} = 150 W (Absorbe porque el voltaje es de signo contrario a la corriente)
P_{10A} = 2200 W (Entregada)
P_{20V} = 450 W (Absorbe porque la corriente entra a la fuente por el positivo)
Total potencia entregada = 3.075 W
$P_{10\Omega}$ = 250 W (Disipada)
$P_{5\Omega}$ = 180 W (Disipada, resistencia de arriba)
$P_{20\Omega}$ = 45 W (Disipada)
$P_{15\Omega}$ = 1500 W (Disipada)
$P_{5\Omega}$ = 500 W (Disipada, resistencia de abajo)
Total potencia disipada y absorbida = 3.075 W

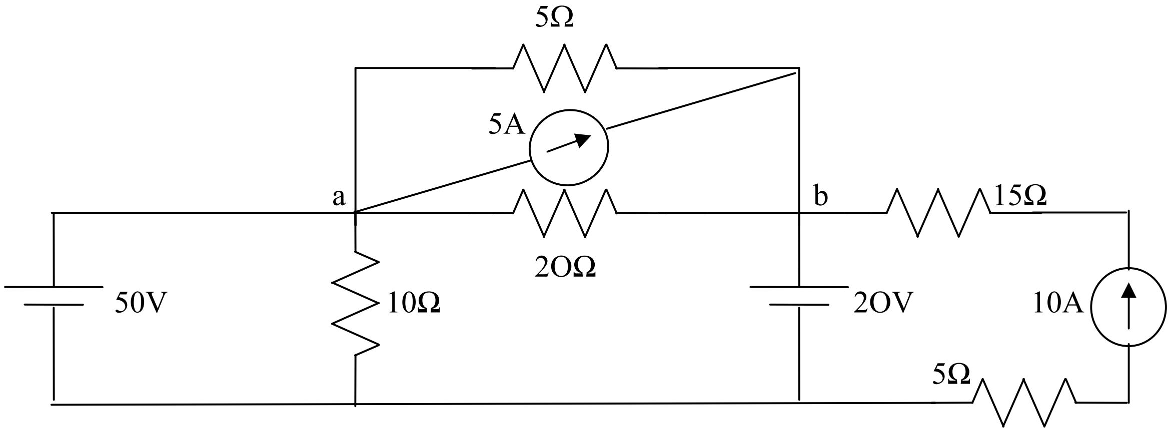


Figura 2.180 Problema 2.81

Problema 2.82 Transformaciones de Fuentes.
Resolver el problema 2.37 por transformaciones de fuentes.

Problema 2.83 Teorema de Thévenin.
En el circuito de la figura adjunta, ¿cuál es el valor de la corriente que fluye por el resistor de 2Ω? (Solución: I = 4A)

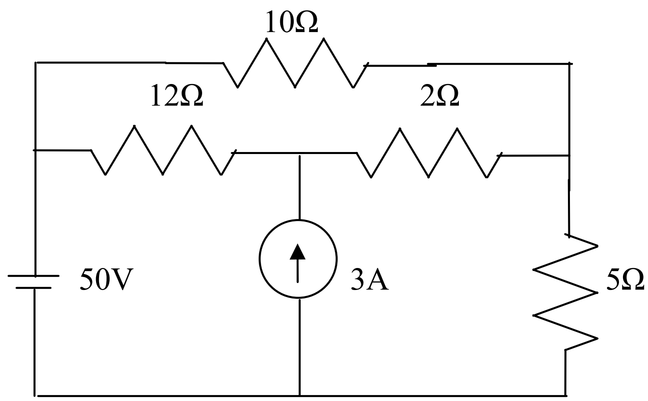


Figura 2.181 Problema 2.83 Teorema de Thévenin

Problema 2.84 Teorema de Thévenin.
Resolver el problema 2.50 aplicando el Teorema de Thévenin.

Problema 2.85 Teorema de Norton.
Para el circuito de la figura adjunta. Hallar la corriente en la resistencia de 12Ω, aplicando el Teorema de Norton. (Solución: I = 1A)

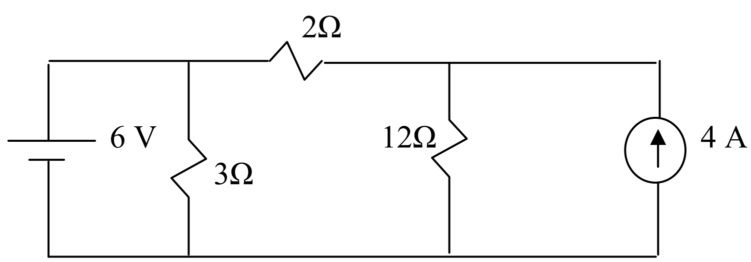


Figura 2.182 Problema 2.85 Teorema de Norton.

Problema 2.86 Teorema de Norton.
Resolver el problema 2.35 aplicando el Teorema de Norton.

Problema 2.87 Teorema de Máxima Transferencia de Potencia.
En el circuito siguiente, para la máxima transferencia de potencia, hallar el valor de R. (Solución: R = 4Ω)

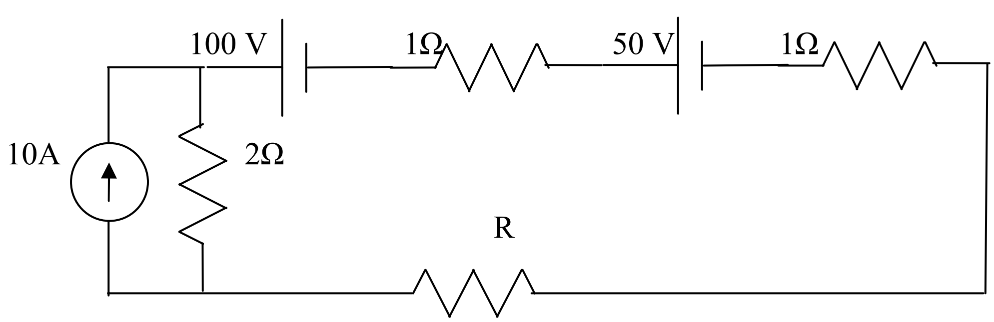


Figura 2.183 Problema 2.87 Teorema de Máxima Transferencia de Potencia.

Problema 2.88 Método de Mallas.
Resolver el problema 2.56 aplicando el Método de Mallas.

Problema 2.89 Método de Mallas.
Dado el siguiente circuito, calcular la corriente a través de la resistencia de 22KΩ. (Solución: I = 5,83 mA)

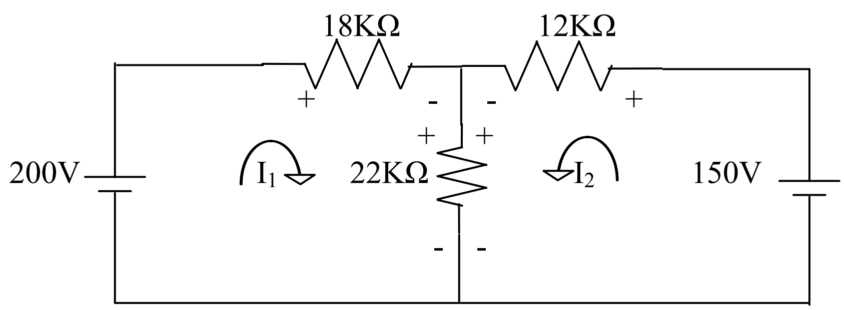


Figura 2.184 Problema 2.89 Método de Mallas.

Problema 2.90 Método de Nodos.
Para el circuito de la figura adjunta. Aplicando el Método de Nodos, hallar las corrientes en las resistencias: R_1 = 2Ω; R_2 = 0,5Ω; R_3 = 0,25Ω; R_4 = 0,80Ω. (Nota R_A, R_B y R_C = Valores al azar. (Solución: I_{R1} = 1,18 A; I_{R2} = 4,82 A; I_{R3} = 0,2A; I_{R4} = 9A).

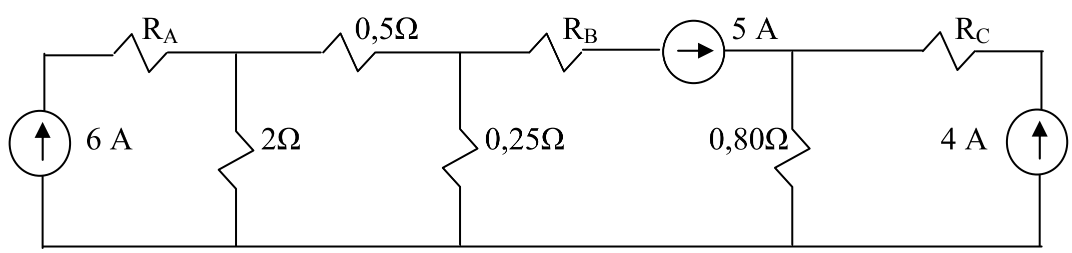


Figura 2.185 Problema 2.90 Método de Nodos.

Problema 2.91 Fuentes Dependientes.
En el circuito de la figura adjunta, la corriente de la fuente I_x depende de la corriente que circula por el resistor de 10Ω, calcular el voltaje en todos los resistores.
(Solución: V_{R10} = 15,6 V; V_{R6} = 10,8 V; V_{R12} = 21,6 V; V_{R2} = 3,6 V)

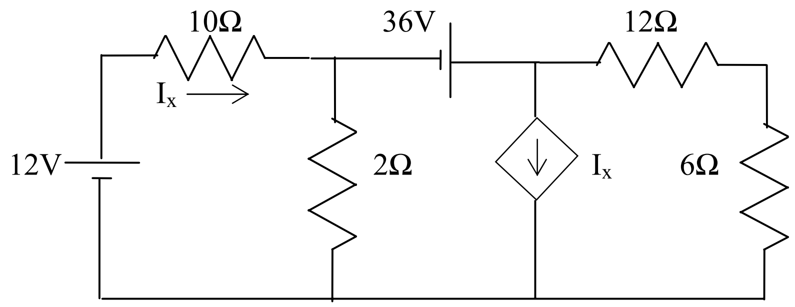


Figura 2.186 Problema 2.91 Fuentes dependientes.

Problema 2.92 Circuito RL.

Para el circuito de la figura adjunta se pide determinar:

1.- La corriente que pasa por el inductor en la posición 1, para t = 0 seg y t = 6mseg

2.- El voltaje en el inductor y en el resistor en la posición 1 para t = 0 seg y t = 6mseg

3.- El voltaje y la corriente en el inductor y en el resistor, si se pasa instantáneamente el interruptor a la posición 2, después de permanecer en la posición 1 por 24 mseg.

Solución:

1). Para t = 0 ⇒ I = 0 A y para t = 6 mseg ⇒ I = 388,43 mA

2). Para t = 0, V_L = 15 V y V_R = 0V; para t = 6 mseg V_L= 3,347 V y V_R= 11,653 V.

3). Para t = 0, $i(t) = 498{,}76e^{-416{,}67t}$ mA ; $V_L(t) = -24{,}938e^{-416{,}67t}$ y $V_R(t) = 24{,}938e^{-416{,}67t}$

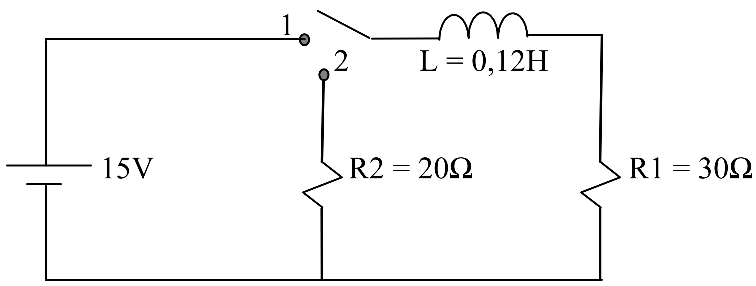


Figura 2.187 Problema 2.92 Circuito RL.

Problema 2.93 Circuito RC.

Para la figura adjunta, el interruptor S se mueve a la posición 2 después de que el capacitor se haya cargado completamente. Determinar el voltaje del capacitor como una función del tiempo (Vab). C = 200μF (Solución: $V_C = 20(3\text{-}4e^{-1{,}82t})$).

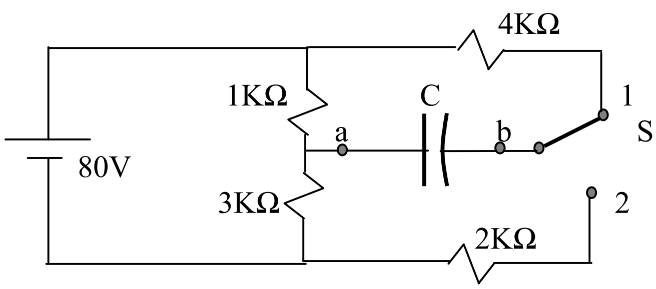


Figura 2.188 Problema 2.93 Circuito RC.

Problema 2.94 Circuito RC.
Al conectar un voltímetro de resistencia interna Ro = 1 MΩ, a un capacitor real de 0,1mF; cargado previamente a 50 voltios, decrece el voltaje a sus terminales a 40 voltios en 1,5 segundos. Se pide determinar la resistencia interna Ri (Solución: Ri = 72,07 KΩ)
.

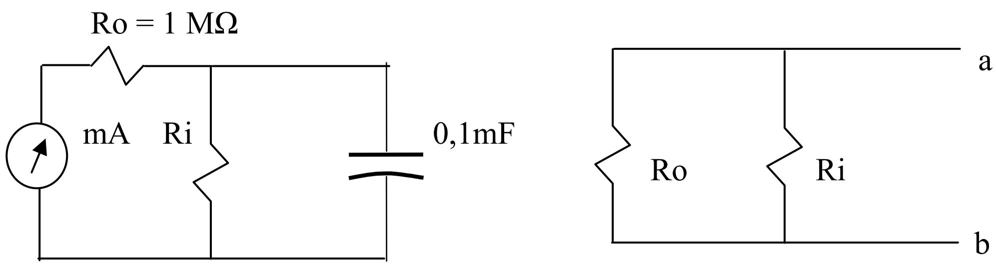


Figura 2.189 Problema 2.94 Circuito RC.

Problema 2.95 Circuito RC.
En el circuito de la figura, el interruptor S, se cierra en t = 0 seg. Calcular el valor del voltaje a los terminales del capacitor C, para un tiempo t = 10 milisegundos. C = 0,5 mF. (Solución: V_C = 12,64 V

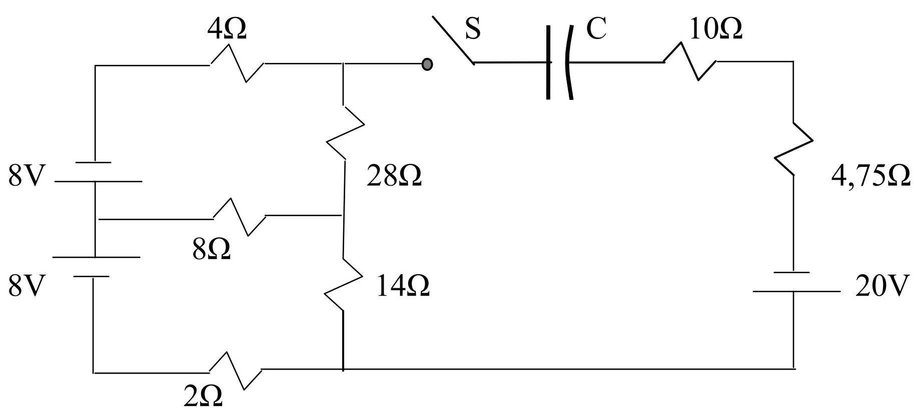


Figura 2.190 Problema 2.95 Circuito RC.

CAPITULO 3

CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA

3.1.- INTRODUCCION.

El análisis de circuitos en corriente alterna se realiza con las herramientas que fueron estudiadas en el Capítulo 2, por lo tanto el estudiante tienedebe tener un dominio de tales herramientas, porque son de aplicación ineludible para la solución de circuitos en corriente alterna.

La diferencia radical entre la corriente continua y la alterna es la presencia de la frecuencia, parámetro éste que introduce un nuevo concepto en el análisis de los circuitos como es la impedancia, que está compuesta por una parte real (resistiva) y una parte imaginaria (reactiva), motivo por el cual el lector tiene que tener destreza en el manejo de los números complejos.

3.2.- FUENTES DE CORRIENTE ALTERNA.

Las fuentes alternas, producen una forma de voltaje o corriente periódica (en forma de onda completa), que crece hasta alcanzar un máximo positivo y decrece hasta llegar un máximo negativo.

En forma general, cuando la variación de los valores de la señal de salida de una fuente, ocurre entre dos niveles (que pueden ser positivo y negativo), se dice que sus valores se alternan y por lo tanto, este tipo de fuentes se llaman alternas o mas comúnmente de corriente alterna y pueden ser sinusoides, ondas cuadradas, o rampas, como se muestra a continuación:

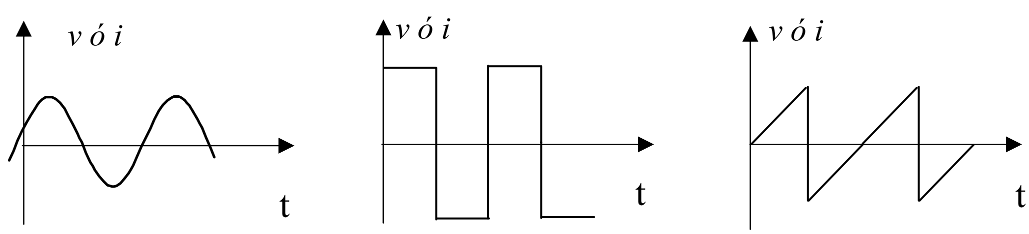


Figura 3.1 Formas de Onda: Senoidal, Cuadrada y Rampa.

La generación de voltaje más extendida y que más predomina en la industria eléctrica mundial es del tipo sinusoidal, de aquí en adelante se utilizaran fuentes de voltaje o corriente alterna para esta forma de onda, (que es producida por un generador o alternador de corriente alterna) y debido a su importancia se hace necesario, el estudio de la sinusoide.

3.3.- LA SINUSOIDE.

Un voltaje (o corriente), que varía en forma sinusoidal puede ser expresado como:

$$v(t) = V\cos(\omega t + \alpha) \qquad (3.1)$$

Donde:

- $v(t)$ = Valor instantáneo del voltaje (o corriente), se usa letra minúscula.
- V = Valor máximo o amplitud, se utiliza letra mayúscula.
- ω = velocidad angular.
- α = ángulo de fase o desfasaje.

Por ser la sinusoide una función periódica, es decir que se repiten en forma de ciclos, la velocidad angular se expresa como:

$$\omega = 2\pi/T \quad \text{(radianes/seg.)} \qquad (3.2)$$

Donde:

- T = Período, que es el tiempo necesario para que se complete un ciclo.

Por otra parte, el período, también puede expresarse como:

$$T = 1/f \qquad (3.3)$$

Siendo:

- f = Frecuencia.

La frecuencia es el número de veces que se repite un evento en un determinado tiempo, en nuestro caso el evento es el ciclo, por lo tanto es el número de veces que se repite un ciclo completo por segundo. De acuerdo con las expresiones anteriores se tiene:

$$\omega = 2\pi/T \quad \Rightarrow \quad \omega = 2\pi f$$

La unidad de la frecuencia es el Hertz, en honor a Heinrich Rudolh Hertz (1857-1894), físico alemán, quien clarificó y extendió la teoría electromagnética de la luz, que había sido formulada por el físico británico Maxwell en 1884. Hertz demostró que la electricidad puede transmitirse en forma de ondas electromagnéticas, las cuales se propagan a la velocidad de la luz y tienen además muchas de sus propiedades. Sus experimentos con estas ondas le condujeron al descubrimiento del telégrafo y la radio sin cables.

La gráfica de la sinusoide es la siguiente:

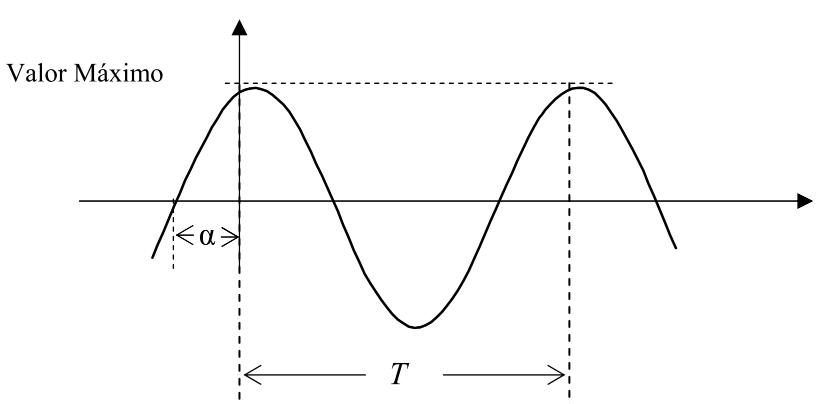


Figura 3.2 Onda Senoidal.

Problema 3.1

Expresar como una función seno la ecuación $v(t) = V\cos(\omega t + \alpha)$

Solución:

Usando la identidad trigonométrica: $\cos A = \mathrm{sen}(A + 90º)$, siendo $A = \omega t + \alpha$

$$\Rightarrow \ v(t) = V\cos(\omega t + \alpha) = V\mathrm{sen}(\omega t + \alpha + 90º) = V\mathrm{sen}(\omega t + \alpha + \pi/2)$$

En la expresión anterior ωt está en radianes; α puede ser expresado en radianes o grados, pero se debe tener siempre el cuidado de expresar todo el argumento del coseno o del seno en una sola unidad, ya sea en radianes o en grados.

3.4.- SOLUCIÓN DE CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA.

En los circuitos de corriente alterna, se pueden aplicar las herramientas utilizadas para la solución de circuitos de corriente continua. Por otra parte, en un circuito lineal constituido por resistores, inductores y capacitores, excitado o alimentado por fuentes de corriente alterna de tipo sinusoidal, todos los voltajes y corrientes presentes en el circuito son sinusoidales con la misma frecuencia.

Para la solución de circuitos de corriente alterna, por su carácter sinusoidal, se tiene que hacer uso de las identidades trigonométricas, que hacen muy dispendiosa y laboriosa la solución de dichos circuitos, por lo tanto, se tiene que recurrir a la aplicación del método de fasores para resolverlos, método que amerita el conocimiento de los números imaginarios, los cuales comúnmente se representan con la letra "i": pero para evitar confusiones con la corriente "i" se utilizará la letra "j".

La letra "j" se puede considerar como un operador, el cual al aplicarlo sobre un número real produce una rotación de 90º en sentido antihorario; siendo sus propiedades las siguientes:

$(j*1) = j$

$j*j = j^2 = -1$

$(j*j*j) = j(j^2) = j(-1) = -j;$

$(j*j*j*j) = (j^2*j^2) = (-1)*(-1) = 1$

3.5.- EL PLANO COMPLEJO.

En un plano complejo los números imaginarios se representan en el eje vertical o de las ordenadas y los números reales se representan en el eje horizontal o de las abscisas:

Problema 3.2

Para un número complejo "A", ubicado a una distancia "a" del eje imaginario y a una distancia "b" del eje real, como la figura adjunta. Determinar la expresión en coordenadas rectangulares y la expresión como función de seno y coseno.

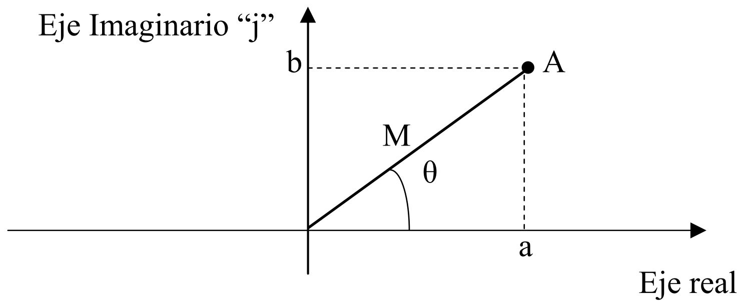


Figura 3.3 Problema 3.2. El Plano Complejo.

Solución.

La expresión de A, en coordenadas rectangulares es:

$$A = a + jb$$

La expresión de A, en función de seno y coseno se obtiene de acuerdo con las expresiones:

$\cos\theta = a/M \Rightarrow a = M\cos\theta$

$\text{sen}\theta = b/M \Rightarrow b = M\text{sen}\theta \Rightarrow jb = jM\text{sen}\theta$;

sumando a + jb se obtiene:

$$A = a + jb = M\cos\theta + jM\text{sen}\theta \Rightarrow A = M(\cos\theta + j\text{sen}\theta)$$

Problema 3.3

Para el número complejo "A", del problema anterior, determinar la expresión en forma exponencial y en forma polar.

Solución.

Aplicando la identidad de Euler[2]: $e^{j\theta} = \text{Cos}\theta + j\text{Sen}\theta$ (Apéndice)

Multiplicando A por M $\Rightarrow$ $A = M(\text{Cos}\theta + j\text{Sen}\theta) = Me^{j\theta}$

Que es la expresión en forma exponencial del número complejo A.

En forma polar A, se puede escribir como:

$$A = Me^{j\theta} \Rightarrow A = M\angle\theta$$

([2] Leonhard Euler (1.707-1.783), matemático suizo, cuyos trabajos más importantes se centraron en el campo de las matemáticas puras)

3.6.- FASOR.

El número complejo A, se representa en el plano complejo por una línea radial fija. Ahora bien si dicha línea se hace rotar a una velocidad angular constante ω, entonces el número complejo A, deja de estar fijo y se convierte en una función que depende del tiempo.

El nuevo número complejo es B y se llama fasor, es decir el fasor es un número complejo que tiene un módulo M, rota a una velocidad constante ω y por lo tanto depende del tiempo. En la gráfica siguiente se representa el fasor B, para un instante t.

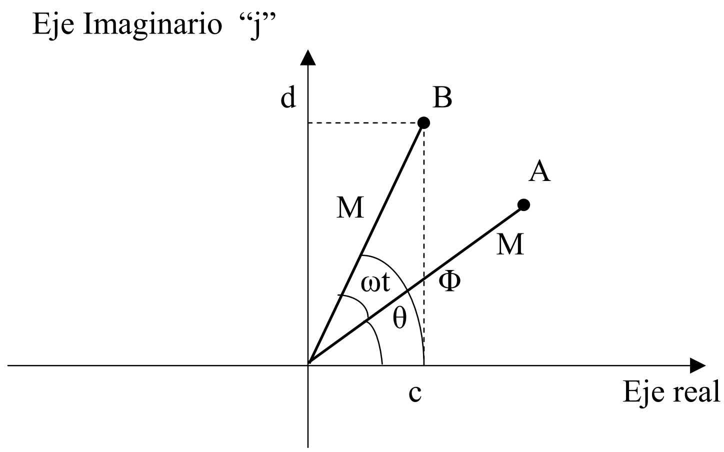


Figura 3.4 El Fasor M en un tiempo "t".

Problema 3.4

Para el fasor "B", de la figura anterior. Determinar la parte real y la parte imaginaria.

Solución.

El ángulo $\Phi = \theta + \omega t$ y la parte real del fasor B es:

$$\cos\Phi = c/M \quad \Rightarrow \quad c = M\cos(\omega t + \theta)$$

La parte imaginaria es:

$$\operatorname{sen}\Phi = d/M \quad \Rightarrow \quad d = M\operatorname{sen}(\omega t + \theta)$$

Las dos expresiones anteriores, contienen la misma información del fasor, es decir, el módulo M, la velocidad angular ω y el ángulo de fase θ, por lo tanto se puede usar cualquiera de ellas para indicar el fasor, en lo sucesivo se utilizará sólo la componente real para representar el fasor y por ende cualquier función sinusoidal que dependa del tiempo.

Problema 3.5

Para un voltaje instantáneo $v(t) = V\cos(\omega t + \theta)$. Determinar la expresión polar.

Solución.

Como la expresión $v(t) = V\cos(\omega t + \theta)$, representa la parte real de la función sinusoidal, se puede decir que:

$$v(t) = V\cos(\omega t + \theta) = Ve^{j(\omega t + \theta)} = Ve^{j\omega t}e^{j\theta}$$

La expresión: $e^{j\theta}$ es muy importante ya que aporta la información relacionada con el ángulo de fase.

La expresión: $e^{j\omega t}$ aporta la información relacionada con la velocidad angular, que es constante y por lo tanto no es necesario indicarla, porque se supone conocida, entonces el voltaje se puede escribir como:

$$v(t) = V\cos(\omega t + \theta) = Ve^{j\theta} = V\angle\theta.$$

La expresión en forma polar del voltaje se llama fasor voltaje y como depende del tiempo se designará en lo sucesivo con letra mayúscula y con una flecha como se indica a continuación:

$$\vec{V} = V\angle\theta$$

La información que contiene la expresión anterior se puede clasificar en dos tipos:

1.) Información directa: V = Valor máximo y θ = ángulo de fase.

2.) Información tácita o sobreentendida: ω = velocidad angular la cual no se indica por las razones antes expuestas; así mismo también está sobre entendido que es un número complejo que está rotando, es decir, es un fasor y por esa razón tiene la flecha sobre la letra V. Además debe quedar sobreentendido que por ser un fasor, es una función sinusoidal que depende del tiempo, de la cual solo se indica la parte real de la siguiente forma:

$$v(t) = V\cos(\omega t + \theta)$$

3.7.- OPERACIONES CON FASORES.

Habida cuenta que una función sinusoidal se puede reemplazar por un fasor y que es mucho más fácil la solución de circuitos de corriente alterna, con la utilización de fasores, ya que es una herramienta muy poderosa, resulta conveniente el estudio y análisis de las operaciones con fasores.

Problema 3.6

Sean dos fasores: $\vec{A} = A\angle\alpha$ y $\vec{B} = B\angle\beta$. Hallar:

a.) $\vec{A} + \vec{B}$

b.) $\vec{A} - \vec{B}$

c.) $\vec{A} * \vec{B}$

d.) $\vec{A} / \vec{B}$

e.) $\vec{A}^{\,n}$

f.) $\vec{A}^{\,*}$

Solución.

El fasor: $\vec{A} = A\angle\alpha = a + jb$ y el fasor $\vec{B} = B\angle\beta = c + jd$; por lo tanto:

a.) $\vec{A} + \vec{B} = (a + c) + j(b + d)$

b.) $\vec{A} - \vec{B} = (a - c) + j(b - d)$

c.) $\vec{A} * \vec{B} = Ae^{j(\omega t + \alpha)} * Be^{j(\omega t + \beta)} = ABe^{j(2\omega t + \alpha + \beta)} = AB\angle(\alpha + \beta)$; depende del tiempo

d.) $\vec{A} / \vec{B} = Ae^{j(\omega t + \alpha)}/Be^{j(\omega t + \beta)} = (A/B)e^{j(\alpha - \beta)} = (A/B)\angle(\alpha - \beta)$; no depende del tiempo.

e.) $\vec{A}^{\,n} = A^n e^{jn(\omega t + \alpha)} = A^n e^{j(n\omega t + n\alpha)} = A^n\angle n\alpha$; depende del tiempo

f.) $\vec{A}^{\,*}$ = Es la conjugada del fasor $\vec{A}$; por lo tanto: $\vec{A}^{\,*} = Ae^{-j(\omega t + \alpha)} = A\angle\text{-}\alpha$

3.8.- VALORES REPRESENTATIVOS DE CORRIENTE ALTERNA.

La corriente alterna tiene diferentes valores representativos como son:

Valor Máximo: Llamado también valor pico o valor de cresta y es la amplitud máxima que alcanza la onda de corriente o voltaje.

Valor Pico-Pico: Llamado también valor cresta-cresta y es el valor existente entre un máximo positivo y un máximo negativo de la onda de corriente o voltaje.

Valor Promedio: Se define el valor promedio de una corriente variable i(t) en un tiempo "t", al valor de una corriente constante Ip que transmite durante el tiempo "t" la misma cantidad de carga que i(t), por lo tanto:

$$Ipt = Q = \int_0^t i(t)dt \Rightarrow$$

$$Ip = (1/t)\int_0^t i(t)dt. \qquad (3.4)$$

Siendo:

Ip = Valor promedio de la corriente.
t = Tiempo
i(t) = Corriente instantánea

Valor Eficaz: Llamado también Efectivo o RMS (de las siglas en inglés Root Medium Square) y se define como el valor eficaz de una corriente variable i(t), al valor de una corriente constante Ie que transmite durante un período T, la misma cantidad de energía que i(t) a un resistor, por lo tanto:

$$Ie^2RT = W = \int_0^T p(t)dt = \int_0^T i(t)^2 Rdt \Rightarrow$$

$$Ie = \sqrt{(1/T)\int_0^T i(t)^2 dt}\,. \qquad (3.5)$$

Donde:

Ie = Valor eficaz de la corriente.
T = Período
i(t) = Corriente instantánea

El valor eficaz es el que se mide en un medidor de corriente (amperímetro) o de voltaje (voltímetro).

Problema 3.7

Hallar el valor promedio para la corriente de las figuras siguientes:

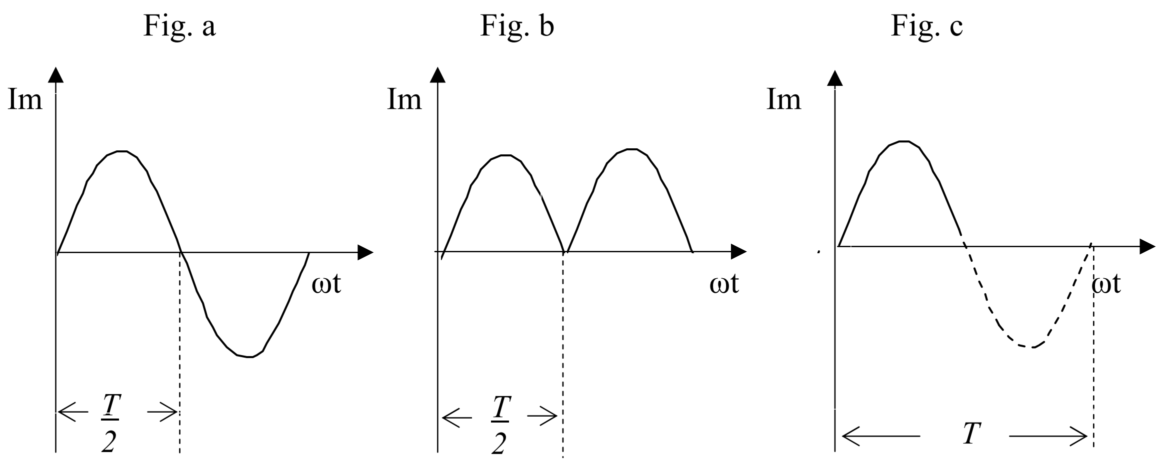


Figura 3.5 Problema 3.7

Solución

Para la figura "a"

La ecuación de la corriente alterna es: $i(t) = \mathrm{Im}\,\mathrm{sen}(\omega t)$; el período: $T = 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi/T = 2\pi/2\pi \Rightarrow \omega = 1$; por otra parte el tiempo a evaluar es: $t = T/2$, por lo tanto la corriente promedio es:

$$Ip = (1/t)\int_0^t i(t)dt \text{ para t = medio período, es decir T/2}$$

$$\Rightarrow Ip = (2/T)\int_0^{T/2} i(t)dt = (2/T)\int_0^{T/2} \mathrm{Imsen}(\omega t)dt$$

$$\Rightarrow Ip = -(2/\omega T)\,\mathrm{Im}[\cos(\omega t)]_0^{T/2} = -(2/\omega T)\mathrm{Im}[\cos(2\pi T/2T) - \cos(2\pi * 0/T)]$$

$$\Rightarrow Ip = -(1/\pi)\mathrm{Im}[\cos\pi - \cos 0^\circ] = -(1/\pi)\mathrm{Im}[-1 - 1] = (2/\pi)\mathrm{Im} = 0{,}636\mathrm{Im}$$

Para la figura "b"

La ecuación de la corriente alterna es: $i(t) = \mathrm{Im}\,|\mathrm{sen}(\omega t)|$; el período: $T = 2\pi$

$\Rightarrow \omega = 2\pi/T = 2\pi/2\pi \Rightarrow \omega = 1$; por otra parte el tiempo a evaluar es: $t = T/2$, por lo tanto la corriente promedio es:

$$Ip = (1/t)\int_0^t i(t)dt \Rightarrow Ip = (2/T)\int_0^{T/2} i(t)dt = (2/T)\int_0^{T/2} \mathrm{Im}|\mathrm{sen}(\omega t)|dt$$

$$= (2/2\pi)\int_0^{2\pi/2} \mathrm{Im}\left|\mathrm{sen}(\omega t)\right| dt \;=\; (1/\pi)\int_0^{\pi} \mathrm{Im}\left|\mathrm{sen}(\omega t)\right| dt$$

Como de 0 a π el seno siempre es positivo, la integral se evalúa como la parte "a", por lo tanto:

$$\Rightarrow \; \mathrm{Ip} = -(1/\pi\,\omega)\,\mathrm{Im}[\cos(\omega t)]_0^{T/2} = --(1/\pi\,\omega)\mathrm{Im}[\cos(2\pi T/2T) - \cos(2\pi*0/T)]$$

$$\Rightarrow \; \mathrm{Ip} = -(1/\pi)\mathrm{Im}[\cos\pi - \cos 0^{\circ}] = -(1/\pi)\mathrm{Im}[-1 - 1] = (2/\pi)\mathrm{Im} = 0{,}636\mathrm{Im}$$

<u>Para la figura "c"</u>

La ecuación de la corriente alterna para la primera parte del ciclo de 0 a π es: i(t) = Imsen(ωt), para la segunda parte del ciclo de π a 2π = 0 y el tiempo es:

t = T. Por otra parte para: $T = 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi/T \Rightarrow \omega = 1$. La corriente promedio es: $\mathrm{Ip} = (1/t)\int_0^t i(t)dt \;\Rightarrow\; \mathrm{Ip} = (1/T)\int_0^T i(t)dt = (1/T)\int_0^{T/2} \mathrm{Imsen}(\omega t)dt \;+\; (1/T)\int_{T/2}^{T} 0dt$

$$\Rightarrow \; \mathrm{Ip} = -(1/\omega T)\,\mathrm{Im}[\cos(\omega t)]_0^{T/2} = -(1/T)\mathrm{Im}[\cos(2\pi T/2T) - \cos(2\pi*0/T)]$$

$$\Rightarrow \; \mathrm{Ip} = -(1/2\pi)\mathrm{Im}[\cos\pi - \cos 0^{\circ}] = -(1/2\pi)\mathrm{Im}[-1 - 1] = (1/\pi)\mathrm{Im} = 0{,}319\mathrm{Im}$$

Como se puede apreciar para las figuras "a" y "b" el valor promedio de la corriente es el mismo, pero para la figura "c" es diferente.

<u>Problema 3.8</u>

Para una corriente alterna, determinar el valor eficaz, para un periodo.

<u>Solución</u>

Sea corriente alterna cuya ecuación es: i(t) = Imsen(ωt), para un período completo el valor eficaz es:

$$\mathrm{Ief} = \sqrt{(1/t)\int_0^t i(t)^2 dt} \;\text{ para un período T } \Rightarrow$$

$$\mathrm{Ief} = \sqrt{(1/T)\int_0^T i(t)^2 dt} = \sqrt{(1/T)\int_0^T (\mathrm{Imsen}\,\omega t)^2 dt}$$

Haciendo uso de la identidad trigonométrica: $\mathrm{sen}^2 A = (1 - \cos 2A)/2$

$$\mathrm{Ief} = \mathrm{Im}\sqrt{(1/2T)\int_0^{\mathrm{T}} (1 - \cos 2\omega t)dt/2} \;=\; \mathrm{Im}\sqrt{(1/2T)\left[t - (sen 2\omega t)/2\omega\right]_0^T}$$

Para $T = 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi/T \Rightarrow \omega = 1$.

$$\Rightarrow \mathrm{Ief} = \mathrm{Im}\sqrt{(1/2T)[(T - \mathrm{sen}2*2\pi*T/T) - (0 - \mathrm{sen}2*2\pi*0/T)]} = \mathrm{Im}\sqrt{(1/2T)[(T - \mathrm{sen}4\pi + \mathrm{sen}0]}$$

$$\Rightarrow \; \mathrm{Ief} = \mathrm{Im}\sqrt{(1/2T)(T)} \;=\; \mathrm{Im}\sqrt{(1/2)} \;=\; 0{,}707\mathrm{Im}.$$

3.9.- RELACIONES ENTRE VOLTAJE Y CORRIENTE ALTERNA EN ELEMENTOS PASIVOS.

En corriente continua, la relación entre el voltaje aplicado a cualquier elemento pasivo y la corriente que circula por él, está determinado de acuerdo con la Ley de Ohm, en el caso de un resistor esta relación se expresa como: $R = V/I$

Para un inductor el voltaje $V_{L,}$ se obtiene como: $V_L = Ldi/dt$, pero como la corriente es constante ⇨ $V_L = 0$; la relación $V/I = 0/I = 0$, por lo tanto el inductor se comporta como un corto circuito.

Para un capacitor la corriente Ic, se obtiene como: $Ic = CdVc/dt$, pero como el voltaje es constante ⇨ $Ic = 0$; la relación $V/I = V/0 = \infty$, por lo tanto el capacitor se comporta como un circuito abierto.

En corriente alterna, la relación entre el voltaje aplicado a cualquier elemento pasivo y la corriente que circula por él, está determinado de acuerdo con la Ley de Ohm, en el caso de un resistor esta relación se expresa como: $R = v_R(t)/i_R(t)$

Para un inductor el voltaje $V_{L,}$ se obtiene como: $V_L = Ldi/dt$, pero como la corriente es variable, entonces se puede obtener la derivada de la corriente. La relación $v_L(t)/i_L(t)$, se llama reactancia inductiva y se indica como X_L, la unidad es el Ω.

Para un capacitor la corriente Ic, se obtiene como: $Ic = CdVc/dt$, pero como el voltaje es variable, entonces se puede obtener la derivada del voltaje. La relación $v_C(t)/i_C(t)$, se llama reactancia capacitiva y se indica como Xc, la unidad es el Ω. La reactancia inductiva y la reactancia capacitiva, se pueden sumar.

<u>Problema 3.9</u>

Obtener la relación entre el voltaje y la corriente en un resistor, excitado por corriente alterna. Dibujar el diagrama fasorial

<u>Solución</u>

Sea el voltaje en un resistor $V_R(t) = V_R\cos(\omega t + \theta)$ y la corriente que circula como:
$i_R(t) = I_R\cos(\omega t + \theta)$.
La relación $V_R(t)/i_R(t) = R = V_R\cos(\omega t + \theta)/I_R\cos(\omega t + \theta)$
⇨ $V_R(t)/i_R(t) = V_R/I_R = R$ (Ω).

<u>Diagrama Fasorial:</u> El voltaje en fasores es: $\vec{V}_R = V_R\angle\theta$ y la corriente en fasores es: $\vec{I}_R = I_R\angle\theta$, de las dos expresiones anteriores, se puede observar que la corriente está en fase con el voltaje. El diagrama fasorial es:

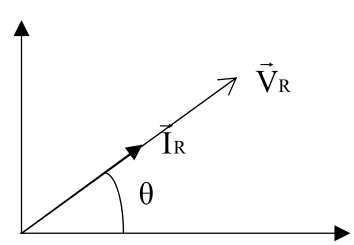


Figura 3.6 Problema 3.9

Problema 3.10

Obtener la relación entre el voltaje y la corriente en un inductor, excitado por corriente alterna. Dibujar el diagrama fasorial

Solución

Sea el voltaje en un inductor $V_L(t) = V_L\cos(\omega t + \theta)$, la corriente se obtiene como:

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int V_L(t)dt = \frac{1}{L}\int V_L\cos(\omega t + \theta)dt = \frac{V_L\operatorname{sen}(\omega t + \theta)}{\omega L}.$$

Aplicando la identidad trigonométrica: $\operatorname{Sen}(A) = \operatorname{Cos}(90 - A)$, siendo $A = \omega t + \theta$

⇨ $i_L(t) = V_L\operatorname{sen}(\omega t + \theta)/\omega L = V_L\cos(90 - \omega t - \theta)/\omega L = V_L\cos[-(-90 + \omega t + \theta)]/\omega L.$

Aplicando la identidad trigonométrica: $\operatorname{Cos}(B) = \operatorname{Cos}(-B)$, siendo $B = -90 + \omega t + \theta$

⇨ $i_L(t) = V_L\cos[-(-90 + \omega t + \theta)]/\omega L = V_L\cos(\omega t + \theta - 90)/\omega L$

El voltaje en el inductor se expresa en fasores como: $\vec{V}_L = V_L\angle\theta$

La corriente en el inductor se expresa en fasores como: $\vec{I}_L = (V_L/\omega L)\angle(\theta - 90°)$.

La relación $\vec{V}_L / \vec{I}_L = X_L = \dfrac{V_L\angle\theta}{V_L\angle(\theta - 90°)/\omega L} = \omega L\angle 90° = j\omega L = j2\pi f L \; (\Omega)$

Diagrama Fasorial: Se demostró que: $\vec{V}_L = V_L\angle\theta$ e $\vec{I}_L = (V_L/\omega L)\angle(\theta - 90°)$, según las expresiones anteriores, se puede observar que la corriente atrasa al voltaje en 90º o que el voltaje adelanta a la corriente en 90º. El diagrama fasorial es:

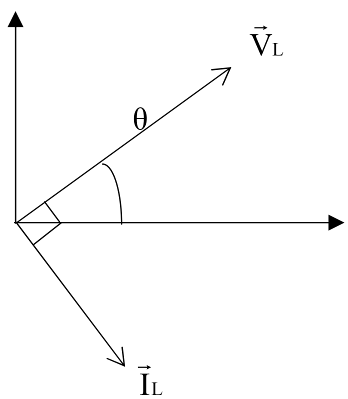


Figura 3.7 Problema 3.10

Problema 3.11

Obtener la relación entre el voltaje y la corriente en un capacitor, excitado por corriente alterna. Dibujar el diagrama fasorial.

Solución

Sea el voltaje en un capacitor $V_C(t) = V_C\cos(\omega t + \theta)$, la corriente se obtiene como:

$i_C(t) = CdV_C(t)/dt = Cd[V_C\cos(\omega t + \theta)]/dt = -\omega C V_C\operatorname{sen}(\omega t + \theta).$

Aplicando la identidad trigonométrica: $-\operatorname{Sen}(A) = \operatorname{Cos}(A + 90)$, siendo $A = \omega t + \theta$

⇨ $i_C(t) = -\omega C V_C\operatorname{sen}(\omega t + \theta) = \omega C V_C\cos(\omega t + \theta + 90).$

El voltaje en el capacitor se expresa en fasores como: $\vec{V}_C = V_C\angle\theta$

La corriente en el capacitor se expresa en fasores como: $\vec{I}_C = \omega C V_C\angle(\theta + 90°)$.

La relación $\vec{V}_C / \vec{I}_C = X_C = \dfrac{V_C\angle\theta}{\omega C V_C\angle(\theta+90^\circ)} = \dfrac{1\angle-90^\circ}{\omega C} = -j/\omega C = -j/2\pi fC$ (Ω)

Diagrama Fasorial: Se demostró que: $\vec{V}_C = V_C\angle\theta$ e $\vec{I}_C = \omega C V_C\angle(\theta + 90^\circ)$, según las expresiones anteriores, se puede observar que la corriente adelanta al voltaje en 90º o que el voltaje atrasa la corriente en 90º. El diagrama fasorial es:

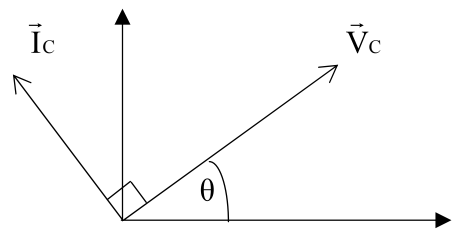


Figura 3.8 Problema 3.11

3.10.- IMPEDANCIA.

La impedancia es la relación entre el voltaje y la corriente, en un circuito RLC excitado por corriente alterna, se designa con la letra $\dot{Z}$ y es la suma vectorial de la resistencia y la reactancia, es decir:

$$\dot{Z} = R \pm jX \quad \text{(Ohmios).} \qquad (3.6)$$

Siendo: $\dot{Z}$ = Impedancia
R = Resistencia
jX = Reactancia.

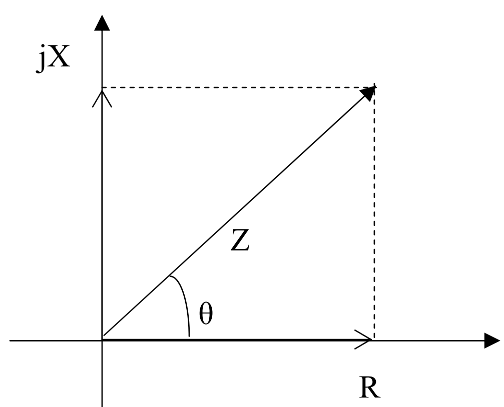


Figura 3.9 Representación gráfica de la Impedancia.

De la figura 3.9, se obtiene: R = Zcosθ; X = Zsenθ; $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ y $\theta = tg^{-1}(X/R)$; por lo tanto:

$$\dot{Z} = \sqrt{R^2 + X^2}\angle tg^{-1}(X/R) \qquad (3.7)$$

3.11.- ADMITANCIA.

La admitancia es el inverso de la impedancia, se designa con la letra $\dot{Y}$. La conductancia es el inverso de la resistencia, se designa con la letra G. La susceptancia es el inverso de la reactancia, se designa con la letra B. La admitancia, es la suma vectorial de la conductancia y la susceptancia, es decir:

$$\dot{Y} = G \pm jB = 1/\dot{Z} \quad \text{(Mhos).} \qquad (3.8)$$

Donde: $\dot{Y}$ = Admitancia
G = Conductancia.
jB = Susceptancia.

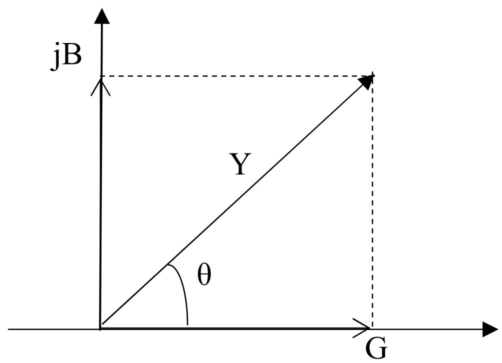


Figura 3.10 Representación gráfica de la Admitancia.

De la figura 3.10, se obtiene: G = Ycosθ; B = Ysenθ; $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$ y $\theta = tg^{-1}(B/G)$; por lo tanto:

$$\dot{Y} = \sqrt{G^2 + B^2}\angle tg^{-1}(B/G) \qquad (3.9)$$

<u>Problema 3.12</u>

Demostrar que la impedancia $\dot{Z}$ no es un fasor, es decir que es una cantidad que no varía con el tiempo.

<u>Solución</u>

Sea un voltaje en forma fasorial: $\vec{V} = V\angle\theta$ y la corriente $\vec{I} = I\angle ø$, la impedancia:

$\dot{Z} = \vec{V}/\vec{I} = V\angle\theta / I\angle ø$; expresando la relación en forma exponencial se tiene:

$$\dot{Z} = Ve^{j(\omega t + \theta)}/ Ie^{j(\omega t + ø)} = Ve^{j\omega t}e^{j\theta}/Ie^{j\omega t}e^{jø}$$

En la expresión anterior, el único término que depende del tiempo es la exponencial $e^{j\omega t}$, pero éste se cancela al hacer la división, por lo tanto la impedancia $\dot{Z}$, es un operador fasorial, que no depende del tiempo, motivo por el cual, se le coloca un punto sobre la letra, con la cual se designe la impedancia, con la finalidad de indicar que es una cantidad que no varia con el tiempo. Recordemos que las cantidades que varían con el tiempo de acuerdo con una ley senoidal, se llaman fasores y se identifican porque se coloca sobre ellos una flecha. Si $|Z| = |V|/|I|$, entonces:

$$\dot{Z} = Ve^{j\theta}/Ie^{jø} = Ve^{j(\theta - ø)}/I, = Z\angle(\theta - ø)\ (\Omega)$$

Problema 3.13

Determinar el rango de variación en grados o radianes de la impedancia $\dot{Z}$.

Solución

La impedancia $\dot{Z} = R + jX$, en la figura 3.11, se observa el rango de variación de la impedancia.

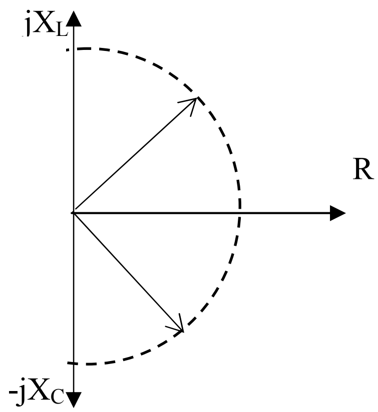


Figura 3.11 Problema 3.13.

La impedancia $\dot{Z}$ varía desde -90º (Para R = 0 y X es sólo capacitiva), hasta 90º (Para R = 0 y X es sólo inductiva).

En el primer cuadrante $R \neq 0$ y X es inductiva. En el cuarto cuadrante $R \neq 0$ y X es capacitiva. El angulo de $\dot{Z}$ no puede ser mayor que 90° ni mayor que -90°, porque el valor de R, sería negativo y eso es imposible.

3.12.- ANALISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA.

Las herramientas estudiadas en el Capitulo II, para la solución de circuitos en corriente continua, tales como la Ley de Ohm, las leyes de Kirchhoff, equivalencias eléctricas, transformaciones de fuentes, teoremas de Superposición, Thévenin y Norton, métodos de mallas, nodos, corrientes de rama, etc., son aplicables para la solución de circuitos en corriente alterna, pero con las siguientes reglas y recomendaciones:

1.) Se deben sustituir las magnitudes de voltaje y corrientes reales, (funciones del tiempo) por las respectivas magnitudes fasoriales. Es decir con módulo y ángulo.
2.) Cambiar el concepto de resistencia por el concepto de impedancia.
3.) En los fasores, el sentido de giro antihorario es el positivo.
4.) La referencia es el eje real.
5.) En los circuitos en serie se recomienda tomar como referencia la corriente.
6.) En los circuitos en paralelo se recomienda tomar como referencia el voltaje.
7.) El ángulo entre el voltaje y la corriente en cualquier elemento, grupos de elementos o en un circuito (voltaje y corriente total), es el mismo ángulo que hay entre la resistencia y la impedancia $\dot{Z}$ del elemento, grupos de elementos o en un circuito (resistencia total e impedancia total), es el ángulo de la impedancia respectiva.

8.) El mencionado ángulo es el mismo que hay entre la potencia real y la potencia compleja en los puntos referidos.
9.) Cuando en un circuito existan fuentes de voltaje en ramas verticales o inclinadas, se toma como terminal positivo (+), el superior y como negativo (-) el inferior. En fuentes de voltaje existentes en ramas horizontales, se toma como terminal positivo (+), el de la derecha y como negativo (-) el de la izquierda. En cualquier caso el sentido de la corriente es del terminal negativo (-) al positivo (+) de la fuente de voltaje.

Problema 3.14

Una corriente de $i(t) = 5\cos(377t - \pi/4)$ amperios, fluye a través de un resistor de 10 Ω y un inductor de 50 mH, que están conectados en serie, hallar:
a.) El voltaje a los terminales de cada elemento y el voltaje total.
b.) Dibuje aproximadamente a escala V_R y V_L sobre el mismo gráfico.

Solución

Cálculo de los voltajes en cada elemento:

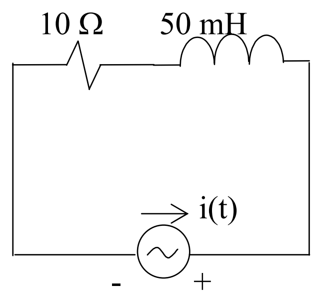


Figura 3.12 Problema 3.14

$j\omega L = X_L = j2\pi fL = j2*3{,}14*60*50*10^{-3} = 18{,}84j = 18{,}84\angle 90^\circ$

Usando fasores:

$i(t) = 5\cos(377t - \pi/4) \Rightarrow \vec{I} = 5\angle -45^\circ$ A

$\Rightarrow \vec{V}_R = \vec{I}*R = (5\angle -45^\circ)(10\angle 0) = 50\angle -45^\circ$ V $\Rightarrow V_R(t) = 50\cos(\omega t - 45^\circ)$ V

$\Rightarrow \vec{V}_L = \vec{I}*X_L = (5\angle -45^\circ)(18{,}84\angle 90^\circ) = 94{,}20\angle 45^\circ$ V $\Rightarrow V_L(t) = 94{,}20\cos(\omega t + 45^\circ)$ V

$\Rightarrow \vec{V}_T = \vec{V}_R + \vec{V}_L = 50\angle -45^\circ \text{ V} + 94{,}20\angle 45^\circ \text{ V} = 106{,}65\angle 17{,}04^\circ$ V

$\Rightarrow V_T(t) = 106{,}65\cos(\omega t + 17{,}04^\circ)$ V

Graficando $V_R(t)$ y $V_L(t)$

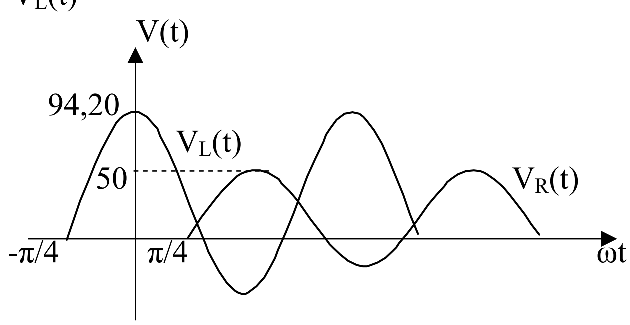


Figura 3.13 Gráfica de $V_R(t)$ y $V_L(t)$

Problema 3.15

En el circuito de la figura adjunta E es una fuente de 60 Hz y $\dot{Z}_2$ es un capacitor de 50 µF. $\dot{Z}1$ y $\dot{Z}3$ son combinaciones serie de una resistencia y una reactancia cada uno. Las mediciones de voltaje con un voltímetro permiten obtener los siguientes resultados:
V_{ab} = 150 V; V_{bc} = 150 V; E_{ad} = 230 V y V_{ac}= 150 V. Mediciones hechas con un medidor de ángulo de fase muestran que el voltaje V_{ab} está en fase con E_{ad}.
Se pide:

a) Determinar la corriente del circuito.
b) Dibujar un esquema fasorial en donde se muestre la corriente y todos los voltajes.
c) Deducir del diagrama fasorial los voltajes $\vec{V}_{ab}$, $\vec{V}_{bc}$, V_{cd}, y E_{ad} expresados en forma rectangular y polar.
d) Determinar el valor de $\dot{Z}1$, $\dot{Z}3$ y la impedancia equivalente del circuito.

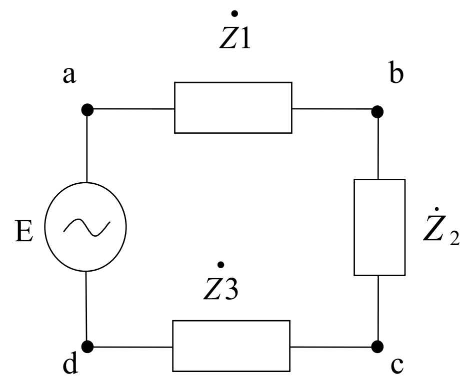


Figura 3.14 Problema 3.15

Solución

a.) Cálculo de la corriente del circuito.
Escalarmente: $V_{ab} = V_{bc} = V_{ac}$ =150 V y E_{ad} = 230 V.

Vectorialmente: El ángulo de $\vec{V}_{ab} = \vec{E}_{ad} \Rightarrow \angle\vec{V}_{ab} = \angle\,\vec{E}_{ad}$.
$C_2 = 50*10^{-6}$F $\Rightarrow Xc_2 = 1/2\pi fC_2 = 1/2\pi 60*50*10^{-6} = 53{,}08\angle{-90º}\ \Omega$

La corriente I, se obtiene como: $\vec{I} = \vec{V}_{bc} / \dot{Z}_2$; de $\vec{V}_{bc}$ sólo se tiene como dato el módulo, habida cuenta que el elemento $\dot{Z}_2$ es un capacitor y tomando como referencia la corriente (en el eje real), entonces el voltaje en el capacitor atrasa a la corriente en 90º (ver Problema 3.11) $\Rightarrow$ $\vec{V}_{bc} = 150\angle{-90º}$ $\Rightarrow$ $\vec{I} = (150\angle{-90º})/53.08\ \angle{-90º} = 2{,}83\angle 0º$ Amp.

b.) El Diagrama Fasorial, se obtiene de acuerdo con las siguientes consideraciones:

El voltaje $\vec{V}_{bc}$ = 150∠-90º V; los módulos de $V_{ab} = V_{bc} = V_{ac}$ =150 V (forman un triángulo equilátero); $\vec{V}_{ac} = \vec{V}_{bc} + \vec{V}_{ab}$ y $\vec{E}_{ad}$, está en fase con $\vec{V}_{ab}$; por lo tanto:

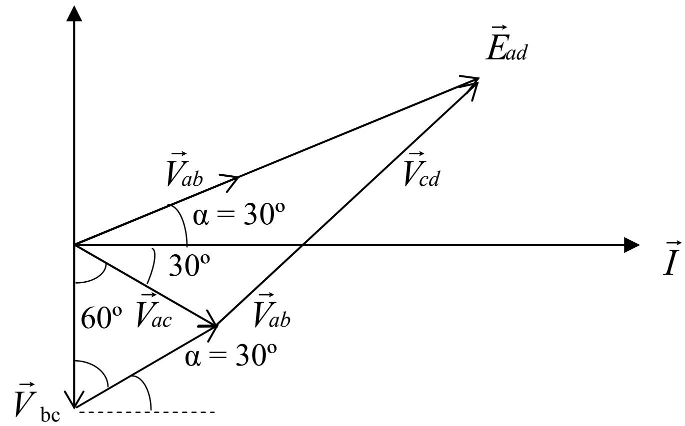


Figura 3.15 Diagrama fasorial de los voltajes del Problema 3.15

c) Deducir del diagrama fasorial los voltajes $\vec{V}_{ab}$, V_{bc}, V_{cd}, y E_{ad} expresados en forma rectangular y polar.

$\vec{V}_{ab}$ = 150∠30º V. $\vec{V}_{bc}$ = 150∠-90º V. $\vec{V}_{ac}$ = 150∠-30º V. $\vec{E}_{ad}$ = 230∠30º V.

$\vec{E}_{ad} = \vec{V}_{ac} + \vec{V}_{cd} \Rightarrow \vec{V}_{cd} = \vec{E}_{ad} - \vec{V}_{ac}$ = 230∠30º - 150∠-30º = 150∠-30º = 202,24∠69,97ºV

d.) Determinar el valor de $\dot{Z}1$, $\dot{Z}3$ y la impedancia equivalente del circuito.

$\dot{Z}1 = \vec{V}_{ab}/\vec{I}$ = 150∠30º/2,83∠0º $\Rightarrow$ $\dot{Z}1$ = 53∠30º Ω = 45,9 + j26,50 Ω

$\dot{Z}3 = \vec{V}_{cd}/\vec{I}$ = 202,24∠69,97º/2,83∠0º = 71,46∠69,97º Ω = 24,47 + 67,11 Ω

$\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}1 + \dot{Z}2 + \dot{Z}3$ = 53∠30º + 53,08∠-90º + 71,46∠69,97º = 81,23∠29,96º Ω

Problema 3.16

En el circuito de la figura adjunta, Si $\vec{I}$= 1∠0º, se pide:

a.) El valor de Xc si $\vec{V}$ e $\vec{I}$ están en fase.

b.) Para el valor de Xc determinado en la parte anterior hallar $\vec{I}_1$ e $\vec{I}_2$

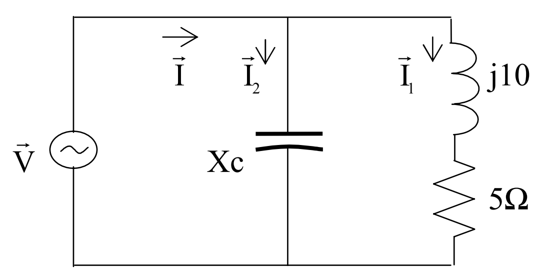


Figura 3.16 Problema 3.16

Solución:

Para que $\vec{V}$ e $\vec{I}$ estén en fase, la impedancia equivalente $\dot{Z}$, debe ser sólo resistiva, por lo tanto:

$\dot{Z} = (5 + j10)//Xc \Rightarrow \dot{Z} = (5 + j10)(-jXc)/(5 + j10 - jXc) = Z\angle 0$, luego

$-j5Xc + 10\,Xc = 5Z + j10Z - jZXc$.

Igualando la parte real y la imaginaria:

$10\,Xc = 5Z \Rightarrow Z = 2Xc$

$-j5Xc = j10Z - jZXc \Rightarrow -5Xc = 20Xc - 2Xc^2 \Rightarrow -5 = 20 - 2Xc \Rightarrow Xc = 25/2 = 12{,}5\Omega$

$\Rightarrow Z = 25\Omega \Rightarrow \dot{Z} = 25\angle 0\ \Omega$. Como:

$\vec{V} = \vec{I} * \dot{Z} = \Rightarrow \vec{V} = (1\angle 0)*(25\angle 0) = 25\angle 0$ V

Como $\vec{I}_1 = \vec{V}/\dot{Z}_1 \Rightarrow \vec{I}_1 = (25\angle 0)/(5 + j10) = (25\angle 0)/(11{,}18\angle 63{,}43º$

$\Rightarrow \vec{I}_1 = 2{,}24\angle -63{,}43º$ A Como $\vec{I}_2 = \vec{V}/\dot{Z}_2 \Rightarrow \vec{I}_2 = (25\angle 0)/(12{,}5\angle -90º) \Rightarrow \vec{I}_2 = 2{,}0\angle 90$ A

Problema 3.17

En el circuito de la figura adjunta, la corriente total es $\vec{I}_T = 10\angle 0º$ Amp. y la corriente a través de la capacitancia es $\vec{I}c = 4\angle 127º$ A. El valor de la capacitancia es de 132,6 μF y la frecuencia de la fuente es de 60 Hz.

a.) Hallar el valor de la resistencia y de la reactancia.

b.) Indicar la naturaleza inductiva o capacitiva de la reactancia.

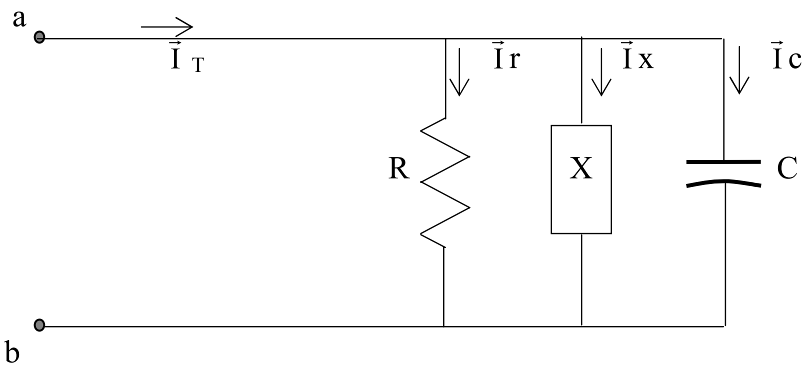


Figura 3.17 Problema 3.17

Solución:

Se halla la impedancia $Xc = -j1/(2\pi fC) \Rightarrow Xc = -j1/(2\pi*60*132{,}6\mu F) = 20\angle -90º\ \Omega$

El voltaje entre los puntos a y b es:

$\vec{V}ab = \vec{I}c*jXc \Rightarrow \vec{V}ab = (4\angle 127º)*(20\angle -90º) \Rightarrow \vec{V}ab = 80\angle 37º$ V

El circuito siguiente es similar al anterior:

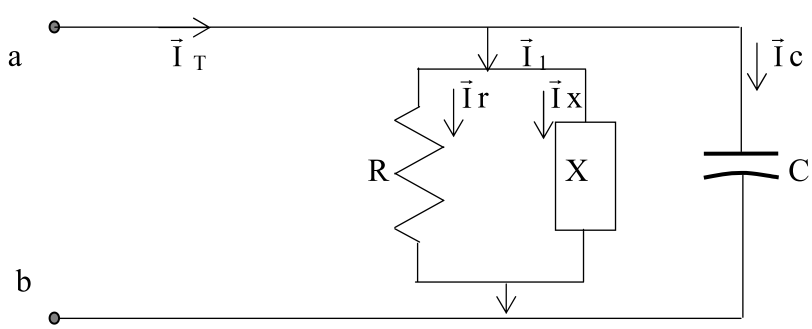


Figura 3.18 Problema 3.17 Circuito equivalente.

La corriente $\vec{I}_T = \vec{I}_1 + \vec{I}_c \Rightarrow \vec{I}_1 = \vec{I}_T - \vec{I}_c = 10\angle 0^o - 4\angle 127^o = 12{,}81\angle -14{,}44^o$ A.
La impedancia equivalente del paralelo entre R y jX es $\dot{Z}$ e igual a:
$\dot{Z} = \vec{V}ab/\vec{I}_1 \Rightarrow \dot{Z} = (80\angle 37^o)/(12{,}81\angle -14{,}44^o) = 6{,}24\angle 51{,}44^o\ \Omega$.
La impedancia equivalente del paralelo entre R y jX es $\dot{Z}$ e igual a:
$\dot{Z} = R//Jx \Rightarrow \dot{Z} = (R*jX)/(R + jX) \Rightarrow \dot{Z}(R + jX) = (R*jX)$
$\Rightarrow 6{,}24\angle 51{,}44^o (R + jX) = R*jX \Rightarrow (3{,}89 + j4{,}88)*(R + jX) = R*jX$
$\Rightarrow 3{,}89R + j4{,}88R + j3{,}89X - 4{,}88X = jRX$. Igualando parte real e imaginaria.

$$\begin{cases} 3{,}89R - 4{,}88X = 0 \Rightarrow (3{,}89/4{,}88)R = X \\ 4{,}88R + 3{,}89X = RX \Rightarrow 4{,}88R + 3{,}89(3{,}89/4{,}88)R = (3{,}89/4{,}88)\,R^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow 4{,}88R + 3{,}15R = 0{,}80R^2 \Rightarrow 4{,}88 + 3{,}15 = 0{,}8R$
$\Rightarrow R = 10{,}04\ \Omega \Rightarrow X = (3{,}89/4{,}88)10{,}04 \Rightarrow X = 8\ \Omega$ La reactancia es un inductor.
$X_L = 2\pi fL \Rightarrow L = X_L/2\pi f = 8/(2\pi*60) = 21{,}23$ mH

Problema 3.18
En el circuito de la figura, aplicando el Teorema de Superposición, hallar la corriente en la rama de 15Ω.

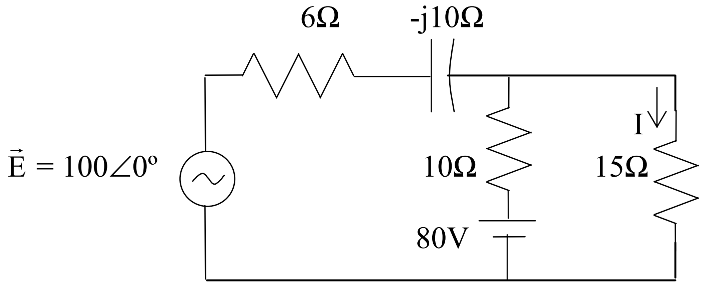


Figura 3.19 Problema 3.18

Solución:
Eliminando la fuente de voltaje contínuo. Eliminando la fuente de voltaje alterno.

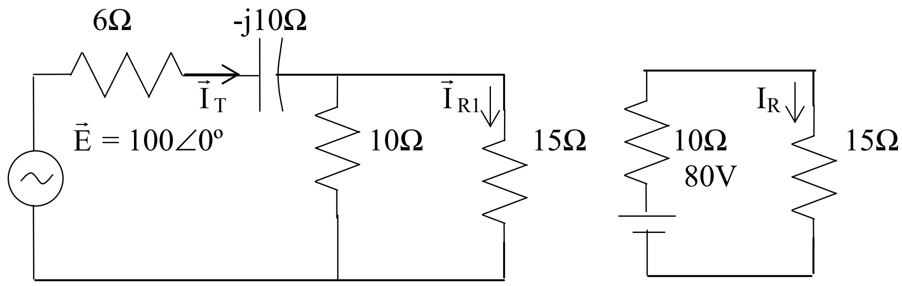


Figura 3.20 Problema 3.18.Eliminando las fuentes de voltaje.

Eliminando la fuente de voltaje contínuo.
$Re = (10*15)/(10 + 15) = 6\Omega$
$\vec{I}_{T1} = \vec{E}/(6 + - j10 + Re) = (100\angle 0^o)/(15{,}62\angle -39{,}81^o) = 6{,}4\angle 39{,}81^o$ A

Aplicando divisores de corriente se tiene:

$\vec{I}_{R1} = (\vec{I}_T*10)/(10 + 15) = (6,4\angle 39,81)*(0,4\angle 0^{o}) = 2,56\angle 39,81^{o}$ A

Eliminando la fuente de voltaje alterno.

$I_R = V/(10 + 15) = 80/(25) = 3,2$ A

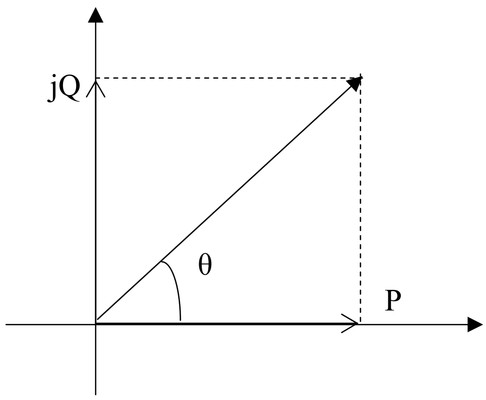
Sumando las corrientes se obtiene:

$I = I_R + \vec{I}_{R1} = 3,2 + 2,56\angle 39,81^{o}$ A.

3.13.- POTENCIA ELECTRICA EN CORRIENTE ALTERNA.

En corriente continua, la potencia eléctrica, se disipa sólo en los resistores, ya que los inductores se comportan como un circuito cerrado y los capacitores como un circuito abierto y en ninguno de los dos casos se disipa potencia. En corriente alterna, los inductores y capacitores se comportan como una reactancia, por lo tanto en ellos se disipa potencia eléctrica.

Potencia Activa: Es la potencia que en corriente alterna, se disipa en los resistores, se ubica en el eje horizontal o de las abscisas del triángulo de potencia, se representa por la letra P y su unidad es el vatio (W). Múltiplo el kilovatio (KW).
Potencia Reactiva: Es la potencia que en corriente alterna, se disipa en los inductores y capacitores, se ubica en el eje vertical o de las ordenadas del triángulo de potencia, se representa por la letra Q y su unidad es el voltioamperio reactivo (VAR). Múltiplo el kilo voltioamperio reactivo (KVAR).
Potencia Reactiva Inductiva: Es la potencia reactiva que se disipa en los inductores y se ubica en la parte positiva del eje vertical, del triángulo de potencia.
Potencia Reactiva Capacitiva: Es la potencia reactiva que se disipa en los capacitores y se ubica en la parte negativa del eje vertical, del triángulo de potencia.
Potencia Compleja: Es la suma de la potencia activa más la potencia reactiva, se representa por la letra S, la unidad es el voltioamperio (VA). Múltiplo el kilo voltioamperio (KVA).
Potencia Aparente: Es el módulo de la potencia compleja.



S

Figura 3.21 Gráfica de la Potencia Compleja.

De la figura 3.21, se obtiene: $P = S\cos\theta$; $Q = S\mathrm{sen}\theta$; $S=\sqrt{P^2+Q^2}$ y $\theta = tg^{-1}(Q/P)$; por lo tanto:

$$\dot{S} = \sqrt{P^2+Q^2}\angle tg^{-1}(Q/P) \qquad (3.10)$$

Donde: $\dot{S}$ = Potencia Compleja
P = Potencia Activa.
Q = Potencia Reactiva

3.14.- ENERGIA ELECTRICA EN CORRIENTE ALTERNA.

En corriente alterna, los inductores almacenan energía en forma de campo magnético; los capacitores almacenan energía en forma de campo eléctrico y los resistores disipan la energía en forma de calor, según la relación $Q = (I^2Rt)/J$ (1.11) indicada en el Capítulo I.

En general la energía eléctrica en corriente alterna se define de acuerdo con la ecuación (1.10) como: $W = \int P.dt$

Se emplea la letra W y no E, para no confundirla con el voltaje, el cual muchas veces se designa con la letra E.

<u>Problema 3.19</u>
En un resistor excitado por corriente alterna, obtener la potencia y la energía.

<u>Solución</u>
<u>Cálculo de la Potencia:</u>
Sea el voltaje en un resistor $V_R(t) = V_{Rmáx}\cos(\omega t + \theta)$ y la corriente que circula como: $i_R(t) = I_{Rmáx}\cos(\omega t + \theta)$.
La potencia es: $p(t) = V_R(t)*i_R(t) = V_{Rmáx}\cos(\omega t + \theta)*I_{Rmáx}\cos(\omega t + \theta)$
⇨ $p(t) = V_{Rmáx}I_{Rmáx}\cos^2(\omega t + \theta)$.
La capacidad de transportar energía mediante voltajes y corrientes alternas se mide por la potencia promedio entregada en un período, es decir:
$P = Pr = (1/t)\int_0^t p(t)dt$. Para un período T ⇨ $P = (1/T)\int_0^T p(t)dt = (1/T)\int_0^T V_{Rmáx}I_{Rmáx}\cos^2(\omega t+\theta)dt$
Haciendo uso de la identidad trigonométrica: $\cos^2A = (1 + \cos2A)/2$. Siendo $A = \omega t + \theta$
⇨ $P = (1/T)\, V_{Rmáx}I_{Rmáx}\int_0^T \frac{(1+\cos(2\omega t+2\theta))}{2}dt = (1/2T)V_{Rmáx}I_{Rmáx}[t + \mathrm{sen}(2\omega t + 2\theta)/2\omega]$
Para $T = 2\pi$ ⇨ $\omega = 2\pi/T$ ⇨ $\omega = 1$.
El Valor eficaz del voltaje es: $V_R = V_{Rmáx}/\sqrt{2}$ ⇨ $V_{Rmáx} = \sqrt{2}V_R$
El Valor eficaz de la corriente es: $I_R = I_{Rmáx}/\sqrt{2}$ ⇨ $I_{Rmáx} = \sqrt{2}I_R$
⇨ $P = (1/2T)\sqrt{2}V_R\sqrt{2}I_R[(T - 0) + (\mathrm{sen}(2T + 2\theta)- (\mathrm{sen}(0 + 2\theta))/2]$
⇨ $P = (1/T)V_RI_R[T + (\mathrm{sen}(2T + 2\theta)- \mathrm{sen}2\theta))/2]$. Haciendo uso de la identidad trigonométrica: $\mathrm{sen}(A+B) = \mathrm{sen}A\cos B + \cos A\,\mathrm{sen}B$; siendo $A = 2T$ y $B = 2\theta$
⇨ $\mathrm{sen}(2T+2\theta) = \mathrm{sen}2T\cos2\theta + \cos2T\mathrm{sen}2\theta = \mathrm{sen}4\pi\cos2\theta + \cos4\pi\mathrm{sen}2\theta = \mathrm{sen}2\theta$
⇨ $P = (1/T)V_RI_R[T + (\mathrm{sen}2\theta- \mathrm{sen}2\theta)/2]. = (1/T)V_RI_RT = V_RI_R$ (W)
Según la Ley de Ohm: $V_R = I_R*R$ ⇨ $P = I_R^2R$ (W) ⇨ $P = V_R^2/R$ (W)

Cálculo de la Energía:

La energía es: $W(t) = \int_0^t p(t)dt = \int_0^T V_{Rmáx}I_{Rmáx}\cos^2(\omega t+\theta)dt = V_R I_R\int_0^T(1+\cos(2\omega t+2\theta))dt$

Al resolver la ecuación se obtiene:

$$W(t) = \frac{V_R I_R}{\omega}\left(\omega t+\frac{1}{2}\mathrm{sen}(2\omega t+2\theta)\right)-\frac{1}{2\omega}sen 2\theta \quad \text{(julios)}$$

Problema 3.20

En un inductor excitado por corriente alterna, obtener la potencia y la energía.

Solución.

Cálculo de la Potencia.

Sea el voltaje en un inductor $V_L(t) = V_{Lmáx}\cos(\omega t + \theta)$, la corriente (Ver Problema 3.10):
$i_L(t) = V_{Lmáx}\mathrm{sen}(\omega t + \theta)/\omega L$

La potencia es: $p(t) = V_L(t)*i_L(t) = V_{Lmáx}\cos(\omega t + \theta)V_{Lmáx}\mathrm{sen}(\omega t + \theta)/\omega L$

Como $X_L = \omega L$ y el valor eficaz del voltaje es: $V_L = V_{Lmáx}/\sqrt{2} \Rightarrow V_{Lmáx} = \sqrt{2}V_L$

$p(t) = \sqrt{2}V_L\cos(\omega t + \theta)*\sqrt{2}V_L\mathrm{sen}(\omega t + \theta)/X_L$

$\Rightarrow p(t) = V_L^2 2\cos(\omega t + \theta)\mathrm{sen}(\omega t + \theta)/X_L$. Como $2\cos\beta\mathrm{sen}\beta = \mathrm{sen}2\beta$

$\Rightarrow p(t) = \dfrac{V_L^2}{X_L} sen(2\omega t+2\theta)$ Como $V_L = I_L X_L$

$\Rightarrow p(t) = I_L^2 X_L sen(2\omega t+2\theta) = V_L I_L sen(2\omega t+2\theta)$

De las expresiones anteriores se puede concluir lo siguiente:

1.) La potencia instantánea en un inductor oscila al doble de la frecuencia del voltaje o la corriente.
2.) Durante el ciclo positivo la fuente suministra potencia al inductor y durante el ciclo negativo, el inductor suministra potencia a la fuente de la energía que almacena como campo magnético. De lo anterior se concluye que la potencia promedio suministrada al inductor durante un período es cero.
3.) Como el valor promedio de la potencia en el inductor es cero, toma importancia el valor máximo de la potencia oscilante, el cual se denomina potencia reactiva inductiva y se designa como:

$$Q_L = \frac{V_L^2}{X_L} = I_L^2 X_L = V_L I_L \quad \text{(VAR)}$$

La potencia reactiva inductiva se considera positiva.

Cálculo de la Energía:

La energía es: $W(t) = \int_0^t p(t)dt = \dfrac{V_L^2}{X_L}\int_0^t sen(2\omega t+2\theta)dt$

El ángulo θ, representa la constante de fase, a la cual se le puede dar cualquier valor ya el fasor voltaje o corriente se pueden hacer rotar libremente. A fines de facilitar el cálculo de la energía se asume como cero, por lo tanto:

$$W(t) = \frac{V_L^2}{X_L}\int_0^t sen(2\omega t+2\theta)dt = \frac{V_L^2}{X_L}\int_0^t sen(2\omega t)dt = -\frac{V_L^2}{2\omega X_L}\cos(2\omega t)_0^t$$

$$W(t) = -\frac{V_L^2}{2\omega X_L}(\cos 2\omega t - \cos 0^o) = \frac{(I_L X_L)^2}{2\omega X_L}(1-\cos 2\omega t) = \frac{I_L^2 X_L}{2\omega}(1-\cos 2\omega t)$$

$$W(t) = \frac{I_L^2 \omega L}{2\omega}(1-\cos 2\omega t) = \frac{1}{2} I_L^2 L(1-\cos 2\omega t).$$

La energía promedio se define como: $W_{Pr} = \frac{1}{t}\int_0^t W(t)dt = \frac{1}{2T}\int_0^T I_L^2 L(1-\cos 2\omega t)dt$

$$\frac{1}{2T} I_L^2 L\left(t - \frac{sen 2\omega t}{2\omega}\right)_0^T = \frac{1}{2T} I_L^2 L\left((T - \frac{sen 2\omega T}{2\omega}) - (0 - \frac{sen 2\omega 0}{2\omega})\right) = \frac{1}{2T} I_L^2 LT$$

$$W_{Pr} = \frac{1}{2} I_L^2 L$$

<u>Problema 3.21</u>

En un capacitor excitado por corriente alterna, obtener la potencia y la energía.

<u>Solución</u>

<u>Cálculo de la Potencia.</u>

Sea el voltaje en un capacitor $V_C(t) = V_{Cmáx}\cos(\omega t + \theta)$, la corriente (Ver Problema 3.11): $i_C(t) = -\omega C V_{Cmáx} sen(\omega t + \theta)$.

La potencia es: $p(t) = V_C(t)*i_C(t) = -[V_{Cmáx}\cos(\omega t + \theta)]*[\omega C V_{Cmáx} sen(\omega t + \theta)]$.

Como $X_C = 1/\omega C$ y el valor eficaz del voltaje es: $V_C = V_{Cmáx}/\sqrt{2}$ ⇨ $V_{Cmáx} = \sqrt{2}V_C$

$p(t) = -\sqrt{2}V_C\cos(\omega t + \theta)*\sqrt{2}V_C sen(\omega t + \theta)/X_C = -[2V_C^2\cos(\omega t + \theta)*sen(\omega t + \theta)]/X_C$

Como $2\cos\beta sen\beta = sen 2\beta$

⇨ $p(t) = -\frac{V_C^2}{X_C} sen(2\omega t + 2\theta)$ Como $V_C = I_C X_C$

⇨ $p(t) = -I_C^2 X_C sen(2\omega t + 2\theta) = -V_C I_C sen(2\omega t + 2\theta)$

De las expresiones anteriores se puede concluir lo siguiente:

1.) La potencia instantánea en un capacitor oscila al doble de la frecuencia del voltaje o la corriente.
2.) Como es negativa, significa que su máximo negativo, es opuesto al máximo positivo de la potencia instantánea del inductor, por lo tanto se concluye que si en un circuito hay inductores y capacitores, cuando el inductor requiere potencia, el capacitor está en capacidad de suministrarla y viceversa.
3.) La propiedad del capacitor para suministrar potencia al inductor, permite que se pueda corregir el factor de potencia en los sistemas eléctricos.
4.) El intercambio de potencia entre la fuente y el capacitor, es similar al intercambio entre la fuente y el inductor, por lo tanto, la potencia promedio suministrada al capacitor es cero.
5.) Como el valor promedio de la potencia en el capacitor es cero, toma importancia el valor máximo de la potencia oscilante, el cual se denomina potencia reactiva capacitiva y se designa como:

$$Q_C = -\frac{V_C^2}{X_C} = -I_C^2 X_C = -V_C I_C \quad \text{(VAR)}$$

La potencia reactiva capacitiva se considera negativa.

Cálculo de la Energía:

La energía es: $W(t) = \int_0^t p(t)dt = -\frac{V_C^2}{X_C}\int_0^t sen(2\omega t + 2\theta)dt$

El ángulo θ, representa la constante de fase, a la cual se le puede dar cualquier valor ya el fasor voltaje o corriente se pueden hacer rotar libremente. A fines de facilitar el cálculo de la energía se asume como cero, por lo tanto:

$$W(t) = \frac{V_C^2}{X_C}\int_0^t sen(2\omega t)dt$$

$$\Rightarrow W(t) = -\frac{V_C^2}{2\omega X_C}\cos(2\omega t)\Big|_0^t = -\frac{V_C^2}{2\omega X_C}(\cos 2\omega t - \cos 0^o) = \frac{V_C^2}{2\omega X_C}(1-\cos 2\omega t)$$

$$\Rightarrow W(t) = \frac{V_C^2}{2\omega(1/\omega C)}(1-\cos 2\omega t) = \frac{1}{2}CV_C^2(1-\cos 2\omega t)$$

La energía promedio se define como: $W_{Pr} = \frac{1}{t}\int_0^t W(t)dt = \frac{1}{2T}CV_C^2\int_0^T(1-\cos 2\omega t)dt$

$$= \frac{1}{2T}CV_C^2(1-\frac{sen2\omega t}{2\omega})\Big|_0^T = \frac{1}{2T}CV_C^2\left((T-\frac{sen2\omega T}{2\omega})-(0-\frac{sen2\omega 0}{2\omega})\right) = \frac{1}{2T}CV_C^2 T$$

$$W_{Pr} = \frac{1}{2}CV_C^2$$

Problema 3.22

En un circuito RL excitado por corriente alterna, hallar la potencia para el montaje RL serie y para un montaje RL paralelo.

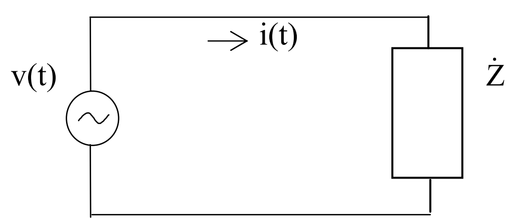


Figura 3.22 Problema 3.22

Solución.

En el circuito anterior, la impedancia Ż está compuesta por un resistor y por un inductor, que pueden estar conectados en serie o paralelo, sin importar la conexión, la corriente siempre atrasa al voltaje, por lo tanto:

El voltaje $V(t) = V_{máx}\cos(\omega t)$ y la corriente $i(t) = I_{máx}\cos(\omega t - \theta)$

La potencia es: $p(t) = V(t)*i(t) = V_{máx}\cos(\omega t)\, I_{máx}\cos(\omega t - \theta)$

El valor eficaz del voltaje es: $V = V_{máx}/\sqrt{2} \Rightarrow V_{máx} = \sqrt{2}V$

El valor eficaz de la corriente es: $I = I_{máx}/\sqrt{2} \Rightarrow I_{máx} = \sqrt{2}I$

$p(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t)*\sqrt{2}I\cos(\omega t - \theta) = VI2\cos(\omega t)\cos(\omega t - \theta)$.

Aplicando la identidad trigonométrica.

$2\cos A\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$; siendo $A = \omega t$ y $B = \omega t - \theta$.

$p(t) = VI[\cos(2\omega t - \theta) + \cos\theta]$; como $V = I*Z \Rightarrow p(t) = I^2Z[\cos(2\omega t - \theta) + \cos\theta]$

Aplicando la identidad trigonométrica:

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \text{sen}\alpha\text{sen}\beta$, siendo $\alpha = 2\omega t$ y $\beta = \theta$;
⇨ $p(t) = I^2Z[\cos 2\omega t\cos\theta + \text{sen}2\omega t\text{sen}\theta + \cos\theta] = I^2Z\cos\theta(1+ \cos 2\omega t) + I^2Z\text{sen}\theta\text{sen}2\omega t$
Como $R = Z\cos\theta$; $X_L = Z\text{sen}\theta$; $V = IZ$
⇨ $p(t) = I^2R(1+ \cos 2\omega t) + I^2 X_L\text{sen}2\omega t$
La potencia promedio es:

$$P = Pr = (1/t)\int_0^t p(t)dt\,. \Rightarrow P = (1/T)\int_0^T p(t)dt = (1/T)\int_0^T \left(I^2R(1+\cos 2\omega t) + I^2X_L\text{sen}2\omega t\right)dt$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T I^2Rdt + \frac{1}{T}\int_0^T I^2R\cos 2\omega t dt + \frac{1}{T}\int_0^T I^2X_L\text{sen}2\omega t dt \Rightarrow P = I^2R = I^*IR = I^*IZ\cos\theta = VI\cos\theta$$

El valor promedio del término $I^2X_L\text{sen}2\omega t$ de acuerdo con la expresión anterior es cero, sin embargo representa una carga del circuito, en la cual ocurre la disipación de potencia. El valor máximo de ese término se denomina potencia reactiva inductiva por ser un circuito RL.
$Q_L = I^2X_L = I^*IX_L = I^*I\, Z\text{sen}\theta = VI\text{sen}\theta = V^2/X_L = VAR$

Problema 3.23
En un circuito RC excitado por corriente alterna, hallar la potencia para el montaje RC serie y para un montaje RC paralelo.

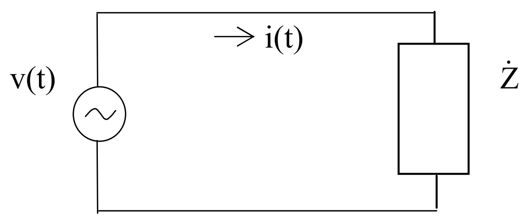


Figura 3.23 Problema 3.23

Solución.
En el circuito anterior, la impedancia $\dot{Z}$ está compuesta por un resistor y por un capacitor, que pueden estar conectados en serie o paralelo, sin importar la conexión, la corriente siempre adelanta al voltaje, por lo tanto:
El voltaje $V(t) = V_{máx}\cos(\omega t)$ y la corriente $i(t) = I_{máx}\cos(\omega t + \theta)$
La potencia es: $p(t) = V(t)^*i(t) = V_{máx}\cos(\omega t)\, I_{máx}\cos(\omega t +\theta)$
El valor eficaz del voltaje es: $V = V_{máx}/\sqrt{2}$ ⇨ $V_{máx} = \sqrt{2}V$
El valor eficaz de la corriente es: $I = I_{máx}/\sqrt{2}$ ⇨ $I_{máx} = \sqrt{2}I$
$p(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t)^*\sqrt{2}I\cos(\omega t + \theta) = VI2\cos(\omega t)\cos(\omega t + \theta)$.

Aplicando la identidad trigonométrica:
$2\cos A\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$; siendo $A = \omega t$ y $B = \omega t + \theta$.
$p(t) = VI[\cos(2\omega t + \theta) + \cos(-\theta)]$; como $V = I^*Z$ y $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$
⇨ $p(t) = I^2Z[\cos(2\omega t + \theta) + \cos\theta]$
Aplicando la identidad trigonométrica:
$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \text{sen}\alpha\text{sen}\beta$, siendo $\alpha = 2\omega t$ y $\beta = \theta$;
⇨ $p(t) = I^2Z[\cos 2\omega t\cos\theta - \text{sen}2\omega t\text{sen}\theta + \cos\theta] = I^2Z\cos\theta(1+ \cos 2\omega t) - I^2Z\text{sen}\theta\text{sen}2\omega t$
Como $R = Z\cos\theta$; $X_C = Z\text{sen}\theta$; $V = IZ$
⇨ $p(t) = I^2R(1+ \cos 2\omega t) - I^2 X_C\text{sen}2\omega t$

La potencia promedio es:

$P = Pr = (1/t)\int_0^t p(t)dt$. ⇨ $P = (1/T)\int_0^T p(t)dt = (1/T)\int_0^T \left(I^2R(1+\cos 2\omega t) - I^2X_C\mathrm{sen}2\omega t\right)dt$

$P = \frac{1}{T}\int_0^T I^2R dt + \frac{1}{T}\int_0^T I^2R\cos 2\omega t dt - \frac{1}{T}\int_0^T I^2X_C\mathrm{sen}2\omega t dt$ ⇨ $P = I^2R = I*IR = I*IZ\cos\theta = VI\cos\theta$

El valor promedio del término $I^2X_C\mathrm{sen}2\omega t$ de acuerdo con la expresión anterior es cero, sin embargo representa una carga del circuito, en la cual ocurre la disipación de potencia. El valor máximo de ese término se denomina potencia reactiva capacitiva por ser un circuito RC.

$Q_C = I^2X_C = I*IX_C = I*I\,Z\mathrm{sen}\theta = VI\mathrm{sen}\theta = V^2/X_C = VAR$

Problema 3.24

La potencia compleja $\dot{S}$, se calcula multiplicando el voltaje por la corriente conjugada, es decir $\dot{S} = \vec{V}*\vec{I}^*$ ¿Porqué se tiene que conjugar la corriente?

Solución.

La impedancia $\dot{Z}$, varía entre -90º y 90º (Ver Problema 3.13), es decir que está entre el cuarto y el primer cuadrante.

Para el Primer Cuadrante.

La impedancia $\dot{Z} = R + jX_L = Z\angle\theta$ (Para $R \neq 0$ y X inductiva). La corriente $\vec{I} = \vec{V}/\dot{Z}$ y tomando como referencia el voltaje, se tiene:

⇨ $\vec{I} = \vec{V}/\dot{Z} = (V\angle 0)/(Z\angle\theta) = I\angle\text{-}\theta$.

Para el caso que no se conjugue la corriente, se tiene:

$\dot{S} = \vec{V}*\vec{I} = V\angle 0 * I\angle\text{-}\theta = P - jQ$.

Tomando en cuenta el signo negativo de la potencia reactiva se concluye que es la potencia disipada en un capacitor, situación que no coincide con lo anterior ya que la impedancia $\dot{Z}$, está compuesta por un resistor y un inductor y no por un capacitor.

Al conjugar la corriente la potencia compleja es:

$\dot{S} = \vec{V}*\vec{I}^* = V\angle 0 * I\angle\theta = P + jQ$.

Tomando en cuenta el signo positivo de la potencia reactiva se concluye que es la potencia disipada en un inductor, situación que si coincide con lo anterior ya que la impedancia $\dot{Z}$, está compuesta por un resistor y un inductor.

Para el Cuarto Cuadrante.

La impedancia $\dot{Z} = R - jX_C = Z\angle\text{-}\theta$ (Para $R \neq 0$ y X capacitiva). La corriente $\vec{I} = \vec{V}/\dot{Z}$ y tomando como referencia el voltaje, se tiene:

⇨ $\vec{I} = \vec{V}/\dot{Z} = (V\angle 0)/(Z\angle\text{-}\theta) = I\angle\theta$.

Para el caso que no se conjugue la corriente, se tiene:

$\dot{S} = \vec{V}*\vec{I} = V\angle 0 * I\angle\theta = P + jQ$

Tomando en cuenta el signo positivo de la potencia reactiva se concluye que es la potencia disipada en un inductor, situación que no coincide con lo anterior ya que la impedancia $\dot{Z}$, está compuesta por un resistor y un capacitor y no un inductor.

Al conjugar la corriente la potencia compleja es:

$\dot{S} = \vec{V} * \vec{I}^{*} = V\angle 0 * I\angle\text{-}\theta = P - jQ$

Tomando en cuenta el signo negativo de la potencia reactiva se concluye que es la potencia disipada en un capacitor, situación que si coincide con lo anterior ya que la impedancia $\dot{Z}$, está compuesta por un resistor y un capacitor.

<u>Problema 3.25</u>

La potencia compleja $\dot{S}$, se calcula multiplicando el voltaje por la corriente conjugada, es decir $\dot{S} = \vec{V} * \vec{I}^{*}$ ¿Porqué no se conjuga el voltaje en lugar de la corriente?

<u>Solución.</u>

La impedancia $\dot{Z}$, varía entre -90º y 90º (Ver Problema 3.13), es decir que está entre el cuarto y el primer cuadrante.

<u>Para el Primer Cuadrante.</u>

La impedancia $\dot{Z} = R + jX_L = Z\angle\theta$ (Para $R \neq 0$ y X inductiva). El voltaje $\vec{V} = \vec{I} * \dot{Z}$ y tomando como referencia la corriente, se tiene:

$\vec{V} = (I\angle 0)*(Z\angle\theta) = V\angle\theta.$

Para el caso que se conjugue el voltaje, se tiene:

$\dot{S} = (\vec{V})^{*}(\vec{I}) = V\angle\text{-}\theta * I\angle 0 = P - jQ.$

De acuerdo con el análisis deductivo, realizado en el problema anterior se llega a la misma conclusión.

<u>Para el Cuarto Cuadrante.</u>

La impedancia $\dot{Z} = R - jX_C = Z\angle\text{-}\theta$ (Para $R \neq 0$ y X capacitiva). El voltaje $\vec{V} = \vec{I} * \dot{Z}$ y tomando como referencia la corriente, se tiene:

$\vec{V} = (I\angle 0)*(Z\angle\text{-}\theta) = V\angle\text{-}\theta.$

Para el caso que se conjugue el voltaje, se tiene:

$\dot{S} = (\vec{V})^{*}(\vec{I}) = V\angle\theta * I\angle 0 = P + jQ.$

De acuerdo con el análisis realizado en el problema anterior se llega a la misma conclusión.

<u>Problema 3.26</u>

Demostrar que la potencia compleja $\dot{S}$ no es un fasor, es decir que es una cantidad que no varía con el tiempo.

<u>Solución</u>

Sea un voltaje en forma fasorial: $\vec{V} = V\angle\theta$ y la corriente $\vec{I} = I\angle\text{ø}$, la potencia compleja:

$\dot{S} = \vec{V} * \vec{I}^{*} = V\angle\theta * I\angle\text{-ø}$; expresando la relación en forma exponencial se tiene:

$\dot{S} = Ve^{j(\omega t + \theta)} * Ie^{-j(\omega t + ø)} = Ve^{j\omega t}e^{j\theta}Ie^{-j\omega t}e^{-jø}$

En la expresión anterior, el único término que depende del tiempo son las exponenciales $e^{j\omega t}$ y $e^{-j\omega t}$; pero estas se cancelan al hacer la multiplicación de $e^{j\omega t} * e^{-j\omega t}$, por lo tanto la potencia compleja $\dot{S}$, no depende del tiempo, motivo por el cual, se le coloca un punto sobre la letra, con la que se designe la potencia compleja $\dot{S}$, con la finalidad de indicar que es una cantidad que no varia con el tiempo.

Si $\dot{S} = \vec{V} * \vec{I}^{\,*}$, entonces:

$\dot{S} = Ve^{j\theta} * Ie^{-j\varnothing} = VIe^{j(\theta - \varnothing)} = S\angle(\theta - \varnothing)$ VA.

<u>Problema 3.27</u>

Un circuito con impedancias $\dot{Z} = 8 - j6\ \Omega$, tiene un voltaje aplicado con un valor máximo de 70,7 V y adelanta a la corriente en 90º . Obtener el triangulo completo de potencia.

<u>Solución:</u>

$\dot{Z} = 8 - j6$ $Z = 10\angle\text{-}36{,}87º$

Como se demostró en problemas anteriores el cálculo de potencia se hace con los valores eficaces, por lo tanto se procede a calcular el voltaje eficaz.

$\vec{V}e = \vec{V}máx/\sqrt{2} = 70{,}7/\sqrt{2}$ V = 50 V.

$\Rightarrow \vec{I} = \vec{V}e/\dot{Z} = (50\angle 90º)/(10\angle\text{-}36{,}87º) = 5\angle 126{,}87º$ A

$\dot{S} = \vec{V} * \vec{I}^{\,*} = (50\angle 90º)*(5\angle\text{-}126{,}87º) = 250\angle -36{,}87$ VA

$\dot{S} = P + jQ = 200 - j150$ VA $\Rightarrow P = 200$ W; $Q = -\,j150$ VAR

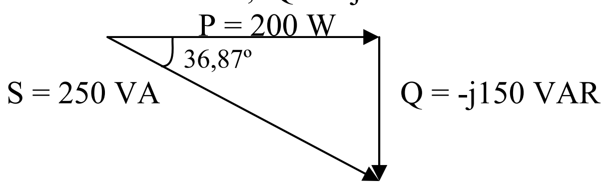


Figura 3.24 Problema 3.27

<u>Problema 3.28</u>

En el circuito adjunto calcular:

a.) Las corrientes y voltajes en todas las ramas.
b.) Las potencias de elementos pasivos y activos.
c.) Hacer el balance de potencias.

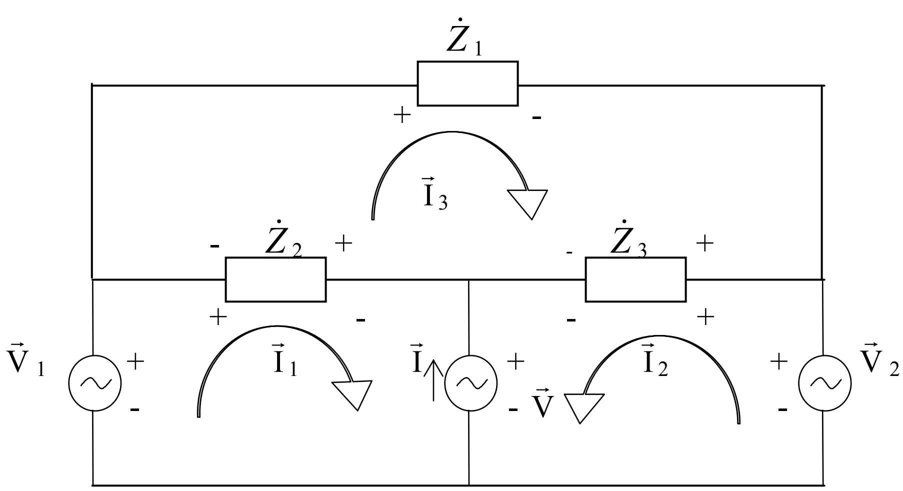


Figura 3.25 Problema 3.28

$\dot{Z}_1 = 6 - j8\ \Omega = 10\angle{-53,13^o}\ \Omega$; $\dot{Z}_2 = 4 + j10\ \Omega = 10,77\angle 68,20^o\ \Omega$;
$\dot{Z}_3 = 3 + j5\ \Omega = 5,83\angle 59,04^o\ \Omega$.
$\vec{V}_1 = 30\angle 80^o$ V ; $\vec{V}_2 = 25\angle 110^o$ V ; $\vec{I} = 10\angle 20^o$ A.
Asumiendo una fuente de voltaje $\vec{V}$ en la fuente de corriente y aplicando mallas se tiene:
$\vec{V}_1 - \dot{Z}_2 * \vec{I}_1 + \dot{Z}_2 * \vec{I}_3 - \vec{V} = 0$
$\vec{V}_2 - \dot{Z}_3 * \vec{I}_2 - \dot{Z}_3 * \vec{I}_3 - \vec{V} = 0$
$- \dot{Z}_1 * \vec{I}_3 - \dot{Z}_3 * \vec{I}_3 - \dot{Z}_3 * \vec{I}_2 - \dot{Z}_2 * \vec{I}_3 + \dot{Z}_2 * \vec{I}_1 = 0$
$\vec{I} = -(\vec{I}_1 + \vec{I}_2)$
Ordenando las ecuaciones se tiene:
$\vec{V}_1 = \dot{Z}_2 * \vec{I}_1 + 0 * \vec{I}_2 - \dot{Z}_2 * \vec{I}_3 + \vec{V}$
$\vec{V}_2 = 0 * \vec{I}_1 + \dot{Z}_3 * \vec{I}_2 + \dot{Z}_3 * \vec{I}_3 + \vec{V}$
$0 = -\dot{Z}_2 * \vec{I}_1 + \dot{Z}_3 * \vec{I}_2 + (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3)\vec{I}_3 + 0\vec{V}$
$\vec{I} = -(\vec{I}_1 + \vec{I}_2)$
Cambiando valores: $\vec{V}_1 = 30\angle 80^o$ V ; $\vec{V}_2 = 25\angle 110^o$ V ; $\vec{I} = 10\angle 20^o$ A.
$30\angle 80^o = 10,77\angle 68,20^o * \vec{I}_1 + 0 * \vec{I}_2 - 10,77\angle 68,20^o * \vec{I}_3 + \vec{V}$
$25\angle 110^o = 0 * \vec{I}_1 + 5,83\angle 59,04^o * \vec{I}_2 + 5,83\angle 59,04^o * \vec{I}_3 + \vec{V}$
$0 = -10,77\angle 68,20^o * \vec{I}_1 + 5,83\angle 59,04^o * \vec{I}_2 + 14,76\angle 28,30 * \vec{I}_3 + 0\vec{V}$
$10\angle 20^o = -\vec{I}_1 - \vec{I}_2$
Resolviendo:
$\vec{I}_1 = 2,39\angle 179,76^o$ A; $\vec{I}_2 = 7,80\angle{-153,91^o}$ A; $\vec{I}_3 = 1,50\angle 76,89^o$ A.
$\vec{V} = 62,72\angle 88,53$ V.

Calculo de Voltajes y corrientes en los elementos pasivos y activos:
<u>Impedancia</u> $\dot{Z}_1$:
Corriente: $\vec{I}_{Z1} = \vec{I}_3 = 1,50\angle 76,89^o$ Amp.
Voltaje: $\vec{V}_{Z1} = \dot{Z}_1 * \vec{I}_{Z1} = 10\angle{-53,13^o} * 1,50\angle 76,89^o = 15,0\angle 23,76^o$ V.
Potencia: $\dot{S}_{Z1} = \vec{V}_{Z1} * \vec{I}_{Z1}^* = 15,0\angle 23,76^o * 1,50\angle{-76,89^o} = 22,50\angle{-53,13^o} = 13,50 - j18$ VA
<u>Impedancia</u> $\dot{Z}_2$:
Corriente: $\vec{I}_{Z2} = \vec{I}_1 - \vec{I}_3 = 2,39\angle 179,76^o - 1,50\angle 76,89^o = 3,09\angle{-152,01^o}$ Amp.
Voltaje: $\vec{V}_{Z2} = \dot{Z}_2 * \vec{I}_{Z2} = 10,77\angle 68,20^o * 3,09\angle{-152,01^o} = 33,30\angle{-83,81^o}$ V.
Potencia: $\dot{S}_{Z2} = \vec{V}_{Z2} * \vec{I}_{Z2}^* = 33,30\angle{-83,81^o} * 3,09\angle 152,01^o = 102,89\angle 68,20^o$
Potencia: $\dot{S}_{Z2} = 38,22 + j95,53$ VA
<u>Impedancia</u> $\dot{Z}_3$:
Corriente: $\vec{I}_{Z3} = \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 7,80\angle{-153,91^o} + 1,50\angle 76,89^o = 6,95\angle{-163,54^o}$ Amp.
Voltaje: $\vec{V}_{Z3} = \dot{Z}_3 * \vec{I}_{Z3} = 5,83\angle 59,04^o * 6,95\angle{-163,54^o} = 40,52\angle{-104,50^o}$ V.
Potencia: $\dot{S}_{Z3} = \vec{V}_{Z3} * \vec{I}_{Z3}^* = 40,52\angle{-104,50^o} * 6,95\angle 163,54^o = 281,60\angle 59,04^o$ VA

Potencia: $\dot{S}_{Z3} = 144,86 + j241,48$ VA

Fuente de Voltaje $\vec{V}_1$:

Corriente: $\vec{I}_{V1} = \vec{I}_1 = 2,39\angle 179,76^o$ Amp. Voltaje: $\vec{V}_1 = 30\angle 80^o$ V

Potencia: $\dot{S}_{V1} = \vec{V}_1 * \vec{I}_{V1}^{*} = 30\angle 80^o * 2,39\angle -179,76^o = 71,70\angle -99,76^o$ VA

Potencia: $\dot{S}_{V1} = -12,15 - j70,66$ VA (Como la potencia activa es negativa quiere decir que absorbe potencia)

Fuente de Voltaje $\vec{V}_2$:

Corriente: $\vec{I}_{V2} = \vec{I}_2 = 7,80\angle -153,91^o$ Amp. Voltaje: $\vec{V}_1 = 25\angle 110^o$ V

Potencia: $\dot{S}_{V2} = \vec{V}_2 * \vec{I}_{V2}^{*} = 25\angle 110^o * 7,80\angle 153,91^o = 195,0\angle -96,09^o$ VA

Potencia: $\dot{S}_{V2} = -20,69 - j193,90$ VA (Como la potencia activa es negativa quiere decir que absorbe potencia)

Fuente de Corriente $\vec{I}$:

Corriente: $\vec{I} = 10\angle 20^o$ Amp. Voltaje: $\vec{V} = 62,72\angle 88,53^o$ V

Potencia: $\dot{S}_I = \vec{V} * \vec{I}^{*} = 62,72\angle 88,53^o * 10\angle -20^o = 627,20\angle 68,53^o$ VA

Potencia: $\dot{S}_I = 229,56 + j583,68$ VA (Como la potencia activa es positiva quiere decir que entrega potencia)

Balance de Potencias.

Total Potencia disipada en las impedancias:

$22,50\angle -53,13^o + 102,89\angle 68,20^o + 281,60\angle 59,04^o = 374,71\angle 58,36^o = 196,58 + j319,01$ VA

Total Potencia absorbidas por las fuentes de voltaje:

$$71,70\angle -99,76^o + 195,0\angle -96,09^o = 266,59\angle -97,08 = \underline{-32,84 - j264,56 \text{ VA}}$$

Total Potencia disipada y absorbida: $= 229,42 + j583,57$ VA

Total Potencia entregada por la fuente de corriente:

$$627,20\angle 68,53^o = 229,56 + j583,68 \text{ VA}$$

Como se puede apreciar, salvo pequeñas diferencias de decimales, la potencia entregada por la fuente de corriente es igual a las potencias disipadas en las impedancias mas la potencia absorbida por las fuentes de voltaje.

3.15.- EL FACTOR DE POTENCIA.

En un triángulo de potencia, se llama factor de potencia al coseno del ángulo que forma la potencia compleja, con la potencia activa, se abrevia como Fp. Donde Fp = factor de potencia = cosθ = Potencia activa/Potencia compleja = P/S

$$\Rightarrow \text{Fp} = \cos\theta = P/S.$$

Problema 3.29

La figura adjunta representada por una carga industrial monofásica alimentada a través de una línea de distribución, la carga $\dot{Z}$ se modela por un resistor de 6 Ω y una reactancia inductiva de j8 Ω. La línea de distribución se modela por la impedancia $\dot{Z} = 1 + 3j$. El voltaje a los terminales de la carga es de 250 V, determinar:

a.- Corriente, potencia activa y resistiva, factor de potencia en la carga ($\dot{Z}$)

b.- Voltaje en la carga y en el generador y pérdida de potencia en el alimentador.
c.- Si se conecta un capacitor con Xc = -j6 Ω. Obtener:
    c.1.- Corriente, potencia activa y resistiva, factor de potencia en la nueva carga ($\dot{Z}'$)
    c.2.- Voltaje en la carga.

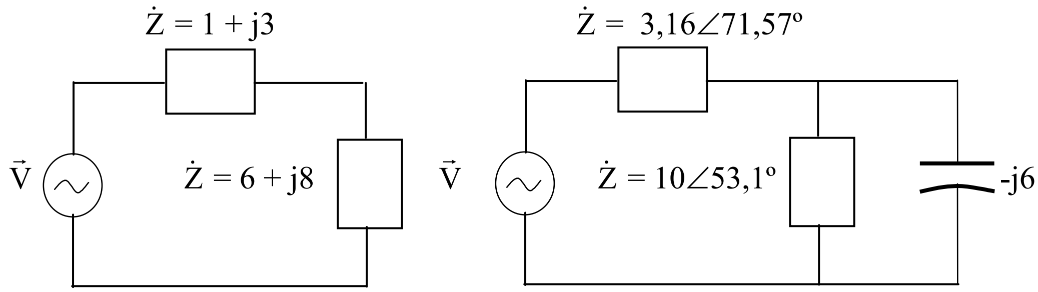


Figura 3.26 Problema 3.29

<u>Solución</u>
a.) Corriente de la carga.
$\vec{I}_{carga} = \vec{V}_{Carga} / \dot{Z}_{carga} = 250\angle 0º/(10\angle 53{,}13) = 25\angle -53{,}13º$ A.
Se toma el voltaje de la carga como referencia.
Potencia de la carga.
$\dot{S}_{Carga} = \vec{V}_{carga} * \vec{I}_{carga}^{\,*} = (250\angle 0º)*(25\angle 53{,}13º) = 6.250\angle 53{,}13º$ VA
$\dot{S} = P + jQ \Rightarrow \dot{S}_{Carga} = 3.750{,}01 + j5.000$ VA $\Rightarrow$ P = 3750,01 W;   Q = 5.000 VAR
El factor de potencia en $\dot{Z} \Rightarrow$ FP = cos (53,13˚)= 0,6

b.) Voltaje del generador:
$\vec{V}_{Generador} = \vec{I}_{carga} * (\dot{Z}_{linea} + \dot{Z}_{carga}) = (25\angle -53{,}13º)*(3{,}16\angle 71{,}57+10\angle 53{,}13) = 325{,}96\angle 4{,}40º$ V
La potencia suministrada por le generador es: $\dot{S}_{Generador} = \vec{V}_{Generador} * \vec{I}_{carga}^{\,*}$
$\Rightarrow \dot{S}_{Generador} = (325{,}96\angle 4{,}40º)*(25\angle 53{,}13º) = 8.149\angle 57{,}53º$ VA
$\dot{S} = P + jQ = \Rightarrow \dot{S}_{Generador} = 4375 + j6.875 \Rightarrow$ P = 4375 W;   Q = j6.875 VAR
La pérdida de potencia en el alimentador se obtiene como: $\triangle\dot{S} = \dot{S}_{Generador} - \dot{S}_{Carga}$
$\Rightarrow \triangle\dot{S} = 8.149\angle 57{,}53º - 6.250\angle 53{,}13º = 1976{,}43\angle 71{,}57º$ VA
$\Rightarrow \triangle\dot{S} = P + jQ \Rightarrow$ P = 625 W y Q = 1.875 VAR
c.) Con el capacitor de: $X_C = -j6\ \Omega$.

Al instalar un capacitor se debe calcular la impedancia equivalente que resulta de conectar el capacitor en paralelo, por lo tanto:
$\dot{Z}_{eq} = (6 + j8)//(-j6) = (10\angle 53{,}13º)*(6\angle -90º)/(6 + j2) = 9{,}49\angle -55{,}30º\ \Omega$
La nueva corriente en la carga es:
$\vec{I}'_{carga} = \vec{V}_{Generador} / (\dot{Z}_{Linea} + \dot{Z}_{eq}) = (325{,}96\angle 4{,}40º)/(3{,}16\angle 71{,}57º + 9{,}49\angle -55{,}30º)$
$\vec{I}'_{carga} = (325{,}96\angle 4{,}40º)/(8\angle -36{,}89º) = 40{,}75\angle 41{,}29º$ A.
El nuevo voltaje en la carga es: $\vec{V}'_{Carga} = \vec{I}'_{carga} * (\dot{Z}_{eq})$
$\Rightarrow \vec{V}'_{Carga} = (40{,}75\angle 41{,}29º)*(9{,}49\angle -55{,}30º) = 386{,}53\angle -14{,}01º$ V

La nueva potencia de la carga es: $\dot{S}'_{Carga} = \vec{V}'_{carga} * \vec{I}'^{*}_{carga}$

$\Rightarrow \ \dot{S}'_{Carga} = (386{,}49\angle\text{-}14{,}01^{o})*(40{,}73\angle\text{-}41{,}29^{o}) = 15.741{,}75\angle\text{-}55{,}30^{o}$ VA

$\dot{S} = P + jQ \ \Rightarrow \ \dot{S}'_{Carga} = 8.960{,}94 - j12.942{,}35 \Rightarrow P = 8.960{,}94$ W; $\ Q = j12.942{,}35$ VAR

El factor de potencia en $\dot{Z}' \Rightarrow FP = \cos(-55{,}30^{\circ}) = 0{,}57$

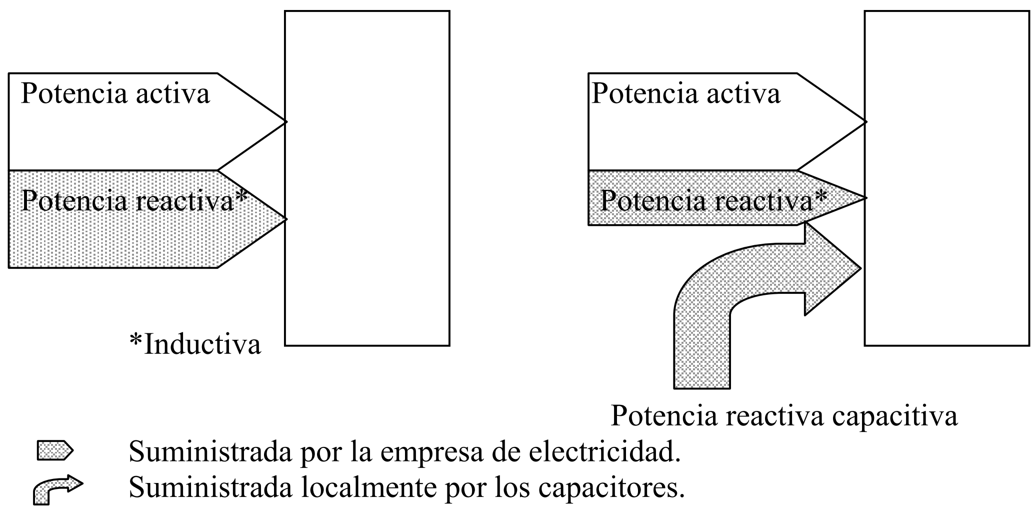
3.16.- CORRECCION DEL FACTOR DE POTENCIA.

La potencia compleja está compuesta por una parte real y una parte reactiva, la potencia activa es la que se disipa en elementos resistivos tales como: luz incandescente, hornos y cocina eléctricas, calentadores, etc., la potencia reactiva es la que se disipa en elementos reactivos, por lo general de carácter inductivo, tales como: luz fluorescentes, motores, soldadores, etc., Ahora bien como la potencia reactiva inductiva se anula con la potencia reactiva capacitiva, es conveniente la instalación de capacitores (elementos reactivos capacitivos) al sistema eléctrico, con la finalidad de disminuir la disipación de potencia reactiva en el sistema eléctrico de la carga.

La instalación de los capacitores se hace con la finalidad de disminuir la potencia reactiva que debe pagar el consumidor, a la empresa que suministra la energía eléctrica, ya que puede ser suministrada por capacitores que se instalan en el lugar donde se produce el consumo. De esa forma se disminuye la potencia compleja, que incide en una disminución o corrección del factor de potencia (cosθ). Los capacitores se tienen que instalar en paralelo con la carga, para no alterar el voltaje en sus extremos, ya que si se instalan en serie, se produce una disminución del voltaje en la carga.

Las empresas que suministran energía eléctrica establecen penalizaciones por un alto factor de potencia, por lo tanto, se debe corregir para evitar dichas penalidades y además pagar menos consumo de electricidad, porque la potencia suministrada también disminuye. En el gráfico siguiente se ilustra la situación planteada.

Figura A Figura B



Suministrada por la empresa de electricidad.

Suministrada localmente por los capacitores.

Figura 3.27 Diagrama de Potencias.

Como se observa la potencia reactiva suministrada, es menor en la figura "B", una vez corregido el factor de potencia.

En el caso que la potencia reactiva total sea positiva, el factor de potencia está adelantado, en caso de ser negativa el factor de potencia está atrasado.

Problema 3.30

Una carga integrada por una potencia compleja $\dot{S} = 20 + j150$ KVA, está alimentada con un voltaje de 240 V y frecuencia 60 Hz. Hallar la impedancia de la carga y el valor del capacitor que se debe conectar en paralelo con la carga para que el nuevo ángulo de la potencia compleja 18º. Determinar la nueva potencia.

Solución.

a.) Impedancia de la carga:

$\dot{S}_{Carga} = \vec{V}_{carga} * \vec{I}_{carga}^{\,*} \Rightarrow \vec{I}_{carga}^{\,*} = \dot{S}_{Carga} / \vec{V}_{carga}^{\,*}$

$\vec{I}_{carga}^{\,*} = (20 + j150)/(240\angle 0º) = 630{,}53\angle 82{,}41º$ A $\Rightarrow \vec{I}_{carga} = 630{,}53\angle{-82{,}41º}$ A

$\vec{V}_{carga} = \vec{I}_{carga} * \dot{Z}_{carga} \Rightarrow \dot{Z}_{carga} = \vec{V}_{carga} / \vec{I}_{carga} = (240\angle 0º)/(630{,}53\angle{-82{,}41º}) = 0{,}38\angle 82{,}41º$

$\dot{Z}_{carga} = 0{,}05 + j0{,}38\ \Omega$

b.) Cálculo del capacitor.

La potencia activa se mantiene constante y del gráfico siguiente se obtiene:

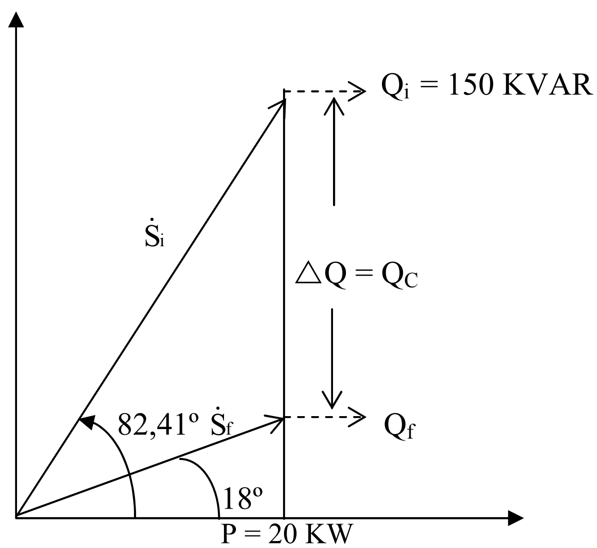


Figura 3.28 Problema 3.30

De la figura 3.28 se obtiene:

$\dot{S}i = 20 + j150$ KVA $= 151{,}33\angle 82{,}41º$ KVA.

$Q_f = P tag18º = 20 tag18º = 6{,}5$ KVAR

$\Rightarrow \triangle Q = Q_i - Q_f = 150 - 6{,}5 = 143{,}5$ KVAR; $Q_C = V_C^2/X_C \Rightarrow X_C = V_C^2/Q_C$

$\Rightarrow X_C = (240V)^2/(143{,}5\ KVAR) = 0{,}40\ \Omega$; $X_C = 1/2\pi fC$

$\Rightarrow C = 1/2\pi f X_C = 1/2\pi*60*0{,}40 = 6{,}63$ mF.

La nueva potencia en la carga es: $\dot{S}_f = P + j\,Q_f = 20 + j6{,}5 = 21{,}03\angle 18º$ KVA.

3.17.- CIRCUITOS MONOFASICOS TRIFILARES.

En el circuito siguiente la carga, representada por la impedancia $\dot{Z}$, se alimenta a través de dos conductores.

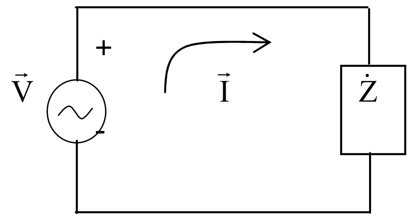


Figura 3.29 Circuito monofásico.

El alimentador (superior) que conduce la corriente, desde la fuente hasta la carga, se denomina conductor de "fase" (mal llamada fase "viva"); el alimentador (inferior) que conduce la corriente desde la carga hasta la fuente, se denomina conductor de neutro o "retorno" (mal llamada fase "muerta"). En el circuito de la figura 3.30 parte "A" las cargas, representadas por las impedancias $\dot{Z}_1$ y $\dot{Z}_2$, se alimentan a través de tres conductores.

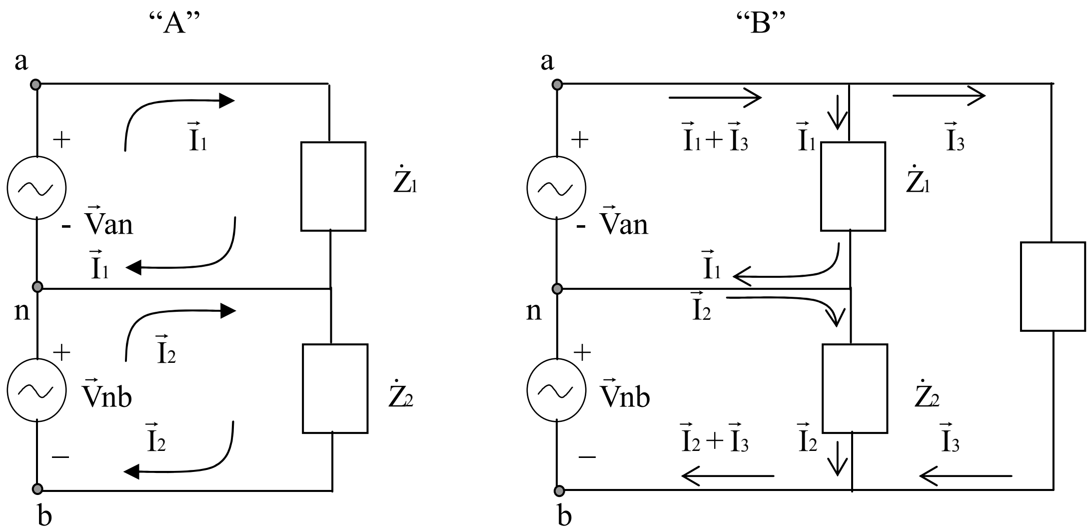


Figura 3.30 Circuito monofásico "A" y circuito monofásico trifilar "B".

El alimentador superior que conduce la corriente $\vec{I}_1$, desde la fuente $\vec{V}an = V\angle\theta$, hasta la carga $\dot{Z}_1$, se denomina conductor de "fase 1". El alimentador inferior que conduce la corriente $\vec{I}_2$, desde la carga $\dot{Z}_2$, hasta la fuente $\vec{V}nb = V\angle\theta$, se denomina conductor de "fase 2" El alimentador del centro que conduce la corriente $\vec{I}_1$ hacia la fuente $\vec{V}an$ y la corriente $\vec{I}_2$ desde la fuente $\vec{V}nb$, se denomina conductor de neutro o "retorno"

El circuito de la figura "A", si $\vec{I}_1 = \vec{I}_2$ entonces no hay circulación de corriente por el conductor neutro o de retorno.

En el circuito de la figura "B" las cargas, representadas por las impedancias $\dot{Z}_1$, $\dot{Z}_2$ y $\dot{Z}_3$, se alimentan a través de tres conductores.

Las impedancias $\dot{Z}_1$ y $\dot{Z}_2$, son cargas monofásicas alimentadas por fuentes monofásicas de tensión $\vec{V}an$ y $\vec{V}nb$, respectivamente.

La impedancia $\dot{Z}_3$, es una carga monofásica alimentada por las dos fuentes monofásicas de tensión $\vec{V}an$ y $\vec{V}nb$, por lo tanto el voltaje de alimentación es $\vec{V}ab$.

Los sistemas eléctricos mostrados en la figuras “A” y “B”, se denominan circuitos monofásicos trifilares (mal llamados circuitos bifásicos). En la práctica la tensión normalizada para este tipo de circuitos es: 120/240 voltios.

(Nota en el Capitulo IV, se demuestra que en circuitos trifásicos la tensión entre fases es √3 veces el voltaje fase y neutro.)

Problema 3.31

En un circuito monofásico trifilar, demostrar que: $\vec{V}ab = \vec{V}an + \vec{V}nb$

Solución.

En la expresión $\vec{V}ab$, el primer subíndice representa el nivel de voltaje de interés, el segundo subíndice representa el nivel de voltaje de referencia, es decir, $\vec{V}ab$ es el voltaje del punto “a”, medido con respecto al punto “b”.

Sí: $\vec{V}ab = Va - Vb$

$\vec{V}an = Va - Vn$

$\vec{V}nb = Vn - Vb \Rightarrow \vec{V}an + \vec{V}nb = Va - \cancel{Vn} + \cancel{Vn} - Vb = Va - Vb = \vec{V}ab$

$\Rightarrow \vec{V}ab = \vec{V}an + \vec{V}nb = V\angle\theta + V\angle\theta = 2\,V\angle\theta$ Voltios

Problema 3.32

En los circuitos monofásicos trifilares siguientes, hallar las corrientes indicadas si:

$\vec{V}an = \vec{V}nb = 120\angle 0^\circ$ V; $\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = 10\angle 30^\circ\ \Omega$ y $\dot{Z}_3 = 30\angle 70^\circ\ \Omega$.

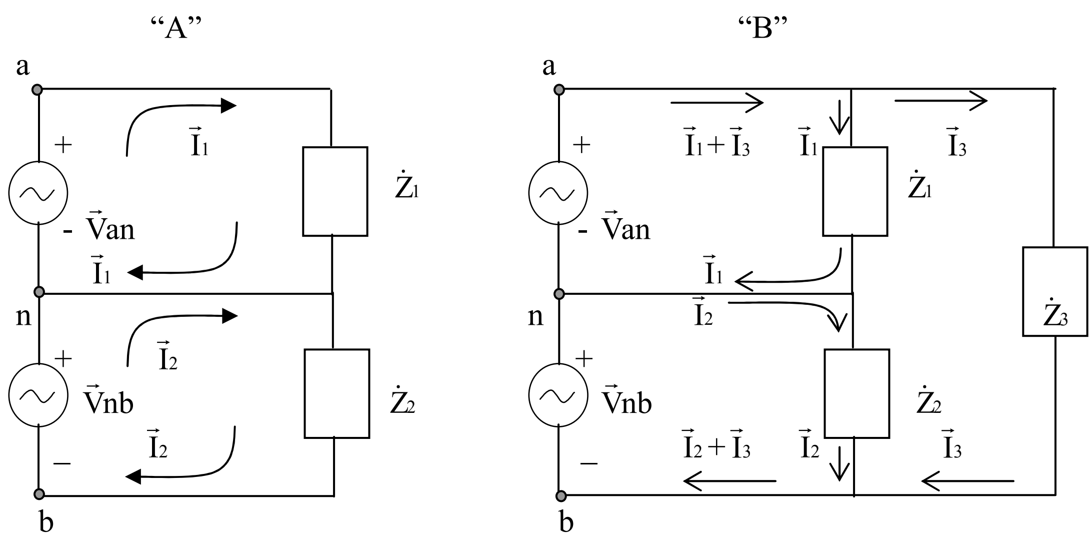


Figura 3.31 Problema 3.32

<u>Solución.</u>

Para la figura “3.31 A”:

$\vec{I}_1 = \vec{V}an/\dot{Z}_1 = (120\angle0º)/(10\angle30º) = 12\angle\text{-}30º$ A

$\vec{I}_2 = \vec{V}nb/\dot{Z}_2 = (120\angle0º)/(10\angle30º) = 12\angle\text{-}30º$ A

En el conductor neutro: $\vec{I}_1 - \vec{I}_2 = 12\angle\text{-}30º - 12\angle\text{-}30º = 0$ A

Para la figura “3.31 B”:

$\vec{I}_1 = \vec{V}an/\dot{Z}_1 = (120\angle0º)/(10\angle30º) = 12\angle\text{-}30º$ A

$\vec{I}_2 = \vec{V}nb/\dot{Z}_2 = (120\angle0º)/(10\angle30º) = 12\angle\text{-}30º$ A

En el conductor neutro: $\vec{I}_1 - \vec{I}_2 = 12\angle\text{-}30º - 12\angle\text{-}30º = 0$ A

$\vec{V}ab = \vec{V}an + \vec{V}nb = 120\angle0º + 120\angle0º = 240\angle0º$ V

$\vec{I}_3 = \vec{V}ab/\dot{Z}_3 = (240\angle0º)/(30\angle70º) = 8\angle\text{-}70º$ A

En el alimentador superior: $\vec{I}_1 + \vec{I}_3 = 12\angle\text{-}30º + 8\angle\text{-}70º = 18{,}84\angle\text{-}45{,}84º$ A

En el alimentador inferior: $\vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 12\angle\text{-}30º + 8\angle\text{-}70º = 18{,}84\angle\text{-}45{,}84º$ A

En el conductor neutro: $\vec{I}_1 - \vec{I}_2 = 12\angle\text{-}30º - 12\angle\text{-}30º = 0$ A.

3.18.- RESUMEN DEL CAPITULO 3

Al finalizar este Capítulo el lector debe estar en capacidad de resolver circuitos eléctricos en corriente alterna con ayuda de las herramientas que fueron estudiadas en el Capitulo 2 como son: La ley de Ohm, las leyes de Kirchhoff, las equivalencias serie, paralelo y transformación delta estrella (y viceversa), los divisores de voltaje y corriente, los métodos de solución de circuitos por corrientes de mallas, nodos y corriente de rama. Así mismo debe tener la destreza suficiente en el manejo de los fasores para la resolución de los circuitos en corriente eléctrica; también debe conocer la diferencia entre resistencia (oposición al paso de la corriente continua) e impedancia (oposición al paso de la corriente alterna) y debe saber que en corriente alterna existe la potencia activa, la potencia reactiva, la potencia compleja y la potencia aparente y que relación hay entre ellas; saber que es el factor de potencia y la importancia de su corrección. Finalmente debe establecer la diferencia entre circuitos monofásicos y los monofásicos trifilares (también llamados “bifásicos”) y son la transición para los circuitos trifásicos que serán analizados en el Capítulo 4.

3.19.- ACTIVIDADES y PREGUNTAS.

1. Con sus propias palabras defina corriente alterna.
2. Señale la diferencia entre corriente continua y alterna.
3. Con sus propias palabras defina frecuencia, período y velocidad angular.
4. Señale las ventajas del uso del método de los fasores para la solución de circuitos eléctricos en corriente alterna.
5. ¿Qué es un fasor?
6. ¿Cuál es la diferencia entre un vector y un fasor?
7. Describa el plano complejo.

8. ¿Qué se entiende por diagrama fasorial?
9. Defina valor máximo, valor pico-pico, valor promedio, valor eficaz, valor RMS.
10. ¿Qué es la reactancia inductiva y la capacitiva?
11. ¿Qué es la impedancia?
12. ¿La impedancia depende del tiempo?
13. ¿Qué es la admitancia, la conductancia y la susceptancia?
14. ¿La admitancia depende del tiempo?
15. ¿Porqué en lo circuitos serie se recomienda tomar como referencia la corriente y en los paralelos el voltaje?
16. ¿Cuál es el sentido de giro positivo?
17. ¿Cuál es el eje de referencia?
18. Defina potencia activa, reactiva inductiva, reactiva capacitiva, compleja y aparente.
19. ¿Qué es el factor de potencia?
20. ¿Qué relación hay entre el ángulo que forma el voltaje total con la corriente total, el ángulo entre la impedancia y la resistencia y el ángulo entre la potencia compleja y la potencia activa?
21. ¿En corriente continua se puede hablar del factor de potencia?
22. ¿Por qué es conveniente la corrección del factor de potencia?
23. ¿Qué es un circuito monofásico trifilar?

3.20.- PROBLEMAS RESUELTOS.

Problema 3.33 La Función Sinusoidal.
Encuentre el periodo, la frecuencia, el valor máximo y la constante de fase de las siguientes funciones sinusoidales.

1.) $v(t) = 20\cos(12t - 20^\circ)$ V
2.) $v(t) = 10 + 15\text{sen}(377t - \pi/6)$ V
3.) $v(t) = 4\cos^2(12t)$ V

Solución:
1.) $v(t) = 20\cos(12t - 20^\circ)$ V
Aplicando la ecuación general de voltaje: $v(t) = V_{máx}\cos(\omega t + \alpha)$ y la ecuación:
$T = 1/f$, donde $f = \omega/2\pi$. Sustituyendo los valores se tiene:
$V_{máx} = 20$ Voltios; $\alpha = -20^\circ$; $\omega = 12$; $f = 12/2\pi = 1{,}91$ Hz; $T = 0{,}52\ s^{-1}$
2.) $v(t) = 10 + 15\text{sen}(377t - \pi/6)$ V
Aplicando la ecuación general de voltaje: $v(t) = V_{máx}\text{sen}(\omega t + \alpha)$ y la ecuación:
$T = 1/f$, donde $f = \omega/2\pi$. Sustituyendo los valores se tiene:
$V_{máx} = (10 + 15)\ V = 25\ V$; $\alpha = -\pi/6$; $\omega = 377$; $f = 377/2\pi = 60$ Hz $\Rightarrow T = 0{,}0167\ s^{-1}$
3.) $v(t) = 4\text{Cos}^2(12t)$ V
Haciendo uso de la identidad trigonométrica:
$2\cos^2(A) = 1 + \cos 2A \Rightarrow 4\cos^2(12t) = 2[2\cos^2(12t)]$
$\Rightarrow 2[2\cos^2(12t)] = 2[1+\cos 2(12t)] = 2 + 2\cos(24t)$
Aplicando la ecuación general de voltaje $v(t) = V_{máx}\cos(\omega t + \alpha)$ y la ecuación
$T = 1/f$, donde $f = \omega/2\pi$. Sustituyendo los valores se tiene:
$V_{máx} = (2 + 2)\ V = 4\ V$; $\alpha = 0$; $\omega = 24$; $f = 24/2\pi = 3{,}82$ Hz $\Rightarrow T = 0{,}26\ s^{-1}$

<u>Problema 3.34</u> La Función Sinusoidal.

Escriba las siguientes señales sinusoidales como funciones del tiempo

1.) Una corriente con una frecuencia de 60 Hz y una amplitud de 10 Amp, que tiene un valor de 0 con pendiente positiva para t = 1 milisegundos.

2.) Un voltaje con un periodo de $20\mu seg^{-1}$, cuyo máximo positivo es de 20 V y ocurre a t = 5 milisegundos

3.) Una corriente cuyo valor máximo de 5 Amp ocurre en t = 10 milisegundos y el siguiente máximo negativo en t = 20 milisegundos

4.) Un voltaje que tiene un máximo positivo de 50 voltios para un tiempo t = 0 segundos y decrece a un valor de 25 voltios en un tiempo de t = 2 milisegundos.

<u>Solución:</u>

1.) Una corriente con una frecuencia de 60 Hz y una amplitud de 10 Amp, que tiene un valor de 0 con pendiente positiva para t = 1 milisegundos.

Aplicando la ecuación general de corriente $i(t) = I_{máx}\cos(\omega t + \alpha)$ y la ecuación:
$T = 1/f$, donde $f = \omega/2\pi$. Sustituyendo los valores se tiene:
$I_{máx} = 10$ Amp, $\omega = 2\pi f = 2\pi*60 = 377$; $T = 1/f \Rightarrow T = 0.017\ s^{-1}$
La función coseno cruza por el origen en 90º (con pendiente negativa) y en 270º (con pendiente positiva). Para que la corriente tenga un valor de cero con pendiente positiva, significa que $10\cos(\omega t + \alpha) = 0$, por lo tanto, el argumento $(\omega t + \alpha)$ tiene que ser igual 270º o $3\pi/2$, luego:
$3\pi/2 = (\omega t + \alpha) = [2\pi*60(1*10^{-3}) + \alpha] \Rightarrow 3\pi/2 = 0{,}12\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = 3\pi/2 - 0{,}12\pi = 1{,}38\pi$; quedando finalmente la ecuación como:

$$i(t) = 10\cos(120\pi t + 1{,}38\pi)$$

2.- Un Voltaje con un periodo de $20\mu seg^{-1}$, cuyo máximo positivo es de 20 voltios y ocurre a t = 5 microsegundos.

Aplicando la ecuación general de voltaje $v(t) = V_{máx}\cos(\omega t + \alpha)$ y la ecuación
$T = 1/f$, donde $f = \omega/2\pi$. Sustituyendo los valores se tiene:
$V_{máx} = 20$ V; $f = 1/T = 1/20\mu seg = 50.000$ Hz; $\omega = 2\pi f = 2*50.000*\pi \Rightarrow \omega = 10^5\pi$
Para $v(t) = 20$ para $t = 5\mu seg \Rightarrow 20 = 20\cos(10^5\pi 5*10^{-6} + \alpha)$
$\Rightarrow 1 = \cos(5\pi*10^{-1} + \alpha) \Rightarrow \cos^{-1}(1) = 0{,}5\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = -0{,}5\pi$
quedando finalmente la ecuación como:

$$v(t) = 20\cos(10^5\pi*t - 0{,}50\pi)$$

3.- Una Corriente cuyo valor máximo de 5 Amp ocurre en t = 10 ms y el siguiente máximo negativo en t = 20 ms.

Aplicando la ecuación general de corriente $i(t) = I_{máx}\cos(\omega t + \alpha)$ y la ecuación:
$T = 1/f$, donde $f = \omega/2\pi$. Sustituyendo los valores se tiene:
Para $I_{máx} = 5$ Amp y un tiempo t = 10 ms se tiene:
$5 = 5\cos(\omega 10^{-2} + \alpha) \Rightarrow 1 = \cos(\omega 10^{-2} + \alpha)$ y se obtiene: $\alpha = -10^{-2}\omega$.
Para $I_{máx} = -5$ Amp y un tiempo t =20 ms se tiene:
$-5 = 5\cos(2*10^{-2}\omega + \alpha) \Rightarrow -1 = \cos(2*10^{-2}\omega + \alpha)$ se obtiene: $\pi = 2*10^{-2}\omega + \alpha$
Sustituyendo en la ecuación anterior se obtiene:

$\pi = 2*10^{-2}\omega\ -10^{-2}\omega \Rightarrow\ \pi = 10^{-2}\omega\ \Rightarrow\ \omega = 100\pi\ \Rightarrow \alpha = -\pi$; quedando finalmente la ecuación:

$$i(t) = 5\cos(100\pi t - \pi)$$

4.- Un voltaje que tiene un máximo positivo de 50 voltios para un tiempo t = 0 s y decrece a un valor de 25 voltios en un tiempo de t = 2 ms

Aplicando la ecuación general de voltaje $v(t) = V_{máx}\cos(\omega\, t + \alpha)$ y la ecuación:
$T = 1/f$, donde $f = \omega/2\pi$. Sustituyendo los valores se tiene:
Para t = 0 seg, el voltaje es de 50 Voltios, por lo tanto se tiene que:
$50 = 50\cos(0+\alpha) \Rightarrow 1 = \text{Cos}\ \alpha \Rightarrow \alpha = 0$
Para t = 50 miliseg, el voltaje es de 25 Voltios, por lo tanto se tiene que:
$25 = 50\cos(2*10^{-3}\omega + 0)$:
$\Rightarrow 25 = 50\cos(2*10^{-3}\omega)\ \Rightarrow\ 0,5 = \cos(2*10^{-3}\omega) \Rightarrow \pi/3 = 2*10^{-3}\omega\ \Rightarrow \omega = (\pi*10^{3})/6$
$\omega = 1000\pi/6 = 166.67\pi$; por lo tanto:

$$v(t) = 50\cos(166,67\pi t)$$

<u>Problema 3.35</u> La Función Sinusoidal.

Encuentre las diferencias de fase entre el siguiente par de sinusoides:

a) $v(t) = 8\text{sen}(20t + 30^o)$ V; $i(t) = 6\text{sen}(20t - 25^o)$ A
b) $v_1(t) = -11\text{sen}(377t - \pi/6)$ V; $v_2(t) = 30\text{sen}(377t + \pi/4)$ V
c) $i_1(t) = 5\text{sen}(377t + \pi/4)$ A; $i_2(t) = 3\cos(377t - \pi/2)$ A.
d) $v(t) = -7,6\text{sen}(20t + 10^o)$ V; $i(t) =4,3\cos(20t - 30^o)$ A.

<u>Solución</u>

a) $v(t) = 8\text{sen}(20t + 30^o)$ V; $i(t) = 6\text{sen}(20t - 25^o)$ A
$\theta_v = 30^o; \theta i = -25^o \Rightarrow |\theta_v - \theta i| = 55^o$

b) $v_1(t) = -11\text{sen}(377t - \pi/6)$ V; $v_2(t) = 30\text{sen}(377t + \pi/4)$ V
$\theta_{v1} = -\pi/6; \theta_{v2} = \pi/4 \Rightarrow |\theta_{v1} - \theta_{v2}| = |-\pi/6 - \pi/4| = 5\pi/12 = 75^o$

c) $i_1(t) = 5\text{sen}(377t + \pi/4)$ A; $i_2(t) = 3\cos(377t - \pi/2)$ A. Aplicando la identidad trigonométrica: $\cos(A – B) = \cos A*\cos B + \text{sen}A*\text{sen}B$. Siendo $A = 377t$ y $B = \pi/2$
$\Rightarrow 3\cos(377t - \pi/2) = 3\cos 377t*\cos\pi/2 + 3\text{sen}377t*\text{sen}\pi/2 = 3\text{sen}377t$; luego:

$$i_2(t) = 3\text{sen}(377t + 0^o)$$

$\theta_{i1} = \pi/4; \theta_{i2} = 0^o \Rightarrow|\theta_{i1} - \theta_{i2}| = |\pi/4 - 0| = \pi/4$

d) $v(t) = -7,6\text{sen}(20t + 10^o)$ V; $i(t) = 4,3\cos(20t - 30^o)$ A. Aplicando la identidad trigonométrica: $\text{sen}(A) = \cos(90^o - A)$. Siendo $A = 20t + 10^o$
$\Rightarrow -7,6\text{sen}(20t + 10^o) = -7,6\cos(90^o - 20t - 10^o) = -7,6\cos[-(20t - 80^o)]$; como:
$\cos(A) = \cos(-A) \Rightarrow -7,6\text{sen}(20t + 10^o) = -7,6\cos(20t - 80^o)$.
$\theta_v = -80^o; \theta_i = -30^o \Rightarrow |\theta_v - \theta_i| = |-80 – (-30)| = 50^o$

<u>Problema 3.36</u> Operaciones con Fasores.
Dados los siguientes fasores: $A = 100 - j120$; $B = 5\angle 40^{\circ}$ y $C = 80 + j\,60$. Realizar las siguientes operaciones:

- A + B
- A/B
- C/ B
- AxB
- AxC
- AxB*

<u>Solución</u>

En forma rectangular: $A = 100 - j\,120$; $B = 3{,}83 + j\,3{,}21$ y $C = 80 + j\,60$
En forma polar: $A = 156{,}20\angle -50{,}19^{\circ}$; $B = 5\angle 40^{\circ}$ y $C = 100\angle 36{,}87^{\circ}$
B* es la conjugada de B.
1.) $A + B = (100 - j\,120) + (3{,}83 + j\,3{,}21)$
$A + B = 103{,}83 - j\,116{,}79$; luego: $A + B = 156{,}27\angle -48{,}36^{\circ}$

2.) $A/B = (156{,}20\angle -50{,}19^{\circ})/(5\angle 40^{\circ}) = 31{,}24\angle -90{,}19^{\circ}$

3.) $C/B = (100\angle 36{,}87^{\circ})/(5\angle 40^{\circ}) = 20\angle -3{,}13^{\circ}$

4.) $AxB = (156{,}20\angle -50{,}19^{\circ})*(5\angle 40^{\circ}) = 781\angle -10{,}19^{\circ}$

5.) $AxC = (156{,}20\angle -50{,}19^{\circ})*(100\angle 36{,}87^{\circ}) = 1.5620\angle -13{,}32^{\circ}$

6.) $AxB^* = (156{,}20\angle -50{,}19^{\circ})*(5\angle -40^{\circ}) = 781\angle -90{,}19^{\circ}$

<u>Problema 3.37</u> Valor Promedio.
Para la corriente alterna de la figura, determinar el valor promedio.

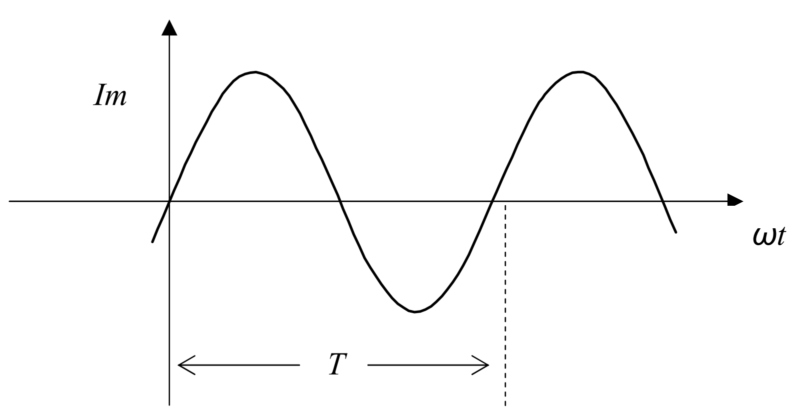


Figura 3.32 Problema 3.37

Solución

La ecuación de la corriente alterna es: $i(t) = Im sen(\omega t)$, siendo la corriente promedia:

$Ip = (1/t)\int_0^t i(t)dt$ para un período T ⇨ $Ip = (1/T)\int_0^T i(t)dt = (1/T)\int_0^T Imsen(\omega t)dt$

Para $T = 2\pi$ ⇨ $\omega = 2\pi/T$ ⇨ $\omega = 1$.

⇨ $Ip = -(1/\omega T)\, Im[\cos(\omega t)]_0^T = -(1/\omega T)Im[\cos(2\pi T/T) - \cos(2\pi * 0/T)]$

⇨ $Ip = -(1/2\pi)Im[\cos 2\pi - \cos 0º] = 0$

Problema 3.38 Valor Promedio y Eficaz.

La forma de onda de la corriente de salida de los rectificadores controlados de silicio (SRC) se muestra en la figura adjunta. La forma de onda consiste de una parte comprendida entre los ángulos θ y 180º del semiciclo positivo de una onda sinusoidal. Se pide determinar el valor promedio y el valor eficaz, para θ = 30º y θ = 150º

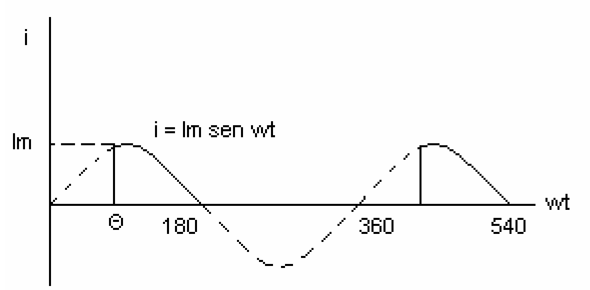


Figura 3.33 Problema 3.38

Solución

Para la primera parte del ciclo, es decir para $0º \leq \theta \leq 30º$, la corriente i(t) = 0 Amp

Para la segunda parte del ciclo, es decir para $30º \leq \theta \leq 180º$, la corriente $i(t) = Imsen(\omega t)$

Para la tercera parte del ciclo, es decir para $180º \leq \theta \leq 360º$, la corriente i(t) = 0 Amp

La corriente promedio es:

Para θ = 30º ⇨ θ = π/6.

El período de esta forma de onda es T = 2π y ω = 1 rad.

Si T ⟶ 2π

T_1 ⟶ π/6 ⇨ $T_1 = (T*\pi/6)/2\pi$ ⇨ $T_1 = T/12 = 2\pi/12 = \pi/6$

$Ip = (1/t)\int_0^t i(t)dt$ ⇨ $Ip = (1/T)\int_0^T i(t)dt$ ⇨ $Ip = (1/T)\int_0^{T1} 0\,dt + (1/T)\int_{T1}^{T/2} Imsen(\omega t)dt + (1/T)\int_{T/2}^{T} 0\,dt$

$Ip = -(Im/\omega T)[\cos\omega t]_{T1}^{T/2} = -(Im/\omega T)[\cos(\pi) - \cos(\pi/6)] = -Im/2\pi(-1 - 0{,}87)$

⇨ Ip = 0,30 Im.

Para θ = 150º

⇨ θ = 5π/6. El período de esta forma de onda es T = 2π y ω = 1 rad.

Si T ⟶ 2π

T_1 ⟶ 5π/6 ⇨ $T_1 = (T*5\pi/6)/2\pi$ ⇨ $T_1 = 5T/12 = 5*2\pi/12 = 5\pi/6$

$\text{Ip} = (1/t)\int_0^t i(t)dt \Rightarrow \text{Ip} = (1/T)\int_0^T i(t)dt = (1/T)\int_0^{T1} 0\,dt + (1/T)\int_{T1}^{T/2} \text{Imsen}(\omega t)dt + (1/T)\int_{T/2}^{T} 0\,dt$

$\text{Ip} = -(\text{Im}/\omega T)[\cos\omega t]_{T1}^{T/2} = -(\text{Im}/\omega T)[\cos(\pi) - \cos(5\pi/6)] = -\text{Im}/2\pi(-1 + 0{,}87)$

$\Rightarrow \text{Ip} = 0{,}02\ \text{Im}.$

El Valor Eficaz es:

Para $\theta = 30^{o}$

$\text{Ief} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2\,dt} \Rightarrow \text{Ief}^2 = (1/T)\int_{T1}^{T/2} \text{Im}^2 sen^2(\omega t)dt$. Pero $sen^2(\omega t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\omega t)$

$$\Rightarrow \text{Ief}^2 = \frac{\text{Im}^2}{2T}\int_{T1}^{T/2}(1-\cos(2\omega t))dt = \frac{\text{Im}^2}{2T}\left[t - \frac{sen(2\omega t)}{2\omega}\right]_{\pi/6}^{\pi}$$

$$\Rightarrow \text{Ief}^2 = \frac{\text{Im}^2}{2T}\left[\left(\pi - \frac{1}{2}sen(2\pi)\right) - \left(\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}sen(2\pi/6)\right)\right] = \frac{\text{Im}^2}{2*2\pi}\left[\pi - \frac{\pi}{6} + 0{,}43\right]$$

$\Rightarrow \text{Ief}^2 = 0{,}24\ \text{Im}^2 \Rightarrow \text{Ief} = 0{,}49\ \text{Im}$

Para $\theta = 150^{o}$

$\text{Ief} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2\,dt} \Rightarrow \text{Ief}^2 = (1/T)\int_{T1}^{T/2} \text{Im}^2 sen^2(\omega t)dt$. Pero $sen^2(\omega t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\omega t)$

$$\Rightarrow \text{Ief}^2 = \frac{\text{Im}^2}{2T}\int_{T1}^{T/2}(1-\cos(2\omega t))dt = \frac{\text{Im}^2}{2T}\left[t - \frac{sen(2\omega t)}{2\omega}\right]_{5\pi/6}^{\pi}$$

$$\Rightarrow \text{Ief}^2 = \frac{\text{Im}^2}{2T}\left[\left(\pi - \frac{1}{2}sen(2\pi)\right) - \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{1}{2}sen(2*5\pi/6)\right)\right] = \frac{\text{Im}^2}{2*2\pi}\left[\pi - \frac{5\pi}{6} - 0{,}43\right]$$

$\Rightarrow \text{Ief}^2 = 0{,}01\ \text{Im}^2 \Rightarrow \text{Ief} = 0{,}09\ \text{Im}$

Problema 3.39 Valor Promedio y Eficaz.

Un voltaje está formado por una componente Vo de corriente continua y una componente sinusoidal de valor eficaz V_1. Demuestre que el valor efectivo de este voltaje es:

$\text{Vef} = (\text{Vo}^2 + V_1^{\,2})^{1/2}$

Solución

Para la componente sinusoidal: $\text{Vef} = V_1 \Rightarrow \text{Vmáx} = \sqrt{2}\,V_1$; $T = 2\pi$ y $\omega = 1$ rad.

$V(t) = \text{Vo} + \sqrt{2}\,V_1 sen(\omega t)$

El valor eficaz para el voltaje total es:

$$\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T\left(Vo + \sqrt{2}V_1 sen(\omega t)\right)^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T\left(Vo^2 + 2\sqrt{2}VoV_1 sen(\omega t) + 2V_1^{\,2} sen^2(\omega t)\right)dt$$

$$Vef^2 = \frac{1}{T}\int_0^T Vo^2 dt + \frac{1}{T}\int_0^T 2\sqrt{2}VoV_1 sen(\omega t)dt + \frac{1}{T}\int_0^T 2V_1^2 sen^2(\omega t)dt \text{ ; como:}$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T 2V_1^2 sen^2(\omega t)dt = \frac{2V_1^2}{T}\int_0^T\left[\frac{1}{2} - \frac{\cos(2\omega t)}{2}\right]dt = \frac{V1^2}{T}\left(t - \frac{sen(2\omega t)}{2\omega}\right)_0^T$$

$$\Rightarrow Vef^2 = \left.\frac{V_0^2 t}{T}\right|_0^T + \left.\frac{2\sqrt{2}V_0V_1\cos\omega t}{\omega T}\right|_0^T + \frac{V_1^2}{T}\left(t - \frac{sen(2\omega t)}{2\omega}\right)_0^T = \frac{1}{T}\left[Vo^2T - Vo^2 * 0\right] +$$

$$\left(\frac{2\sqrt{2}V_0V_1\cos 2\pi}{T} - \frac{2\sqrt{2}V_0V_1\cos 0^o}{T}\right) + \frac{V_1^2}{T}\left(T - \frac{sen(2*2\pi)}{2} - \left(0 - \frac{sen(2*0^o)}{2}\right)\right)$$

$$\Rightarrow Vef^2 = Vo^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}V0V_1}{T} - \frac{2\sqrt{2}V0V_1}{T}\right) + V_1^2 = Vo^2 + V_1^2 \Rightarrow Vef = \sqrt{Vo^2 + V1^2}$$

Problema 3.40 Impedancia y Admitancia.

Para el circuito de la figura adjunta se pide determinar:

a. El valor de la impedancia equivalente $\dot{Z}ab$ y la admitancia equivalente $\dot{Y}ab$

b. Representar el circuito como una combinación serie R' y C para cualquier frecuencia.

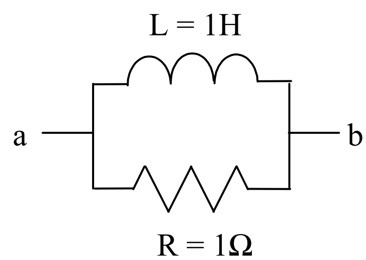


Figura 3.34 Problema 3.40

Solución:

Se halla la impedancia equivalente entre a y b.

$\dot{Z}ab = R//X_L = (R\angle 0 * \omega L\angle 90^o)/(R\angle 0 + \omega L\angle 90^o) = jR\omega L/(R + j\omega L) = j(jR\omega L)/j(R + j\omega L)$
$= (-R\omega L)/(jR - \omega L) = R\omega L/(-jR + \omega L) = R\omega L/(\omega L - jR)$

Para $R = 1\Omega$ y $L = 1H$ ⇨ $\dot{Z}ab = \omega/(\omega - j)$

$\dot{Y}ab = 1/\dot{Z}ab = (\omega - j)/\omega$

En el caso de una combinación serie R' y C' para cualquier frecuencia, se tiene:

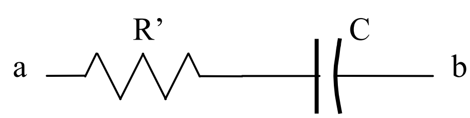


Figura 3.35 Problema 3.40

$\dot{Z}ab = R' - jX_C = R' - j1/\omega C = (R'C\omega - j)/\omega C$. Igualando el circuito serie con el paralelo.

$$R\omega L/(\omega L - jR) = (R'C\omega - j)/\omega C$$

$\Rightarrow$ $\omega CR\omega L = (\omega L - jR)(R'C\omega - j) \Rightarrow \omega^2 CRL = R'CL\omega^2 - jR'RC\omega - j\omega L - R$

$\Rightarrow \omega^2 CRL + R - R'CL\omega^2 + j(R'RC\omega + j\omega L) = 0$

Igualando parte real y parte imaginaria se tiene:

$\omega^2 CRL + R - R'CL\omega^2 = 0$

$(R'RC\omega + \omega L) = 0 \Rightarrow C = (-L/RR')$

De la parte real se obtiene:

$\omega^2(-L/RR')RL + R - R'(-L/RR')L\omega^2 = 0$

$\omega^2(-L/R')L + R - (L/R)L\omega^2 = 0 \Rightarrow -\omega^2L^2/R' + R + \omega^2L^2/R = 0$

$\Rightarrow (-\omega^2L^2R + \omega^2L^2 R')/RR' + R = 0 \Rightarrow (-\omega^2L^2R + \omega^2L^2 R') + R^2R' = 0$

$\Rightarrow -\omega^2L^2R + R'(\omega^2L^2 + R^2) = 0 \Rightarrow \omega^2L^2R = R'(\omega^2L^2 + R^2)$

$\Rightarrow R' = \omega^2L^2R/(\omega^2L^2 + R^2) \Rightarrow C = -L/R[\omega^2L^2R/(\omega^2L^2 + R^2)]$

$\Rightarrow C = -(\omega^2L^2 + R^2)/R^2\omega^2L$

Problema 3.41 Circuitos en Corriente Alterna.

En el circuito de la figura, el valor eficaz de la corriente es de 5 amperios. ¿Qué lectura indicaría un voltímetro conectado primero en la entrada del circuito y después en cada uno de sus elementos?

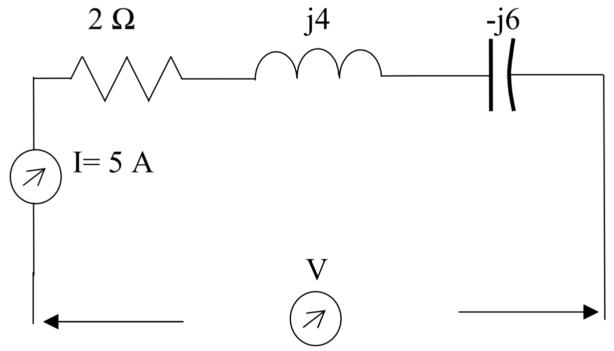


Figura 3.36 Problema 3.41

Solución:

La impedancia del circuito es: $\dot{Z} = 2 + j4 - j6 = 2 - 2j = 2{,}83\angle{-45}\ \Omega$

Como es un circuito serie se toma como referencia la corriente, por lo tanto:

El voltaje total es:

$\vec{V} = \vec{I} * \dot{Z} = \Rightarrow \vec{V} = (5\angle 0)*(2{,}83\angle{-45}) = 14{,}15\angle{-45}$ V

El voltaje en el resistor es:

$\overrightarrow{V_R} = \vec{I} * R = \Rightarrow \overrightarrow{V_R} = (5\angle 0)*(2\angle 0) = 10\angle 0$ V

El voltaje en el inductor es:

$\overrightarrow{V_L} = \vec{I} * X_L = \Rightarrow \overrightarrow{V_L} = (5\angle 0)*(4\angle 90) = 20\angle 90$ V

El voltaje en el capacitor es:

$\overrightarrow{V_C} = \vec{I} * Xc = \Rightarrow \overrightarrow{V_C} = (5\angle 0)*(6\angle{-90}) = 30\angle{-90}$ V

Problema 3.42 Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura, hallar el circuito equivalente de Thévenin y de Norton entre los puntos a y b, si $X_L = -Xc$

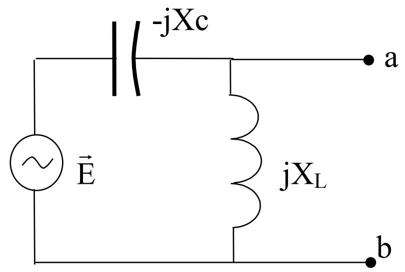


Figura 3.37 Problema 3.42

Solución:
a.) La impedancia equivalente de Thévenin es:

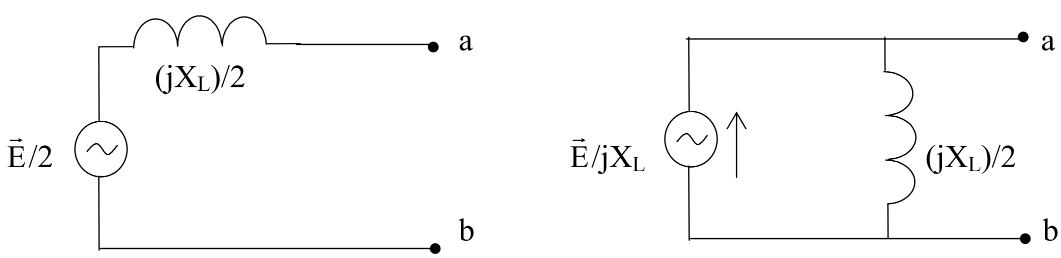
$$\dot{Z}_{Th} = jX_L//(-jXc) = [(jX_L)*(-jXc)]/(jX_L - jXc) = [(jX_L)*(jX_L)]/(jX_L + jX_L)$$

$$\dot{Z}_{Th} = -(X_L)^2/(2jX_L) = -j(X_L)/j(2j) = -j(X_L)/(-2) \Rightarrow \dot{Z}_{Th} = (jX_L)/2$$

El voltaje equivalente de Thévenin es: $\vec{V}_{Th} = \vec{V}ab$, aplicando divisores de voltaje se obtiene.

$$\vec{V}_{Th} = \vec{V}ab = \vec{E}*(jX_L)/(jX_L - jXc) = \vec{E}*(jX_L)/(jX_L + jX_L) = \vec{E}*(jX_L)/j2X_L = \vec{E}/2$$

Los circuitos equivalentes son:



Circuito Equivalente Thévenin Circuito Equivalente Norton.

Figura 3.38 Problema 3.42

Problema 3.43 Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura: Hallar $\vec{V}_{AB}$ para:

$$a\begin{cases} R_1 = 0 \\ L \neq 0 \end{cases} \quad b\begin{cases} R_1 = \infty \\ L \neq \infty \end{cases} \quad c\begin{cases} R_1 \neq 0 \\ L = 0 \end{cases} \quad d\begin{cases} R_1 \neq \infty \\ L = \infty \end{cases} \quad e\begin{cases} R_1 = 0 \\ L = 0 \end{cases}$$

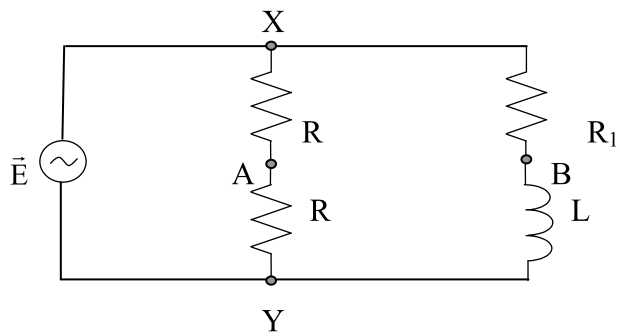


Figura 3.39 Problema 3.43

Solución:

Parte a: ($R_1 = 0$; $L \neq 0$) $\Rightarrow$ $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AX} + \vec{V}_{XB}$; pero $\vec{V}_{AX} = (-\vec{E}*R)/2R = -\vec{E}/2$
$\vec{V}_{XB} = 0$ y $\vec{V}_{AX} = -\vec{V}_{XA} \Rightarrow \vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AX} + 0 = -\vec{E}/2$

Parte b: ($R_1 = \infty$; $L \neq \infty$) $\Rightarrow$ $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AY} + \vec{V}_{YB}$; pero $\vec{V}_{AY} = (\vec{E}*R)/2R = \vec{E}/2$
$\vec{V}_{YB} = 0$ (No hay paso de corriente) $\Rightarrow \vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AY} + 0 = \vec{E}/2$
Parte c: ($R_1 \neq 0$; $L = 0$) $\Rightarrow \vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AY} + \vec{V}_{YB}$; pero $\vec{V}_{AY} = (\vec{E}*R)/2R = \vec{E}/2$
$\vec{V}_{YB} = 0$ ($X_L = 0$) $\Rightarrow \vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AY} + 0 = \vec{E}/2$

Parte d: ($R_1 \neq \infty$; $L = \infty$) $\Rightarrow \vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AX} + \vec{V}_{XB}$; pero $\vec{V}_{AX} = (-\vec{E}*R)/2R = -\vec{E}/2$
$\vec{V}_{XB} = 0$ (No hay paso de corriente) y $\vec{V}_{AX} = -\vec{V}_{XA} \Rightarrow \vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AX} + 0 = -\vec{E}/2$

Parte e: ($R_1 = 0$; $L = 0$) $\Rightarrow \vec{V}_{AB} = 0$ (Corto circuito en la rama 2 del montaje)

Problema 3.44 Circuitos en Corriente Alterna.
Un circuito consiste de dos elementos conectados en serie y excitados por una fuente de 120 voltios, frecuencia de 60 Hz. El voltaje a los terminales del elemento número 1 es de $V_1 = 80$ voltios y adelanta al voltaje de alimentación. El elemento numero 2 es un resistor el cual puede considerase ideal y un voltímetro ideal conectado a sus terminales permite leer 70 voltios. Si se alimenta únicamente el elemento numero 1 con la fuente de 120 V. La corriente resultante es de 10 Amp.
Calcular:

a) El diagrama fasorial del circuito en donde se indiquen los valores de los fasores corriente y voltaje.
b) La Impedancia del elemento número 1

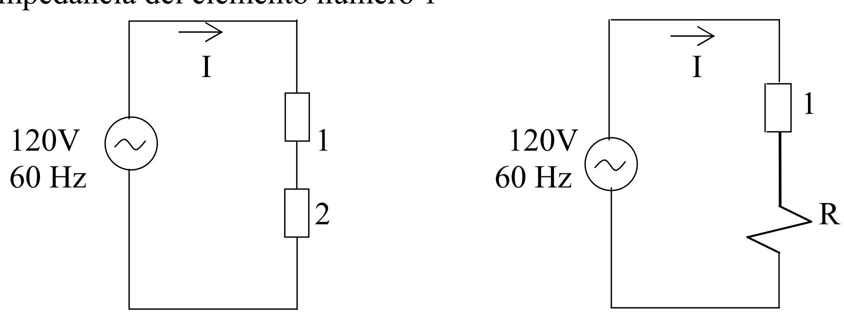


Figura 3.40 Problema 3.44

Solución

De acuerdo con el enunciado del problema el siguiente es el diagrama fasorial.

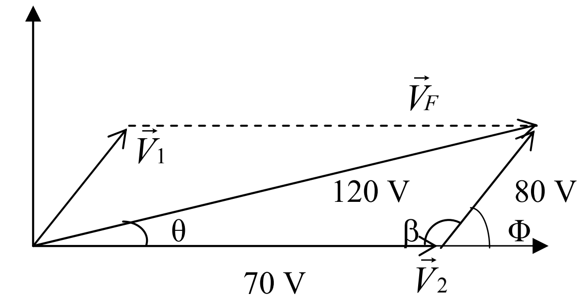


Figura 3.41 Problema 3.44 Diagrama fasorial.

El voltaje de la fuente es: $\vec{V}_F = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 120\angle\theta$ V.

$\vec{V}_1 = 80\angle\Phi$ (Adelanta al voltaje de la fuente)

$\vec{V}_2 = 70\angle 0^\circ$ (Se toma como referencia por ser el voltaje en el resistor)

$120\angle\theta = 70\angle 0^\circ + 80\angle\Phi$

Aplicando ley del coseno: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\beta$

$120^2 = 70^2 + 80^2 - 2 \cdot 70 \cdot 80\cos\beta \Rightarrow \beta = 106{,}07^\circ$; $\Phi = 180^\circ - \beta \Rightarrow \Phi = 73{,}93^\circ$

$\vec{V}_1 = 80\angle 73{,}93^\circ \Rightarrow \vec{V}_F = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 80\angle 73{,}93^\circ + 70\angle 0^\circ = 120\angle 39{,}84^\circ$

Por otra parte al alimentar el elemento 1, con 120 V, la corriente es 10 A, se tiene:

$|Z| = |V|/|I| = 120/10 \Rightarrow |Z| = 12\ \Omega$

El módulo de la corriente del circuito es: $|I| = |V_1|/|Z| \underline{= 80/12 = 6{,}67\text{ A.}}$

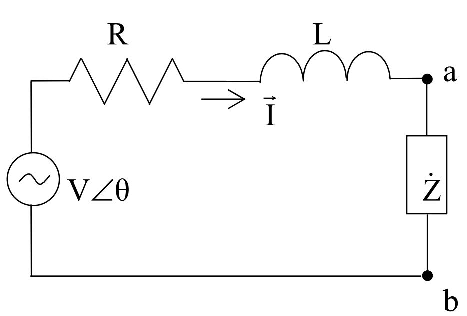
En el elemento 2 se tiene por Ley de Ohm: $\vec{I} = \vec{V}_2/R \Rightarrow I\angle\alpha = (70\angle 0^\circ)/R\angle 0$

$\Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \vec{I} = 6{,}67\angle 0^\circ$ A. $\Rightarrow R = (70\angle 0^\circ)/(6{,}67\angle 0^\circ) = 10{,}5\angle 0^\circ\ \Omega$

En el elemento 1 por Ley de Ohm: $\dot{Z} = \vec{V}_1/\vec{I} = (80\angle 73{,}93^\circ)/6{,}67\angle 0^\circ = 12\angle 73{,}93^\circ\ \Omega$

Problema 3.45 Circuitos en Corriente Alterna.

Se conectan a los terminales a – b de una red compleja una impedancia $\dot{Z}$. La red contiene fuentes sinusoidales de la misma frecuencia, además de elementos R y L. Las siguientes mediciones corresponden a condición de régimen permanente. Se pide determinar el circuito equivalente de Thévenin para la carga $\dot{Z}$.



Vab (V)	Z (Ω)
120	Circuito Abierto
66	11 + 0j
32	4 + 0j

Figura 3.42 Problema 3.45

<u>Solución</u>

a) En el primer caso, es un circuito abierto ⇨ el voltaje de la fuente es: $\vec{V} = 120\angle\theta$ V

b) En el segundo caso $I_1 = 66/11 = 6$ A; tomando como referencia la corriente ⇨ $\vec{I}_1 = 6\angle 0º$

c) En el tercer caso $I_2 = 32/4 = 8$ A; tomando como referencia la corriente ⇨ $\vec{I}_2 = 8\angle 0º$

De acuerdo con los valores hallados se hacen los respectivos diagramas fasoriales.

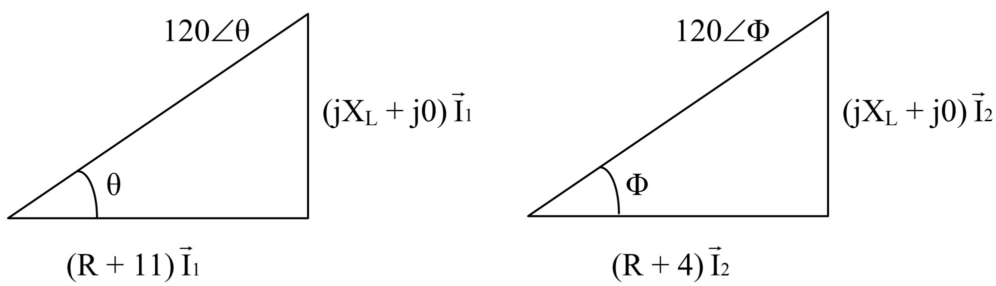


Figura 3.43 Problema 3.45

Aplicando Pitágoras en los dos diagramas fasoriales, se tiene:

$120^2 = [(R + 11)I_1]^2 + [(X_L + j0)I_1]^2$ ⇨ $120^2 = [(R + 11)6]^2 + [X_L*6]^2$

$120^2/6^2 = (R + 11)^2 + X_L^2$ ⇨ $(R + 11)^2 + X_L^2 = 400$ (1)

$120^2 = [(R + 4)I_2]^2 + [(X_L + 0j)I_2]^2$ ⇨ $120^2 = [(R + 4)8]^2 + [X_L*8]^2$

$120^2/8^2 = (R + 4)^2 + X_L^2$ ⇨ $(R + 4)^2 + X_L^2 = 225$ (2)

Desarrollando las ecuaciones (1 y 2) ⇨

$R^2 + 22R + 121 + X_L^2 = 400$ y $R^2 + 8R + 16 + X_L^2 = 225$

De (2): ⇨ $X_L^2 = 225 - R^2 - 8R - 16$ ⇨ $X_L^2 = 209 - R^2 - 8R$. Sustituyendo en (1):

$R^2 + 22R + 121 + 209 - R^2 - 8R = 400$ ⇨ $22R - 8R = 400 - 330$ ⇨ $14R = 70$

⇨ $R = 5\Omega$.

De (2): $(R + 4)^2 + X_L^2 = 225$ ⇨ $(5 + 4)^2 + X_L^2 = 225$ ⇨ $9^2 + X_L^2 = 225$

$X_L^2 = 225 - 81$ ⇨ $X_L^2 = 144$.

⇨ $X_L = 12\ \Omega$

La impedancia equivalente de Thévenin es: $\dot{Z}_{Th} = R + jX_L = 5 + j12 = 13\angle 67{,}38º$

El voltaje equivalente o de Thévenin es: $\vec{E}_{Th} = 120\angle 67{,}38º$. (Al tomar como referencia la corriente, el ángulo del voltaje es el mismo que $\dot{Z}_{Th}$). El circuito equivalente de Thévenin entre los puntos "a" y "b" es:

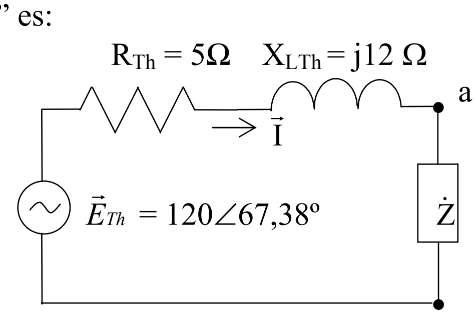


Figura 3.44 Problema 3.45 Circuito equivalente de Thévenin.

Problema 3.46 Circuitos en Corriente Alterna.

El motor monofásico de fase partida y arranque por capacitor, utilizado en los refrigeradores, se puede modelar por el circuito adjunto. El arrollamiento principal se modela por el circuito serie Rp-Lp y el arrollamiento auxiliar por un circuito Ra-La. La potencia mecánica de salida del motor se modela por Ro:

a) Seleccionar el capacitor que haga máximo el torque de salida del motor. (El torque es máximo cuando la corriente de arrollamiento auxiliar adelanta en 90º a la corriente del arrollamiento principal)

b) Determinar la eficiencia, si se asume que Ra y Rp modelan todas las pérdidas de potencia que ocurren en el motor:

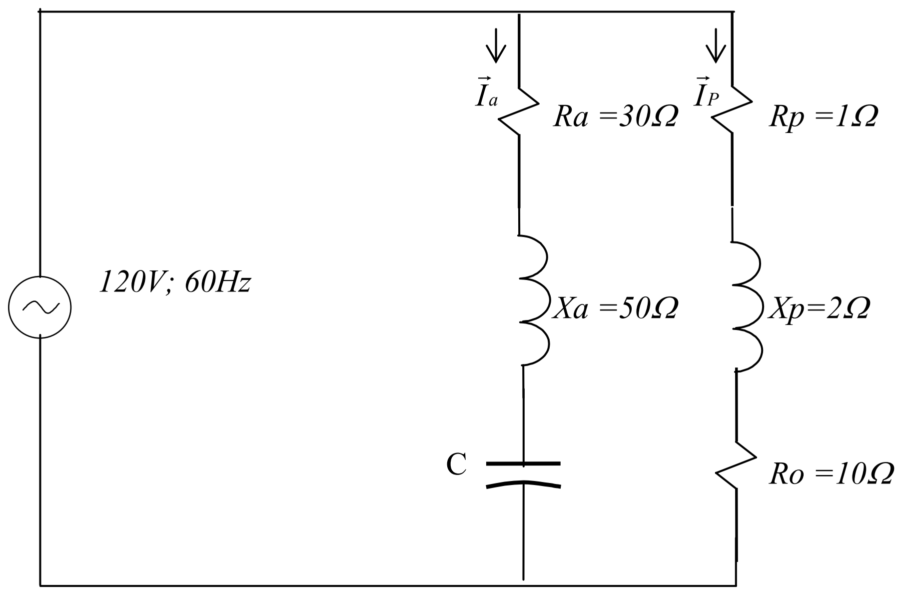


Figura 3.45 Problema 3.46

Solución

a) Seleccionar el capacitor que haga máximo el torque de salida del motor.

Se calcula la corriente del arrollado principal $\vec{I}_P$, se asume que el voltaje de alimentación es de $\vec{V}_1 = 120\ \angle 0º \Rightarrow \vec{I}_P = \vec{V}_1 / \dot{Z}_P = (120\angle 0º)/(11 + 2j) = 10{,}73\angle\text{-}10{,}30º$ A.

Para que el torque sea máximo el ángulo entre $\vec{I}_a$ y $\vec{I}_P$ =90º ; tal como se puede observar en el gráfico siguiente:

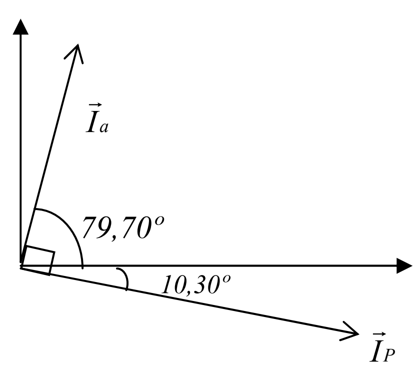


Figura 3.46 Problema 3.46 Diagrama fasorial.

Donde $\vec{I}_a = \vec{V}_1 / \dot{Z}_a \Rightarrow \dot{Z}a = Za\angle\text{-}79{,}70^o$; $\dot{Z}a = 30 + j50 - jXc = Za\angle\text{-}79{,}70^o$
Igualando parte real y parte imaginaria

$30 = Za\cos(-79{,}70^o)$
$50 - Xc = Za\,sen(-79{,}70^o)$

$Za = 30/\cos(-79{,}70^o) = 167{,}78\ \Omega$
$Xc = 50 - Za\,sen(-79{,}70) \Rightarrow Xc = 50 - 167{,}78 sen(-79{,}70) \Rightarrow Xc = 215{,}08\ \Omega$

Cálculo del capacitor:
$Xc = 1/2\pi fC \Rightarrow C = 1/2\pi f\,Xc = 1/(215{,}08*2\pi*60) = 12{,}34\ \mu F$.

Como $\dot{Z}a = 167{,}78\angle\text{-}79{,}70^o$

$\Rightarrow \vec{I}_a = \vec{V}_1 / \dot{Z}_a = (120\angle 0^o)/(167{,}78\angle\text{-}79{,}70^o) = 0{,}72\angle 79{,}70^o$ A

b) Determinar la eficiencia, si se asume que Ra y Rp modelan todas las pérdidas de potencia que ocurren en el motor.
η= Potencia de salida/Potencia de entrada = Ps/Pe
La potencia de entrada (Pe), es igual a la potencia de salida (Ps) + las pérdidas (Pp)
$Pe = Ps + Pp$
$\eta = Ps/(Ps + Pp)$
$Ps = Ip^2Ro = (10{,}73)^2 10 = 1.151{,}33$ W
$Pp = Ip^2Rp + Ia^2Ra = (10{,}73)^2 1 + (0{,}72)^2 30 = 130{,}68$ W
$\eta = Ps/(Ps+Pp) = 1151{,}33/(1151{,}33 + 130{,}68) = 0{,}90 \Rightarrow \eta = 90\%$

<u>Problema 3.47</u> Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 8\Omega$; $I_1 = I_2 = 10$ A y Vab = 100 V. Hallar X_1, X_2 e $\vec{I}$.

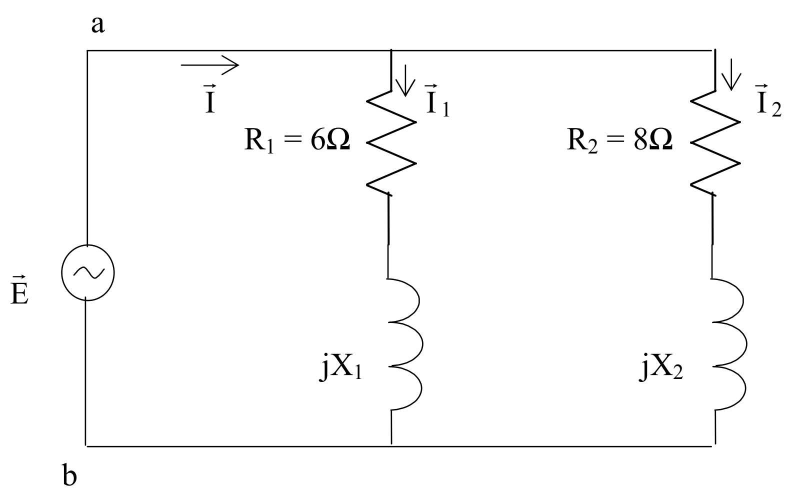


Figura 3.47 Problema 3.47

<u>Solución:</u>
El voltaje entre los puntos a y b es:
$\vec{V}ab = \vec{I}_1 * R_1 + \vec{I}_1 * jX_1 \Rightarrow Vab^2 = (I_1 6)^2 + (I_1 X_1)^2 = (10*6)^2 + (10X_1)^2$

$\vec{V}ab = \vec{I}_2{*}R_2 + \vec{I}_2{*}jX_2 \Rightarrow Vab^2 = (I_2 8)^2 + (I_2X_1)^2 = (10{*}8)^2 + (10X_2)^2$

$\Rightarrow 100^2 = 3.600 + 100X_1^2 \Rightarrow X_1^2 = (10.000 - 3.600)/100 \Rightarrow X_1 = \sqrt{64} = 8\ \Omega$
$\Rightarrow 100^2 = 6.400 + 100X_2^2 \Rightarrow X_2^2 = (10.000 - 6.400)/100 \Rightarrow X_2 = \sqrt{36} = 6\ \Omega$

Cálculo de la corriente total, tomando como referencia el voltaje $\vec{V}ab$, se tiene:
$\vec{V}ab = \vec{I}_1(R_1 + jX_1) \Rightarrow \vec{I}_1 = \vec{V}ab/(R_1 + jX_1) \Rightarrow \vec{I}_1 = (100\angle 0)/(6 + j8) = 10\angle\text{-}53{,}13º\ A$
$\vec{V}ab = \vec{I}_2(R_2 + jX_2) \Rightarrow \vec{I}_2 = \vec{V}ab/(R_2 + jX_2) \Rightarrow \vec{I}_2 = (100\angle 0)/(8 + j6) = 10\angle\text{-}36{,}87º\ A$

$$\Rightarrow \vec{I}_T = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 = 10\angle\text{-}53{,}13º + 10\angle\text{-}36{,}87º = 19{,}80\angle\text{-}45º\ A$$

<u>Problema 3.48</u> Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura, Xc es variable. Utilizando el análisis fasorial, determinar el menor valor de E para que Vab = 100 V

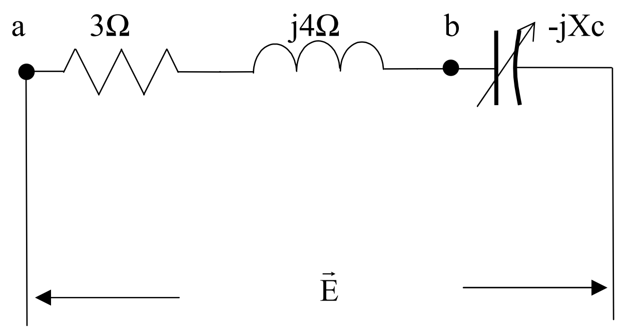


Figura 3.48 Problema 3.48

<u>Solución:</u>
La impedancia $\dot{Z}ab = 3 + j4 = 5\angle 53{,}13º\ \Omega$
La corriente del circuito se toma como referencia es decir: $\vec{I} = I\angle 0$
$\vec{I} = I\angle 0 = \vec{V}ab/\dot{Z}ab = (100\angle\alpha)/(5\angle 53{,}13º) \Rightarrow \alpha = 53{,}13º$
$I = Vab/Zab = 100/5 = 20\ A \Rightarrow \vec{I} = 20\angle 0\ A$
El voltaje en el resistor es:
$\vec{V}_R = \vec{I}{*}R = \Rightarrow \vec{V}_R = (20\angle 0){*}(3\angle 0) = 60\angle 0\ V$
El voltaje en el inductor es:
$\vec{V}_L = \vec{I}{*}X_L = \Rightarrow \vec{V}_L = (20\angle 0){*}(4\angle 90) = 80\angle 90\ V$
Como $\vec{E} = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C \Rightarrow$ el menor valor de $\vec{E}$ ocurre cuando el voltaje en el inductor se anule con el voltaje en el capacitor.

$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{V}_R = 60\angle 0\ V$$

<u>Problema 3.49</u> Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura, Ia = 28 A; Ib = 14 A e Ic = 16 A. Hallar $\vec{V}$, X_L y R.

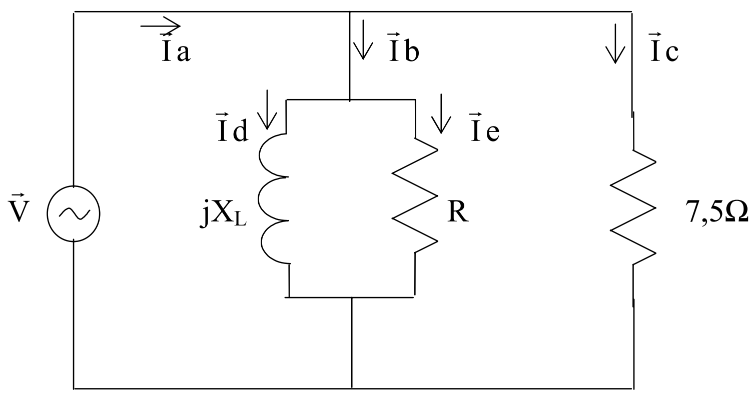


Figura 3.49 Problema 3.49

<u>Solución:</u>

Tomando como referencia la corriente $\vec{I}c = 16\angle 0$ A

El voltaje de la fuente es:

$\vec{V} = \vec{I}c*7,5\angle 0 = (16\angle 0)*(7,5\angle 0) \Rightarrow \vec{V} = 120\angle 0$ V

La corriente $\vec{I}b = \vec{I}d + \vec{I}e$; $\vec{I}d = Id\angle -90$ A e $\vec{I}e = Ie\angle 0$ A

La corriente $\vec{I}a = \vec{I}b + \vec{I}c$. La representación gráfica de las corrientes es como sigue:

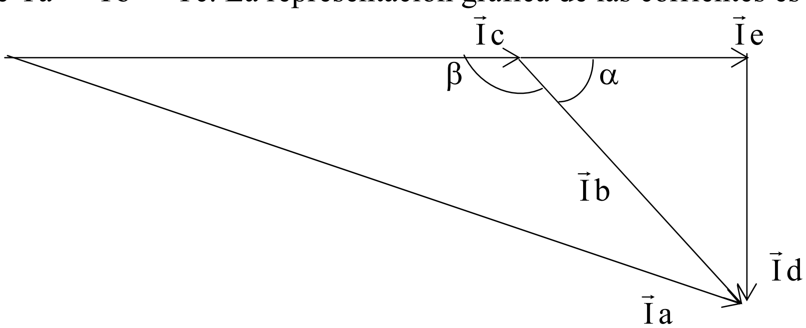


Figura 3.50 Problema 3.49 Diagrama fasorial.

Aplicando la Ley de los Cosenos:

$Ia^2 = Ic^2 + Ib^2 - 2Ic*Ib\cos\beta \Rightarrow \cos\beta = (-Ia^2 + Ic^2 + Ib^2)/2IcIb \Rightarrow$

$\cos\beta = = (-28^2 + 16^2 + 14^2)/2*16*14 \Rightarrow \cos\beta = -0,74 \Rightarrow \beta = 137,82º$

$180º = \beta + \alpha \Rightarrow \alpha = 180 - \beta = 180º - 137,82º \Rightarrow \alpha = 42,18º$

La corriente $\vec{I}a = \vec{I}b + \vec{I}c = 14\angle -42,18º + 16\angle 0 = 28\angle -19,62º$ A

Por otra parte:

$\text{sen}\alpha = Id/Ib \Rightarrow Id = Ib\,\text{sen}\alpha = 14\text{sen}42,18º \Rightarrow Id = 9,40$ A

$\Rightarrow \vec{I}d = 9,48\angle -90º$ A

$\vec{V} = \vec{I}d*jX_L \Rightarrow jX_L = \vec{V}/(\vec{I}d) \Rightarrow jX_L = 120\angle 0/(9,48\angle -90º) = 12,77\angle 90º$

$\Rightarrow X_L = 12,77\ \Omega$

Así mismo:

$\cos\alpha = Ie/Ib \Rightarrow Ie = Ib\cos\alpha = 14\cos 42,18º \Rightarrow Ie = 10,37$ A

$\Rightarrow \vec{I}e = 10,37\angle 0º$ A

$\vec{V} = \vec{I}e*R \Rightarrow R = \vec{V}/(\vec{I}e) \Rightarrow R = 120\angle 0/(10,37\angle 0º) = 11,57\angle 0º$

$\Rightarrow R = 11,57\ \Omega$

<u>Problema 3.50</u> Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura, las dos fuentes tienen la misma amplitud (E) y están en fase.
Calcular la razón entre los fasores $\vec{V}ab/\vec{E}$, si:
a) R = X(2∠-45º -1). b) 3R = X c) 3R = -X

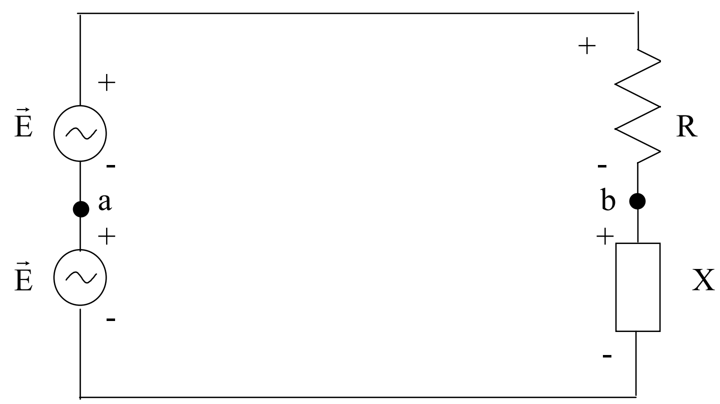


Figura 3.51 Problema 3.50

<u>Solución:</u>
a.) Para R = X(2∠-45º -1)
La corriente total $\vec{I} = 2\vec{E}/(R + X) = 2\vec{E}/[X(2\angle\text{-}45º\ \text{-}1) + X]$
El voltaje en el resistor es: $\vec{V}_R = \vec{I}*R \Rightarrow \vec{V}_R = [2\vec{E}*X(2\angle\text{-}45º\ \text{-}1)]/[X(2\angle\text{-}45º\ \text{-}1) + X]$
$\vec{V}_R = [2\vec{E}*X(2\angle\text{-}45º\ \text{-}1)]/[X(2\angle\text{-}45º\ \text{-}1 + 1)] = \vec{E}(4\angle\text{-}45º\ \text{-}2)/(2\angle\text{-}45º)$
$\vec{V}_R = \vec{E}(2{,}95\angle\text{-}73{,}6º)/(2\angle\text{-}45º) = 1{,}47\vec{E}\angle\text{-}28{,}68º$
Aplicando LKV, se tiene:
$\vec{V}a + \vec{E} - \vec{V}_R - \vec{V}b = 0 \Rightarrow \vec{V}ab = -\vec{E} + \vec{V}_R \Rightarrow \vec{V}ab = -\vec{E} + 1{,}47\vec{E}\angle\text{-}28{,}68º$
$\Rightarrow \vec{V}ab = \vec{E}(1{,}47\angle\text{-}28{,}68º\ \text{-}1) \Rightarrow \vec{V}ab/\vec{E} = (1{,}47\angle\text{-}28{,}68º\ \text{-}1) = 0{,}77\angle\text{-}67{,}5º$

b.) Para 3R = X
La corriente total $\vec{I} = 2\vec{E}/(R + X) = 2\vec{E}/(R + 3R) = 2\vec{E}/4R = \vec{E}/2R$
El voltaje en el resistor es: $\vec{V}_R = \vec{I}*R \Rightarrow \vec{V}_R = (\vec{E}/2R)*R = \vec{E}/2$
Aplicando LKV, se tiene:
$\vec{V}a + \vec{E} - \vec{V}_R - \vec{V}b = 0 \Rightarrow \vec{V}ab = -\vec{E} + \vec{V}_R \Rightarrow \vec{V}ab = -\vec{E} + \vec{E}/2 \Rightarrow \vec{V}ab = \vec{E}(-1 + 0{,}5)$
$\Rightarrow \vec{V}ab/\vec{E} = -0{,}5$
c.) Para 3R = -X
La corriente total $\vec{I} = 2\vec{E}/(R + X) = 2\vec{E}/(R - 3R) = 2\vec{E}/-2R = -\vec{E}/R$
El voltaje en el resistor es: $\vec{V}_R = \vec{I}*R \Rightarrow \vec{V}_R = (-\vec{E}/R)*R = -\vec{E}$
Aplicando LKV, se tiene:
$\vec{V}a + \vec{E} - \vec{V}_R - \vec{V}b = 0 \Rightarrow \vec{V}ab = -\vec{E} + \vec{V}_R \Rightarrow \vec{V}ab = -\vec{E} - \vec{E} \Rightarrow \vec{V}ab = -2\vec{E}$
$\Rightarrow \vec{V}ab/\vec{E} = -2$

<u>Problema 3.51</u> Circuitos en Corriente Alterna.

El circuito de la figura adjunta representa un alimentador de distribución con una carga de alumbrado en el extremo receptor. La carga de alumbrado puede modelarse mediante un resistor de 4,1 Ω. En paralelo con la carga de alumbrado se conecta un motor de inducción por medio del interruptor "S". La corriente de impulso inicial que se produce al arrancar el motor ocasionando el parpadeo de las lámparas. Se desea atenuar tal situación, mediante el siguiente procedimiento:

a.) Calcule el voltaje a los terminales de las lámparas cuando el motor no funciona.

b.) Calcule el voltaje a los terminales de las lámparas en el instante de arranque del motor; el cual se puede modelar por una impedancia de 0,92 + j3,56.

c.) Con el fin de incrementar el voltaje en el instante de arranque del motor, se propone instalar un capacitor en serie con el alimentador antes de las lámparas. Se pide determinar la reactancia del capacitor que permite tener un voltaje de 220 voltios a los terminales de las lámparas, en el instante de arranque del motor.

d.) Calcule el voltaje a los terminales de las lámparas con el capacitor conectado y el motor desconectado.

e.) Con el capacitor conectado se obtienen los 220 V, a los terminales de las lámparas.

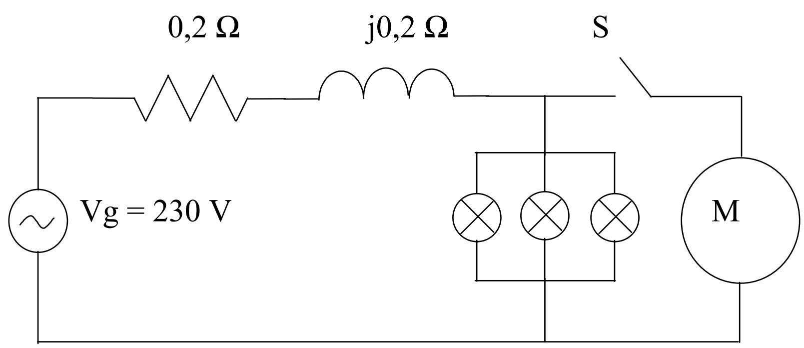


Figura 3.52 Problema 3.51

<u>Solución:</u>

<u>Parte A:</u> Las lámparas sin el motor y sin el condensador.

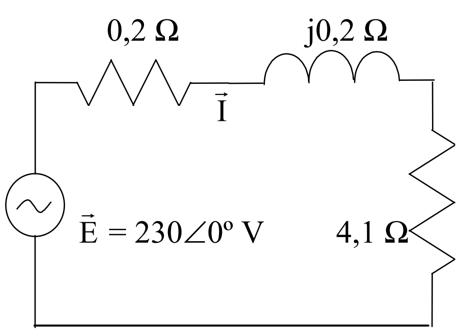


Figura 3.53 Problema 3.51

$\vec{I} = \vec{E}/\dot{Z} = (230\angle 0^o)/(4,3 + j0,2)$

⇨ $\vec{I} = 53,43\angle -2,66$ A

⇨ $\vec{V}_{Lamp} = \vec{I} * 4,1\angle 0^o = (53,43\angle -2,66)*(4,1\angle 0^o)$

⇨ $\vec{V}_{Lamp} = 219,06\angle -2,66$ V.

<u>Parte B:</u> Las lámparas y el motor.

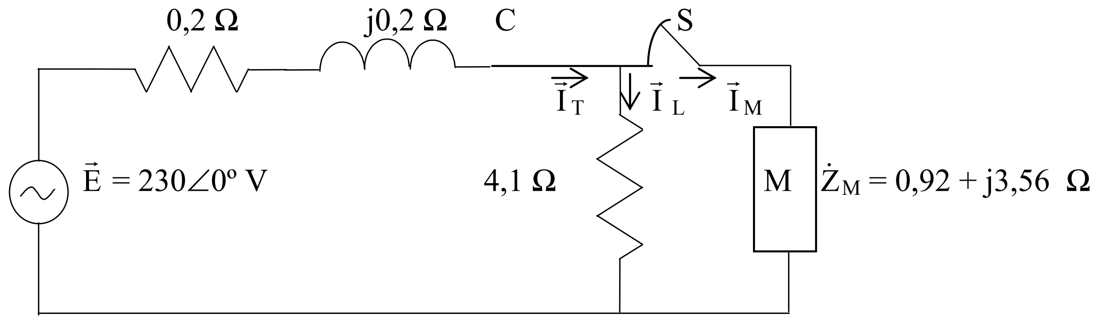


Figura 3.54 Problema 3.51

$\dot{Z}e = \dot{Z}_{Línea} + (\dot{Z}_{Lamp} // \dot{Z}_M) = (0{,}2 + j0{,}2) + [(4{,}1\angle 0º)(0{,}92 + j3{,}56)]/(4{,}1 + 0{,}92 + j3{,}56)$

$\Rightarrow \dot{Z}e = 0{,}28\angle 45º + 2{,}45\angle 40{,}17º = 2{,}73\angle 40{,}66º\ \Omega$

$\vec{I}_T = \vec{E}/\dot{Z}e = (230\angle 0º)/(2{,}73\angle 40{,}66º) = 84{,}28\angle -40{,}66º$ A

Aplicando divisores de corriente se obtiene la corriente en el motor ($\vec{I}_M$).

$\vec{I}_M = \vec{I}_T * (4{,}1\angle 0º)/(4{,}1 + 0{,}92 + j3{,}56) = (84{,}28\angle -40{,}66º)*(4{,}1\angle 0º)/(6{,}15\angle 35{,}34º)$

$\Rightarrow \vec{I}_M = 56{,}15\angle -76º \Rightarrow \vec{V}_M = \vec{I}_M * \dot{Z}_M = (56{,}15\angle -76º)*(0{,}92 + j3{,}56)$

$$\vec{V}_M = 206{,}46\angle -0{,}49º \text{ V}$$

<u>Parte C:</u> Las lámparas, el motor y capacitor.

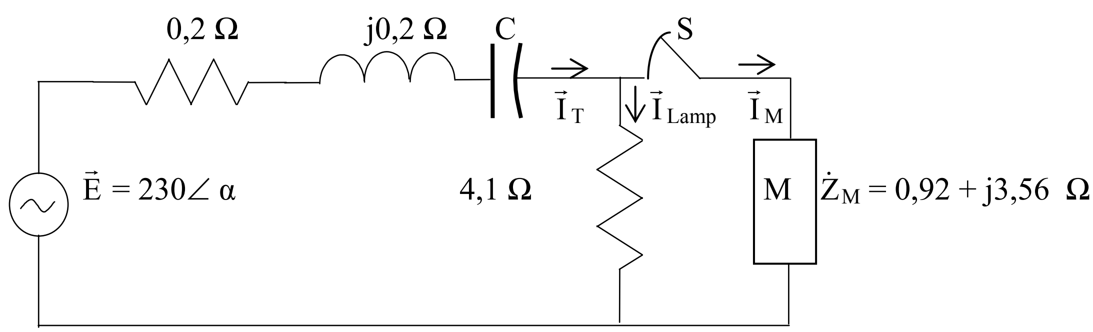


Figura 3.55 Problema 3.51

La corriente total: $\vec{I}_T = \vec{I}_M + \vec{I}_{Lamp}$. La corriente total también es igual al voltaje en el motor entre la impedancia equivalente del motor en paralelo con las lámparas.

$\Rightarrow \vec{I}_T = \vec{V}_M/\dot{Z}_e$. Si tomamos como referencia la corriente total, el ángulo del voltaje en el motor tiene que ser igual al ángulo de la impedancia equivalente, por lo tanto:

$$\vec{I}_T = \vec{V}_M/\dot{Z}_e = (220\angle 40{,}17º)/(2{,}45\angle 40{,}17º) = 89{,}80\angle 0º \text{ A}$$

Aplicando LKV, en todo el circuito se tiene:

$\vec{E} = \vec{V}_{Línea} + \vec{V}_C + \vec{V}_M \Rightarrow 230\angle\alpha = \vec{I}_T(0{,}28\angle 45º) + \vec{I}_T(X_C\angle -90º) + 220\angle 40{,}17º$

$\Rightarrow 230\angle\alpha = (89{,}80\angle 0º)*(0{,}28\angle 45º) + (89{,}80\angle 0º)*(X_C\angle -90º) + 220\angle 40{,}17º$

⇨ $230\angle\alpha = 25{,}14\angle 45^o + 89{,}80X_C\angle{-90^o} + 220\angle 40{,}17^o$
⇨ $230\angle\alpha = 245{,}06\angle 40{,}66^o + 89{,}80X_C\angle{-90^o}$

Igualando parte real e imaginaria:
$230\cos\alpha = 245{,}06\cos 40{,}66^o + 89{,}80X_C\cos(-90)$ ⇨ $230\cos\alpha = 185{,}90$
$230\,\text{sen}\alpha = 245{,}06\,\text{sen}40{,}66^o + 89{,}80X_C\,\text{sen}(-90^o)$ ⇨ $230\,\text{sen}\alpha = 159{,}67 - 89{,}80X_C$

Resolviendo:

$$\alpha = 36{,}07^o \quad y \quad X_C = -j0{,}27\ \Omega$$

<u>Parte D:</u> Las lámparas y capacitor.
La impedancia total es: $\dot{Z}_T = 0{,}28\angle 45^o + 0{,}27\angle{-90^o} + 4{,}1\angle 0^o = 4{,}3\angle{-0{,}96^o}\ \Omega$
⇨ $\vec{I}_T = \vec{E}/\dot{Z}_T$. Si tomamos como referencia la corriente total, el ángulo del voltaje de la fuente, tiene que ser igual al ángulo de la impedancia total, por lo tanto:

$$\vec{I}_T = \vec{E}/\dot{Z}_T = (230\angle{-0{,}96^o})/(4{,}3\angle{-0{,}96^o}) = 53{,}51\angle 0^o\ A$$
$$\vec{V}_{Lamp} = \vec{I}_T * \dot{Z}_{Lamp} = (53{,}51\angle 0^o)*(4{,}1\angle 0^o) = 219{,}37\ V.$$

<u>Parte E:</u> Verificando el voltaje en las lámparas con todos los elementos conectados:
La impedancia total es: $\dot{Z}_T = \dot{Z}_{Línea} + X_C\angle{-90^o} + (\dot{Z}_{Lamp} // \dot{Z}_M)$
⇨ $\dot{Z}_T = (0{,}28\angle 45^o) + (0{,}27\angle{-90^o}) + (2{,}45\angle 40{,}17^o) = 2{,}56\angle 36{,}08^o$

⇨ $\vec{I}_T = \vec{E}/\dot{Z}_T$. Si tomamos como referencia la corriente total, el ángulo del voltaje de la fuente, tiene que ser igual al ángulo de la impedancia total, por lo tanto:

$$\vec{I}_T = \vec{E}/\dot{Z}_T = (230\angle 36{,}08^o)/(2{,}56\angle 36{,}08^o) = 89{,}84\angle 0^o\ A$$
$$\vec{V}_{Lamp} = \vec{I}_T * \dot{Z}_e = (89{,}84\angle 0^o)*(2{,}45\angle 40{,}17^o) = 220{,}12\angle 40{,}17^o\ V.$$

Como se observa, al conectar el capacitor, si se resuelve la situación planteada

<u>Problema 3.52</u> Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito siguiente, hallar la resistencia que se debe conectar entre los puntos “a” y “b” para que el circuito sea sólo resistivo. $V_1(t) = 30\text{sen}(377t - 50)$; $V_2(t) = 50\cos(377t + 20)$

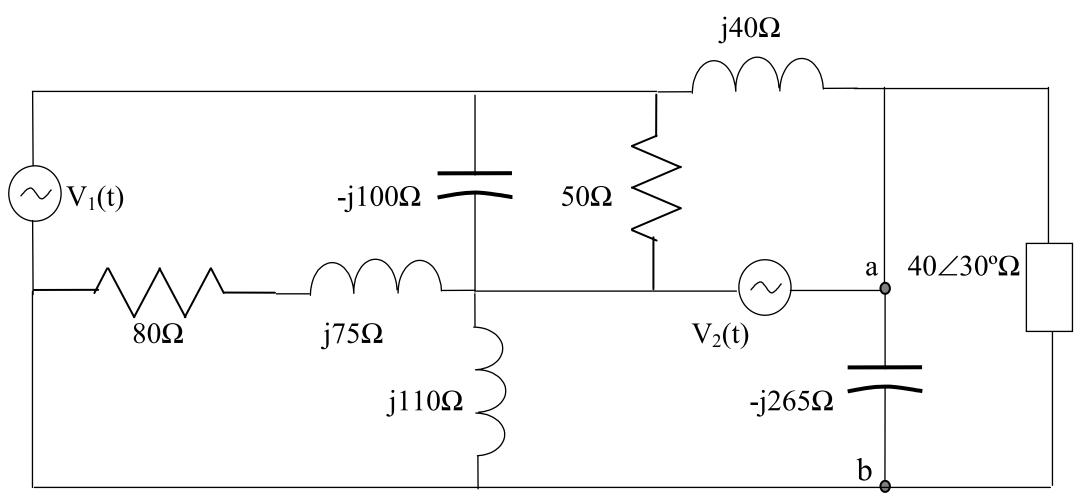


Figura 3.56 Problema 3.52

Solución:

Se calcula la impedancia equivalente entre los puntos "a" y "b", por transformaciones sucesivas:

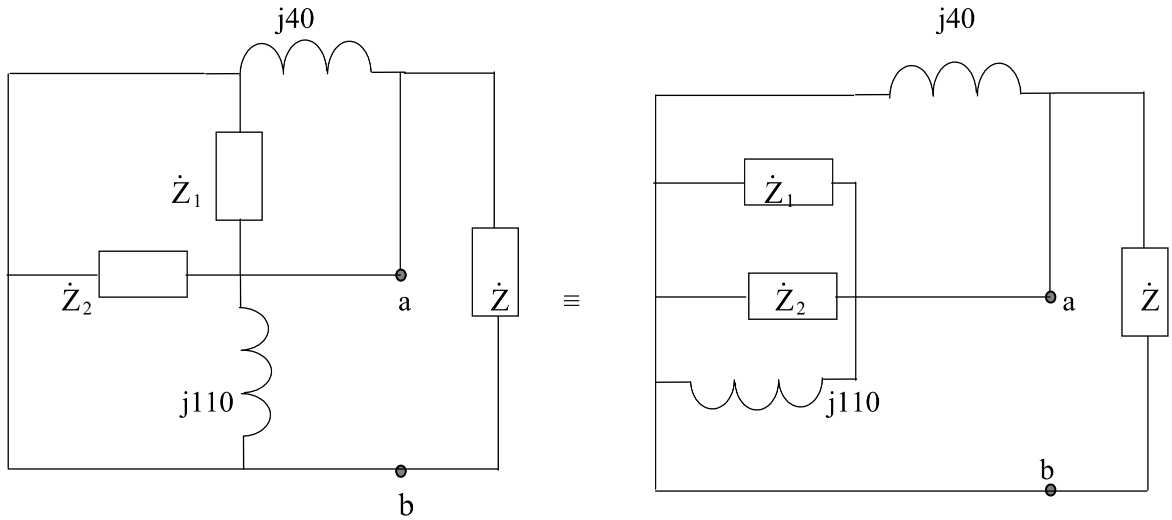


Figura 3.57 Problema 3.52

Siendo:

$\dot{Z}_1 = (50)(-j100)/(50 - j100) = 44{,}72\angle -26{,}57^{\circ}\ \Omega$

$\dot{Z}_2 = (80 + j75) = 109{,}66\angle 43{,}15^{\circ}\ \Omega$

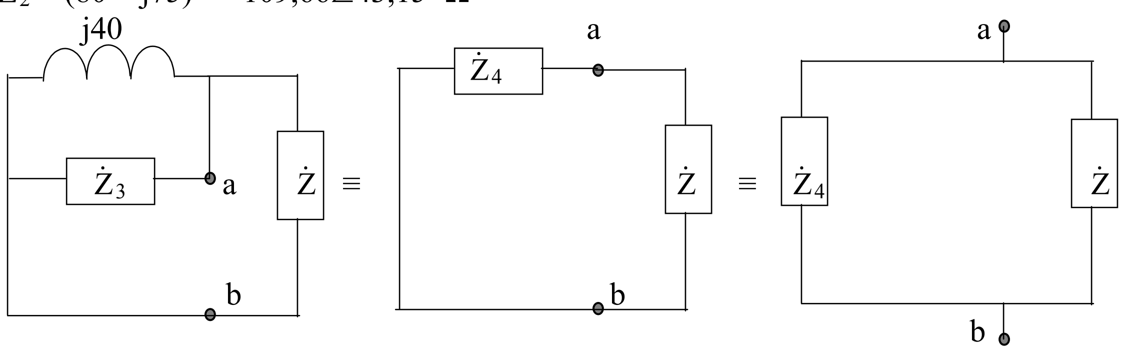


Figura 3.58 Problema 3.52

Siendo:

$\dot{Z}_3 = \dot{Z}_1 // \dot{Z}_2 // j110 = (44{,}72\angle -26{,}57^{\circ}) // (109{,}66\angle 43{,}15^{\circ}) // (j110) = 36{,}79\angle 11{,}30^{\circ}\ \Omega$

$\dot{Z}_4 = \dot{Z}_3 // j40 = (36{,}79\angle 11{,}30^{\circ}) // (j40) = 24{,}77\angle 48{,}69^{\circ}\ \Omega$

$\dot{Z}_5 = \dot{Z}_4 // \dot{Z} = (24{,}77\angle 48{,}69^{\circ}) // (40\angle 30^{\circ}) = 15{,}49\angle 41{,}56^{\circ}\ \Omega$

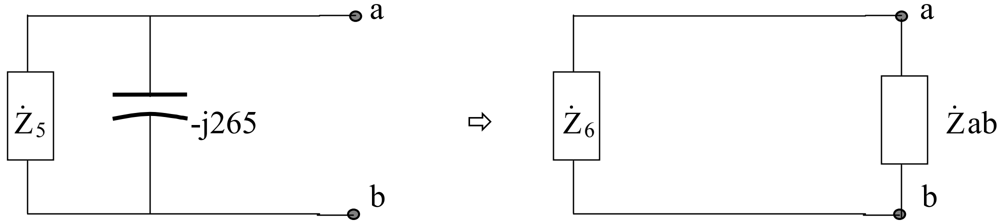


Figura 3.59 Problema 3.52

Siendo:
$\dot{Z}_6 = \dot{Z}_5//(-j265) = (15{,}49\angle 41{,}56º)//(-j265) = 16{,}10\angle 38{,}95º\ \Omega$
$\dot{Z}_6 = 12{,}52 + j10{,}12$

Como se observa el circuito equivalente entre los puntos "a" y "b", está compuesto por un resistor de 12,52 Ω y una reactancia de j10,12 Ω; para que sea sólo resistivo es necesario que la parte imaginaria de la suma de la impedancia $\dot{Z}_6$ y $\dot{Z}ab = 0$; por lo tanto:

$$\dot{Z}ab = R - j10{,}12.$$

Es decir la impedancia a conectar debe estar compuesta por un resistor de cualquier valor R y por un capacitor con una reactancia = -j10,12 Ω

<u>Problema 3.53</u> Circuitos en Corriente Alterna.
Al conectar a una fuente de 120V, frecuencia 60 Hz, un inductor ideal circula una corriente de 4 amperios. Determinar el elemento que conectado en paralelo con el inductor haga que la corriente de la fuente sea nula.

<u>Solución:</u>
Según el enunciado se tienen los siguientes circuitos:

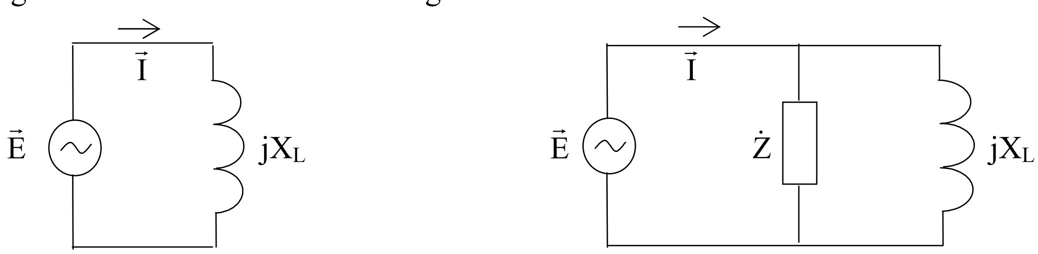


Figura 3.60 Problema 3.53

De acuerdo con la Ley de Ohm
$\vec{E} = \vec{I} * X_L \Rightarrow X_L = \vec{E}/\vec{I}$, tomando sólo módulos: $\Rightarrow X_L = 120/4 = 30\ \Omega$
Al agregar un elemento $\dot{Z}$, en paralelo con el inductor se obtiene la impedancia equivalente $\dot{Z}e$, siendo $\dot{Z} = R + jX$, por lo tanto:
$\dot{Z}e = \dot{Z}//jX_L \Rightarrow \dot{Z}e = (R + jX)(jX_L)/(R + jX + jX_L)$

Para que la corriente $\vec{I}$ sea nula, la impedancia equivalente $\dot{Z}e$, debe ser ∞, y esto ocurre cuando la expresión $(R + jX + jX_L) = 0$, es decir que:
$R = 0$
$(jX + jX_L) = 0 \Rightarrow X = -X_L \Rightarrow X = -30\ \Omega$, es decir que se debe conectar en paralelo un capacitor con una reactancia capacitiva de 30 Ω. La capacidad se:

$$C = 1/(2\pi f Xc) \Rightarrow C = 1/(2\pi * 60 * 30) = 88{,}46\ \mu F$$

<u>Problema 3.54</u> Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura, hallar: $\vec{I}_R$, $\vec{V}_R$, $\vec{V}_C$, $\vec{I}_L$ y $\vec{V}_L$.

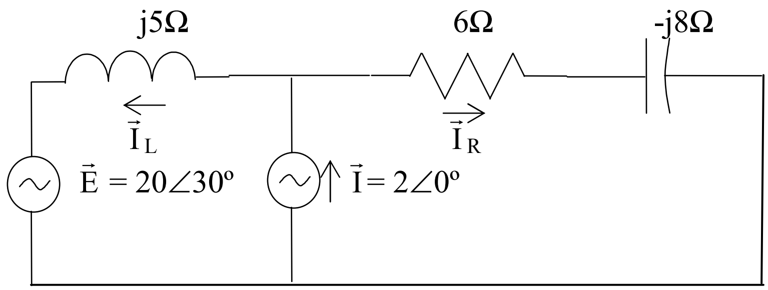


Figura 3.61 Problema 3.54

Solución:

Transformando a fuentes de corriente y sumándolas se tiene:

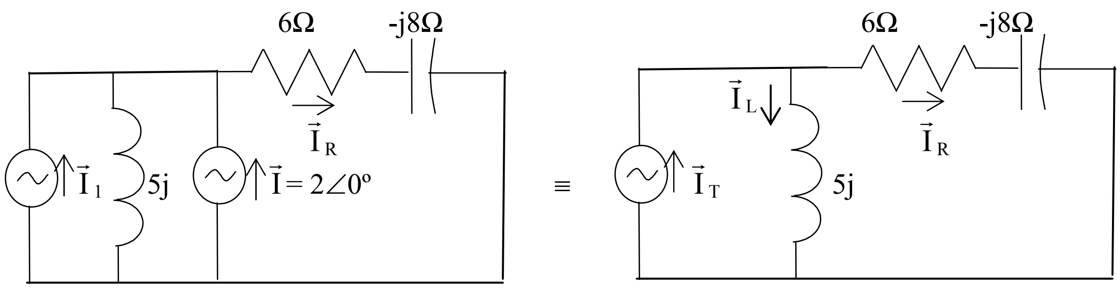


Figura 3.62 Problema 3.54

$\vec{I}_1 = \vec{E}/5j = (20\angle 30º)/(5\angle 90º) = 4\angle -60º$ A

$\vec{I}_T = \vec{I}_1 + \vec{I} = 4\angle -60º + 2\angle 0 = 5{,}29\angle -40{,}89º$ A

Aplicando divisores de corriente se tiene:

$\vec{I}_R = \vec{I}_T*(5j)/(6 + 5j - 8j) = [(5{,}29\angle -40{,}89º)*(5\angle 90º)]/(6 - 3j) = 3{,}94\angle 75{,}67º$ A

$\vec{V}_R = \vec{I}_R*(6\angle 0º) = (3{,}94\angle 75{,}67º)*(6\angle 0º) = 23{,}64\angle 75{,}67º$ V

$\vec{V}_C = \vec{I}_R*(8\angle -90º) = (3{,}94\angle 75{,}67º)*(8\angle -90º) = 31{,}52\angle -14{,}33$ V

Transformando a fuentes de voltajes se tiene:

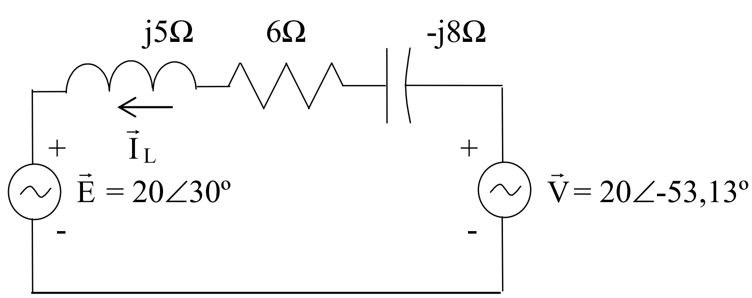


Figura 3.63 Problema 3.54

$\vec{V} = \vec{I}*(6 - j8) = (2\angle 0º)*(10\angle -53{,}13º) = 20\angle -53{,}13º$ V.

$\vec{I}_L = (\vec{V} - \vec{E})/(6 + j5 - j8) = (20\angle 30º - 20\angle -53{,}13º)/(6{,}71\angle -26{,}57º) = 3{,}96\angle -74{,}99º$ A

$\vec{V}_L = \vec{I}_L*(5\angle 90^o) = (3{,}96\angle\text{-}74{,}99^o)*(5\angle 90^o) = 19{,}78\angle 15{,}01^o$ V

<u>Problema 3.55</u> Principio de Superposición.
En el circuito de la figura, aplicando Superposición hallar: $\vec{I}_R$ y $\vec{I}_L$.

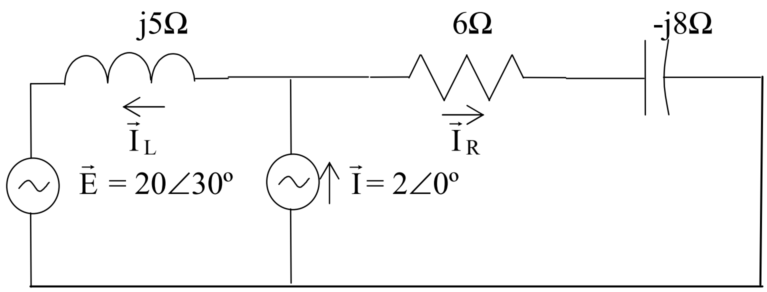


Figura 3.64 Problema 3.55

<u>Solución:</u>
Eliminando la fuente de corriente. Eliminando la fuente de voltaje.

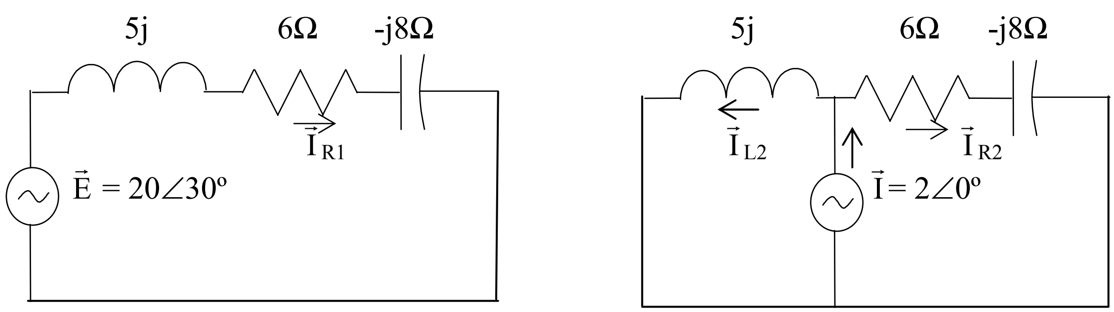


Figura 3.65 Problema 3.55

Eliminando la fuente de corriente.
$\vec{I}_{R1} = \vec{I}_{L1} = \vec{E}/(6 + 5j - j8) = (20\angle 30^o)/(6{,}71\angle\text{-}26{,}57^o) = 2{,}98\angle 56{,}57^o$ A

Eliminando la fuente de voltaje.
$\vec{I}_{R2} = \vec{I}*(5j)/(6 + 5j - 8j) = [(2\angle 0^o)*(5\angle 90^o)]/(6 - 3j) = 1{,}49\angle 116{,}57^o$ A
$\vec{I}_{L2} = \vec{I} - \vec{I}_{R2} = 2\angle 0^o - 1{,}49\angle 116{,}57^o = 2{,}98\angle\text{-}26{,}55^o$ A
Totalizando:
$\vec{I}_R = \vec{I}_{R1} + \vec{I}_{R2} = 2{,}98\angle 56{,}57^o + 1{,}49\angle 116{,}57 = 3{,}94\angle 75{,}67^o$ A
$\vec{I}_L = \vec{I}_{L2} - \vec{I}_{L1} = 2{,}98\angle\text{-}26{,}55^o - 2{,}98\angle 56{,}57^o = 3{,}95\angle\text{-}74{,}99^o$ A

<u>Problema 3.56</u> Teorema de Thévenin.
En el circuito de la figura, aplicando el Teorema de Thévenin, hallar la corriente en la rama de 15Ω.

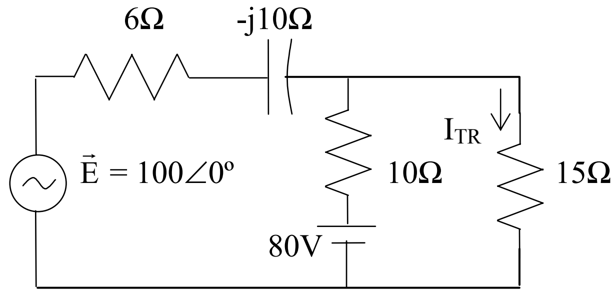


Figura 3.66 Problema 3.56

<u>Solución:</u>

Como las reactancias (ya sean inductivas o capacitivas) dependen de la frecuencia, el circuito equivalente de Thévenin es aplicable sólo a una frecuencia. En la situación planteada la fuente de voltaje alterno, tiene una frecuencia diferente a la fuente de voltaje contínuo (cuya frecuencia es cero), por lo tanto se tiene que obtener dos circuitos equivalentes de Thévenin:

Circuito equivalente de Thévenin para la fuente de voltaje alterno.

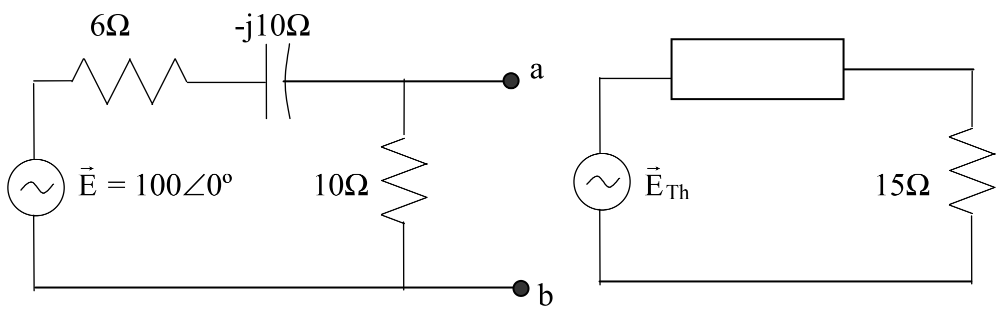


Figura 3.67 Problema 3.56 Circuito equivalente en corriente alterna.

$\dot{Z}_{Th} = \dot{Z}ab = [(6 – j10)*(10)]/(10 + 6 –j10) = 6{,}18\angle\text{-}27{,}03º\ \Omega$

$\vec{E}_{Th} = \vec{E}*(10\angle 0º)/(16 – j10) = 53\angle 32{,}01º$ V.

$\vec{I}_R = \vec{E}_{Th}/(\dot{Z}_{Th} + 15\angle 0º) = (53\angle 32{,}01º)/(6{,}18\angle\text{-}27{,}03º + 15\angle 0º) = 2{,}56\angle 39{,}80º$ A

Circuito equivalente de Thévenin para la fuente de voltaje contínuo.

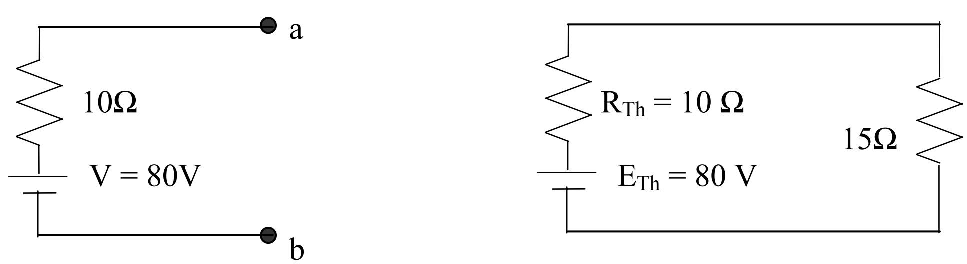


Figura 3.68 Problema 3.56 Circuito equivalente en corriente continua.

$R_{Th} = 10\ \Omega$; $E_{Th} = 80$ V.
$I_R = E_{Th}/(R_{Th} + 15) = 80/(10 + 15) = 3{,}2$ A
Totalizando:

$$I = I_R + \vec{I}_R = 3{,}2 + 2{,}56\angle 39{,}80^o \text{ A.}$$

Problema 3.57 Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura adjunta, la corriente $\vec{I}c$ adelanta a $\vec{I}_L$ en 145 grados, calcular el valor de R.

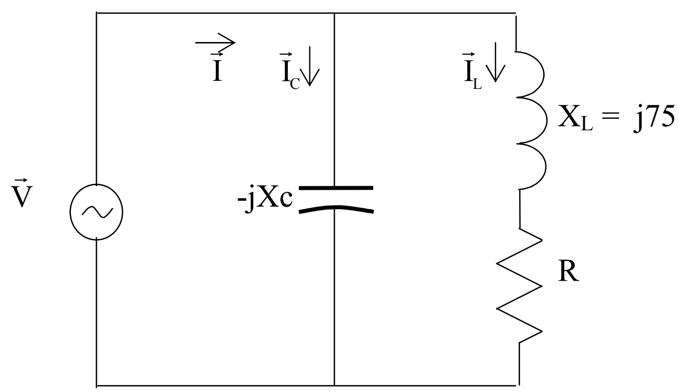


Figura 3.69 Problema 3.57

Solución:
La corriente $\vec{I}_C = \vec{V}$/-jXc, tomando como referencia el voltaje de la fuente, se tiene:
$\vec{I}_C = (V\angle 0^o)/(Xc\angle -90^o) = Ic\angle 90^o$, del gráfico siguiente y del enunciado del problema tenemos:

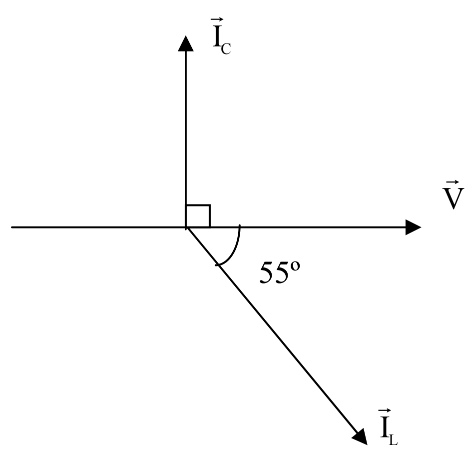


Figura 3.70 Problema 3.57 Diagrama fasorial.

La corriente $\vec{I}_L = \vec{V}/(R + jX_L)$, como el voltaje de la fuente es la referencia se tiene:
$\vec{I}_L = (V\angle 0^o)/(Z_L\angle 55^o) = I_L\angle -55^o$.

La impedancia de la rama inductiva es:

$\dot{Z}_L = Z_L\angle 55^o = R + j75 \Rightarrow R = 75*tag55^o = 107{,}11\ \Omega$

<u>Problema 3.58</u> Potencia y Energía en Corriente Alterna.

En el circuito de la figura, la potencia disipada en el resistor de 6Ω es de 600 VA. Calcular el voltaje Vab, la potencia en cada elemento, la potencia compleja total del circuito y la corriente total.

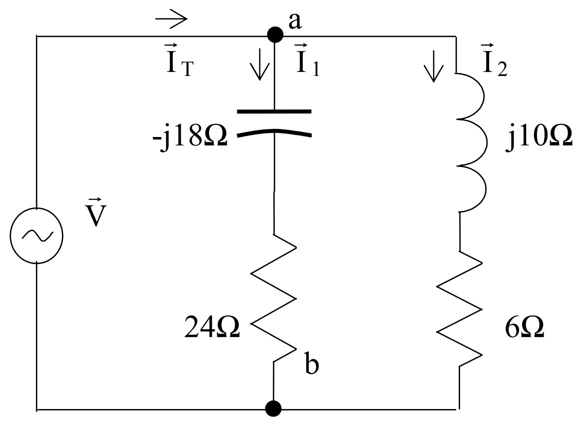


Figura 3.71 Problema 3.58

<u>Solución:</u>

La potencia disipada en el resistor de 6Ω es:

$P = I_2^2R \Rightarrow I_2 = \sqrt{P/R} = \sqrt{600/6} = 10\ A$

La impedancia $\dot{Z}_2 = 6 + j10 = 11{,}66\angle 59{,}04^o$

Por ser un circuito paralelo se toma como referencia el voltaje de la fuente, por lo tanto:

$\vec{V} = V\angle 0 = \vec{V}ab = \vec{I}_2 * \dot{Z}_2 = (10\angle\alpha)*(11{,}66\angle 59{,}04^o)$

$\Rightarrow V = 116{,}6\ V$

$\alpha = -59{,}04^o \Rightarrow \vec{I}_2 = 10\angle -59{,}04^o\ A$

Cálculo de $\vec{I}_{1:}$

$\vec{V} = V\angle 0 = \vec{V}ab = \vec{I}_1 * \dot{Z}_1 \Rightarrow \vec{I}_1 = \vec{V}ab/(24 - j18) = (116{,}66\angle 0)/(30\angle -36{,}87^o)$

$\Rightarrow \vec{I}_1 = 3{,}89\angle 36{,}87^o\ A$

Cálculo de las potencias:

$Q_{(-18)} = -I_1^2 * X_C = -3{,}89^2 * 18 = -272{,}38\ VAR$

$Q_{(10)} = I_2^2 * X_L = 10^2 * 10 = 1000\ VAR$

$Q_T = Q_{(-18)} + Q_{(10)} = (-272{,}38 + 1000)\ VAR = 727{,}62\ VAR$

$P_{(24)} = I_1^2 * R_{24} = 3{,}89^2 * 24 = 363{,}17\ W$

$P_{(6)} = I_2^2 * R_6 = 10^2 * 6 = 600\ W$

$P_T = P_{(24)} + P_{(6)} = P_{(24)} = (363{,}17 + 600)\ W = 963{,}17\ W$

$\dot{S}_T = P_T + jQ_T \Rightarrow \dot{S}_T = 963{,}17 + j727{,}62 = 1.206{,}84\angle 37{,}05^o\ VA$

$\dot{S}_T = \vec{V} * \vec{I}_T^{\,*} \Rightarrow \vec{I}_T = (\dot{S}_T/\vec{V})^* = [(1.206{,}84\angle 37{,}05^o)/(116{,}6\angle 0^o)]^*\ VA$

$\Rightarrow \vec{I}_T = 10{,}35\angle -37{,}05^o\ A$

<u>Problema 3.59</u> Potencia y Energía en Corriente Alterna.

En un circuito formado por dos elementos ideales uno resistivo y el otro inductivo, la fuente se modela en régimen permanente por la ecuación: e(t) = 12 + 144cos(377t), y la corriente por i(t) = 4 + Acos(377t – 53,1º). Determinar: El resistor, el inductor y la potencia disipada en el resistor.

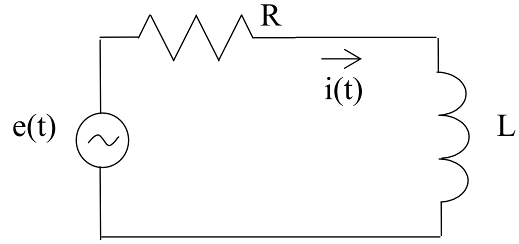


Figura 3.72 Problema 3.59

<u>Solución:</u>

Tanto el voltaje como la corriente están conformados por una fuente de continua y una alterna.

a.) Al evaluar la fuente continua, el inductor se comporta como un corto, por lo tanto:

$$V = I*R \Rightarrow R = V/I \Rightarrow R = 12/4 = 3\Omega$$

b.) Al evaluar la fuente alterna tenemos:

$\vec{V} = \vec{I} * \dot{Z} = \Rightarrow$

$144\angle 0º = A\angle\text{-}53{,}1º * \dot{Z}$; como $\dot{Z} = (R + jX_L)$ $\Rightarrow 144\angle 0º = (A\angle\text{-}53{,}1º)(3 + j\,X_L)$

$\Rightarrow 144\angle 0º = (0{,}6A\ \ \text{-}j0{,}8A)(3 + jX_L) \Rightarrow 144 = 1{,}8A\ \ \text{-}j2{,}4A\ + j0{,}6A\,X_L + 0{,}8AX_L$

Igualando parte real e imaginaria se tiene:

$0 = \text{-}j2{,}4A\ + j0{,}6A\,X_L \Rightarrow X_L = (2{,}4A)/0{,}6A) = 4\Omega$

$144 = 1{,}8A\ + 0{,}8AX_L \Rightarrow A = 144/(1{,}8\ + 0{,}8X_L) = 144/(1{,}8\ + 0{,}8*4) = 28{,}80$ A.

$X_L = \omega L \Rightarrow L = 4/377 = 10{,}61$ mH

$\Rightarrow i(t) = 4 + 28{,}8\cos(377t - 53{,}1)$

c.) Tomando como referencia la corriente se tiene que: $i(t) = 4 + 28{,}8\cos(377t)$

La potencia instantánea es: $p(t) = i(t)^2R \Rightarrow p(t) = [4 + 28{,}8\cos(377t)]^2 3$

$p(t) = 3(16 + 230{,}4\cos 377t + 829{,}44\cos^2 377t)$

La potencia promedio es: $Pr = (1/T)\int pdt$

$Pr = (3/T)\int_0^T (16 + 230{,}4\mathrm{Cos}377t + 829{,}44\cos^2 377t)dt$ Resolviendo cada integral:

$(3/T)\int_0^T 16dt = [3*16t/T]$. Evaluado entre 0 y T se tiene: = 48 W

$(3/T)\int_0^T (230{,}4\mathrm{Cos}377t)dt = \text{-}[(3/T)\mathrm{sen}377t]$. Evaluado entre 0 y T se tiene: = 0 W

$(3/T)\int_0^T (829{,}44\cos^2 377t)dt = (3/T)\int_0^T 829{,}44(0{,}5 + \mathrm{sen}377t)dt = (3/T)(829{,}44t/2)$

Evaluado entre 0 y T: = 1.244,16 W

La potencia total = 48 + 0 + 1.244,16 = 1.292,16 W

Problema 3.60 Potencia y Energía en Corriente Alterna.
Para el circuito de la figura adjunta se pide determinar el valor de $\dot{Z}_C$ que absorbe la máxima potencia y el valor de esta potencia.

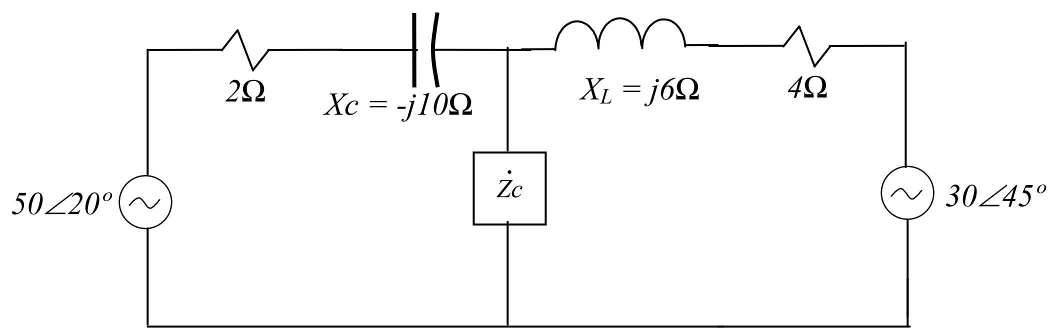


Figura 3.73 Problema 3.60

Solución

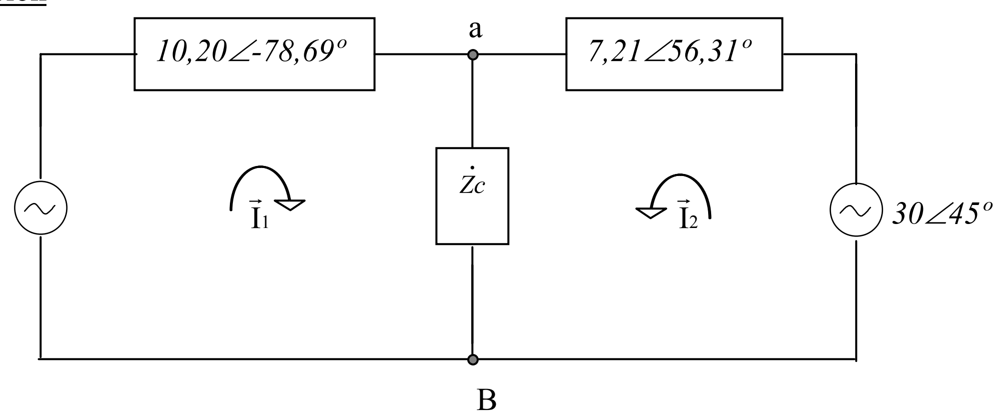


Figura 3.74 Problema 3.60

Al quitar momentáneamente $\dot{Z}_C$, la impedancia equivalente entre los puntos "a" y "b" es:
$\dot{Z}_{ab}$
$\dot{Z}_{ab} = (\dot{Z}_1 * \dot{Z}_2)/(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)$
$\dot{Z}_{ab} = (10,20\angle -78,69^\circ * 7,21\angle 56,31^\circ)/(10,20\angle -78,69^\circ + 7,21\angle 56,31^\circ)$
$\dot{Z}_{ab} = 10,20\angle 11,31^\circ$ La máxima transferencia de potencia ocurre cuando:

$$\dot{Z}_C = \dot{Z}_{ab} \Rightarrow \dot{Z}_C = 10,20\angle 11,31^\circ = 10 + j2 \ (\Omega)$$

Aplicando LKV, se tiene
$50\angle 20^\circ = (10,20\angle -78,69^\circ + 10,20\angle 11,31^\circ)\vec{I}_1 + (10,20\angle 11,31^\circ)\vec{I}_2$
$30\angle 45^\circ = (10,20\angle 11,31^\circ)\vec{I}_1 + (7,21\angle 56,31^\circ + 10,20\angle 11,31^\circ)\vec{I}_2$
$50\angle 20^\circ = (14,42\angle -33,69^\circ)\vec{I}_1 + (10,20\angle 11,31^\circ)\vec{I}_2$
$30\angle 45^\circ = (10,20\angle 11,31^\circ)\vec{I}_1 + (16,13\angle 29,74^\circ)\vec{I}_2$
Resolviendo se obtiene:
$\vec{I}_1 = 3,42\angle 68,15^\circ$ A; $\vec{I}_2 = 1,23\angle -71,27^\circ$ A

$\vec{I}_C = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 = 3{,}42\angle 68{,}15^o + 1{,}23\angle\text{-}71{,}27^o = 2{,}61\angle 50{,}25^o$ A

El voltaje en los extremos de la impedancia $\dot{Z}_C$ es: $\vec{V}_C = \vec{I}_C * \dot{Z}_C$
⇨ $\vec{V}_C = (2{,}61\angle 50{,}25^o)*(10{,}20\angle 11{,}31^o) = 26{,}62\angle 61{,}56^o$ V

La potencia compleja en la impedancia $\dot{Z}_C$ es: $\dot{S}_C = \vec{V}_C * \vec{I}_C^{\,*}$
⇨ $\dot{S}_C = (26{,}62\angle 61{,}56^o)(2{,}61\angle\text{-}50{,}25^o) = 69{,}48\angle 11{,}31^o$ VA
$\dot{S}_C = 68{,}13 + j13{,}63$ VA ⇨ P = 68,13 W. Q = 13,63 VAR

La potencia promedio $P_R = I^2*R$, la impedancia $\dot{Z}_C = R + Jx = 10 + j2$
⇨ $P_R = I^2*R = (2{,}61)^2*10 = 68{,}12$ W

<u>Problema 3.61</u> Potencia y Energía en Corriente Alterna.
Para el circuito de la figura adjunta, si $\vec{E} = 120\angle 0$, f = 60 Hz, R = 100∠0º, C = 25μf y L = 35mH. Hallar la lectura de los vatímetros W_1, W_2 y W_3.

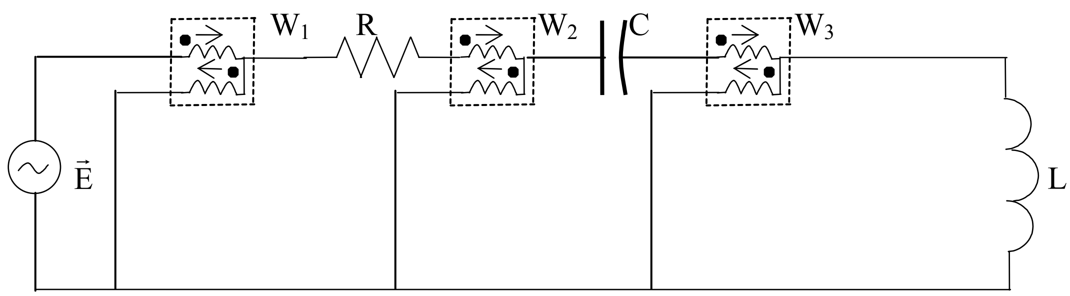


Figura 3.75 Problema 3.61

<u>Solución:</u>

El Vatímetro, es un instrumento para medir potencia activa, el cual consta de una bobina amperimétrica (mide la corriente) y otra voltimétrica (mide el voltaje), la lectura del vatímetro es el resultado de multiplicar la corriente por el voltaje y por el coseno del ángulo que hay entre la corriente y el voltaje, es decir:

$$P = |V| * |I| \cos\angle_{\vec{I}}^{\vec{V}}$$

<u>Cálculo de impedancias.</u>
$X_L = 2\pi fL = 2\pi*60*35*10^{-3} = 13{,}19\ \Omega$ ⇨ $j X_L = j13{,}19\ \Omega = 13{,}19\angle 90^o\ \Omega$.
$X_C = 1/(2\pi fC) = 1(/2\pi*60*25*10^{-6}) = 106{,}16\ \Omega$ ⇨ $-j X_C = -j106{,}16\ \Omega. = 106{,}16\angle\text{-}90^o\ \Omega$.
La impedancia total es: $\dot{Z} = (R + j X_L - j X_C) = (100\angle 0 + 13{,}19\angle 90^o + 106{,}16\angle\text{-}90^o)$
⇨ $\dot{Z} = 136{,}54\angle\text{-}42{,}91\ \Omega$
<u>Cálculo de corriente y voltajes.</u>
$\vec{I} = \vec{E}/\dot{Z} = (120\angle 0^o)/(136{,}54\angle\text{-}42{,}91^o) = 0{,}88\angle 42{,}91^o$ A
$\vec{V}_1 = \vec{E} = 120\angle 0^o$ V.
$\vec{V}_2 = = \vec{I}*(j X_L - j X_C) = (0{,}88\angle 42{,}91^o)*(j13{,}19 - j106{,}16) = 81{,}71\angle\text{-}47{,}09$ V.
$\vec{V}_3 = \vec{I}*(j X_L) = (0{,}88\angle 42{,}91^o)*(j13{,}19) = 11{,}59\angle 132{,}91^o$ V

Cálculo de potencias.

$W_1 = |V_1| * |I| \cos\angle_{\vec{I}}^{\vec{V}1} = 120*0{,}88\cos 42{,}91º = 77{,}34$ vatios

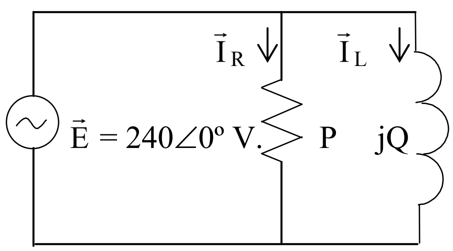
$W_2 = |V_2| * |I| \cos\angle_{\vec{I}}^{\vec{V}2} = 81{,}71*0{,}88\cos(42{,}91º + 47{,}09º) = 0$ vatios

$W_3 = |V_3| * |I| \cos\angle_{\vec{I}}^{\vec{V}3} = 11{,}59*0{,}88\cos(132{,}91º - 42{,}91º) = 0$ vatios

Problema 3.62 Potencia y Energía en Corriente Alterna.

En un sistema eléctrico que alimenta una carga con una potencia activa de 2.500 KW y una potencia reactiva de 4.500 KVAR, (conectada en paralelo), tensión de la red 240 voltios y la frecuencia es de 60 Hz. Calcular la potencia compleja cuando la frecuencia se baja a 59,9 Hz y cuando se aumenta a 60,1 Hz.

Solución:



La potencia $\dot{S} = P + jQ = 2.500 + j4.500$

⇨ $\dot{S} = 5.147{,}82\angle 60{,}95º$ KVA

La reactancia: $X_L = V_L^2/Q_L = 240^2/4500*10^3$

⇨ $X_L = 12{,}8*10^{-3}\ \Omega = 2\pi fL$ ⇨ $L = X_L/2\pi f$

$L = (12{,}8*10^{-3})/(2\pi*60) = 33{,}97*10^{-6}$ H

Figura 3.76 Problema 3.62

Al cambiar la frecuencia a 59,9 Hz. ⇨ $X'_L = 2\pi f' L = 2\pi *59{,}9*33{,}97*10^{-6} = 12{,}78*10^{-3}\ \Omega$

$Q'_L = V_L^2/X'_L = 240^2/12{,}78*10^{-3} = 4.507{,}04$ KVAR.

La potencia $\dot{S}' = P + j\,Q'_L = 2.500 + j4.507{,}04$ ⇨ $\dot{S}' = 5.153{,}97\angle 60{,}98º$ KVA

Al cambiar la frecuencia a 60,1 Hz.⇨ $X''_L = 2\pi f'' L = 2\pi*60{,}1*33{,}97*10^{-6} = 12{,}82*10^{-3}\ \Omega$

$Q''_L = V_L^2/X''_L = 240^2/12{,}82*10^{-3} = 4.492{,}55$ KVAR.

La potencia $\dot{S}'' = P + j\,Q''_L = 2.500 + j4.492{,}55$ ⇨ $\dot{S}'' = 5.141{,}26\angle 60{,}90º$ KVA

Problema 3.63 Potencia y Energía en Corriente Alterna.

En el circuito adjunto, la fuente $\vec{V}_1$, ni cede ni absorbe potencia activa ni reactiva. Calcular $\vec{V}_1$ y el balance de potencia.

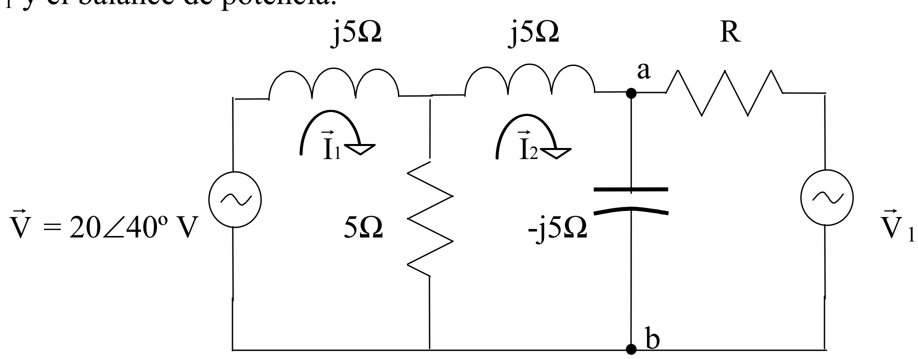


Figura 3.77 Problema 3.63

Solución:

Como la fuente $\vec{V}_{1,}$ ni cede ni absorbe potencia activa ni reactiva, significa que no hay paso de corriente por la resistencia R, por lo tanto el voltaje de $\vec{V}_{1,}$ es el mismo de $\vec{V}ab$.

Resolviendo el sistema de mallas se tiene:

$20\angle 40º = (5 + j5)\vec{I}_1 - 5\angle 0º\vec{I}_2$

$0\angle 0º = \quad -5\angle 0º\vec{I}_1 + 5\angle 0º\vec{I}_2 \Rightarrow \vec{I}_1 = 4\angle\text{-}50º$ A e $\vec{I}_2 = 4\angle\text{-}50º$ A

El voltaje $\vec{V}ab = \vec{V}_{1,} = \vec{I}_2 * 5\angle\text{-}90º = (4\angle\text{-}50º)*(5\angle\text{-}90º) = 20\angle\text{-}140º$ V.

Balance de Potencias.

La fuente $\vec{V}$, entrega una potencia: $\dot{S} = \vec{V} * \vec{I}_1^{\,*} = (20\angle 40º)*(4\angle 50º) = 80\angle 90º$ VA.

La fuente $\vec{V}_{1,}$ ni cede ni absorbe potencia activa ni reactiva.

La corriente $\vec{I}_2$, se anula con $\vec{I}_1$, en el resistor de 5Ω, por lo tanto no hay disipación de potencia en ese elemento. La potencia disipada por la circulación de la corriente $\vec{I}_2$, en el inductor y el capacitor se anulan mutuamente.

La potencia disipada por la circulación de la corriente $\vec{I}_1$, en el inductor de j5Ω es:

$Q_L = I_L^2 * X_L = 4^2*5 = 80$ VAR, que es la potencia entregada por la fuente $\vec{V}$.

Problema 3.64 Potencia y Energía en Corriente Alterna.

En el circuito adjunto, la fuente $\vec{I}_1$ cede 16,97 W y 16,97 VAR (inductivos). Calcular:

1.- La impedancia $\dot{Z}$

2.- La lectura del amperímetro si se desconecta la fuente $\vec{I}_{1.}$

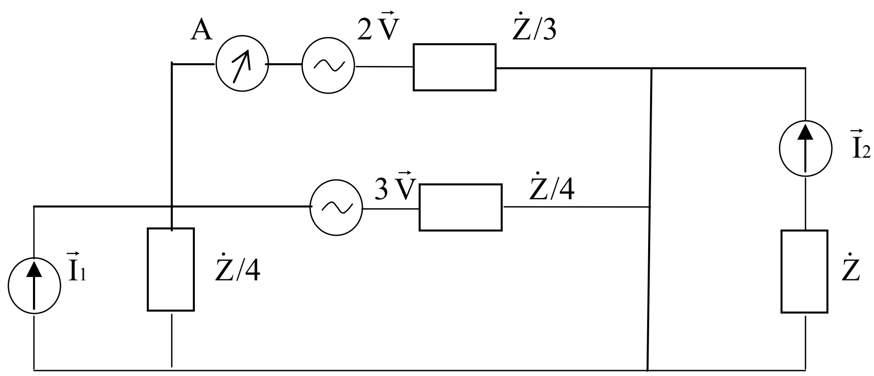


Figura 3.78 Problema 3.64

$\vec{I}_1 = 4\angle\text{-}45º$ A; $\vec{I}_2 = 5\angle 65º$ A; $\vec{V} = 4\angle 50º$ V.

Solución:

Cálculo de la impedancia:

La potencia compleja de la fuente $\vec{I}_1$ es: $\dot{S} = P + jQ = 16,97 + j16,97 = 24\angle 45º$ VA

La potencia compleja de la fuente $\vec{I}_1$ también se puede expresar como: $\dot{S} = \vec{E} * \vec{I}_1^{\,*}$

$\Rightarrow \vec{E} = \dot{S} / \vec{I}_1^{\,*} = (24,04\angle 45º)/(4\angle 45º) = 6\angle 0º$ V

El voltaje de la fuente $\vec{I}_1$ también se puede expresar como: $\vec{E} = \vec{I}_1 * \dot{Z}/4 \Rightarrow \dot{Z} = 4\vec{E}/\vec{I}_1$

$\dot{Z} = 4\vec{E}/\vec{I}_1 = 4(6{,}01\angle 0º)/(4\angle -45º) = 6\angle 45º\ \Omega$

<u>Cálculo de la corriente en el amperímetro:</u>

Al desconectar la fuente y aplicando mallas al circuito siguiente se tiene:

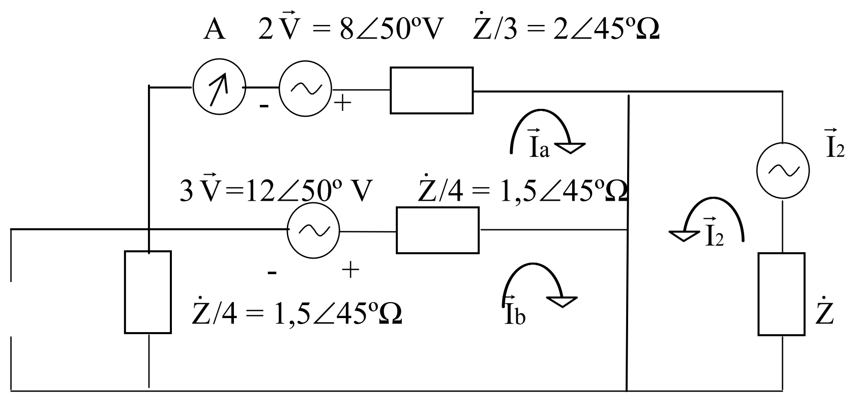


Figura 3.79 Problema 3.64

$(8\angle 50º - 12\angle 50º) = (2\angle 45º + 1{,}5\angle 45º)\vec{I}_a - (1{,}5\angle 45º)\vec{I}_b$

$12\angle 50º = -(1{,}5\angle 45º)\vec{I}_a + (1{,}5\angle 45º + 1{,}5\angle 45º)\vec{I}_b$

$\Rightarrow 4\angle -130º = 3{,}5\angle 45º\vec{I}_a - 1{,}5\angle 45º\vec{I}_b$

$\Rightarrow 12\angle 50º = -1{,}5\angle 45º\vec{I}_a + 3\angle 45º\vec{I}_b$

$\Rightarrow \vec{I}_a = 0{,}73\angle 5º$ A. Corriente en el amperímetro). $\vec{I}_b = 4{,}36\angle 5º$ A.

(Nota la fuente de corriente $\vec{I}_2$, no se toma en cuenta porque la corriente circula como se indica y no influye en la corriente que mide el amperímetro)

<u>Problema 3.65</u> El Factor de Potencia.

En el circuito de la figura considere, las características de la lámpara incandescente, el capacitor y el inductor son los nominales. La lámpara incandescente se puede considerar que se comporta como un resistor ideal de la resistencia constante, para voltajes inferiores o superiores en un 15% del voltaje nominal. El inductor y el capacitor son ideales. El voltaje de alimentación a los terminales a-b se expresa por Vab = 169,7cos(377t + π/6) V

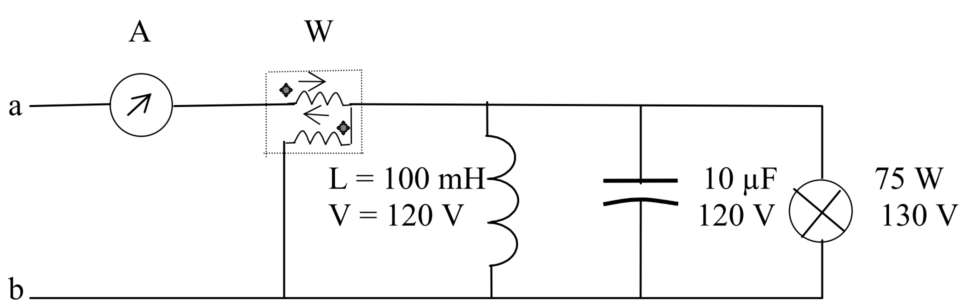


Figura 3.80 Problema 3.65

Se pide determinar:
a) ¿Cuál será la indicación del amperímetro?
b) ¿Cuál será la indicación del vatímetro?
c) ¿Cual es el factor de potencia del circuito?

Solución
$V_m = 169{,}7 \Rightarrow V_e = V_m/\sqrt{2} = 169{,}7/\sqrt{2} = 120$ V.
$X_L = 2\pi fL = 2\pi*60*0{,}1 = 37{,}70\ \Omega$
$X_C = 1/2\pi fC = 1/(2\pi*60*10*10^{-6}) = 265{,}39\ \Omega$
$P = V^2/R \Rightarrow R = V^2/P = 130^2/75 = 225{,}33\ \Omega$
$\vec{I}_L = \vec{V}ab/X_L = (120\angle 30^o)/(37{,}70\angle 90^o) = 3{,}18\angle -60^o$ A.
$\vec{I}c = \vec{V}ab/X_C = (120\angle 30^o)/(265{,}39\angle -90^o) = 0{,}45\angle 120^o$ A.
$\vec{I}_R = \vec{V}ab/R = (120\angle 30^o)/(225{,}33\angle 0^o) = 0{,}53\angle 30^o$ A.
$\vec{I}_T = \vec{I}_L + \vec{I}c + \vec{I}_R = 3{,}18\angle -60^o + 0{,}45\angle 120^o + 0{,}53\angle 30^o = 2{,}78\angle -49{,}01^o$ A.
La lectura del amperímetro es de 2,78 A.
La lectura del vatímetro es:

$$P = |V| * |I| \cos\angle_{\vec{I}}^{\vec{V}} \Rightarrow P = 120*2{,}78\cos 79{,}01^o = 63{,}30 \text{ W}$$

El factor de potencia es coseno del ángulo entre el voltaje y la corriente: $\Phi = 79{,}01$
La corriente atrasa al voltaje $\Rightarrow$ Fp = cos79,01 = 0,19 atrasado.

Problema 3.66 El Factor de Potencia.
Una carga industrial formada por tres grupos de máquinas conectadas en paralelo, consumen las siguientes potencias:

Tipo de carga	P (KW)	Q(KVAR)	S(KVA)	Factor de Potencia
Motores de inducción	325	313	,,,,,	Atrasado
Máquinas de soldar	185	,,,,,,	310	Atrasado
Motores sincrónicos	164	,,,,,	,,,,,,	0,8 Adelantado

Cuadro 3.1 Problema 3.66

La carga se conecta a la fuente mediante un cable alimentador cuya impedancia equivalente es: $0{,}15 + j0{,}6\Omega$. El voltaje a los terminales de la carga es de 13.800 V. Se pide:
a) Calcular la corriente de la carga
b) Determinar la potencia activa, potencia reactiva, potencia aparente generada por la fuente.
c) Determinar el voltaje suministrado por la fuente.

Solución
Cálculo de potencia:
Motores de inducción: $\dot{S}_1 = 325 + j313 = 451{,}21\angle 43{,}92^o$ KVA
Máquinas de soldar: $\dot{S}_2 = 185 + jQ_2 = 310 \Rightarrow Q_2 = 248{,}75$
$\Rightarrow \dot{S}_2 = 185 + j248{,}75 = 310\angle 53{,}36^o$ KVA

Motores sincrónicos: $\dot{S}_3 = 164 - jQ_3 \Rightarrow \theta = \cos^{-1}(0{,}8) = 36{,}87^o$

$\Rightarrow Q_3 = 164tag(-36{,}87) = -123$ KVAR

$\Rightarrow \dot{S}_3 = 164 - j123 = 205\angle -36{,}87$ KVA

$\dot{S}_T = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 + \dot{S}_3 = 451{,}21\angle 43{,}92^o + 310\angle 53{,}36^o + 205\angle -36{,}87^o = 804{,}22\angle 33{,}06^o$ KVA

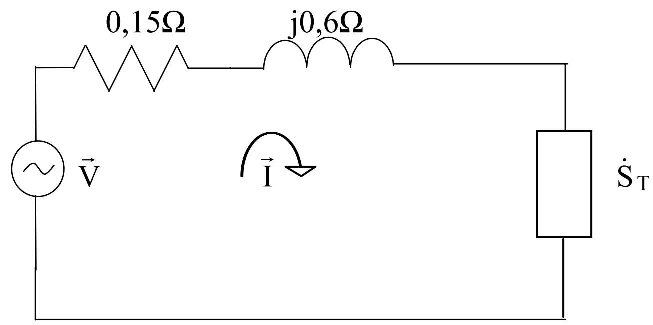


Figura 3.81 Problema 3.66

Tomando como referencia el voltaje a lo terminales de la carga se tiene:

$\dot{S}_T = \vec{V}_{carga}\vec{I}^* \Rightarrow \vec{I}^* = \dot{S}_T/\vec{V}_{carga} = (804{,}22*10^3\angle 33{,}06^o)/(13.800\angle 0^o)$

$\Rightarrow \vec{I} = 58{,}28\angle -33{,}06^o$ A.

$\vec{V} = (0{,}15 + j0{,}6)\vec{I} + \vec{V}_{carga} = (0{,}62\angle 75{,}96^o)*(58{,}28\angle -33{,}06^o) + 13.800\angle 0^o$

$\vec{V} = 13.826{,}42\angle 0{,}1^o$ V

Problema 3.67 El Factor de Potencia.

Un motor de inducción de 20 KVA, que trabaja con un factor de potencia de 0,85 atrasado (la corriente atrasa al voltaje $\Rightarrow$ inductivo) y un motor sincrónico de 8 KVA, que trabaja con un factor de potencia de 0,65 adelantado (la corriente adelanta al voltaje $\Rightarrow$ capacitivo); se conectan en paralelo a una línea de alimentación de 240 voltios y frecuencia de 60 Hz. Hallar la potencia activa, potencia reactiva, potencia compleja, potencia aparente y el factor de potencia total.

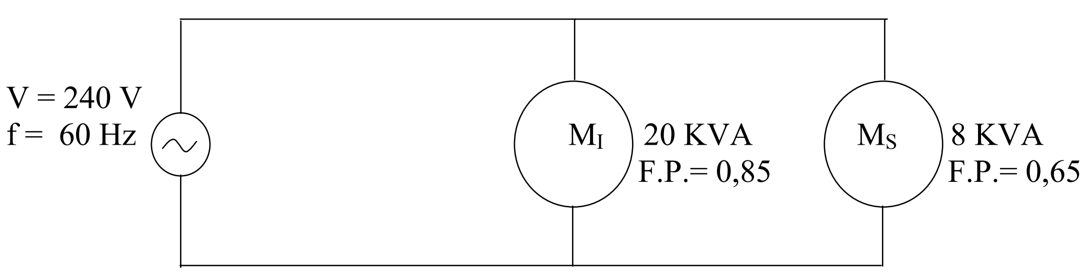


Figura 3.82 Problema 3.67

Solución:

$\dot{S}_T = \dot{S}M_I + \dot{S}M_S = 20\angle 31{,}79^o + 8\angle -49{,}46^o = 22{,}64\angle 11{,}35^o$ KVA (Potencia compleja)

$\Rightarrow$ La potencia activa P = 22,20 KW

$\Rightarrow$ La potencia reactiva Q = 4,46 KVAR.

⇨ La potencia aparente $|\dot{S}_T| = 22{,}64$ KVA
⇨ El factor de potencia F.P. = cos11,35º = 0,98 atrasado.

Problema 3.68 Corrección del Factor de Potencia.
Una industria tiene una capacidad instalada de 500 KVA (la capacidad instalada es la que entrega el banco de transformadores de la empresa), tensión 480 voltios, frecuencia 60 Hz. La demanda es de 475 KVA con un factor de potencia atrasado de 0,43; si se quiere instalar 2 hornos eléctricos de 130 KW cada uno ¿Qué se debe hacer para instalar los dos hornos, sin aumentar la capacidad instalada de la empresa?

Solución:
Al calcular la potencia de la industria conectando los dos hornos se tiene :
El ángulo de la potencia es : $\theta = \cos^{-1}(0{,}43) = 64{,}53º$
$\dot{S} = 475\angle 64{,}53º = 204{,}27 + j428{,}84$ KVA

Como los hornos son elementos resistores, entonces:
$\dot{S}_{Hornos} = 260\angle 0º$. La potencia total es:

$$\dot{S}_T = \dot{S} + \dot{S}_{Hornos} = 475\angle 64{,}53º + 260\angle 0º = 632{,}02\angle 42{,}73º = 464{,}27 + j428{,}84 \text{ KVA}$$

Se observa que con la instalación de los dos hornos eléctricos, se supera la capacidad instalada, por lo tanto se tiene que corregir el factor de potencia por lo menos hasta 18º , como se indica a continuación:

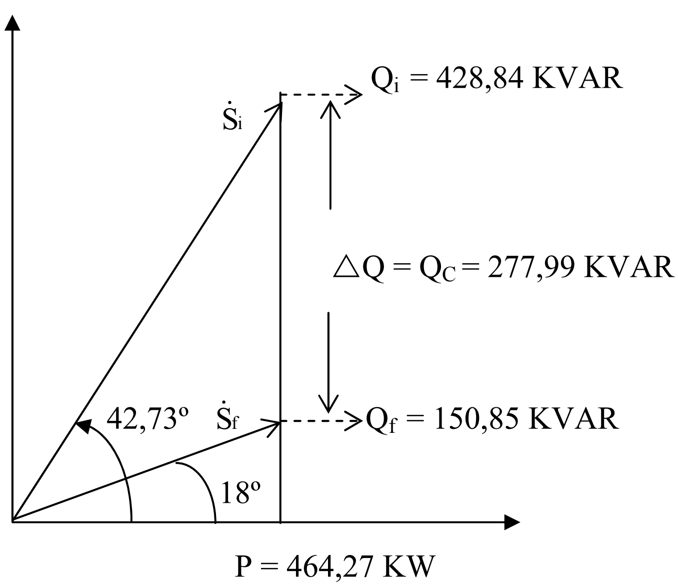


Figura 3.83 Problema 3.68 Diagrama de Potencias.

$\dot{S}i = 464{,}27 + j428{,}84$ KVA $= 632{,}02\angle 42{,}73º$ KVA.
$Q_f = P\text{tag}18º = 464{,}27\text{tag}18º = 150{,}85$ KVAR
⇨ $\triangle Q = Q_i - Q_f = 428{,}84 - 150{,}85 = 277{,}99$ KVAR; $Q_C = V_C^2/X_C$ ⇨ $X_C = V_C^2/Q_C$

⇨ $X_C = (480V)^2/(277{,}99\ KVAR) = 0{,}83\ \Omega$; Como $X_C = 1/2\pi fC$

⇨ $C = 1/2\pi f X_C = 1/(2\pi*60*0{,}83) = 3{,}2\ mF$.

Al instalar el condensador, se calcula la nueva carga de la industria $\dot{S}_f$:

$$\dot{S}_f = P_f + j\,Q_f = 464{,}27 + j150{,}85 = 488{,}16\angle 18º\ KVA.$$

Como se observa no supera la capacidad instalada.

<u>Problema 3.69</u> Circuitos Monofásicos Trifilares.

En el circuito monofásico trifilar siguiente, hallar las corrientes indicadas si:

$\vec{V}an = \vec{V}nb = 120\angle 0º\ V$; $\dot{Z}_1 = 10\angle 30º\ \Omega$ y $\dot{Z}_2 = 2\dot{Z}_1 = 20\angle 30º\ \Omega$

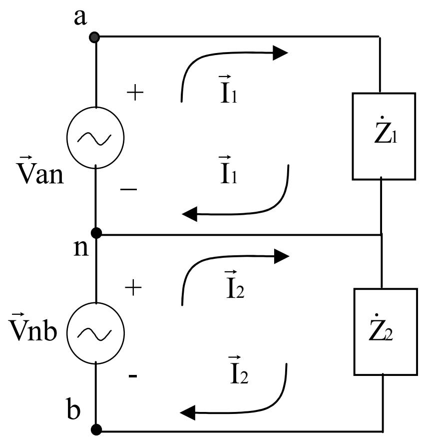


Figura 3.84 Problema 3.69

<u>Solución.</u>

$\vec{I}_1 = \vec{V}an/\dot{Z}_1 = (120\angle 0º)/(10\angle 30º) = 12\angle\text{-}30º\ A$

$\vec{I}_2 = \vec{V}nb/\dot{Z}_2 = (120\angle 0º)/(20\angle 30º) = 6\angle\text{-}30º\ A$

En el conductor neutro: $\vec{I}_1 - \vec{I}_2 = 12\angle\text{-}30º - 6\angle\text{-}30º = 6\angle\text{-}30º\ A$

Las cargas $\dot{Z}_1$ y $\dot{Z}_2$ están desbalanceadas en 100%, y se puede observar que:

1.) El conductor de neutro transporta la misma corriente que el conductor de la fase “2”

2.) El conductor de la fase “1” transporta el doble de la corriente que el conductor de la fase “2”.

<u>Problema 3.70</u> Circuitos Monofásicos Trifilares.

Una carga industrial esta integrada por: 1) 10 KW de alumbrado a 100 V, un horno eléctrico que consume 150A a 200V, un horno de inducción que consume 400KVAR a 200V. La frecuencia de alimentación es de 60Hz. Se pide:

a) Diagrama de conexión de la carga y voltajes indicando el módulo y el ángulo.

b) Determinar la corriente consumida por la carga.

Solución

1) $P_1 = 10\angle 0^\circ$ KW (Alumbrado, tensión 100 V)

2) $P_2 = 30\angle 0^\circ$ KW ($P_2 =$ 150*200. Horno eléctrico, tensión 200 V)

3) $Q_3 = 400\angle 90^\circ$ KVAR (Horno de inducción, tensión 200 V)

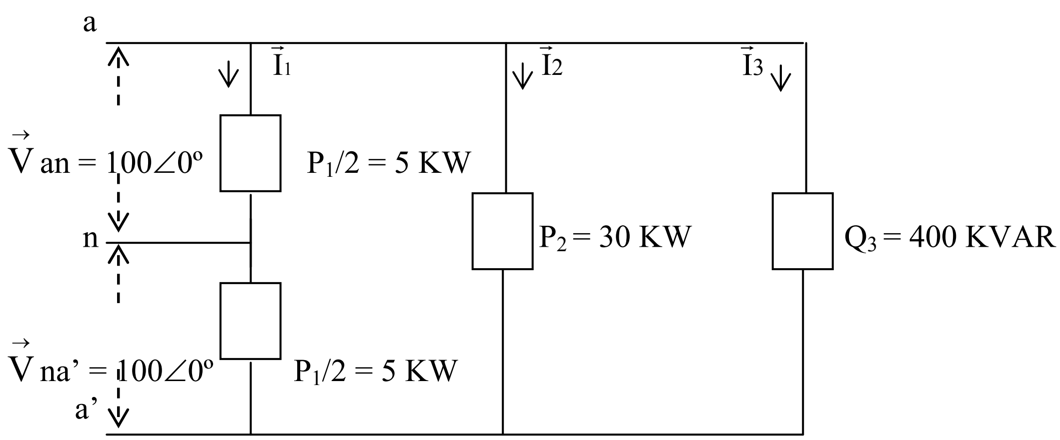


Figura 3.85 Problema 3.70

Determinación de los voltajes.

$\vec{V}_{an} = 100\angle 0^\circ$ V

$\vec{V}_{na'} = 100\angle 0^\circ$ V

$\vec{V}_{aa'} = \vec{V}_{an} + \vec{V}_{na'} = 100\angle 0^\circ + 100\angle 0^\circ = 200\angle 0^\circ$ V

Calculo de las corrientes.

$\dot{S}_1 = \vec{V}_{an} * \vec{I}_1^* \Rightarrow \vec{I}_1^* = \dot{S}_1/\vec{V}_{an} = (P_1/2)/\vec{V}_{an} = (5.000\angle 0^\circ)/(100\angle 0^\circ) \Rightarrow \vec{I}_1 = 50\angle 0^\circ$ A.

$\dot{S}_2 = \vec{V}_{aa'} * \vec{I}_2^* \Rightarrow \vec{I}_2^* = \dot{S}_2/\vec{V}_{aa'} = (P_2)/\vec{V}_{aa'} = (30000\angle 0^\circ)/(200\angle 0^\circ) \Rightarrow \vec{I}_2 = 150\angle 0^\circ$ A

$\dot{S}_3 = \vec{V}_{aa'} * \vec{I}_3^* \Rightarrow \vec{I}_3^* = \dot{S}_3/\vec{V}_{aa'} = (Q_3)/\vec{V}_{aa'} = (400.000\angle 90^\circ)/(200\angle 0^\circ)$

$$\Rightarrow \vec{I}_3 = 2.000\angle -90^\circ \text{ A.}$$

$\vec{I}_T = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 50\angle 0^\circ + 150\angle 0^\circ + 2.000\angle -90^\circ = 2009{,}98\angle -84{,}29^\circ$ A.

$\dot{S}_T = 2\dot{S}_1 + \dot{S}_2 + \dot{S}_3 = 2*(5.000\angle 0^\circ) + 30.000\angle 0^\circ + 400.000\angle 90^\circ = 402\angle 84{,}29^\circ$ KVA

3.21.- PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 3.71 Números Complejos.

Para el número complejo $A = M(\cos\theta + j\mathrm{sen}\theta)$, determinar la expresión en forma exponencial y en forma polar. (Solución: $A = M(\mathrm{Cos}\theta + j\mathrm{Sen}\theta) = Me^{j\theta}$ expresión en forma exponencial y $A = Me^{j\theta} \Rightarrow A = M\angle\theta$ expresión en forma polar)

Problema 3.72 Operaciones con Fasores.
Si en el Problema 3.36 A y C representan una diferencia de potencial y B una corriente cuya frecuencia es de 60 Hz. Se pide:

a) Encontrar una interpretación, en caso de que exista, para cada una de las operaciones planteadas.
b) Escribir los resultados de cada una de las operaciones en función del tiempo.

(Solución: 156,27cos(377t – 48,36º); 31,24cos(377t – 90,19º); 20cos(377t – 3.13º); 781cos(377t – 10,19º); 15.620,5cos(377t – 13,32º) y 781cos(377t – 90,19º)

Problema 3.73 Valor Promedio y Eficaz.
Hallar en el primer intervalo, los valores promedio y eficaz del voltaje representado en la figura adjunta. Siendo $v(t) = 10e^{-200t}$ (Solución: Vm = 4,32 V; V_{RMS} = 4,95 V)

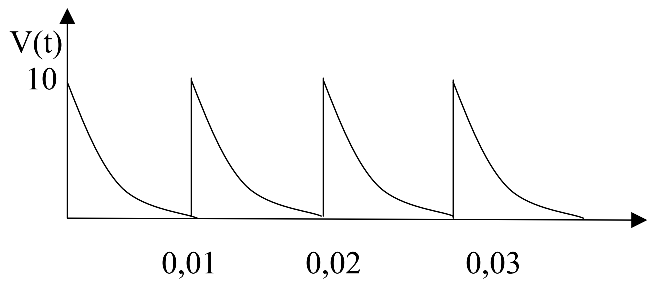


Figura 3.86 Problema 3.73

Problema 3.74 Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito serie RLC de la figura adjunta, $v(t) = 40\sqrt{2}\cos(\omega t + 20)$. Hallar la corriente i(t). (Solución: i(t) = 0 A)

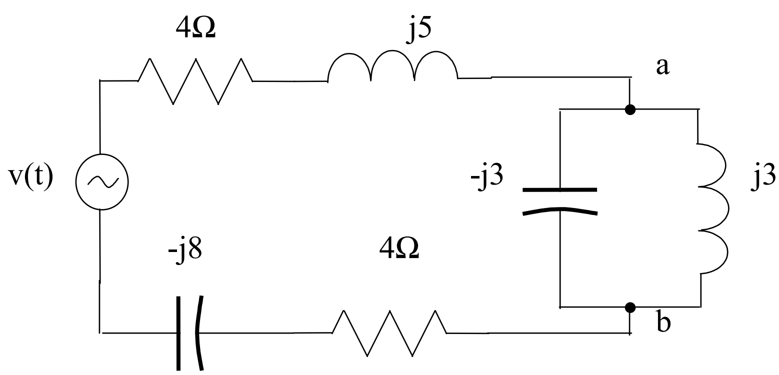


Figura 3.87 Problema 3.74

Problema 3.75 Circuitos en Corriente Alterna.
En el circuito de la figura, si los valores eficaces de la corriente son: I_a = 50 A; I_e = 25 A, la frecuencia 60Hz. La impedancia $\dot{Z}$, es sólo reactiva y la corriente $\vec{I}_a$ adelanta a $\vec{I}_e$, hallar: El voltaje de la fuente, las corrientes $\vec{I}_b$, $\vec{I}_c$ e $\vec{I}_d$ y el elemento desconocido.
(Solución: $\vec{I}_b$ = 40,31∠82,87 A.; $\vec{I}_c$ = 40∠90 A.; $\vec{I}_d$ = 5∠0 A.; C = 847,90 μF
V = 125∠0 V.)

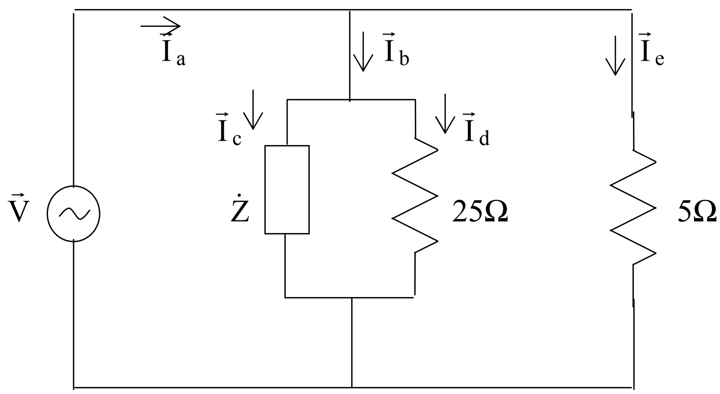
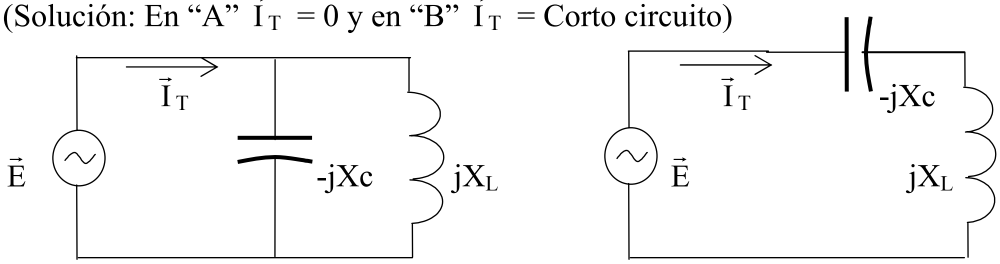


Figura 3.88 Problema 3.75

<u>Problema 3.76</u> Circuitos en Corriente Alterna.

En los circuitos adjuntos, hallar la corriente total $\vec{I}_T$ si, $X_L = Xc$

(Solución: En “A” $\vec{I}_T = 0$ y en “B” $\vec{I}_T$ = Corto circuito)



A B

Figura 3.89 Problema 3.76

<u>Problema 3.77</u> Circuitos en Corriente Alterna.

En el circuito de la figura si: $\vec{V}_1 = 20\angle 30^o$ V. y $\vec{V}_2 = 10\angle 180^o$ V. Hallar $\vec{V}ab$, $\vec{V}ac$, $\vec{V}bd$, $\vec{V}cd$, $\vec{I}_1$ e $\vec{I}_2$. (Solución: $\vec{V}ab = 7{,}05\angle\text{-}15^o$ V; $\vec{V}ac = 10{,}03\angle 3{,}29^o$ V; $\vec{V}bd = 0$ V; $\vec{V}cd = 4\angle\text{-}143{,}13^o$ V; $\vec{I}_1 = 1{,}41\angle\text{-}15^o$ A; $\vec{I}_2 = 1\angle\text{-}143{,}13^o$ A)

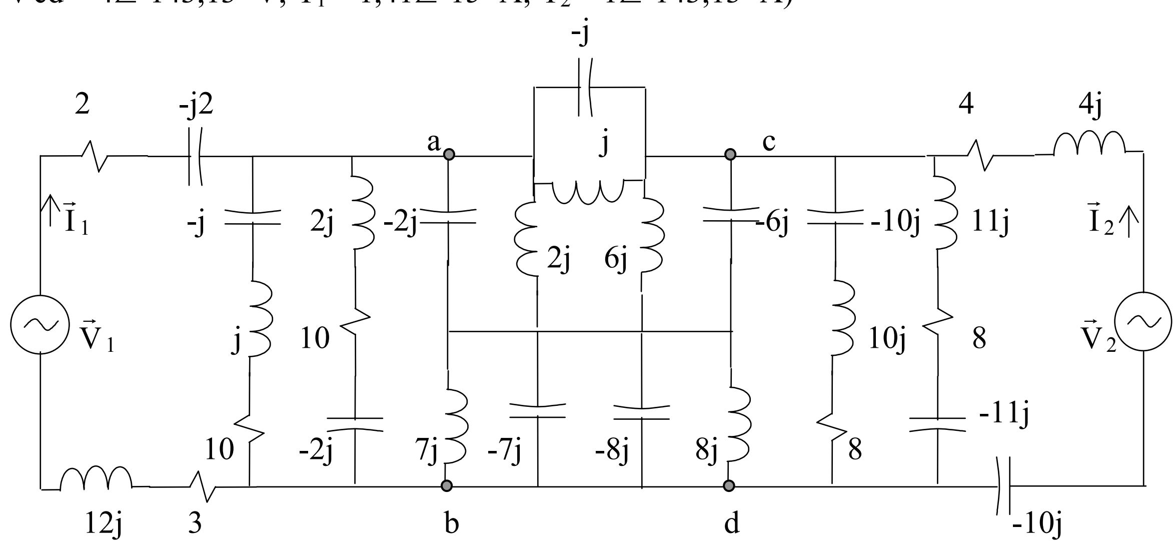


Figura 3.90 Problema 3.77

Problema 3.78 Circuitos en Corriente Alterna.

En el circuito de la figura adjunta, $\vec{V} = 20\angle 45º$ V. Frecuencia 60Hz.

a.) Hallar jX, para que el voltaje $\vec{V}$ esté en fase con $\vec{I}$, ¿Qué tipo de elemento es?

b.) Hallar $\vec{I}$, $\vec{V}ab$, $\vec{V}bc$, $\vec{I}_1$ e $\vec{I}_2$. (Solución: Un capacitor de C = 1.326,96 μF; $\vec{I} = 5\angle 45º$A; $\vec{V}ab = 14,14\angle 90º$ V; $\vec{V}bc = 14,14\angle 0º$V; $\vec{I}_1 = 2,5\angle 45º$ A; $\vec{I}_2 = 2,5\angle 45º$ A)

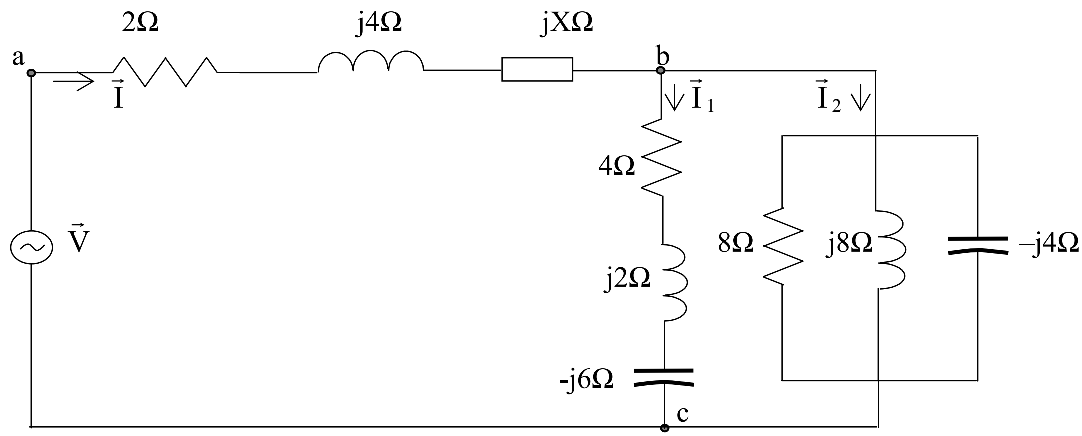


Figura 3.91 Problema 3.78

Problema 3.79 Circuitos en Corriente Alterna.

En el circuito de la figura, $V_{R1} = 75$V, $V_{R2} = 35$V, $I_1 = 5$A, $I_2 = 6,25$A, $V_C = 100$V. Hallar el voltaje en todos los elementos pasivos del circuito y el voltaje y corriente de la fuente. (Solución: $V_{R1} = 75\angle 53,13º$ V; $V_C = 100\angle -36,87º$ V**;** .$V_{R2} = 35\angle -73,74º$ V; $V_L = 120\angle 16,26º$ V; $\vec{E} = 125\angle 0º$ V; $\vec{I}_1 = 5\angle 53,13º$ A. $\vec{I}_2$ **=** $6,25\angle -73,74º$ **A;** $\vec{I} = 5,15\angle -22,83º$ A**)**

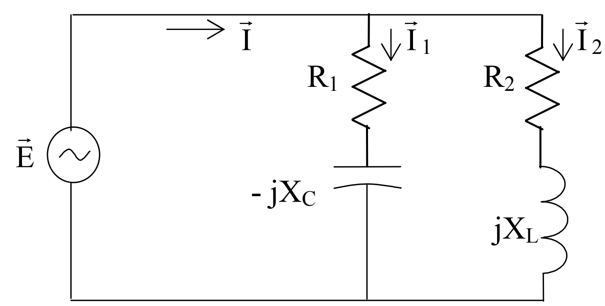


Figura 3.92 Problema 3.79

Problema 3.80 Potencia y Energía en Corriente Alterna.

En el circuito de la figura, v(t) = 144cos377t, calcular en régimen permanente:

a.) El valor máximo de la energía almacenada en el inductor.

b.) Los valores de “t” cuando la energía en el inductor es máxima.

c.) El valor máximo de la energía almacenada en el capacitor.

d.) Los valores de “t” cuando la energía en el capacitor es máxima.

e.) Para t = 8,25 mseg, la potencia suministrada por la fuente.

(Solución: W_L = 0,18 J; t = (nπ + 3,02)/754 Para n = 0, 2, 4, 6, …; W_C = 0,0095 J; t = (nπ + 5,36)/754 Para n = 0, 2, 4, 6, …; $\dot{S}_T = 3{,}79\angle 1{,}51^\circ$ VA)

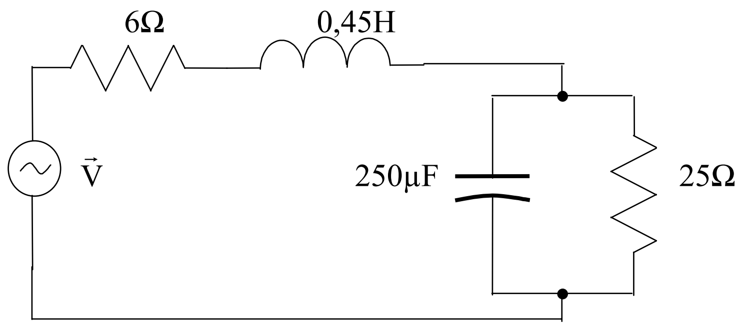


Figura 3.93 Problema 3.80

<u>Problema 3.81</u> Potencia y Energía en Corriente Alterna.
Resolver el Problema 3.59 aplicando el Principio de Superposición.

<u>Problema 3.82</u> Potencia y Energía en Corriente Alterna.
Hallar el o los elementos que están contenidos en la caja negra del circuito de la figura adjunta, que satisfagan las condiciones siguientes:

a.) Potencia promedio del circuito 360 W.
b.) Corriente en el resistor $3\angle 0$ Amp.
c.) Voltaje en la fuente $120\angle 0$ Voltios.

(Solución: Un resistor de 38Ω)

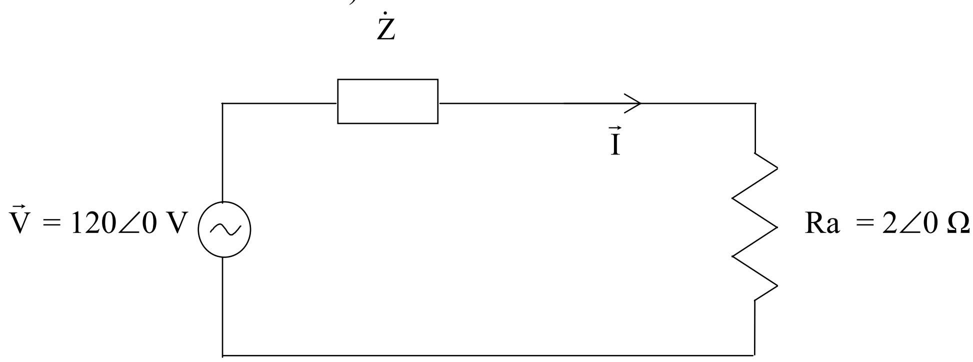


Figura 3.94 Problema 3.82

<u>Problema 3.83</u> Potencia y Energía en Corriente Alterna.
En una red de 220 V, 50 Hz, se desea instalar una lámpara de incandescencia especificada para 65 W y 130 voltios, a base de instalar un condensador en serie con la misma. Calcular la capacidad para que la lámpara funcione correctamente en la red citada.
Si una vez conectado el condensador, la frecuencia de la red sube a 60 Hz, ¿Qué potencia consumirá la lámpara? (Solución: C = 8,97 μF; P = 81,54 W)

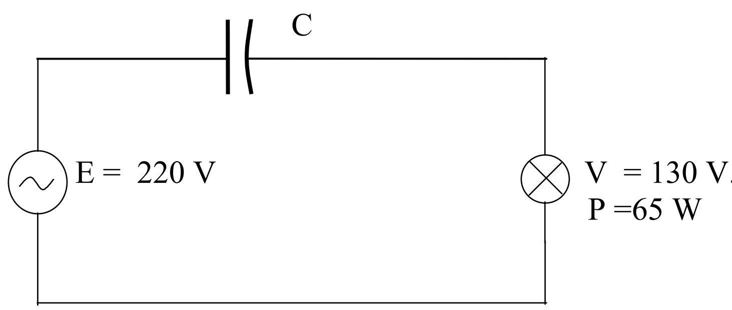


Figura 3.95 Problema 3.83

Problema 3.84 Potencia y Energía en Corriente Alterna.
En el circuito adjunto calcular:

a.) Las corrientes en todas las ramas.
b.) Las potencias de las fuentes y de los elementos pasivos

$\vec{I}_1 = 2\angle 90^o$ A; $\vec{I}_2 = 1\angle 90^o$ A; $\vec{V}_1 = 3\angle 0^o$ V; $\vec{V}_2 = 5\angle 90^o$ V.

(Solución: Corrientes $\vec{I}_3 = 1{,}342\angle 63{,}43^o$ A; $\vec{I}_4 = 1\angle{-53{,}19^o}$ A $\vec{I}_5 = 1{,}17\angle{-149{,}04^o}$ A; $\vec{I}_6 = 1{,}90\angle 108{,}43^o$ A; $\vec{I}_7 = 1{,}89\angle 57{,}94^o$ A; $\vec{I}_8 = 2{,}41\angle{-131.71^o}$ A. Potencias de las fuentes: $\dot{S}_{V1} = 7{,}23\angle 131{,}71^o$ VA; $\dot{S}_{V2} = 9{,}45\angle 32{,}06^o$ VA; $\dot{S}_{I1} = 7{,}5\angle{-71{,}6^o}$ VA; $\dot{S}_{I2} = 5{,}24\angle{-136{,}5^o}$ VA. Potencias de los elementos pasivos. En el resistor: $\dot{S}_R = 1{,}8\angle 0^o$ W; en el inductor: $\dot{S}_L = 6{,}82\angle 90^o$ VAR; en el capacitor: $\dot{S}_C = 7{,}22\angle{-90^o}$ VAR)

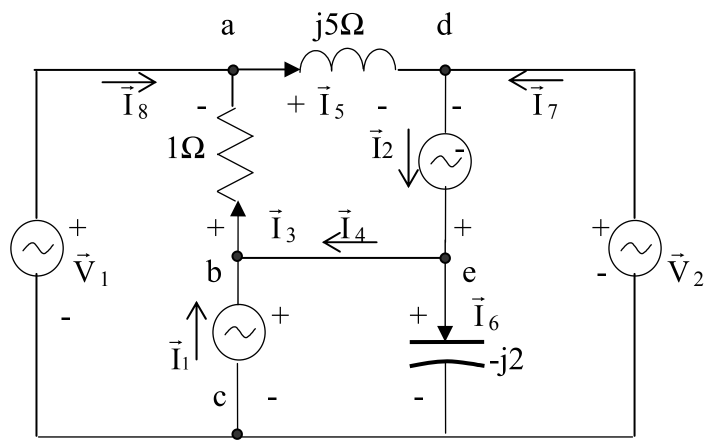


Figura 3.96 Problema 3.84

Problema 3.85 El Factor de Potencia.
En el circuito de la figura, si el factor de potencia es del 100% y la corriente total es de 16 amperios, calcular R_1 y C.
(Solución: $R_1 = 10{,}5\ \Omega$; C = 496,99 μF)

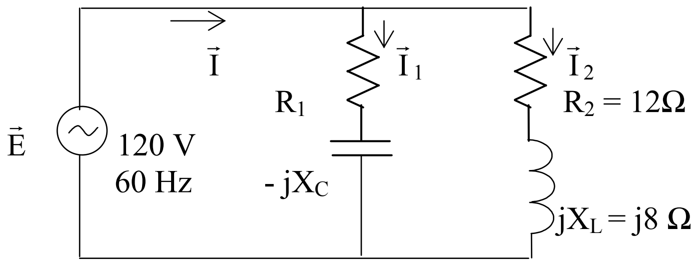


Figura 3.97 Problema 3.85

Problema 3.86 Corrección del Factor de Potencia.

Una carga compuesta por resistores e inductores, está conectada a una fuente de alimentación de 480 voltios y frecuencia 60 Hz. Conectados en la entrada, un amperímetro indica 45 amperios y un vatímetro indica 7.200 vatios. Calcular el condensador que conectado en paralelo con la carga hace que la lectura del amperímetro sea mínima.

(Solución: C = 234,59 μF)

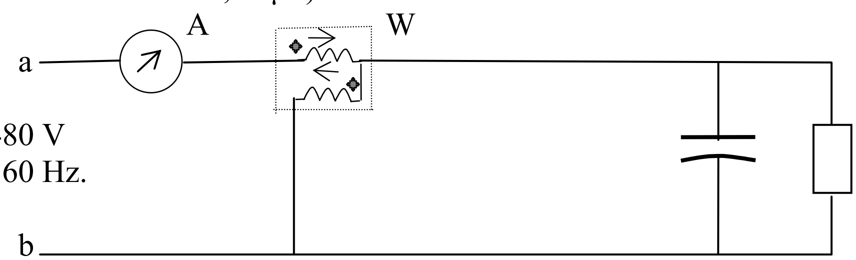


Figura 3.98 Problema 3.86

Problema 3.87 Circuitos Monofásicos Trifilares.

En el circuito de la figura adjunta. Determinar la lectura de los vatímetros y la potencia total consumida por las cargas. $\dot{S}_1 = 3.400$ VA y $\cos\theta = 1$; $\dot{S}_2 = 7.100$ VA y $\cos\theta = 0,9$

$\dot{S}_3 = 6.400$ VA y $\cos\theta = 0,75$(Solución: $W_1 = 5.640,45$ W; $W_2 = 8.630,29$ W;

$\dot{S}_T = 16.198,55\angle 28,24^\circ$ VA)

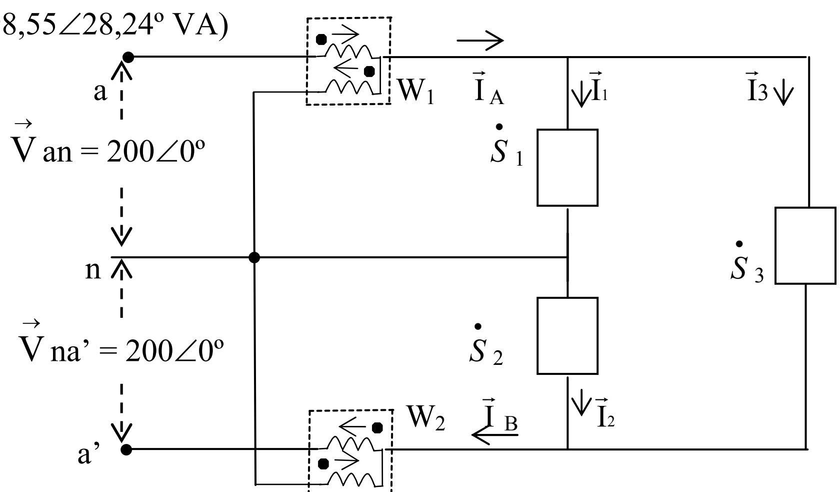


Figura 3.99 Problema 3.87

CAPITULO 4

CIRCUITOS TRIFASICOS

4.1.- INTRODUCCION.

En la industria eléctrica, la generación, transmisión y distribución de energía se hace con sistemas trifásicos, porque las pérdidas ocasionadas para la transmisión y distribución son menores en sistemas trifásicos que en los sistemas monofásicos simples o trifilares.

La fuente de voltaje trifásico, es equivalente a tres fuentes de voltaje monofásico, que están desfasadas 120º entre sí y pueden estar conectadas en delta (△) o en estrella (Y). Por lo general la fuente de voltaje trifásico, se ubica en el lado izquierdo del circuito.

Los sistemas trifásicos, suministran potencia compleja a la carga, que se representa por impedancias, las cuales pueden estar conectadas en delta (llamado montaje delta △) o en estrella (llamado montaje estrella Y). Por lo general las cargas de los sistemas trifásicos, se ubican en el lado derecho del circuito. Cuando las cargas conectadas a cada fase son iguales entre sí, se dice que el sistema está balanceado, en caso contrario el sistema está desbalanceado.

En los sistemas trifásicos, las fuentes de voltaje suministran potencia a la carga, a través de tres conductores de fase y un conductor común llamado neutro. Los conductores de fase, llamados también línea o simplemente fase, se identifican por lo general con 3 letras consecutivas, siendo las más usadas: ABC, RST, UVW, XYZ. El conductor de neutro se identifica con la letra “n” y es el conductor común a las tres fases. (Para poder conectar el conductor de neutro, es condición *sine qua non*, que tanto la fuente, como la carga estén conectadas en estrella, porque si cualquiera de ellas está en delta es imposible conectar el conductor de neutro). En caso de que se conecte el neutro el sistema se llama trifásico tetrafilar o de cuatro hilos.

4.2.- SECUENCIA, ROTACION Y REFERENCIA.

Los voltajes y las corrientes trifásicas son fasores que rotan a velocidad angular ω, en sentido antihorario, la secuencia de rotación es positiva cuando rotan en el orden RST o ABC, si rotan en el orden TSR o CBA, la secuencia es negativa (salvo indicación en contrario sólo usaremos la secuencia positiva). Se puede tomar como referencia un voltaje o corriente cualquiera. Por otra parte si se rota cualquier voltaje, se deben rotar los demás voltajes y las corrientes; situación similar ocurre cuando se rota cualquier corriente.

4.3.- VOLTAJES y CORRIENTES.

<u>Voltaje Fase - Fase o Línea - Línea:</u> Es el voltaje existente entre dos fases o líneas, se representa como: $\vec{V}_{FF}$ ó $\vec{V}_{LL}$.

Voltaje Fase – Neutro o Línea - Neutro: Es el voltaje existente entre una fase y el neutro, se representa como: $\vec{V}_{FN}$ ó $\vec{V}_{LN}$.
Corriente de Fase o Línea: Es la corriente que circula por el conductor de fase o línea, se representa como: $\vec{I}_F$ ó $\vec{I}_L$.
Corriente de Delta:, Es la corriente que circula por las ramas de la delta, cuando la fuente trifásica o la carga está conectada en delta se representa como: $\vec{I}_\Delta$. A continuación se presentan 4 problemas del cálculo de voltajes y corrientes, los cuales aplican para sistemas balanceados.

Problema 4.1
A partir de un voltaje línea-neutro, que se toma como referencia. Calcular los demás voltajes línea-neutro y los voltajes línea-línea.

Solución:
Cálculo de los voltajes línea-neutro.

Sea el voltaje línea-neutro de referencia: $\vec{V}_{AN}$ (Voltaje entre la fase "A" y el neutro "N")

$\vec{V}_{AN} = V_{LN}\angle 0^o$

$\vec{V}_{BN} = V_{LN}\angle -120^o$ (Voltaje entre la fase "B" y el neutro "N", como la secuencia es positiva, primero está la fase "A" y a 120º grados después (en atraso) está la fase "B")

$\vec{V}_{CN} = V_{LN}\angle -240^o$ (Voltaje entre la fase "C" y el neutro "N", a 120º grados en atraso de la fase "B", está la fase "C", es decir a -240º de la referencia, ahora bien -240º = 120º) luego: $\vec{V}_{CN} = V_{LN}\angle 120^o$
Cálculo de los voltajes línea-línea.

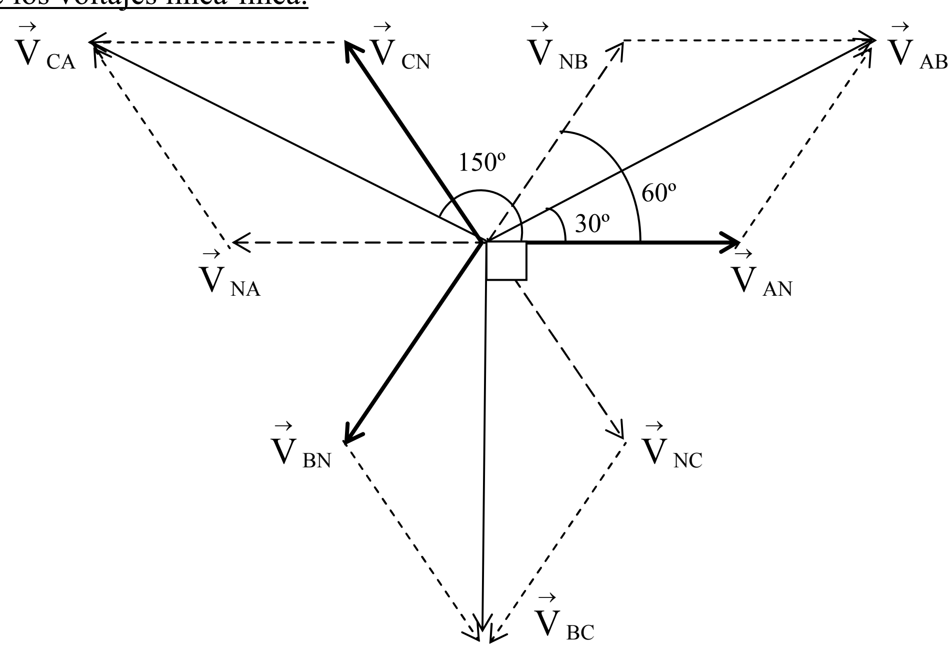


Figura 4.1 Problema 4.1

Como: $\vec{V}_{AN} = \vec{V}_{A} - \vec{V}_{N}$

$-\vec{V}_{BN} = \vec{V}_{NB} = \vec{V}_{N} - \vec{V}_{B}$

Sumando $\vec{V}_{AN} + \vec{V}_{NB} = \vec{V}_{A} - \vec{V}_{N} + \vec{V}_{N} - \vec{V}_{B} \Rightarrow \vec{V}_{A} - \vec{V}_{B} = \vec{V}_{AB}$

Para obtener $\vec{V}_{AB}$, se tiene que sumar $\vec{V}_{AN}$ y $\vec{V}_{NB}$,; como se demuestra en la figura anterior.

Si analizamos solamente el triangulo siguiente se tiene

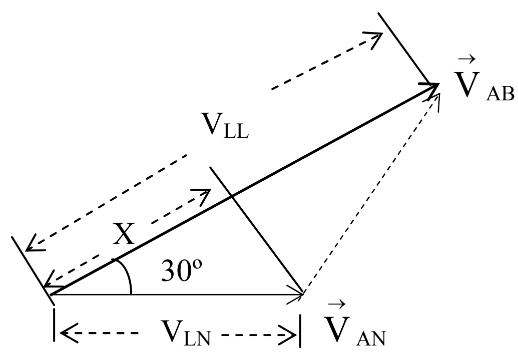


Figura 4.2 Problema 4.1 Cálculo del Voltaje Línea – Línea.

$|\vec{V}_{AB}| = V_{LL}$ y $|\vec{V}_{An}| = V_{LN}$

Del triangulo: $\cos 30º = X/|\vec{V}_{An}| \Rightarrow X = |\vec{V}_{An}|\cos 30º = (V_{LN})\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Pero: $2X = V_{LL} \Rightarrow V_{LL} = 2(V_{LN})\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{LL} = \sqrt{3}\,V_{LN}$

Por otra parte el ángulo entre $\vec{V}_{AN}$ y $\vec{V}_{NB} = 60º$. El voltaje $\vec{V}_{AB,}$ lo divide en dos partes iguales, por lo tanto el ángulo entre $\vec{V}_{AN}$ y $\vec{V}_{AB} = 30º$.

Se puede concluir que el voltaje línea-línea adelanta en 30º al voltaje línea neutro y que el módulo, es $\sqrt{3}$ el módulo del voltaje línea-neutro.

Finalmente se obtiene que:

$\vec{V}_{AB} = V_{LL}\angle 30º = \sqrt{3}\,V_{LN}\angle 30º$ V. Realizando análisis similares a los anteriores se puede demostrar que:

$\vec{V}_{BC} = V_{LL}\angle -90º = \sqrt{3}\,V_{LN}\angle -90º$ V

$\vec{V}_{CA} = V_{LL}\angle 150º = \sqrt{3}\,V_{LN}\angle 150º$ V

<u>Problema 4.2</u>

A partir de un voltaje línea-línea, que se toma como referencia. Calcular los demás voltajes línea-línea y los voltajes línea-neutro.

<u>Solución:</u>
<u>Cálculo de los voltajes línea-línea.</u>

Sea el voltaje línea-línea de referencia: $\vec{V}_{BC}$ (Voltaje entre la fase "B" y la fase "C")

$\vec{V}_{BC} = V_{LL}\angle 0^o$ V.

$\vec{V}_{CA} = V_{LL}\angle -120^o$ V. (Voltaje entre la fase "C" y la fase "A", como la secuencia es positiva, primero está la fase "B" y a 120º grados después (en atraso) está la fase "C")

$\vec{V}_{AB} = V_{LL}\angle -240^o$ V. (Voltaje entre la fase "A" y la fase "B", a 120º grados en atraso de la fase "C", está la fase "A", es decir a -240º de la referencia, pero -240º = 120º, luego:)

$\vec{V}_{AB} = V_{LL}\angle 120^o$ V.

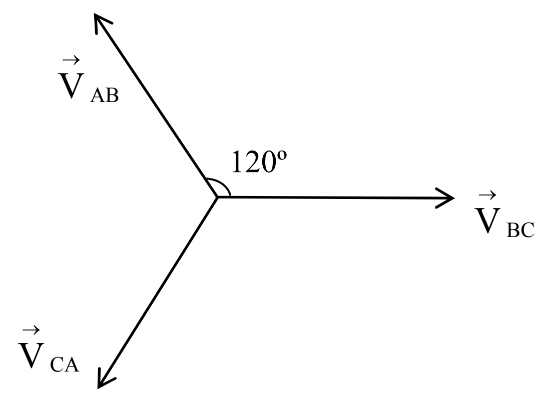


Figura 4.3 Problema 4.2

<u>Cálculo de los voltajes línea-neutro.</u>
Desplazando los voltajes anteriores, se construye el triangulo de voltajes de línea-línea, que es equivalente al montaje en estrella anterior.

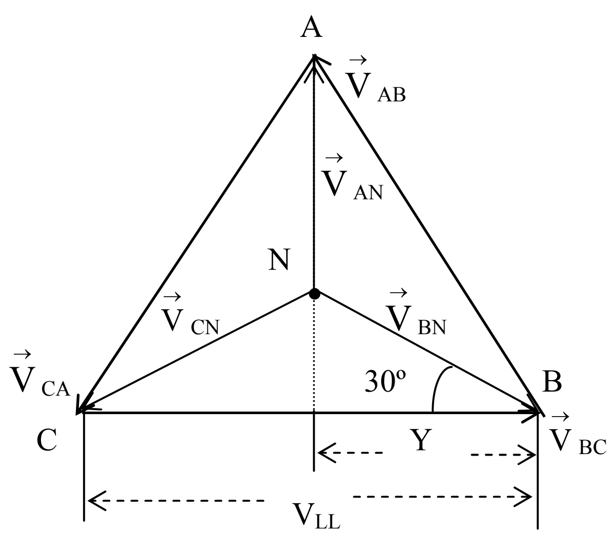


Figura 4.4 Problema 4.2. Cálculo Voltaje Línea - Neutro

Del triangulo: $\cos30º = Y/\left|\vec{V}_{BN}\right| \Rightarrow Y = \left|\vec{V}_{BN}\right|\cos30º = (V_{LN})\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Pero: $2Y = V_{LL} \Rightarrow V_{LL} = 2(V_{LN})\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{LN} = V_{LL}/\sqrt{3}$

Por otra parte el ángulo entre $\vec{V}_{BN}$ y $\vec{V}_{BC}$ = 30º. (El voltaje $\vec{V}_{BN,}$ divide en dos partes iguales, el ángulo de 60º del triangulo equilátero). Por ángulos complementarios el ángulo $\vec{V}_{BN}$ con respecto a la referencia es de 30º en atraso.
Se puede concluir que el voltaje línea-neutro atrasa en 30º al voltaje línea-línea y que el módulo línea-neutro es igual que el módulo del línea–línea, dividido entre $\sqrt{3}$
Finalmente se obtiene que:

$\vec{V}_{BN} = V_{LN}\angle\text{-}30º = (V_{LL}/\sqrt{3})\angle\text{-}30º$ V. Realizando análisis similares a los anteriores se pude demostrar que:

$\vec{V}_{CN} = V_{LN}\angle\text{-}150º = (V_{LL}/\sqrt{3})\angle\text{-}150º$ V

$\vec{V}_{AN} = V_{LN}\angle 90º = (V_{LL}/\sqrt{3})\angle 90º$ V

Problema 4.3

A partir de una corriente en la rama de la delta, que se toma como referencia. Calcular las demás corrientes en la delta y las corrientes en las líneas.

Solución:

Cálculo de las corrientes de rama en la delta.

Sea la corriente en la rama AB, la cual se toma como referencia, tal como se indica en el gráfico anexo.

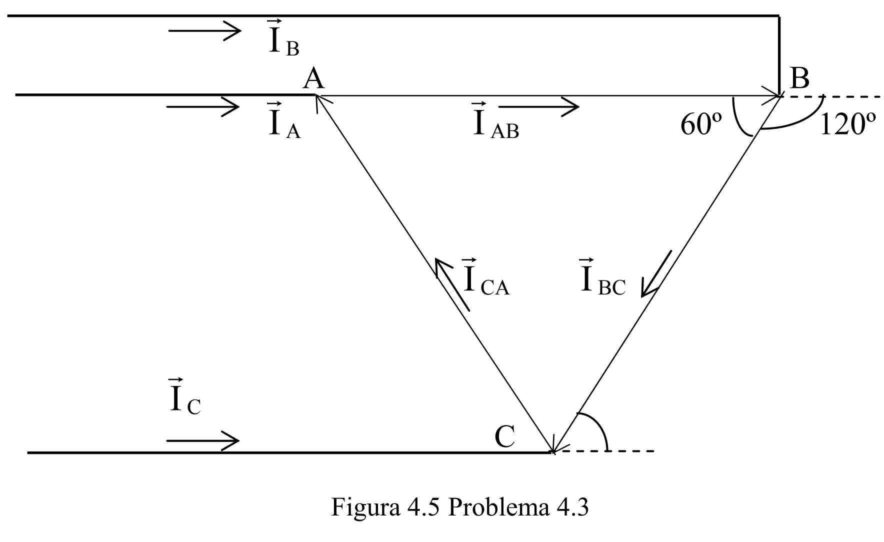


Figura 4.5 Problema 4.3

Del gráfico anterior se obtiene:

$\vec{I}_{AB} = I_{\Delta}\angle 0º$ A. (Parte del punto A hasta el punto B)

$\vec{I}_{BC} = I_\Delta\angle{-120^\circ}$ A. (Parte del punto B hasta el punto C)
$\vec{I}_{CA} = I_\Delta\angle 120^\circ$ A. (Parte del punto C hasta el punto A)

<u>Cálculo de las corrientes de línea o fase.</u>
Aplicando LKC, en el punto “A”, se tiene:
$\vec{I}_A = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA} = (I_\Delta\angle 0^\circ - I_\Delta\angle 120^\circ) = I_\Delta(1\angle 0^\circ - 1\angle 120^\circ) = \sqrt{3}\, I_\Delta\angle{-30^\circ}$ A.
$\vec{I}_B = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB} = (I_\Delta\angle{-120^\circ} - I_\Delta\angle 0^\circ) = I_\Delta(1\angle{-120^\circ} - 1\angle 0^\circ) = \sqrt{3}\, I_\Delta\angle{-150^\circ}$ A.
$\vec{I}_C = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC} = (I_\Delta\angle 120^\circ - I_\Delta\angle{-120^\circ}) = I_\Delta(1\angle 120^\circ - 1\angle{-120^\circ}) = \sqrt{3}\, I_\Delta\angle 90^\circ$ A.

De las ecuaciones anteriores se puede concluir:
El módulo de la corriente de línea es $\sqrt{3}$ el módulo de la corriente de la delta. $\Rightarrow I_L = \sqrt{3}\, I_\Delta$.
La corriente $\vec{I}_A$ atrasa en 30º a la corriente $\vec{I}_{AB}$.
La corriente $\vec{I}_B$ atrasa en 30º a la corriente $\vec{I}_{BC}$.
La corriente $\vec{I}_C$ atrasa en 30º a la corriente $\vec{I}_{CA}$.

<u>Problema 4.4</u>
A partir de una corriente de línea, que se toma como referencia. Calcular las demás corrientes de línea y las corrientes en la delta.
<u>Solución:</u>
<u>Cálculo de las corrientes de línea.</u>
Sea $\vec{I}_A = I_L\angle 0^\circ$ (Corriente de la fase “A”, la cual se toma como referencia, tal como se indica en el gráfico anexo)

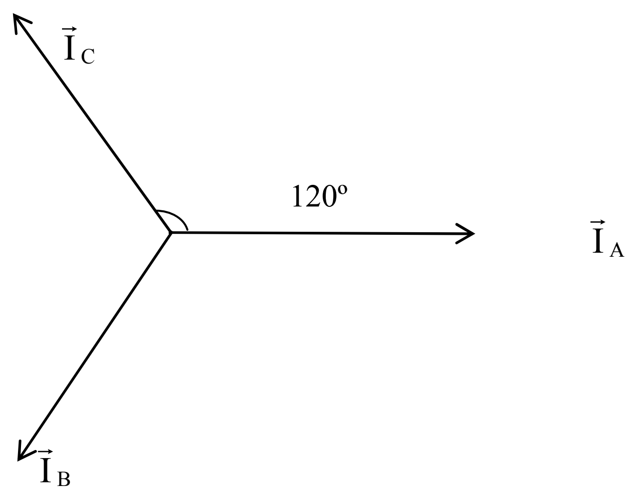


Figura 4.6 Problema 4.4

Del gráfico anterior se obtiene:
$\vec{I}_A = I_L\angle 0^\circ$ (Corriente de la fase “A”)
$\vec{I}_B = I_L\angle{-120^\circ}$ (Corriente de la fase “B”)
$\vec{I}_C = I_L\angle 120^\circ$ (Corriente de la fase “C”)
<u>Cálculo de las corrientes en la delta.</u>

Desplazando las corrientes anteriores, se construye el triangulo de corrientes de línea, que es equivalente al montaje en estrella anterior.

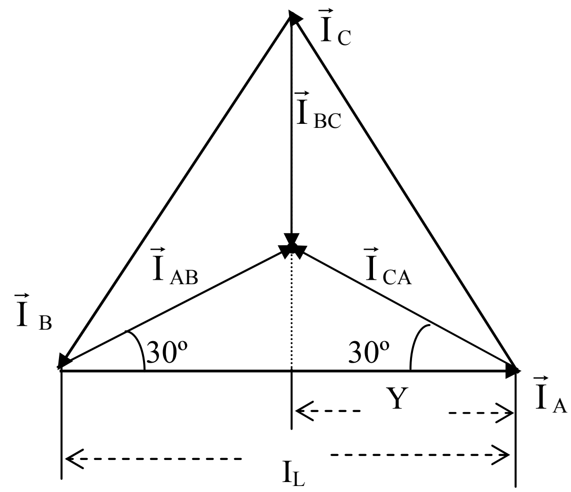


Figura 4.7 Problema 4.4

Del triangulo: $\cos 30º = Y/\left|\vec{I}_{CA}\right| \Rightarrow Y = \left|\vec{I}_{CA}\right|\cos 30º = (I_\Delta)\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Pero: $2Y = I_L \Rightarrow I_L = 2(I_\Delta)\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow I_\Delta = I_L/\sqrt{3}$

Por otra parte el ángulo entre $\vec{I}_{CA}$ e $\vec{I}_A$ = 30º. (La corriente $\vec{I}_{CA,}$ divide en dos partes iguales, el ángulo de 60º del triangulo equilátero). El ángulo que forma la corriente $\vec{I}_{CA}$ con respecto a la referencia es de 30º en adelanto (150º = 180º - 30º)
Se puede concluir que la corriente de delta adelanta en 30º a la corriente de línea y el módulo de la corriente de delta es igual al módulo de la corriente de línea, pero dividido entre $\sqrt{3}$
Finalmente se obtiene que:

$\vec{I}_{AB} = I_\Delta\angle 30º = (I_L/\sqrt{3})\angle 30º$ A.

$\vec{I}_{BC} = I_\Delta\angle -90º = (I_L/\sqrt{3})\angle -90º$ A.

$\vec{I}_{CA} = I_\Delta\angle 150º = (I_L/\sqrt{3})\angle 150º$ A.

4.4.- SISTEMAS TRIFASICOS BALANCEADOS.

<u>Fuentes Balanceadas.</u> Para que un sistema trifásico sea de fuentes balanceadas, las tres fuentes que lo integran tienen que ser iguales tanto en módulo como en ángulo. Este tipo de montaje es el común en todos los sistemas trifásicos, ya que las tres fuentes siempre son iguales.
<u>Cargas Balanceadas.</u> Para que un sistema trifásico esté balanceado, las tres cargas tienen que ser iguales tanto en módulo como en ángulo. Este tipo de montaje siempre es el deseable en todos los sistemas eléctricos.

Por otra parte en los sistemas trifásicos se puedan dar las siguientes posibilidades en la forma de configuración tanto de la fuente como de la carga:
Montaje Delta (en la fuente) – Delta (en la carga) ($\triangle \rightarrow \triangle$).
Montaje Delta (en la fuente) – Estrella (en la carga) ($\triangle \rightarrow$ Y).
Montaje Estrella (en la fuente) – Delta (en la carga) (Y$\rightarrow$ $\triangle$).
Montaje Estrella (en la fuente) – Estrella (en la carga) (Y$\rightarrow$Y).

<u>Problema 4.5</u> (Montaje Delta – Delta).
En el circuito siguiente el voltaje entre fases es de 380 voltios. Calcular las corrientes en las líneas y en cada impedancia de la carga (corrientes de delta).

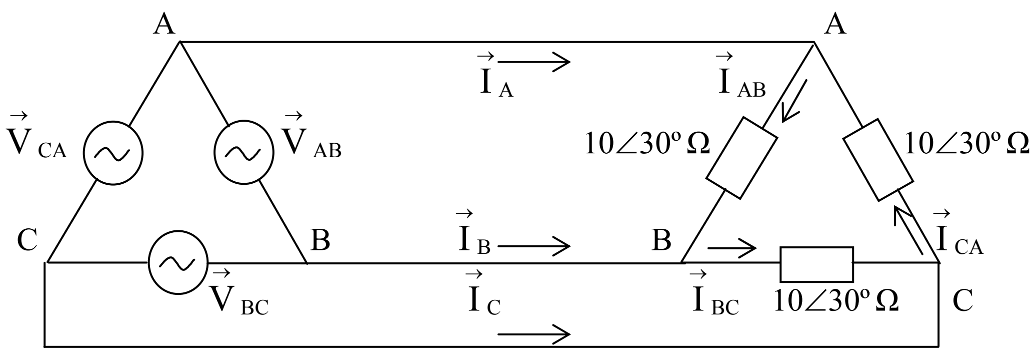


Figura 4.8 Problema 4.5

<u>Solución:</u>

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{BC}$, se obtienen los voltajes de línea-línea:

$\vec{V}_{BC} = \vec{V}_{LL}\angle 0^{\circ} = 380\angle 0^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{CA} = \vec{V}_{LL}\angle -120^{\circ} = 380\angle -120^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_{LL}\angle 120^{\circ} = 380\angle 120^{\circ}$ V.

Las corrientes de delta o carga son las siguientes:

$\vec{I}_{AB} = \vec{V}_{AB}/\dot{Z}_{AB} = (380\angle 120^{\circ})/(10\angle 30^{\circ}) = 38\angle 90^{\circ}$ A.

$\vec{I}_{BC} = \vec{V}_{BC}/\dot{Z}_{BC} = (380\angle 0^{\circ})/(10\angle 30^{\circ}) = 38\angle -30^{\circ}$ A.

$\vec{I}_{CA} = \vec{V}_{CA}/\dot{Z}_{CA} = (380\angle -120^{\circ})/(10\angle 30^{\circ}) = 38\angle -150^{\circ}$ A.

Las corrientes de línea son las siguientes:

$\vec{I}_{A} = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA} = 38\angle 90^{\circ} - 38\angle -150^{\circ} = 65{,}82\angle 60^{\circ}$ A.

$\vec{I}_{B} = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB} = 38\angle -30^{\circ} - 38\angle 90^{\circ} = 65{,}82\angle -60^{\circ}$ A.

$\vec{I}_{C} = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC} = 38\angle -150^{\circ} - 38\angle -30^{\circ} = 65{,}82\angle 180^{\circ}$ A.

<u>Problema 4.6</u> (Montaje Delta – Estrella).
En el circuito siguiente, el voltaje entre fases es de 480 voltios. Calcular las corrientes en la línea y en cada impedancia de la carga. Hallar el voltaje en la carga.

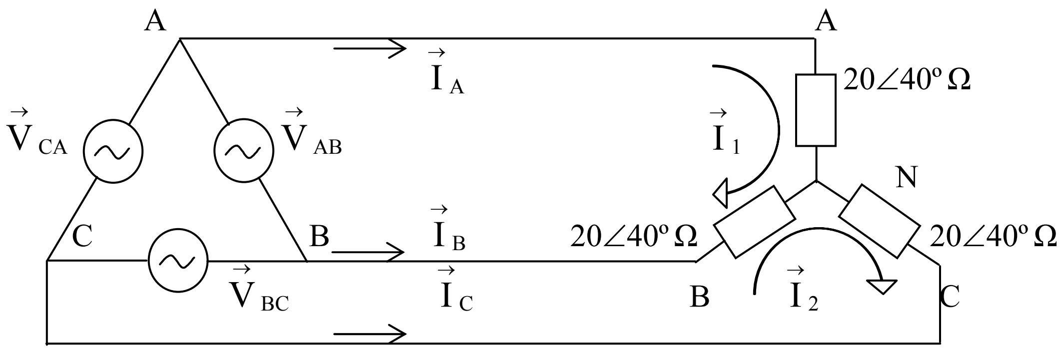


Figura 4.9 Problema 4.6

Solución:

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{BC}$, se obtienen los voltajes de línea-línea:

$\vec{V}_{BC} = \vec{V}_{LL}\angle 0º = 480\angle 0º$ V.

$\vec{V}_{CA} = \vec{V}_{LL}\angle\text{-}120º = 480\angle\text{-}120º$ V.

$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_{LL}\angle 120º = 480\angle 120º$ V.

Aplicando mallas en el recorrido de $\vec{I}_1$ e $\vec{I}_2$, se obtienen las ecuaciones siguientes:

$\vec{V}_{AB} = (\dot{Z}_{AN} + \dot{Z}_{BN})\vec{I}_1 - (\dot{Z}_{BN})\vec{I}_2$

$\vec{V}_{BC} = -(\dot{Z}_{BN})\vec{I}_1 + (\dot{Z}_{BN} + \dot{Z}_{CN})\vec{I}_2$

⇨ $480\angle 120º = (20\angle 40º + 20\angle 40º)\vec{I}_1 - (20\angle 40º)\vec{I}_2$

⇨ $480\angle 0º = -(20\angle 40º)\vec{I}_1 + (20\angle 40º + 20\angle 40º)\vec{I}_2$

Resolviendo se obtienen las corrientes de línea que también son las de las impedancias de la carga:

$\vec{I}_A = \vec{I}_1 = 13{,}86\angle 50º$ A.

$\vec{I}_B = (\vec{I}_2 - \vec{I}_1) = (13{,}86\angle\text{-}10º - 13{,}86\angle 50º) = 13{,}68\angle\text{-}70º$ A.

$\vec{I}_C = -\vec{I}_2 = -(13{,}86\angle\text{-}10º)$ A. $= 13{,}86\angle 170º$ A.

Los voltajes en la carga son:

$\vec{V}_{AN} = \dot{Z}_{AN} * \vec{I}_A = (20\angle 40º)*(13{,}86\angle 50º) = 277{,}2\angle 90º)$ V.

$\vec{V}_{BN} = \dot{Z}_{BN} * \vec{I}_B = (20\angle 40º)*(13{,}86\angle\text{-}70º) = 277{,}2\angle\text{-}30º$ V.

$\vec{V}_{CN} = \dot{Z}_{CN} * \vec{I}_C = (20\angle 40º)*(13{,}86\angle 170º) = 277{,}2\angle 210º)$ V.

Problema 4.7 (Montaje Estrella - Delta).

En el circuito siguiente, el voltaje entre fase y neutro es de 240 voltios. Calcular las corrientes en la línea y en cada impedancia de la carga.

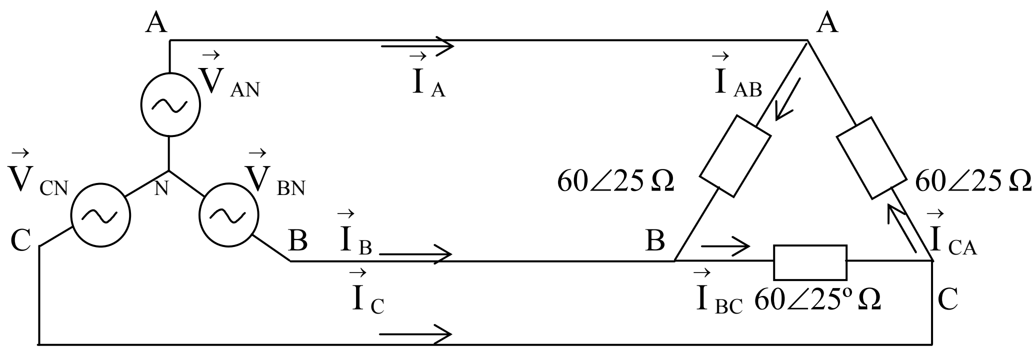


Figura 4.10 Problema 4.7

<u>Solución:</u>

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$, se obtienen los voltajes de línea-neutro y línea-línea:

$\vec{V}_{AN} = \vec{V}_{LN}\angle 0^o = 240\angle 0^o$ V.

$\vec{V}_{BN} = \vec{V}_{LN}\angle -120^o = 240\angle -120^o$ V.

$\vec{V}_{CN} = \vec{V}_{LN}\angle 120^o = 240\angle 120^o$ V.

$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_{LL}\angle 30^o = 415{,}69\angle 30^o$ V.

$\vec{V}_{BC} = \vec{V}_{LL}\angle -90^o = 415{,}69\angle -90^o$ V.

$\vec{V}_{CA} = \vec{V}_{LL}\angle 150^o = 415{,}69\angle 150^o$ V.

Las corrientes de delta o carga son las siguientes:

$\vec{I}_{AB} = \vec{V}_{AB}/\dot{Z}_{AB} = (415{,}69\angle 30^o)/(60\angle 25^o) = 6{,}93\angle 5^o$ A.

$\vec{I}_{BC} = \vec{V}_{BC}/\dot{Z}_{BC} = (415{,}69\angle -90^o)/(60\angle 25^o) = 6{,}93\angle -115^o$ A.

$\vec{I}_{CA} = \vec{V}_{CA}/\dot{Z}_{CA} = (415{,}69\angle 150^o)/(60\angle 25^o) = 6{,}93\angle 125^o$ A.

Las corrientes de línea son las siguientes:

$\vec{I}_A = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA} = 6{,}93\angle 5^o - 6{,}93\angle 125^o = 12\angle -25^o$ A.

$\vec{I}_B = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB} = 6{,}93\angle -115^o - 6{,}93\angle 5^o = 12\angle -145^o$ A.

$\vec{I}_C = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC} = 6{,}93\angle 125^o - 6{,}93\angle -115^o = 12\angle 95^o$ A.

<u>Problema 4.8</u> (Montaje Estrella – Estrella, con el conductor de neutro de las cargas, conectado a la tierra del sistema).

En el circuito siguiente, el voltaje entre fase y neutro es de 120 voltios. Calcular las corrientes en las líneas, en cada impedancia de la carga.

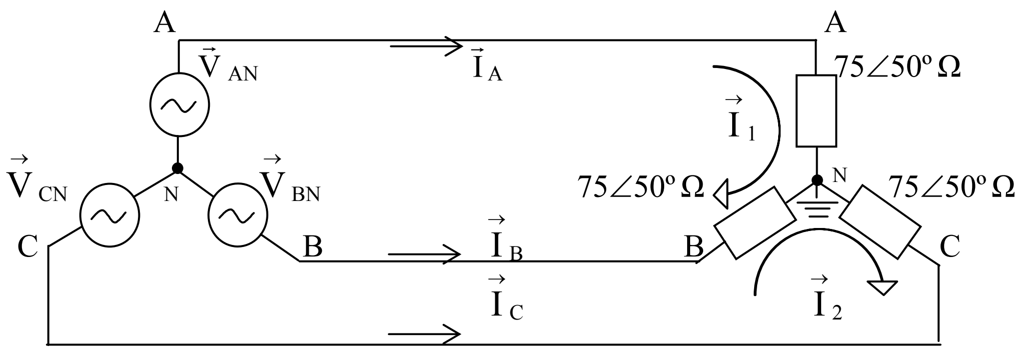


Figura 4.11 Problema 4.8

<u>Solución:</u>

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$, se obtienen los voltajes de línea-neutro y línea-línea:

$\vec{V}_{AN} = 120\angle 0º$ V. $\quad \vec{V}_{AB} = 208\angle 30º$ V.

$\vec{V}_{BN} = 120\angle -120º$ V. $\quad \vec{V}_{BC} = 208\angle -90º$ V.

$\vec{V}_{CN} = 120\angle 120º$ V. $\quad \vec{V}_{CA} = 208\angle 150º$ V.

Aplicando mallas en el recorrido de $\vec{I}_1$ e $\vec{I}_2$, se obtienen las ecuaciones siguientes:

$$\vec{V}_{AB} = (\dot{Z}_{AN} + \dot{Z}_{BN})\vec{I}_1 - (\dot{Z}_{BN})\vec{I}_2$$

$$\vec{V}_{BC} = -(\dot{Z}_{BN})\vec{I}_1 + (\dot{Z}_{BN} + \dot{Z}_{CN})\vec{I}_2$$

$$\Rightarrow 208\angle 30º = (75\angle 50º + 75\angle 50º)\vec{I}_1 - (75\angle 50º)\vec{I}_2$$

$$\Rightarrow 208\angle -90º = -(75\angle 50º)\vec{I}_1 + (75\angle 50º + 75\angle 50º)\vec{I}_2$$

Resolviendo se obtienen las corrientes de línea que también son las de las impedancias de la carga:

$\vec{I}_A = \vec{I}_1 = 1{,}6\angle -50º$ A.

$\vec{I}_B = (\vec{I}_2 - \vec{I}_1) = (1{,}6\angle -110º - 1{,}6\angle -50º) = 1{,}6\angle -170º$ A.

$\vec{I}_C = -\vec{I}_2 = -(1{,}6\angle -110º) = 1{,}6\angle 70º$ A.

La corriente que circula entre el neutro de las cargas y la tierra es: $\vec{I}_N$

$\vec{I}_N = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C = 1{,}6\angle -50º + 1{,}6\angle -170º + 1{,}6\angle 70º = 0$ A.

Los voltajes en la carga son:

$\vec{V}_{AN} = \dot{Z}_{AN} * \vec{I}_A = (75\angle 50º)*(1{,}6\angle -50º) = 120\angle 0º$ V.

$\vec{V}_{BN} = \dot{Z}_{BN} * \vec{I}_B = (75\angle 50º)*(1{,}6\angle -170º) = (120\angle -120º)$ V.

$\vec{V}_{CN} = \dot{Z}_{CN} * \vec{I}_C = (75\angle 50º)*(1{,}6\angle 70º) = (120\angle 120º)$ V.

Como puede observarse el voltaje en las cargas es el mismo que el voltaje fase-neutro de las fuentes. Los montajes Estrella–Delta y Estrella-Estrella, con tensión entre fases de 208 voltios es el de más uso la industria eléctrica nacional.

Problema 4.9 (Montaje Estrella – Estrella, con el neutro de las cargas conectado al neutro de la fuente).
En el circuito siguiente, el voltaje entre fase y neutro es de 120 voltios. Calcular las corrientes en la línea, en cada impedancia de la carga y la corriente de neutro..

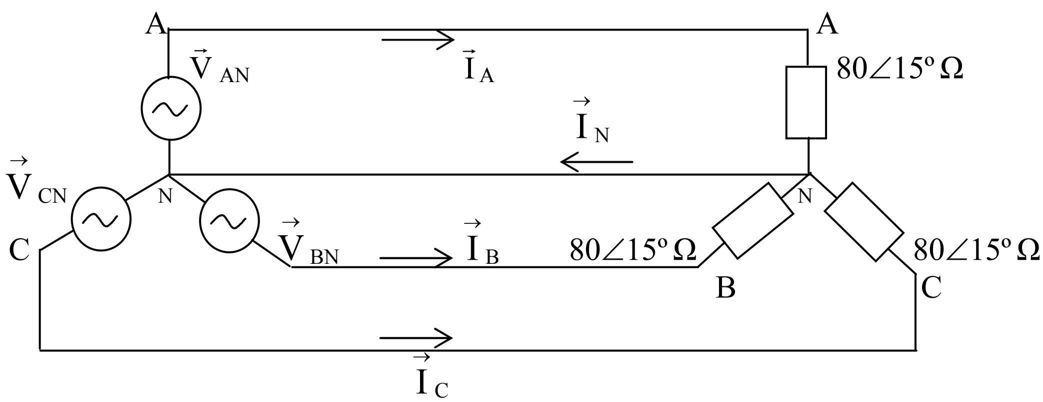


Figura 4.12 Problema 4.9

Solución:

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$, se obtienen los voltajes de línea-neutro y línea-línea:

$\vec{V}_{AN} = 120\angle 0^o$ V. $\vec{V}_{AB} = 208\angle 30^o$ V.

$\vec{V}_{BN} = 120\angle -120^o$ V. $\vec{V}_{BC} = 208\angle -90^o$ V.

$\vec{V}_{CN} = 120\angle 120^o$ V. $\vec{V}_{CA} = 208\angle 150^o$ V.

Las corrientes de carga son:

$\vec{I}_A = \vec{V}_{AN}/\dot{Z}_{AN} = (120\angle 0^o)/(80\angle 15^o) = 1{,}5\angle -15^o$ A.

$\vec{I}_B = \vec{V}_{BN}/\dot{Z}_{BN} = (120\angle -120^o)/(80\angle 15^o) = 1{,}5\angle -135^o$ A.

$\vec{I}_C = \vec{V}_{CN}/\dot{Z}_{CN} = (120\angle 120^o)/(80\angle 15^o) = 1{,}5\angle 105^o$ A.

$\vec{I}_N = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C = 1{,}5\angle -15^o + 1{,}5\angle -135^o + 1{,}5\angle 105^o = 0$ A.

Como puede observarse el voltaje en las cargas es el mismo que el de fase-neutro de las fuentes. El sistema como está balanceado la corriente de neutro es igual a cero, al igual que el problema anterior.

4.5.- POTENCIA EN SISTEMAS TRIFASICOS BALANCEADOS.

En los sistemas trifásicos, al igual que en los circuitos monofásicos, se disipa potencia activa, reactiva y potencia compleja. En sistemas balanceados, la potencia se disipa en cada impedancia de la carga, por lo tanto, la potencia trifásica es la suma de la potencia disipada en cada fase, es decir, en la fase "A", en la fase "B" y en la fase "C".

El factor de potencia, se define como el coseno del ángulo que forma la potencia compleja con la potencia activa, se abrevia como Fp. La corrección del factor se hace de forma similar a los circuitos monofásicos.

La potencia activa se mide con un vatímetro, instrumento para medir potencia activa, el cual consta de una bobina amperimétrica (mide la corriente) y otra voltimétrica (mide el voltaje), la lectura del vatímetro es el resultado de multiplicar la corriente por el voltaje y por el coseno del ángulo que hay entre la corriente y el voltaje, es decir:

$$W = P = |V| * |I| \cos \angle_{\vec{I}}^{\vec{V}} \quad (4.1)$$

Donde:

P = Potencia Activa.
V = Voltaje
I = Corriente

<u>Problema 4.10</u> (Medición de Potencia Trifásica, con un vatímetro)
En el circuito siguiente, calcular la potencia trifásica total.

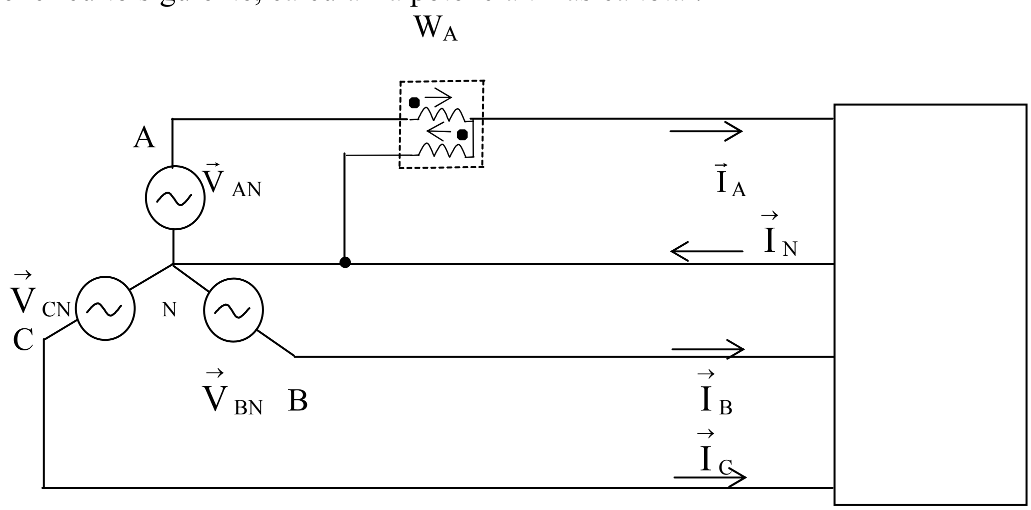


Figura 4.13 Problema 4.10

<u>Solución:</u>

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$ y asumiendo que la carga es resistiva-inductiva, se obtienen los voltajes de línea-neutro y el diagrama fasorial siguiente:

$\vec{V}_{AN} = 120\angle 0^{o}$ V.

$\vec{V}_{BN} = 120\angle -120^{o}$ V.

$\vec{V}_{CN} = 120\angle 120^{o}$ V.

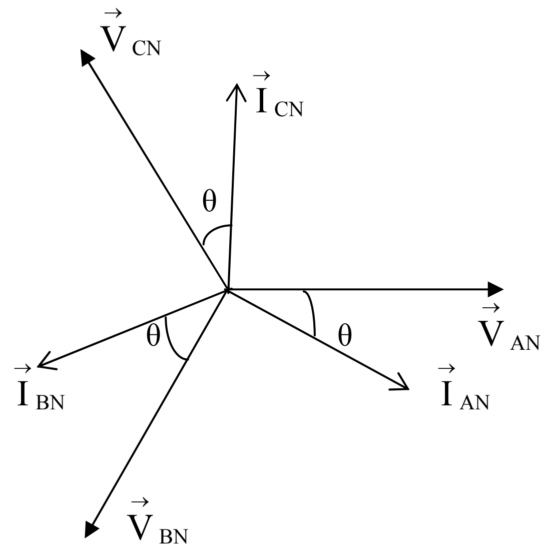


Figura 4.14 Problema 4.10

La potencia del vatímetro, se calcula como:

$W_A = |V_{AN}| * |I_{AN}| \cos\angle_{\vec{I}_{AN}}^{\vec{V}_{AN}} \Rightarrow W_A = V_{LN}I_{LN}\cos\theta$

Como: $V_{LL} = \sqrt{3}\, V_{LN}$; $I_{LN} = I_L \Rightarrow W_A = (V_{LL}/\sqrt{3})\, I_{LN}\cos\theta$; como el sistema es balanceado la potencia trifásica activa es: $P_{3\varnothing} = 3W_A \Rightarrow P_{3\varnothing} = 3(V_{LL}/\sqrt{3})I_L\cos\theta = \sqrt{3}\, V_{LL}I_L\cos\theta$ W.

De la ecuación:

$P = \dot{S}\cos\theta \Rightarrow P_{3\varnothing} = \dot{S}_{3\varnothing}\cos\theta \Rightarrow \dot{S}_{3\varnothing} = P_{3\varnothing}/\cos\theta = \sqrt{3}\, V_{LL}I_L\cos\theta/\cos\theta = \sqrt{3}\, V_{LL}I_L$ VA.

De la ecuación:

$Q = \dot{S}\,\mathrm{sen}\theta \Rightarrow Q_{3\varnothing} = \dot{S}_{3\varnothing}\mathrm{sen}\theta \Rightarrow Q_{3\varnothing} = \sqrt{3}\, V_{LL}I_L\mathrm{sen}\theta$ VAR.

Problema 4.11 (Medición de Potencia, método de los dos vatímetros)

En el circuito siguiente, calcular la potencia trifásica total.

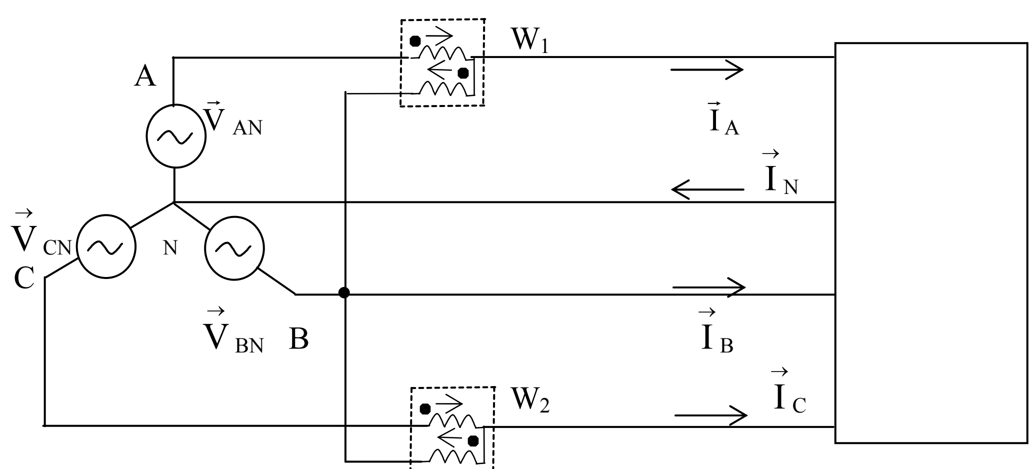


Figura 4.15 Problema 4.11

Solución:

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$ y asumiendo que la carga es resistiva-inductiva, se obtienen los voltajes de línea-neutro, los voltajes de línea-línea y el diagrama fasorial siguiente:

$\vec{V}_{AN} = 120\angle 0^{\circ}$ V. $\quad \vec{V}_{AB} = 208\angle 30^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{BN} = 120\angle\text{-}120^{\circ}$ V. $\quad \vec{V}_{BC} = 208\angle\text{-}90^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{CN} = 120\angle 120^{\circ}$ V. $\quad \vec{V}_{CA} = 208\angle 150^{\circ}$ V.

Las potencias de los vatímetros, se calculan como:

$W_1 = |V_{AB}| * |I_A| \cos\angle_{\vec{I}_A}^{\vec{V}_{AB}} \Rightarrow W_1 = V_{LL}I_L\cos(30 + \theta)$

$W_2 = |V_{CB}| * |I_C| \cos\angle_{\vec{I}_C}^{\vec{V}_{CB}} \Rightarrow W_2 = V_{LL}I_L\cos\alpha = V_{LL}I_L\cos(30^{\circ} - \theta)$

Aplicando las identidades trigonométricas:

$\text{Cos}(A + B) = \cos A\cos B - \text{sen}A\,\text{sen}B$ y $\text{Cos}(A - B) = \cos A\cos B + \text{sen}A\,\text{sen}B$

$W_1 = V_{LL}I_L\cos(30 + \theta) = V_{LL}I_L\cos 30\cos\theta - V_{LL}I_L\,\text{sen}30\,\text{sen}\theta$

$W_2 = V_{LL}I_L\cos(30 - \theta) = V_{LL}I_L\cos 30\cos\theta + V_{LL}I_L\,\text{sen}30\,\text{sen}\theta$

Sumando: $W_1 + W_2 = 2V_{LL}I_L\cos 30\cos\theta = 2\frac{\sqrt{3}}{2}V_{LL}I_L\cos\theta = \sqrt{3}\,V_{LL}I_L\cos\theta$

$\Rightarrow P_{3\varnothing} = \sqrt{3}\,V_{LL}I_L\cos\theta$ W.

(La suma de los vatímetros $W_1 + W_2$ es la potencia activa trifásica)

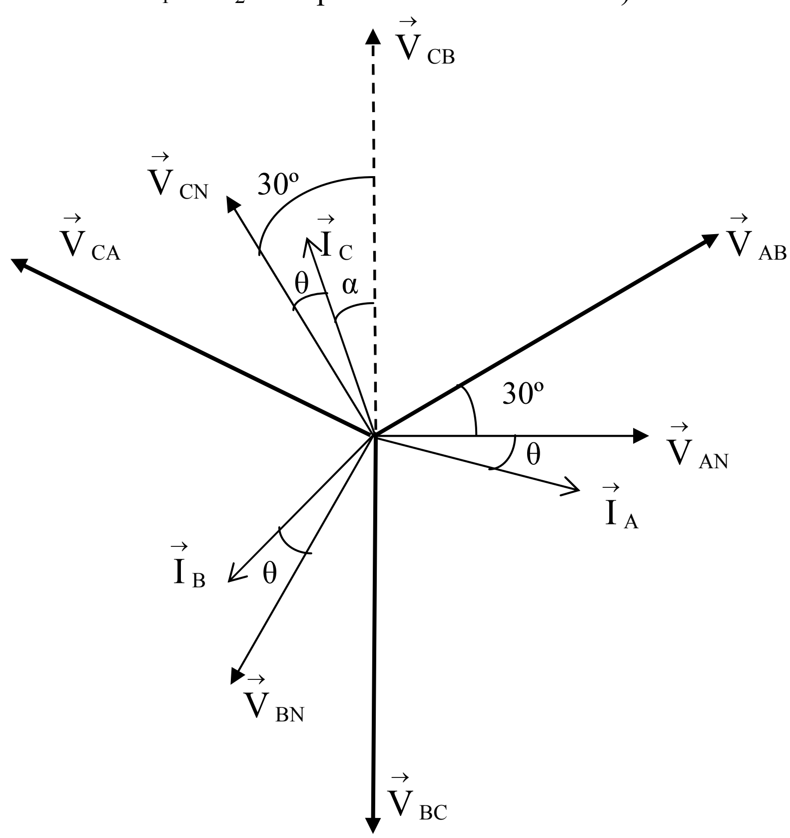


Figura 4.16 Problema 4.11

Restando: $W_2 - W_1 = 2V_{LL}I_L\text{sen}30\text{sen}\theta = 2\frac{1}{2}V_{LL}I_L\text{sen}\theta = V_{LL}I_L\text{sen}\theta$

Al multiplicar por $\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}(W_2 - W_1) = \sqrt{3}V_{LL}I_L\text{sen}\theta = Q_{3\varnothing}$

(La resta de $W_2 - W_1$ y multiplicado por $\sqrt{3}$, es la potencia reactiva trifásica)

Al efectuar la división de: $\frac{\sqrt{3}(W_2 - W_1)}{W_2 + W_1} = \frac{Q_{3\varnothing}}{P_{3\varnothing}} = \text{tag}\theta \Rightarrow \theta = tag^{-1}\left[\frac{\sqrt{3}(W_2 - W_1)}{W_2 + W_1}\right]$

Por otra parte:

$\dot{S}_{3\varnothing} = P_{3\varnothing} + jQ_{3\varnothing} = (W_1 + W_2) + j[\sqrt{3}(W_2 - W_1)]$ VA

<u>Problema 4.12</u> (Medición de Potencia Reactiva, con un vatímetro)

En el circuito siguiente, calcular la potencia que mide el vatímetro.

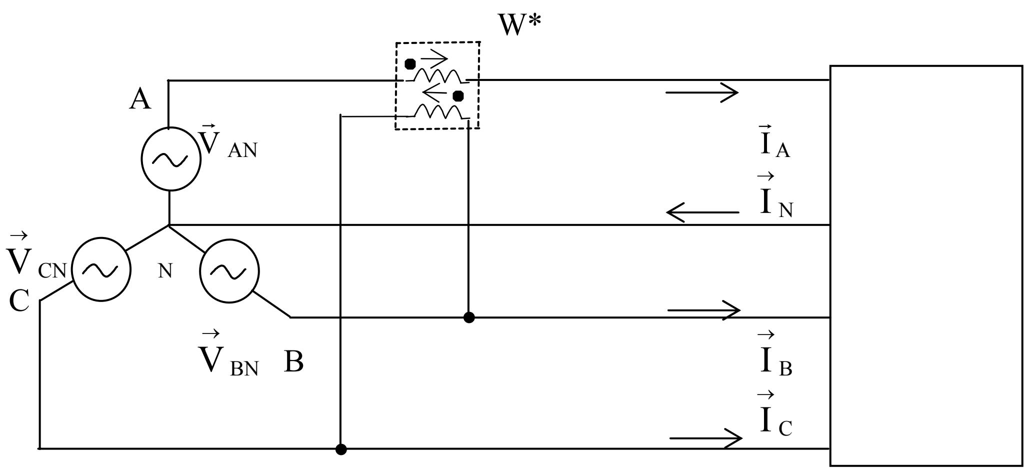


Figura 4.17 Problema 4.12

<u>Solución:</u>

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$ y asumiendo que la carga es resistiva-inductiva, se obtienen los voltajes de línea-neutro, los voltajes de línea-línea y el diagrama fasorial siguiente:

$\vec{V}_{AN} = 120\angle 0^\circ$ V. $\vec{V}_{AB} = 208\angle 30^\circ$ V.

$\vec{V}_{BN} = 120\angle -120^\circ$ V. $\vec{V}_{BC} = 208\angle -90^\circ$ V.

$\vec{V}_{CN} = 120\angle 120^\circ$ V. $\vec{V}_{CA} = 208\angle 150^\circ$ V.

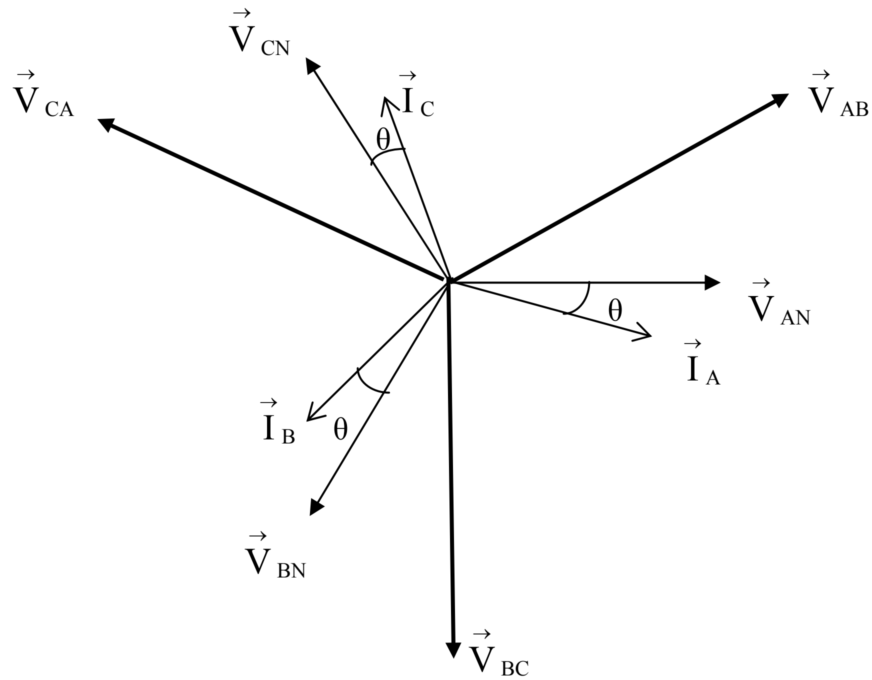


Figura 4.18 Problema 4.12. Diagrama vectorial.

La potencia del vatímetro, se calcula como:

$W^* = |V_{BC}| * |I_{AN}| \cos \angle_{\vec{I}_A}^{\vec{V}_{BC}} \Rightarrow W^* = V_{LL}I_L\cos(90º - \theta)$

Aplicando la identidad trigonométrica:

$\text{Cos}(A - B) = \cos A\cos B + \text{sen}A\text{sen}B$

$W^* = V_{LL}I_L\cos(90º - \theta) = V_{LL}I_L\cos 90º\cos\theta + V_{LL}I_L\text{sen}90º\text{sen}\theta = V_{LL}I_L\text{sen}\theta$

Al multiplicar por $\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}\,W^* = \sqrt{3}\,V_{LL}I_L\text{sen}\theta = Q_{3\varnothing}$

(Al conectar la bobina amperimétrica en una fase y la bobina voltimétrica en las fases restantes, el vatímetro en cuestión, mide potencia reactiva. Al multiplicar la lectura por $\sqrt{3}$, se obtiene la potencia reactiva trifásica $Q_{3\varnothing}$ del sistema)

<u>Problema 4.13</u>

En el sistema trifásico siguiente, el vatímetro W_1 mide 18.000 W, el vatímetro W_2 indica 4.000 W y la aguja deflecta en sentido contrario. Hallar la potencia activa, reactiva, compleja, el factor de potencia y las corrientes de línea. Determinar las impedancias de la carga equilibrada en estrella. Sistema trifásico 208/120 V.

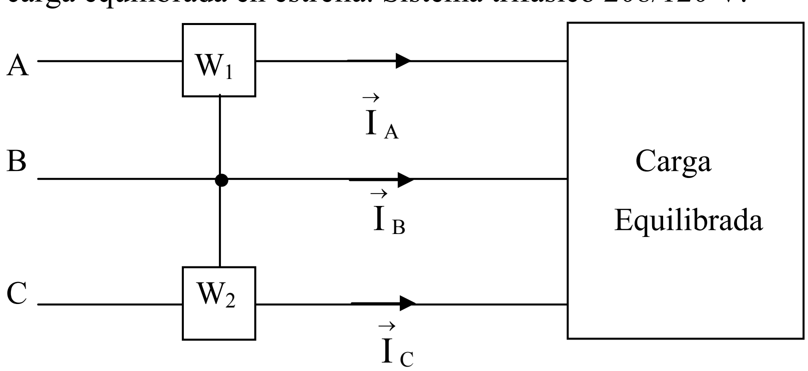


Figura 4.19 Problema 4.13

Solución:

Cálculo de la Potencia Trifásica.

Potencia Activa: $P_{3\emptyset} = (W_1 + W_2) = (18.000 - 4.000) = 14.000$ W.

Potencia Reactiva: $Q_{3\emptyset} = \sqrt{3}\,(W_2 - W_1) = \sqrt{3}\,(-4.000 - 18.000) = -38.105{,}12$ VAR.

Potencia Compleja: $\dot{S}_{3\emptyset} = P_{3\emptyset} - jQ_{3\emptyset} = 14.000 - j38.105{,}12 = 40.595{,}57\angle{-69{,}83^o}$ VA.

Potencia Aparente: $|\dot{S}_{3\emptyset}| = S_{3\emptyset} = 40.595{,}57$ VA.

El factor de potencia es el coseno del ángulo entre $P_{3\emptyset}$ y $\dot{S}_{3\emptyset}$, por lo tanto:

$Cos(-69{,}83^o) = 0{,}34$

Cálculo de las corrientes de línea. Como:

$S_{3\emptyset} = \sqrt{3}\,V_{LL}I_L \Rightarrow I_L = S_{3\emptyset}/\sqrt{3}\,V_{LL} = (40.595{,}57)/(\sqrt{3}\,208) = 112{,}68$ A.

Una vez conocido el módulo de la corriente de línea, hay que determinar el ángulo, tomando en cuenta los siguientes aspectos:

Primero: El ángulo entre la potencia compleja y la potencia activa es el mismo que forma la corriente de la fase con el voltaje de la misma fase, en el presente caso es de 69,83º

Segundo: En un capacitor la corriente adelanta al voltaje.

Tercero: Para saber si está en adelanto o en atraso, se debe tomar en cuenta si la potencia reactiva es inductiva (positiva) o capacitiva (negativa), en el caso en cuestión es capacitiva, que significa que el elemento es un capacitor, por lo tanto, la corriente de fase adelanta al voltaje de la misma fase.

Cuarto: Por ser un sistema trifásico balanceado, de secuencia positiva ABC, las corrientes están desplazadas en 120º.

De acuerdo con lo anterior, las corrientes de línea son:

$\vec{I}_A = 112{,}68\angle 69{,}83^o$ A.; $\vec{I}_B = 112{,}68\angle{-50{,}17^o}$ A.; $\vec{I}_C = 112{,}68\angle 189{,}83^o$ A.

Cálculo de las impedancias en estrella:

$$\dot{Z}_A = \vec{V}_{AN}/\vec{I}_A = (120\angle 0^o)/(112{,}68\angle 69{,}83^o) = 1{,}07\angle{-69{,}83^o} = 0{,}37 - j1\ \Omega.$$

$$\dot{Z}_B = \vec{V}_{BN}/\vec{I}_B = (120\angle{-120^o})/(112{,}68\angle{-50{,}17^o}) = 1{,}07\angle{-69{,}83^o} = 0{,}37 - j1\ \Omega.$$

$$\dot{Z}_C = \vec{V}_{CN}/\vec{I}_C = (120\angle 120^o)/(112{,}68\angle 189{,}83^o) = 1{,}07\angle{-69{,}83^o} = 0{,}37 - j1\ \Omega$$

4.6.- SISTEMAS TRIFASICOS DESBALANCEADOS.

Fuentes Desbalanceadas. Para que un sistema trifásico sea de fuentes desbalanceadas, una de las tres fuentes que lo integran tiene que ser diferentes en el módulo o en el ángulo. Este tipo de montaje no es común en los sistemas trifásicos, ya que las tres fuentes siempre son iguales.

Cargas Desbalanceadas. Para que un sistema trifásico esté desbalanceado, al menos una de las tres impedancias de la carga tiene que ser diferente en el módulo o en el ángulo. Este tipo de montaje no es el deseable en los sistemas eléctricos.

Al igual que en sistemas trifásicos balanceados, también se pueden dar las siguientes posibilidades en la forma de configuración tanto de la fuente como de la carga:

Montaje Delta (en la fuente) – Delta (en la carga) ($\triangle \rightarrow \triangle$).

Montaje Delta (en la fuente) – Estrella (en la carga) ($\triangle \rightarrow Y$).

Montaje Estrella (en la fuente) – Delta (en la carga) (Y→ △).
Montaje Estrella (en la fuente) – Estrella (en la carga) (Y→Y).
La solución de los circuitos, se hace igual que en los sistemas trifásicos balanceados, pero en los montajes con estrella en la carga y sin el neutro conectado al neutro de las fuentes, además de la solución aplicando mallas (Ver Problema 4.8), se puede transformar la estrella a delta y se resuelve como un montaje delta en la carga (Ver Problemas 4.5 y 4.7). También se puede solucionar por el método de desplazamiento del neutro, que se demuestra en el problema siguiente:

Problema 4.14
En el sistema trifásico desbalanceado, con las cargas conectadas en estrella y sin neutro conectado al neutro de las fuentes. Demostrar el método de desplazamiento del neutro.

Solución
Sea el siguiente montaje de cargas desbalanceadas conectadas en estrella y secuencia positiva ABC.

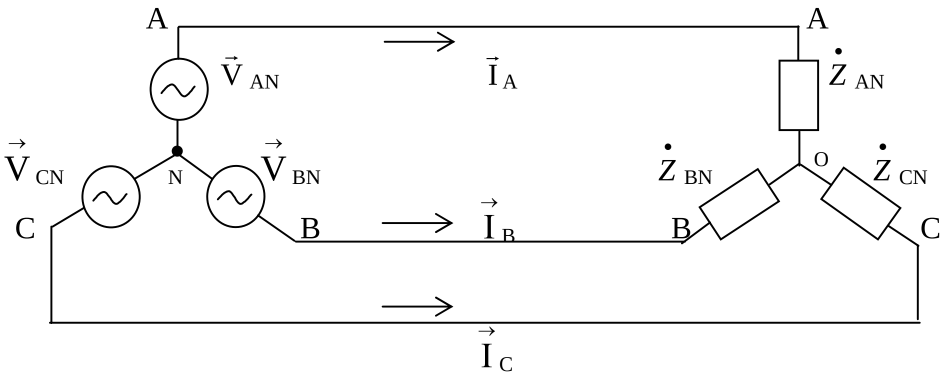


Figura 4.20 Problema 4.14

Los voltajes de línea-neutro se obtienen de acuerdo con las ecuaciones:

$$\vec{V}_{AN} = \vec{V}_{AO} + \vec{V}_{ON} \Rightarrow \vec{V}_{AO} = \vec{V}_{AN} - \vec{V}_{ON}$$
$$\vec{V}_{BN} = \vec{V}_{BO} + \vec{V}_{ON} \Rightarrow \vec{V}_{BO} = \vec{V}_{BN} - \vec{V}_{ON}$$
$$\vec{V}_{CN} = \vec{V}_{CO} + \vec{V}_{ON} \Rightarrow \vec{V}_{CO} = \vec{V}_{CN} - \vec{V}_{ON}$$

Las corrientes de línea se obtienen de acuerdo con las ecuaciones:

$$\vec{I}_A = \vec{V}_{AO}/\dot{Z}_{AO} = \vec{V}_{AO}*\dot{Y}_{AO} = (\vec{V}_{AN} - \vec{V}_{ON})*\dot{Y}_{AO} = \vec{V}_{AN}*\dot{Y}_{AO} - \vec{V}_{ON}*\dot{Y}_{AO}$$
$$\vec{I}_B = \vec{V}_{BO}/\dot{Z}_{BO} = \vec{V}_{BO}*\dot{Y}_{BO} = (\vec{V}_{BN} - \vec{V}_{ON})*\dot{Y}_{BO} = \vec{V}_{BN}*\dot{Y}_{BO} - \vec{V}_{ON}*\dot{Y}_{BO}$$
$$\vec{I}_C = \vec{V}_{CO}/\dot{Z}_{CO} = \vec{V}_{CO}*\dot{Y}_{CO} = (\vec{V}_{CN} - \vec{V}_{ON})*\dot{Y}_{CO} = \vec{V}_{CN}*\dot{Y}_{CO} - \vec{V}_{ON}*\dot{Y}_{CO.}$$

Como las corrientes de líneas, no tienen conductor de retorno, la suma es cero, por lo tanto:

$$\vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C = 0 \Rightarrow$$
$$\vec{V}_{AN}*\dot{Y}_{AO} - \vec{V}_{ON}*\dot{Y}_{AO} + \vec{V}_{BN}*\dot{Y}_{BO} - \vec{V}_{ON}*\dot{Y}_{BO} + \vec{V}_{CN}*\dot{Y}_{CO} - \vec{V}_{ON}*\dot{Y}_{CO.} = 0$$

$$\vec{V}_{AN}*\dot{Y}_{AO} + \vec{V}_{BN}*\dot{Y}_{BO} + \vec{V}_{CN}*\dot{Y}_{CO} - \vec{V}_{ON}(\dot{Y}_{AO} + \dot{Y}_{BO} + \dot{Y}_{CO}) = 0 \Rightarrow$$

$$\vec{V}_{ON} = (\vec{V}_{AN}*\dot{Y}_{AO} + \vec{V}_{BN}*\dot{Y}_{BO} + \vec{V}_{CN}*\dot{Y}_{CO})/(\dot{Y}_{AO} + \dot{Y}_{BO} + \dot{Y}_{CO})$$

Con el valor de $\vec{V}_{ON}$, se calculan los voltajes de la carga: $\vec{V}_{AO}$, $\vec{V}_{BO}$ y $\vec{V}_{CO}$; las corrientes de línea se calculan con los valores de voltaje en la carga.

Problema 4.15

Una carga en estrella, con $\dot{Z}_A = (6 + 0j)\Omega$; $\dot{Z}_B = (4 + 6j)\Omega$ y $\dot{Z}_C = (4 - 2j)\ \Omega$; se conecta a un trifásico de 200 voltios entre línea y neutro. Secuencia ABC. Determinar las corrientes en las líneas Sin neutro y con el neutro conectado.

Solución:

a.) Sin el neutro.

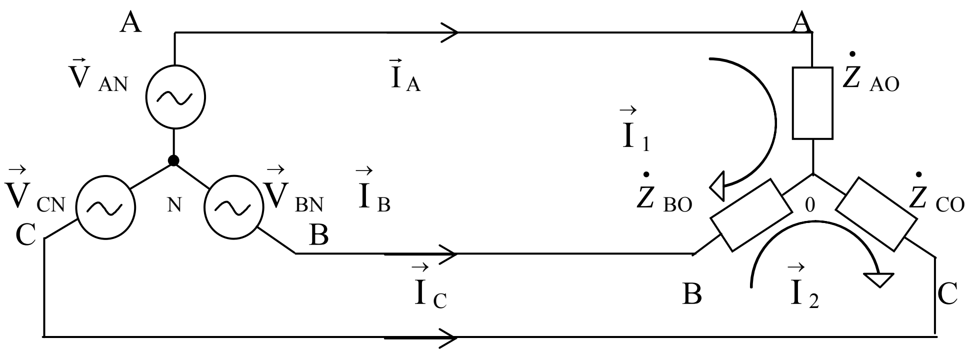


Figura 4.21 Problema 4.15. Sin neutro.

Las impedancias son: $\dot{Z}_{AO} = 6\angle 0^{\circ}\,\Omega\ \dot{Z}_{BO} = 7{,}21\angle 56{,}31$ $\dot{Z}_{CO} = 4{,}47\angle{-26{,}57}$

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$, se obtienen los voltajes de línea-neutro y línea-línea:

$\vec{V}_{AN} = 200\angle 0^{\circ}$ V. $\quad \vec{V}_{AB} = 346{,}41\angle 30^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{BN} = 200\angle{-120^{\circ}}$ V. $\quad \vec{V}_{BC} = 346{,}41\angle{-90^{\circ}}$ V.

$\vec{V}_{CN} = 200\angle 120^{\circ}$ V. $\quad \vec{V}_{CA} = 346{,}41\angle 150^{\circ}$ V.

1.- Aplicando mallas se tiene:

$$\vec{V}_{AB} = (\dot{Z}_{AO} + \dot{Z}_{BO})\,\vec{I}_1 - \dot{Z}_{BO}\vec{I}_2$$

$$\vec{V}_{BC} = -\dot{Z}_{BO}\vec{I}_1 + (\dot{Z}_{BO} + \dot{Z}_{CO})\,\vec{I}_2$$

$$346{,}41\angle 30^{\circ} = (6\angle 0^{\circ} + 7{,}21\angle 56{,}31)\,\vec{I}_1 - (7{,}21\angle 56{,}31)\,\vec{I}_2$$

$$346{,}41\angle{-90^{\circ}} = -(7{,}21\angle 56{,}31)\,\vec{I}_1 + (7{,}21\angle 56{,}31^{\circ} + 4{,}47\angle{-26{,}57})\,\vec{I}_2$$

Resolviendo:

$\vec{I}_A = \vec{I}_1 = 46{,}25\angle{-10{,}17^{\circ}}$ A.

$\vec{I}_B = (\vec{I}_2 - \vec{I}_1) = (28{,}43\angle{-51{,}20^{\circ}} - 46{,}25\angle{-10{,}17^{\circ}}) = 31{,}04\angle{-153{,}21^{\circ}}$ A.

$\vec{I}_C = -\vec{I}_2 = -28{,}43\angle{-51{,}20^{\circ}} = 28{,}43\angle 128{,}8^{\circ}$ A.

2.- Transformando a Delta.

$\dot{Z}_{AB} = [\dot{Z}_{AO}*\dot{Z}_{CO} + \dot{Z}_{CO}*\dot{Z}_{BO} + \dot{Z}_{BO}*\dot{Z}_{AO}]/\dot{Z}_{CO}$

$\dot{Z}_{AB} = [6\angle 0*4,47\angle -26,57 + 4,47\angle -26,57*7,21\angle 56,31 + 7,21\angle 56,31*6\angle 0]/(4,47\angle -26,57)$

$\dot{Z}_{AB} = (85,85\angle 27,76º)/(4,47\angle -26,57º) = 19,21\angle 54,33º\ \Omega$

$\dot{Z}_{BC} = [\dot{Z}_{AO}*\dot{Z}_{CO} + \dot{Z}_{CO}*\dot{Z}_{BO} + \dot{Z}_{BO}*\dot{Z}_{AO}]/\dot{Z}_{AO}$

$\dot{Z}_{BC} = [6\angle 0*4,47\angle -26,57 + 4,47\angle -26,57*7,21\angle 56,31 + 7,21\angle 56,31*6\angle 0]/(6\angle 0)$

$\dot{Z}_{BC} = (85,85\angle 27,76º)/(6\angle 0º) = 14,31\angle 27,76º\ \Omega$

$\dot{Z}_{CA} = [\dot{Z}_{AO}*\dot{Z}_{CO} + \dot{Z}_{CO}*\dot{Z}_{BO} + \dot{Z}_{BO}*\dot{Z}_{AO}]/\dot{Z}_{BO}$

$\dot{Z}_{CA} = [6\angle 0*4,47\angle -26,57 + 4,47\angle -26,57*7,21\angle 56,31 + 7,21\angle 56,31*6\angle 0]/(7,21\angle 56,31)$

$\dot{Z}_{CA} = (85,85\angle 27,76º)/(7,21\angle 56,31º) = 11,91\angle -28,55º\ \Omega$

Las corrientes de delta son las siguientes:

$\vec{I}_{AB} = \vec{V}_{AB}/\dot{Z}_{AB} = (346,41\angle 30º)/(19,21\angle 54,33º) = 18,03\angle -24,33º$ A.

$\vec{I}_{BC} = \vec{V}_{BC}/\dot{Z}_{BC} = (346,41\angle -90º)/(14,31\angle 27,76º) = 24,21\angle -117,76º$ A.

$\vec{I}_{CA} = \vec{V}_{CA}/\dot{Z}_{CA} = (346,41\angle 150º)/(11,91\angle -28,55º) = 29,09\angle 178,55º$ A.

Las corrientes de línea son las siguientes:

$\vec{I}_{A} = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA} = 18,03\angle -24,33º - 29,09\angle 178,55º = 46,24\angle -10,17º$ A.

$\vec{I}_{B} = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB} = 24,21\angle -117,76º - 18,03\angle -24,33º = 31,05\angle -153,19º$ A.

$\vec{I}_{C} = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC} = 29,09\angle 178,55º - 24,21\angle -117,76º = 28,43\angle 128,78º$ A.

3.- Usando el Método de Desplazamiento de Neutro.

$\dot{Y}_{AO} = 1/\dot{Z}_{AO} = 1/(6\angle 0) = 0,1667\angle 0º$

$\dot{Y}_{BO} = 1/\dot{Z}_{BO} = 1/(7,21\angle 56,31º) = 0,1387\angle -56,31º$

$\dot{Y}_{CO} = 1/\dot{Z}_{CO} = 1/(4,47\angle -26,57º) = 0,2237\angle 26,57º$

$\vec{V}_{ON} = (\vec{V}_{AN}*\dot{Y}_{AO} + \vec{V}_{BN}*\dot{Y}_{BO} + \vec{V}_{CN}*\dot{Y}_{CO})/(\dot{Y}_{AO} + \dot{Y}_{BO} + \dot{Y}_{CO})$

$$\vec{V}_{ON} = (200\angle 0*0,1667\angle 0º + 200\angle -120*0,1387\angle -56,31º + 200\angle 120*0,2237\angle 26,57º)/(0,1667\angle 0º + 0,1387\angle -56,31º + 0,2237\angle 26,57º)$$

$\vec{V}_{ON} = (39,0688\angle 144,18º)/(0,4440\angle -1,98) = 88\angle 146,16$ V.

$\vec{V}_{AO} = \vec{V}_{AN} - \vec{V}_{ON} = 200\angle 0 - 88\angle 146,16 = 277,45\angle -10,17º$ V.

$\vec{V}_{BO} = \vec{V}_{BN} - \vec{V}_{ON} = 200\angle -120 - 88\angle 146,16 = 223,83\angle -96,90º$ V.

$\vec{V}_{CO} = \vec{V}_{CN} - \vec{V}_{ON} = 200\angle 120 - 88\angle 146,16 = 127,08\angle 102,22º$ V

$\vec{I}_{A} = \vec{V}_{AO}/\dot{Z}_{AO} = (277,45\angle -10,17º)/(6\angle 0º) = 46,24\angle -10,17º$ A.

$\vec{I}_B = \vec{V}_{BO}/\dot{Z}_{BO}$ = (223,83∠-96,90º)/(7,21∠56,31º) = 31,04∠-153,21º A.

$\vec{I}_C = \vec{V}_{CO}/\dot{Z}_{CO}$ = (127,08∠102,22º)/(4,47∠-26,57) = 28,43∠128,79º A.

La corriente del neutro es:

$\vec{I}_N = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C$ = 46,24∠-10,17º + 31,04∠-153,21º + 28,43∠128,79º ⇨

$\vec{I}_N$ = 0 A.

a.) Con el neutro.

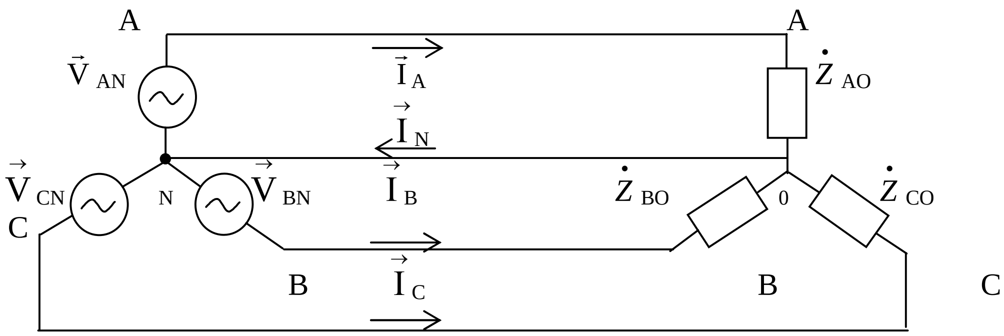


Figura 4.22 Problema 4.15. Con neutro

$\vec{I}_A = \vec{V}_{AN}/\dot{Z}_{AO}$ = (200∠0º)/(6∠0º) = 33,33∠0º A.

$\vec{I}_B = \vec{V}_{BN}/\dot{Z}_{BO}$ = (200∠-120º)/(7,21∠56,31º) = 27,74∠-176,31º A.

$\vec{I}_C = \vec{V}_{CN}/\dot{Z}_{CO}$ = (200∠120º)/(4,47∠-26,57º) = 44,74∠146,57º A.

$\vec{I}_N = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C$ = 33,33∠0º + 27,74∠-176,31º + 44,74∠146,57º ⇨

$\vec{I}_N$ = 39,08∠144,19º A.

4.7.- CORRECCION DEL FACTOR DE POTENCIA EN SISTEMAS TRIFASICOS

La corrección del factor de potencia en sistemas trifásicos, se hace en forma análoga, como se realizó en los circuitos monofásicos, pero tomando en cuenta que la potencia compleja es trifásica y por lo tanto la corrección se realiza instalando en paralelo con la carga “bancos” de condensadores trifásicos, los cuales se recomienda su instalación en montaje delta ya que suministran mayor potencia que el montaje en estrella. Por otra parte la compensación se puede realizar en sistemas balanceados o desbalanceados.

Problema 4.16

Una carga trifásica balanceada se conecta en estrella a un sistema trifásico de 480/277 V, con las características siguientes: Potencia activa 1.200 W, potencia reactiva 8.300 VAR. Determinar:

a.) El banco de condensadores, necesarios para que el factor de potencia sea de 0,93 inductivo.
b.) Las corrientes de línea antes y después de instalar el banco de condensadores.

Referencia: Voltaje $\vec{V}_{AN.}$

Solución.

a.) Cálculo del banco de condensadores.

La potencia trifásica total es:

$\dot{S}_{3\varnothing} = P_{3\varnothing} + jQ_{3\varnothing} = 1.200 + j8300 = 8.386{,}3\angle 81{,}77^o$ VA.

Cálculo del capacitor.

La potencia activa se mantiene constante y del gráfico siguiente se obtiene:

$\dot{S}_{3\varnothing i} = 8.386{,}3\angle 81{,}77 = (1.200 + j8.300)$ VA.

$Q_{3\varnothing f} = P_{3\varnothing}tag21{,}57^o = 1.200tag21{,}57^o = 474{,}27$ VAR

⇨ $\triangle Q_{3\varnothing} = Q_{3\varnothing\, i} - Q_{3\varnothing\, f} = 8.300 - 474{,}27 = 7.825{,}73$ VAR.

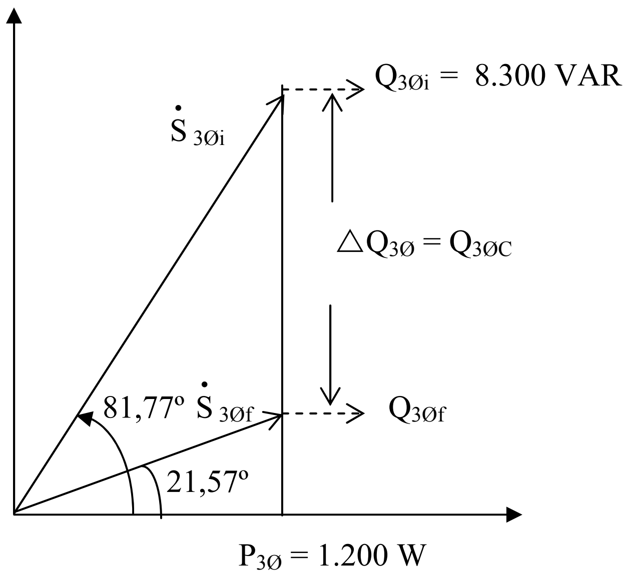


Figura 4.23 Problema 4.16. Diagrama de Potencias.

La capacidad por fase del condensador es:

$Q_C = \triangle Q_{3\varnothing}/3 = V_C^2/X_C$ ⇨ $X_C = 3V_C^2/\triangle Q_{3\varnothing}$

⇨ $X_C = 3(480V)^2/(7.825{,}73) = 88{,}32\ \Omega$; $X_C = 1/2\pi fC$

⇨ $C = 1/2\pi f\, X_C = 1/2\pi{*}60{*}88{,}32 = 30{,}05\ \mu F$.

Se debe instalar un banco de condensadores trifásico de 30,05 μF, por fase y con una potencia por fase de:

$Q_{1\varnothing} = Q_{3\varnothing}/3 = 7.825{,}73/3 = 2.608{,}58$ VAR ⇨ $\dot{S}_{1\varnothing} = 2.608{,}58\angle{-90^o}$ VA.

Como está conectada en delta ⇨ $\dot{S}_{1\varnothing} = \dot{S}_{AB} = \dot{S}_{BC} = \dot{S}_{CA} = 2.608{,}58\angle{-90^o}$ VA.

b.) Cálculo de las corrientes de línea:

Antes de conectar el banco de condensadores, las corrientes de línea se obtienen como se indica a continuación:

$$I_L = \frac{S_{3\varphi}}{\sqrt{3}V_{LL}} = \frac{8.386{,}3}{\sqrt{3}*480} = 10{,}09\ \text{A.}$$

Como la carga es inductiva, la corriente de línea atrasa al voltaje respectivo, en un ángulo que es el mismo que forma la potencia compleja con la potencia activa, es decir de 81,77º; por lo tanto:

$\vec{I}_A = 10{,}09\angle{-81{,}77º}$ A.

$\vec{I}_B = 10{,}09\angle{158{,}23º}$ A.

$\vec{I}_C = 10{,}09\angle{38{,}23º}$ A.

Después de conectar el banco de condensadores.

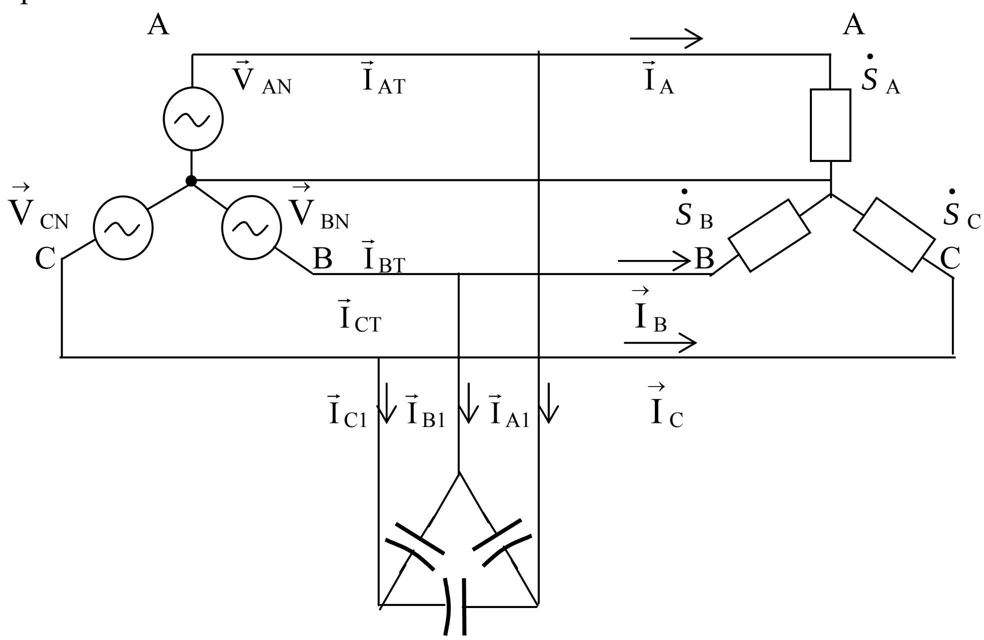


Figura 4.24 Problema 4.16. Diagrama circuital

Las corrientes de delta del banco de condensadores son:

$\vec{I}_{AB} = (\dot{S}_{AB}/\vec{V}_{AB})^* = [(2.608{,}58\angle{-90º})/(480\angle{30º})]^* = 5{,}43\angle{120º}$ A.

$\vec{I}_{BC} = (\dot{S}_{BC}/\vec{V}_{BC})^* = [(2.608{,}58\angle{-90º})/(480\angle{-90º})]^* = 5{,}43\angle{0º}$ A.

$\vec{I}_{CA} = (\dot{S}_{CA}/\vec{V}_{CA})^* = [(2.608{,}58\angle{-90º})/(480\angle{150º})]^* = 5{,}43\angle{-120º}$ A.

Las corrientes de línea del banco de condensadores son:

$\vec{I}_{A1} = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA} = 5{,}43\angle{120º} - 5{,}43\angle{-120º} = 9{,}41\angle{90º}$ A.

$\vec{I}_{B1} = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB} = 5{,}43\angle{0º} - 5{,}43\angle{120º} = 9{,}41\angle{-30º}$ A.

$\vec{I}_{C1} = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC} = 5{,}43\angle{-120º} - 5{,}43\angle{0º} = 9{,}41\angle{-150º}$ A.

Las corrientes de línea totales son:

$\vec{I}_{AT} = \vec{I}_A + \vec{I}_{A1} = 10{,}09\angle{-81{,}77º} + 9{,}41\angle{90º} = 1{,}56\angle{-21{,}74º}$ A.

$\vec{I}_{BT} = \vec{I}_B + \vec{I}_{B1} = 10{,}09\angle{158{,}23º} + 9{,}41\angle{-30º} = 1{,}56\angle{-141{,}74º}$ A.

$\vec{I}_{CT} = \vec{I}_C + \vec{I}_{C1} = 10{,}09\angle{38{,}23º} + 9{,}41\angle{-150º} = 1{,}56\angle{98{,}26º}$ A.

4.8.- RESUMEN DEL CAPITULO 4.

Al finalizar este Capítulo el lector debe estar en capacidad de resolver circuitos trifásicos tanto balanceados como desbalanceados. En tal sentido debe tener la capacidad para establecer la diferencia entre: Voltaje línea – neutro y voltaje línea – línea; corriente de línea y corriente de delta o rama; la relación entre el voltaje línea – neutro y el voltaje línea – línea; la relación entre la corriente de línea y corriente de delta. También debe tener el dominio para corregir el factor de potencia en sistemas trifásicos.

4.9.- ACTIVIDADES y PREGUNTAS.

1. Con sus propias palabras defina secuencia de fases, sentido de rotación y eje de referencia.
2. Señale la diferencia entre voltaje línea – neutro y voltaje línea – línea.
3. Señale la diferencia entre corriente de línea y corriente de delta o rama.
4. Indique cual es la relación entre el voltaje línea – neutro y el voltaje línea – línea.
5. Indique cual es la relación entre la corriente de línea y la corriente de delta.
6. ¿Qué diferencia hay entre fase y línea?
7. ¿Qué es un sistema trifásico balanceado?
8. ¿Qué es un sistema trifásico desbalanceado?
9. Señale los requisitos para que un sistema trifásico sea de fuentes balanceadas.
10. Señale los requisitos para que un sistema trifásico sea de cargas balanceadas.
11. ¿Conoce usted algún sistema trifásico de fuentes desbalanceadas?
12. Indique las posibilidades de montajes de los sistemas trifásicos.
13. ¿Qué se entiende por neutro en los sistemas trifásicos balanceados?
14. ¿Qué pasa si no se conecta el neutro en un sistema trifásico balanceados y en uno desbalanceado?
15. Señale las ventajas del método de los vatímetros para medición de potencia trifásica.
16. ¿Si en un vatímetro la bobina amperimétrica se conecta a una línea y la voltimétrica se conecta en las dos líneas restantes qué mide dicho vatímetro?
17. De ejemplos de sistemas trifásicos balanceados y desbalanceados.
18. ¿Un motor trifásico es una carga balanceada o desbalanceada?
19. ¿Qué diferencia hay al corregir el factor de potencia en una red eléctrica monofásica y una trifásica?
20. ¿Para corregir el factor de potencia en sistemas trifásicos, cómo es más conveniente montar los condensadores en estrella o en delta?

4.10.- PROBLEMAS RESUELTOS.

<u>Problema 4.17</u>

El diagrama fasorial de la figura siguiente representa las corrientes de línea y los voltajes de línea-línea, de un sistema trifásico de tres conductores. El voltaje entre líneas es de 208 voltios y con secuencia positiva ABC. Si el modulo de la corriente de línea es 20 amperios, hallar la impedancia de la carga conectada en estrella.

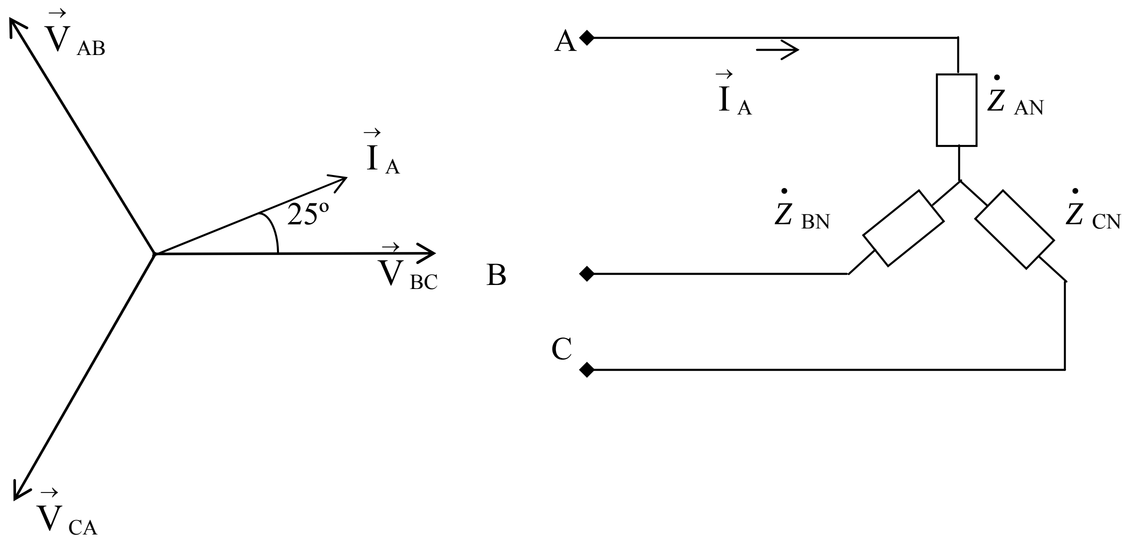


Figura 4.25 Problema 4.17

Solución:

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{BC}$, se obtienen los voltajes de línea-neutro y línea-línea:

$\vec{V}_{AN} = 120\angle 90^{\circ}$ V. $\vec{V}_{AB} = 208\angle 120^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{BN} = 120\angle -30^{\circ}$ V. $\vec{V}_{BC} = 208\angle 0^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{CN} = 120\angle 210^{\circ}$ V. $\vec{V}_{CA} = 208\angle -120^{\circ}$ V.

Las corrientes de carga son:

$\vec{I}_A = 20\angle 25^{\circ}$ A; $\vec{I}_B = 20\angle -95^{\circ}$ A; $\vec{I}_C = 20\angle 145^{\circ}$ A.

Las impedancias de la carga son:

$\dot{Z}_{AN} = \vec{V}_{AN}/\vec{I}_A = (120\angle 90^{\circ})/(20\angle 25^{\circ}) = 6\angle 65^{\circ} = 2{,}54 + j5{,}44\ \Omega.$

$\dot{Z}_{BN} = \vec{V}_{BN}/\vec{I}_B = (120\angle -30^{\circ})/(20\angle -95^{\circ}) = 6\angle 65^{\circ} = 2{,}54 + j5{,}44\ \Omega.$

$\dot{Z}_{CN} = \vec{V}_{CN}/\vec{I}_C = (120\angle 210^{\circ})/(20\angle 145^{\circ}) = 6\angle 65^{\circ} = 2{,}54 + j5{,}44\ \Omega.$

Problema 4.18 Medición de Potencia Trifásica

En el circuito de la figura, calcular la lectura de los vatímetros: W_1, W_2 y W_3. El voltaje $\vec{V}_{AN} = 120\angle 0^{\circ}$ V.

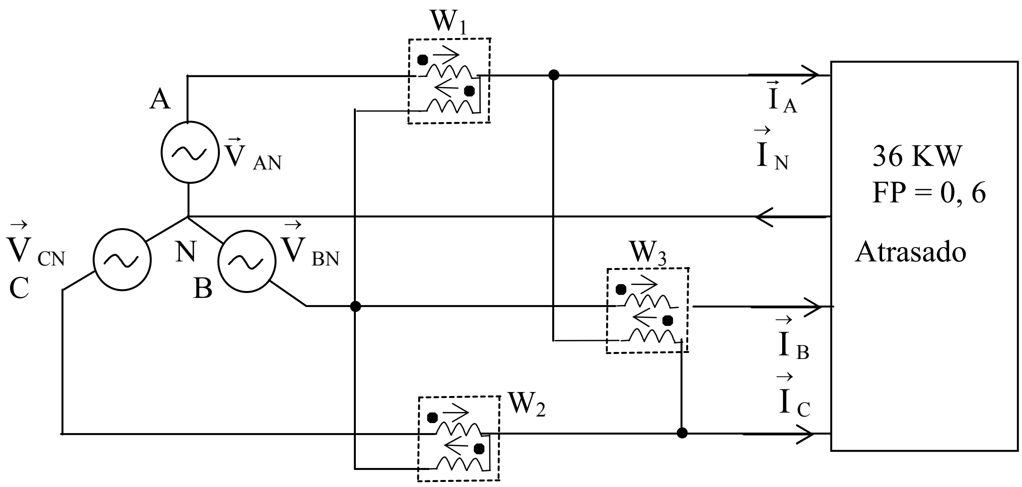


Figura 4.26 Problema 4.18

<u>Solución:</u>

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$ se obtienen los voltajes de línea-neutro, los voltajes de línea-línea como:

$\vec{V}_{AN} = 120\angle 0^o$ V. $\quad \vec{V}_{AB} = 208\angle 30^o$ V.

$\vec{V}_{BN} = 120\angle -120^o$ V. $\quad \vec{V}_{BC} = 208\angle -90^o$ V.

$\vec{V}_{CN} = 120\angle 120^o$ V. $\quad \vec{V}_{CA} = 208\angle 150^o$ V.

De acuerdo con la ecuación:

⇨ $P_{3Ø} = \sqrt{3}\, V_{LL} I_L \cos\theta$ y siendo $\theta = \cos^{-1}0{,}6$ ⇨ $\theta = 53{,}13^o$

La corriente de línea se calcula como:

$I_L = P_{3Ø} / \sqrt{3}\, V_{LL}\cos(53{,}13^o)$ ⇨ $I_L = 36000 / \sqrt{3}\, 208\cos 53{,}13^o = 166{,}54$ A.

Como el factor de potencia está en atraso, significa que la corriente está atrasada con respecto al voltaje en 53,13º, el diagrama fasorial es el siguiente:

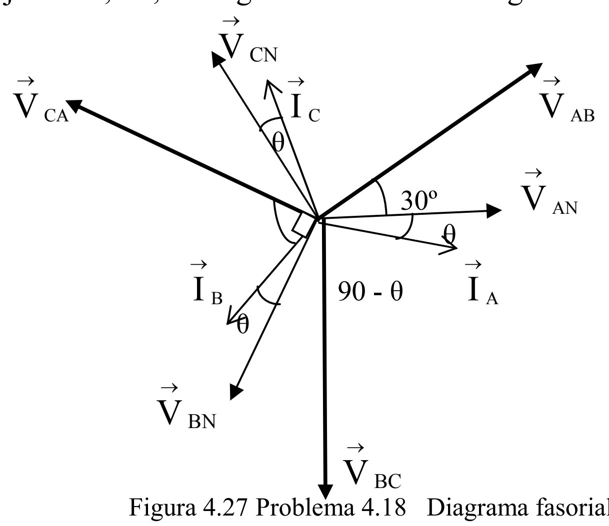


Figura 4.27 Problema 4.18 Diagrama fasorial.

Las potencias de los vatímetros, se calculan como:

$W_1 = |V_{AB}| * |I_{AN}| \cos \angle_{\vec{I}_{AN}}^{\vec{V}_{AB}}$ ⇨ $W_1 = 208*166{,}54\cos(30 + 53{,}13) = 4.143{,}65$ W

$W_2 = |V_{CB}| * |I_{CN}| \cos \angle_{\vec{I}_{CN}}^{\vec{V}_{CB}}$ ⇨ $W_2 = 208*166{,}54\cos(30 - 53{,}13) = 31.855{,}79$ W

$W_3 = |V_{CA}| * |I_{BN}| \cos \angle_{\vec{I}_{BN}}^{\vec{V}_{CA}}$ ⇨ $W_3 = 208*166{,}54\cos(90 - 53{,}13) = 27.712{,}22$ VAR

Como:

$$\dot{S}_{3\emptyset} = P_{3\emptyset} + jQ_{3\emptyset} = (W_1 + W_2) + j\sqrt{3}\,W_3 = (4.143{,}65 + 31.855{,}79) + j\sqrt{3}*27.712{,}22$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{3\emptyset} = 35999{,}44 + j47.998{,}97 = 60\angle 53{,}13^{\circ} \text{ KVA}$$

<u>Problema 4.19</u> Sistema Balanceado.

Un sistema trifásico de tres conductores, con tensión entre líneas de 208 voltios y secuencia ABC, alimenta a tres bancos de cargas equilibradas con las siguientes conexiones e impedancias: La primera en estrella de $10\angle 0^{\circ}\ \Omega$, la segunda en triángulo de $24\angle 90^{\circ}\ \Omega$ y la tercera en triángulo con impedancia desconocida.

Determinar esta impedancia si la corriente total en la línea A, es de $35\angle 60^{\circ}$ A.

Hallar la potencia activa, reactiva, compleja, aparente y el factor de potencia.

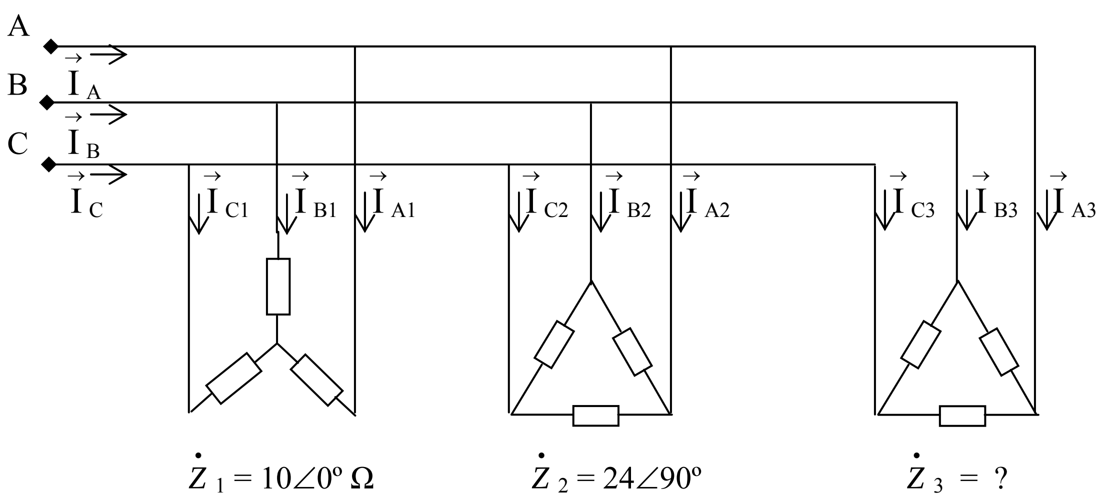


Figura 4.28 Problema 4.19

<u>Solución:</u>

<u>Cálculo de la Impedancia.</u>

Tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$, se obtienen los voltajes de línea-neutro y línea-línea:

$\vec{V}_{AN} = 120\angle 0^{\circ}$ V. $\vec{V}_{AB} = 208\angle 30^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{BN} = 120\angle -120^{\circ}$ V. $\vec{V}_{BC} = 208\angle -90^{\circ}$ V.

$\vec{V}_{CN} = 120\angle 120^{\circ}$ V. $\vec{V}_{CA} = 208\angle 150^{\circ}$ V.

Como es sistema está balanceado y es de secuencia positiva ABC, las corrientes totales de línea son:

$\vec{I}_A = 35\angle 60º$ A; $\vec{I}_B = 35\angle -60º$ A; $\vec{I}_C = 35\angle 180º$ A.

Como el sistema está balanceado, el voltaje entre la fase y el neutro de la fuente, es igual al voltaje entre la fase y el neutro de la carga, por lo tanto:
Las corrientes de carga Nro 1 son:

$$\vec{I}_{A1} = \vec{V}_{AN}/\dot{Z}_{A1} = (120\angle 0º)/(10\angle 0º) = 12\angle 0º \text{ A.}$$
$$\vec{I}_{B1} = \vec{V}_{BN}/\dot{Z}_{B1} = (120\angle -120º)/(10\angle 0º) = 12\angle -120º \text{ A.}$$
$$\vec{I}_{C1} = \vec{V}_{CN}/\dot{Z}_{C1} = (120\angle 120º)/(10\angle 0º) = 12\angle 120º \text{ A.}$$

Las corrientes de carga Nro 2 son:
Las corrientes de delta o carga son las siguientes:

$$\vec{I}_{AB2} = \vec{V}_{AB}/\dot{Z}_{AB2} = (208\angle 30º)/(24\angle 90º) = 8{,}67\angle -60º \text{ A.}$$
$$\vec{I}_{BC2} = \vec{V}_{BC}/\dot{Z}_{BC2} = (208\angle -90º)/(24\angle 90º) = 8{,}67\angle 180º \text{ A.}$$
$$\vec{I}_{CA2} = \vec{V}_{CA}/\dot{Z}_{CA2} = (208\angle 150º)/(24\angle 90º) = 8{,}67\angle 60º \text{ A.}$$

Las corrientes de línea son las siguientes:

$$\vec{I}_{A2} = \vec{I}_{AB2} - \vec{I}_{CA2} = 8{,}67\angle -60º - 8{,}67\angle 60º = 15{,}02\angle -90º \text{ A.}$$
$$\vec{I}_{B2} = \vec{I}_{BC2} - \vec{I}_{AB2} = 8{,}67\angle 180º - 8{,}67\angle -60º = 15{,}02\angle 150º \text{ A.}$$
$$\vec{I}_{C2} = \vec{I}_{CA2} - \vec{I}_{BC2} = 8{,}67\angle 60º - 8{,}67\angle 180º = 15{,}02\angle 30º \text{ A.}$$

Como:

$$\vec{I}_A = \vec{I}_{A1} + \vec{I}_{A2} + \vec{I}_{A3} \Rightarrow \vec{I}_{A3} = \vec{I}_A - \vec{I}_{A1} - \vec{I}_{A2}$$
$$\vec{I}_B = \vec{I}_{B1} + \vec{I}_{B2} + \vec{I}_{B3} \Rightarrow \vec{I}_{B3} = \vec{I}_B - \vec{I}_{B1} - \vec{I}_{B2}$$
$$\vec{I}_C = \vec{I}_{C1} + \vec{I}_{C2} + \vec{I}_{C3} \Rightarrow \vec{I}_{C3} = \vec{I}_C - \vec{I}_{C1} - \vec{I}_{C2}$$
$$\Rightarrow \vec{I}_{A3} = \vec{I}_A - \vec{I}_{A1} - \vec{I}_{A2} = 35\angle 60º - 12\angle 0º - 15{,}02\angle -90º = 45{,}66\angle 83{,}08º \text{ A.}$$
$$\Rightarrow \vec{I}_{B3} = \vec{I}_B - \vec{I}_{B1} - \vec{I}_{B2} = 35\angle -60º - 12\angle -120º - 15{,}02\angle 150º = 45{,}66\angle -36{,}92º \text{ A.}$$
$$\Rightarrow \vec{I}_{C3} = \vec{I}_C - \vec{I}_{C1} - \vec{I}_{C2} = 35\angle 180º - 12\angle 120º - 15{,}02\angle 30º = 45{,}66\angle -156{,}92º \text{ A.}$$

Se procede a calcular las impedancias de la carga 3 como una carga conectada en estrella:

$$\dot{Z}_{AN3} = \vec{V}_{AN}/\vec{I}_{A3} = (120\angle 0º)/(45{,}66\angle 83{,}08) = 2{,}63\angle -83{,}08º = 0{,}32 - j2{,}61\ \Omega.$$
$$\dot{Z}_{BN3} = \vec{V}_{BN}/\vec{I}_{B3} = (120\angle -120º)/(45{,}66\angle -36{,}92º) = 2{,}63\angle -83{,}08º = 0{,}32 - j2{,}61\ \Omega.$$
$$\dot{Z}_{CN3} = \vec{V}_{CN}/\vec{I}_{C3} = (120\angle 120º)/(45{,}66\angle -156{,}92º) = 2{,}63\angle -83{,}08º = 0{,}32 - j2{,}61\ \Omega.$$

Transformando la carga 3 de Estrella a Delta y por ser cargas iguales se obtiene:

$$\dot{Z}_{AB3} = \dot{Z}_{BC3} = \dot{Z}_{CA3} = 3\dot{Z}_{AN3} = 3(2{,}63\angle -83{,}08º) = 7{,}88\angle -83{,}08º = 0{,}95 - j7{,}82\ \Omega$$

Cálculo de la Potencia Trifásica.

Potencia Activa Trifásica: $P_{3\emptyset} = \sqrt{3}\, V_{LL} I_L \cos\theta = \sqrt{3}\, 208{*}35\cos 60^o = 6.304{,}66$ W.

Potencia Reactiva Trifásica: $Q_{3\emptyset} = \sqrt{3}\, V_{LL} I_L \mathrm{sen}\theta = \sqrt{3}\, 208{*}35\mathrm{sen}60^o = 10.920$ VAR.

Potencia Compleja: $\dot{S}_{3\emptyset} = P_{3\emptyset} + jQ_{3\emptyset} = 6.304{,}66 - j10.920 = 12.609{,}33\angle{-60^o}$ VA.

Potencia Aparente: $|\dot{S}_{3\emptyset}| = 12.609{,}33$ VA.

El factor de potencia es el coseno del ángulo entre $P_{3\emptyset}$ y $\dot{S}_{3\emptyset}$, por lo tanto:

$$FP = \mathrm{Cos}\angle_{S_{3\phi}}^{P_{3\phi}} = \mathrm{Cos}\ 60^o = 0{,}5$$

Problema 4.20 Impedancia equivalente.

Un motor de inducción de 20 KW; con un rendimiento a plena carga del 70 % y un factor de potencia de 0,85 se conecta a un sistema trifásico de 208 voltios. Hallar la impedancia en estrella equivalente que puede sustituir a dicho motor.

Solución:

El rendimiento es igual a la potencia de salida entre la potencia de entrada

$\Rightarrow \eta = P_{salida}/\ P_{entrada}$

$P_{salida} = P_{mecánica} = 20$ KW

$P_{3\emptyset} = P_{entrada} = P_{eléctrica} = P_{salida}/\eta = 20/0{,}7 = 28{,}57$ KW. Como:

$S_{3\emptyset} = P_{3\emptyset}/\cos\theta = 28{,}57/0{,}85 = 33{,}61$ KVA. Además:

$S_{3\emptyset} = \sqrt{3}\, V_{LL} I_L \Rightarrow I_L = S_{3\emptyset}/\sqrt{3}\, V_{LL} = (33{,}61\mathrm{KVA})/(\sqrt{3}\, 208\mathrm{V}) = 93{,}29$ A.

Una vez conocido el módulo de la corriente de línea, hay que determinar el ángulo, tomando en cuenta los siguientes aspectos:

Primero: La carga es un motor trifásico de inducción, que se modela como un resistor en serie con un inductor, por lo tanto la corriente atrasa al voltaje.

Segundo: El factor de potencia es el arco coseno del ángulo entre la potencia compleja y la potencia activa es el mismo que forma la corriente de la fase con el voltaje de la misma fase, en el presente caso $\cos^{-1}(0{,}85) = 31{,}79^o$

Tercero: Por ser un sistema trifásico balanceado, de secuencia positiva ABC, las corrientes están desplazadas en 120º. De acuerdo con todo lo anterior las corrientes de línea son:

$\vec{I}_A = 93{,}29\angle{-31{,}79^o}$ A.; $\vec{I}_B = 93{,}29\angle{-151{,}79^o}$ A.; $\vec{I}_C = 93{,}29\angle 88{,}21^o$ A.

Cálculo de las impedancias de línea. Como:

$$\dot{Z}_A = \vec{V}_{AN}/\vec{I}_A = (120\angle 0^o)/(93{,}29\angle{-31{,}79^o}) = 1{,}29\angle 31{,}79^o = 1{,}09 + j0{,}68\ \Omega.$$

$$\dot{Z}_B = \vec{V}_{BN}/\vec{I}_B = (120\angle{-120^o})/(93{,}29\angle{-151{,}79^o}) = 1{,}29\angle 31{,}79^o = 1{,}09 + j0{,}68\ \Omega$$

$$\dot{Z}_C = \vec{V}_{CN}/\vec{I}_C = (120\angle 120^o)/(93{,}29\angle 88{,}21^o) = 1{,}29\angle 31{,}79^o = 1{,}09 + j0{,}68\ \Omega$$

Problema 4.21 Sistema Trifásico Desbalanceado

En el circuito de la figura adjunta, el sistema trifásico de voltaje es de secuencia positiva ABC. Las impedancias $\dot{Z}_1 = 40\angle 30°\ \Omega$, $\dot{Z}_2 = 20\angle 15°\ \Omega$ y $\dot{Z}_3 = 25\angle -25°\ \Omega$.

Tomar como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN.} = 277\angle 0°$ V.

El voltaje medido a los extremos del elemento "$\dot{F}$" es de 139,99 voltios y la potencia es de 2.771,68 VAR (Inductiva). Hallar:

a.) Los elementos pasivos "$\dot{F}$", "$\dot{G}$" y "$\dot{H}$", para que el sistema quede balanceado.
b.) Las corrientes de línea.
c.) Los voltajes $\vec{V}_{12}$, $\vec{V}_{23}$ y $\vec{V}_{31}$
d.) Las corrientes en la delta.
e.) Potencia compleja de la delta.

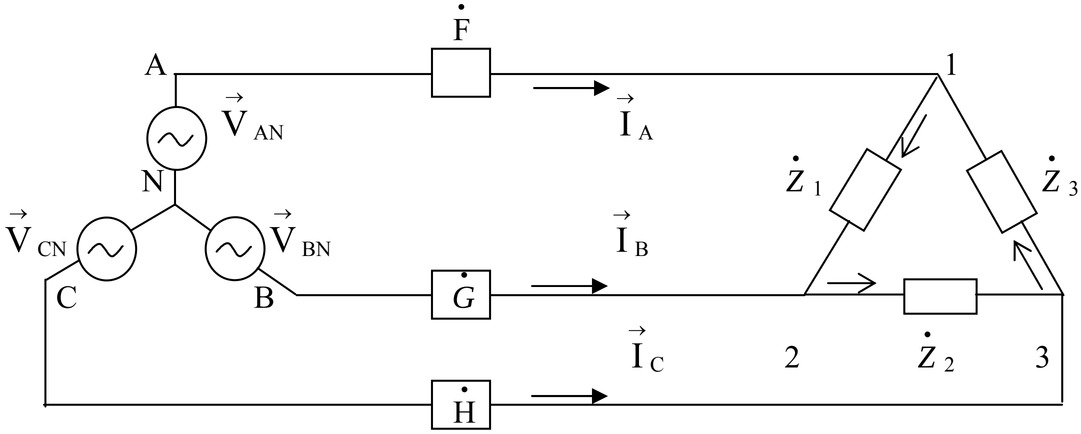


Figura 4.29 Problema 4.21

Solución.

a.) Transformando de delta a estrella se tiene:

$\dot{Z}_A = (\dot{Z}_1 * \dot{Z}_3)/(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3) \Rightarrow$

$\dot{Z}_A = (40\angle 30° * 25\angle -25)/(40\angle 30° + 20\angle 15° + 25\angle -25°)$

$\dot{Z}_A = (1000\angle 5°)/(78\angle 10{,}8°) = 12{,}82\angle -5{,}8 = 12{,}75 - j1{,}3\ \Omega.$

$\dot{Z}_B = (\dot{Z}_1 * \dot{Z}_2)/(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3) \Rightarrow$

$\dot{Z}_B = (40\angle 30° * 20\angle 15°)/(40\angle 30° + 20\angle 15° + 25\angle -25°)$

$\dot{Z}_B = (800\angle 45°)/(78\angle 10{,}8°) = 10{,}26\angle 34{,}2° = 8{,}49 + j5{,}77\ \Omega.$

$\dot{Z}_C = (\dot{Z}_2 * \dot{Z}_3)/(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3) \Rightarrow$

$\dot{Z}_C = (20\angle 15° * 25\angle -25°)/(40\angle 30° + 20\angle 15° + 25\angle -25°)$

$\dot{Z}_C = (500\angle -10°)/(78\angle 10{,}8°) = 6{,}41\angle -20{,}8 = 5{,}99 - j2{,}28\ \Omega.$

Como la potencia del elemento "$\dot{F}$" es sólo reactiva y es de 2.771,68 VAR $\Rightarrow$

$Q_F = V_F^2/X_F \Rightarrow X_F = V_F^2/Q_F = 139{,}99^2/2.771{,}68 = j7{,}07 \Rightarrow \dot{F} = 7{,}07\angle 90°$

Quedando el circuito como sigue:

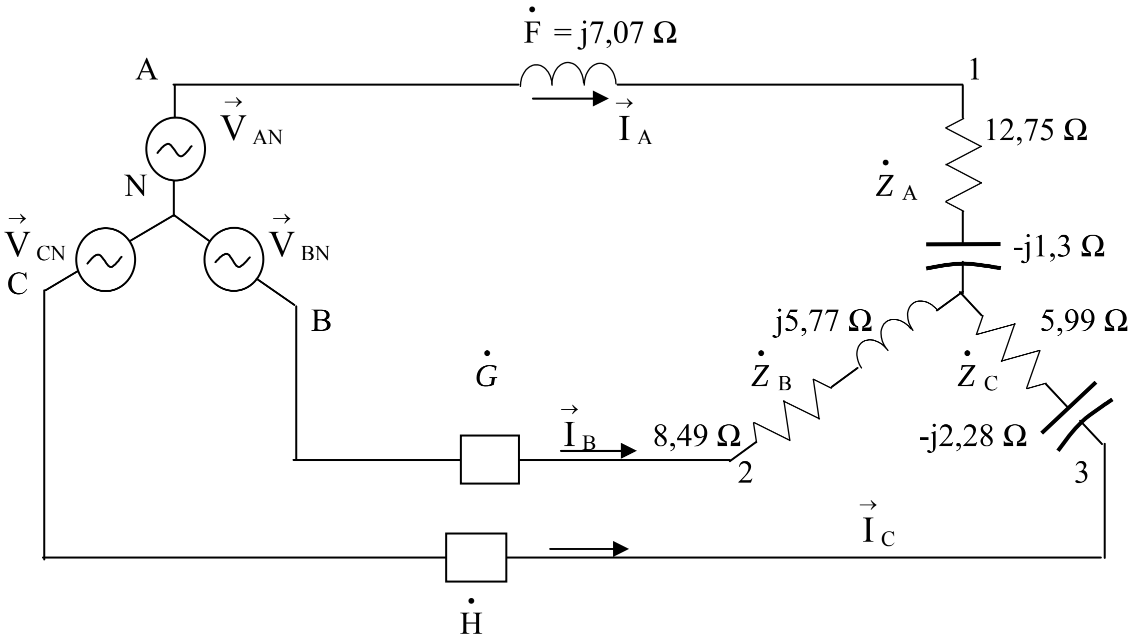


Figura 4.30 Problema 4.21

De acuerdo con el circuito anterior la impedancia total de la fase "A" es:

$\dot{Z}_{AT} = (\dot{Z}_A + \dot{F}) = 12{,}75 - j1{,}3 + j7{,}07 = 12{,}75 + j5{,}77 = 13{,}99\angle 24{,}35° \ \Omega$

Para que el sistema quede balanceado, la impedancia total de la fase "B" tiene que ser igual a la impedancia total de la fase "A", por lo tanto:

$\dot{Z}_{BT} = \dot{Z}_{AT} \Rightarrow (\dot{Z}_B + \dot{G}) = 12{,}75 + j5{,}77 \Rightarrow 8{,}49 + j5{,}77 + \dot{G} = 12{,}75 + j5{,}77$

Igualando partes reales e imaginarias se tiene:
$8{,}49 + G_{Real} = 12{,}75 \Rightarrow G_{Real} = 12{,}75 - 8{,}49 = 4{,}26 \ \Omega.$

$5{,}77 + G_{Imaginaria} = 5{,}77 \Rightarrow G_{Imaginaria} = 0 \ \Omega. \Rightarrow \dot{G} = 4{,}26\angle 0°$

Así mismo, la impedancia total de la fase "C" tiene que ser igual a la impedancia total de la fase "A", por lo tanto:

$\dot{Z}_{CT} = \dot{Z}_{AT} \Rightarrow (\dot{Z}_C + \dot{H}) = 12{,}75 + j5{,}77 \Rightarrow 5{,}99 - j2{,}28 + \dot{H} = 12{,}75 + j5{,}77$
Igualando partes reales e imaginarias se tiene:
$5{,}99 + H_{Real} = 12{,}75 \Rightarrow H_{Real} = 12{,}75 - 5{,}99 = 6{,}76 \ \Omega.$

$-2{,}28 + H_{Imaginaria} = 5{,}77 \Rightarrow H_{Imaginaria} = 8{,}05 \ \Omega. \Rightarrow \dot{H} = (6{,}76 + j8{,}05) = 10{,}51\angle 49{,}98°$
b.) Cálculo de las Corriente de Línea.
De acuerdo con lo anterior el nuevo montaje es:

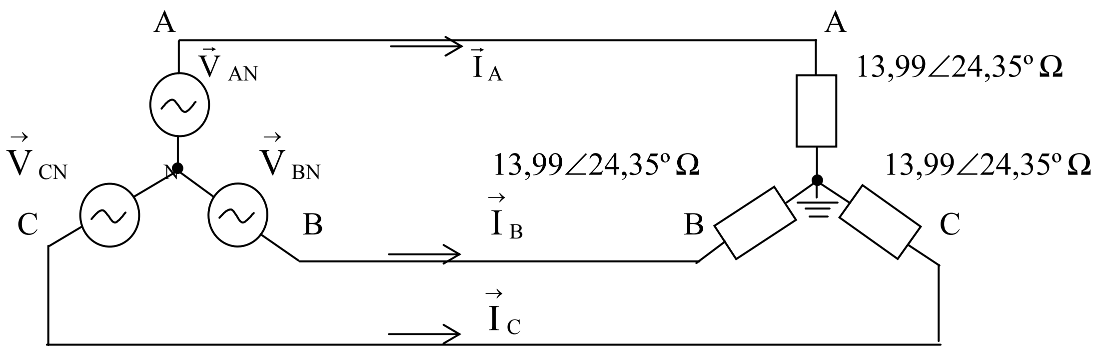


Figura 4.31 Problema 4.21

Como el sistema ha quedado balanceado, el voltaje en la impedancia de la carga es igual que el de la fuente, por lo tanto:

$\vec{I}_A = \vec{V}_{AN}/\dot{Z}_{AN} = (277\angle 0º)/(13{,}99\angle 24{,}35º) = 19{,}8\angle{-24{,}35º}$ A.

$\vec{I}_B = \vec{V}_{BN}/\dot{Z}_{BN} = (277\angle{-120º})/(13{,}99\angle 24{,}35º) = 19{,}8\angle{-144{,}35º}$ A.

$\vec{I}_C = \vec{V}_{CN}/\dot{Z}_{CN} = (277\angle 120º)/(13{,}99\angle 24{,}35º) = 19{,}8\angle 95{,}65º$ A.

c.) Cálculo de los voltajes $\vec{V}_{12}$, $\vec{V}_{23}$ y $\vec{V}_{31}$

$\vec{V}_{12} = \vec{I}_A * \dot{Z}_A - \vec{I}_B * \dot{Z}_B \Rightarrow$

$\vec{V}_{12} = (19{,}8\angle{-24{,}35º})*(12{,}82\angle{-5{,}8}) - (19{,}8\angle{-144{,}35º})*(10{,}26\angle 34{,}2º)$

$\vec{V}_{12} = 253{,}84\angle{-30{,}15º} - 203{,}15\angle{-110{,}15º} = 296{,}30\angle 12{,}32º$ V.

$\vec{V}_{23} = \vec{I}_B * \dot{Z}_B - \vec{I}_C * \dot{Z}_C \Rightarrow$

$\vec{V}_{23} = (19{,}8\angle{-144{,}35º})*(10{,}26\angle 34{,}2º) - (19{,}8\angle 95{,}65º)*(6{,}41\angle{-20{,}8º}) =$

$\vec{V}_{23} = 203{,}15\angle{-110{,}15º} - 126{,}92\angle 74{,}85 = 329{,}77\angle{-108{,}23º}$ V.

$\vec{V}_{31} = \vec{I}_C * \dot{Z}_C - \vec{I}_A * \dot{Z}_A \Rightarrow$

$\vec{V}_{31} = (19{,}8\angle 95{,}65º)*(6{,}41\angle{-20{,}8º}) - (19{,}8\angle{-24{,}35º})*(12{,}82\angle{-5{,}8}) =$

$\vec{V}_{31} = 126{,}92\angle 74{,}85 - 253{,}84\angle{-30{,}15º} = 311{,}80\angle 126{,}7º$ V.

d.) Cálculo de las corrientes en la Delta.

$\vec{I}_{12} = \vec{V}_{12}/\dot{Z}_1 = (296{,}30\angle 12{,}32º)/(40\angle 30°) = 7{,}41\angle{-17{,}68}$ A.

$\vec{I}_{23} = \vec{V}_{23}/\dot{Z}_2 = (329{,}77\angle{-108{,}23º})/(20\angle 15°) = 16{,}49\angle{-123{,}23}$ A.

$\vec{I}_{31} = \vec{V}_{31}/\dot{Z}_3 = (311{,}80\angle 126{,}7º)/(25\angle{-25°}) = 12{,}47\angle 151{,}7$ A.

e.) Cálculo de las potencias en la Delta.

$\dot{S}_{12} = \vec{V}_{12} * \vec{I}_{12}^{\,*} = (296{,}30\angle 12{,}32º)*(19{,}8\angle 24{,}35º) = 5.866{,}74\angle 36{,}67$ VA.

$\dot{S}_{23} = \vec{V}_{23} * \vec{I}_{23}^{\,*} = (329{,}77\angle{-108{,}23º}) * (19{,}8\angle 144{,}35º) = 6.529{,}45\angle 36{,}12$ VA.

$\dot{S}_{31} = \vec{V}_{31} * \vec{I}_{31}^{\,*} = (311{,}80\angle 126{,}7º) * (19{,}8\angle{-95{,}65º}) = 6.173{,}64\angle 31{,}05$ VA.

Problema 4.22 Sistema Trifásico Desbalanceado

En el circuito de la figura siguiente, la tensión es 480/277 voltios, secuencia positiva ABC, referencia $\vec{V}_{AN}$. Hallar el voltaje $\vec{V}_{OB}$.

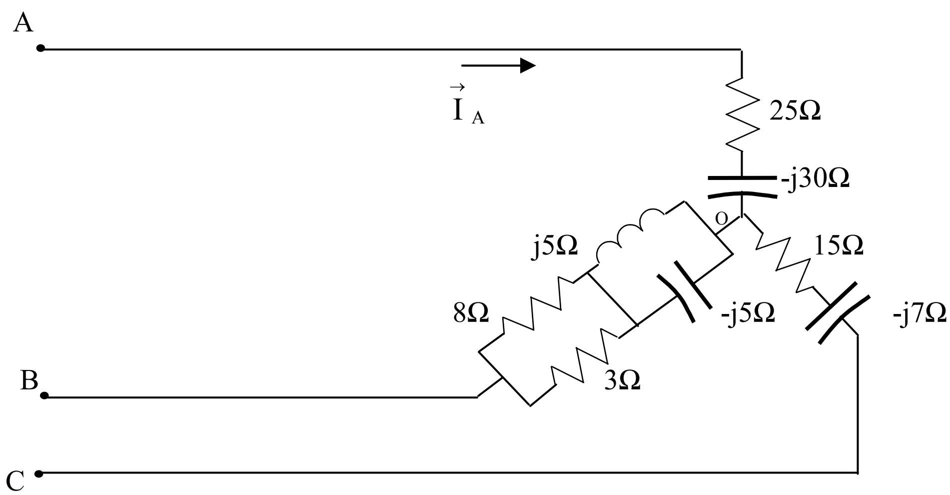


Figura 4.32 Problema 4.22

Solución:

La impedancia en paralelo equivalente de la fase "B", es infinita y el circuito equivalente es el siguiente:

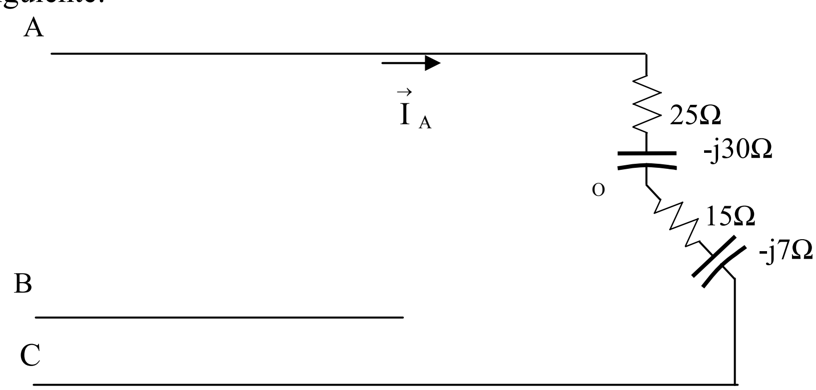


Figura 4.33 Problema 4.22

La corriente $\vec{I}_A$ es:

$\vec{I}_A = \vec{V}_{AC} / \dot{Z}_{AC} = (480\angle{-30º})/(40 - j37) = 8{,}81\angle 12{,}77º$ A.

$\vec{V}_{AO} = \vec{I}_A * \dot{Z}_{AO} = (8{,}81\angle 12{,}77) * (25 - j30) = 344{,}04\angle{-37{,}49º}$ V

$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AO} + \vec{V}_{OB} \Rightarrow \vec{V}_{OB} = \vec{V}_{AB} - \vec{V}_{AO} = 480\angle 30º - 344{,}04\angle{-37{,}49º} \Rightarrow$

$$\vec{V}_{OB} = 471{,}53\angle 72{,}38º \text{ V.}$$

<u>Problema 4.23</u> Sistema Trifásico Desbalanceado

En el circuito de la figura siguiente, la tensión es 480/277 voltios, secuencia positiva ABC. Determinar la potencia compleja suministrada por la fuente trifásica.

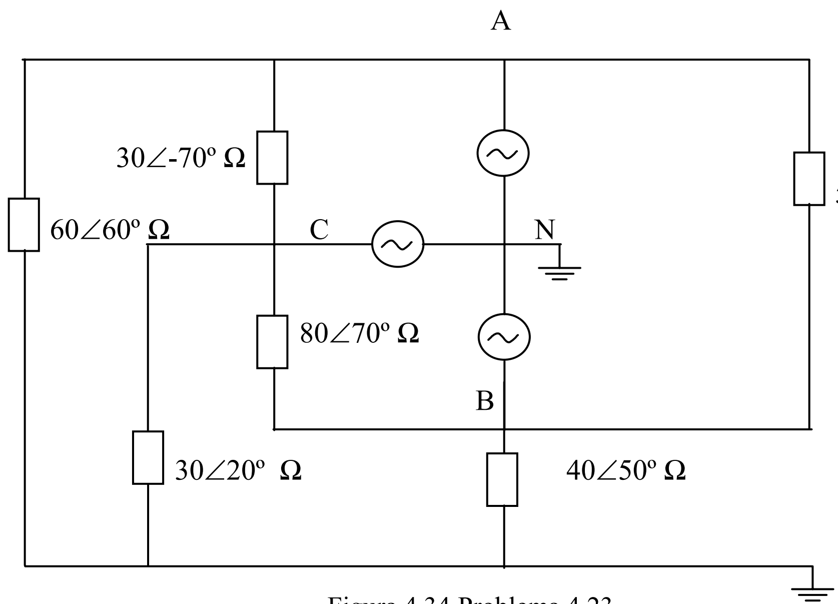


Figura 4.34 Problema 4.23

Solución:

El circuito se puede conectar como sigue:

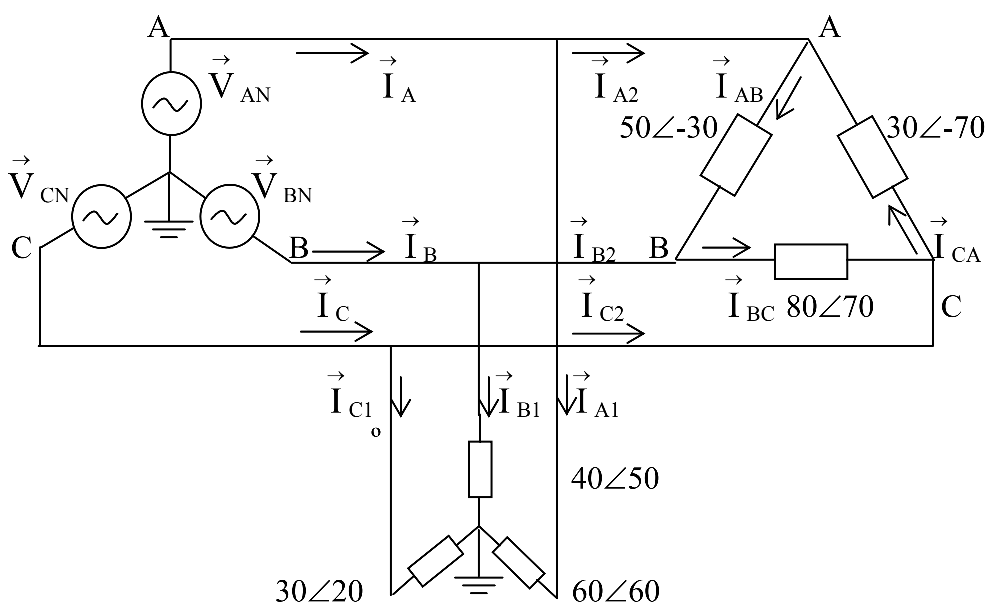


Figura 4.35 Problema 4.23

Cálculo de las corrientes de las cargas conectadas en estrella, con neutro. Tomando como referencia $\vec{V}_{AN}$ y resolviendo se obtiene:

$\vec{I}_{A1} = \vec{V}_{AN}/\dot{Z}_{AN} = (277\angle 0º)/(60\angle 60) = 4{,}62\angle -60º$ A.

$\vec{I}_{B1} = \vec{V}_{BN}/\dot{Z}_{BN} = (277\angle -120º)/(40\angle 50) = 6{,}93\angle -170º$ A.

$\vec{I}_{C1} = \vec{V}_{CN}/\dot{Z}_{CN} = (277\angle 120º)/(30\angle 20) = 9{,}23\angle 100º$ A.

Cálculo de las potencias complejas de las cargas conectadas en estrella con neutro:

$\dot{S}_{A1} = \vec{V}_{AN} * \vec{I}_{A1}^{\,*} = (277\angle 0º)*(4{,}62\angle 60º) = 1.279{,}74\angle 60º$ VA.

$\dot{S}_{B1} = \vec{V}_{BN} * \vec{I}_{B1}^{\,*} = (277\angle -120º)*(6{,}93\angle 170º) = 1.919{,}61\angle 50º$ VA.

$\dot{S}_{C1} = \vec{V}_{CN} * \vec{I}_{C1}^{\,*} = (277\angle 120º)*(9{,}23\angle -100º) = 2.556{,}71\angle 20º$ VA.

$\dot{S}_{3Ø1} = \dot{S}_{A1} + \dot{S}_{B1} + \dot{S}_{C1} = 1.279{,}74\angle 60º + 1.919{,}61\angle 50º + 2.556{,}71\angle 20º \Rightarrow$

$\dot{S}_{3Ø1} = 5.496{,}5\angle 38{,}92º$ VA.

Cálculo de las corrientes de las cargas conectadas en delta:

$\vec{I}_{AB} = \vec{V}_{AB}/\dot{Z}_{AB} = (480\angle 30º)/(50\angle -30°) = 9{,}6\angle 60º$ A.

$\vec{I}_{BC} = \vec{V}_{BC}/\dot{Z}_{BC} = (480\angle -90º)/(80\angle 70°) = 6\angle -160º$ A.

$\vec{I}_{CA} = \vec{V}_{CA}/\dot{Z}_{CA} = (480\angle 150º)/(30\angle -70°) = 16\angle -140º$ A.

Cálculo de las potencias complejas de las cargas conectadas en delta:

$\dot{S}_{AB} = \vec{V}_{AB} * \vec{I}_{AB}^{\,*} = (480\angle 30º)*(9{,}6\angle -60º) = 4.608\angle -30º$ VA.

$\dot{S}_{BC} = \vec{V}_{BC} * \vec{I}_{BC}^{\,*} = (480\angle -90º)*(6\angle 160º) = 2.880\angle 70º$ VA.

$\dot{S}_{CA} = \vec{V}_{CA} * \vec{I}_{CA}^{\,*} = (480\angle 150º)*(16\angle 140º) = 7.680\angle -70º$ VA.

$\dot{S}_{3Ø2} = \dot{S}_{AB} + \dot{S}_{BC} + \dot{S}_{CA} = 4.608\angle -30º + 2.880\angle 70º + 7.680\angle -70º \Rightarrow$

$\dot{S}_{3Ø2} = 10.209{,}5\angle -41{,}87º$ VA.

La potencia trifásica total es:

$\dot{S}_{3ØT} = \dot{S}_{3Ø1} + \dot{S}_{3Ø2} = 5.496{,}5\angle 38{,}92º + 10.209{,}5\angle -41{,}87º = 12.345{,}08\angle -15{,}8º$ VA.

<u>Problema 4.24</u> Sistema Trifásico Desbalanceado

En el circuito de la figura siguiente, se conecta a una fuente de voltaje 120/208 V, una carga trifásica balanceada de 60 KW y factor de potencia 0,75 atrasado. También se conecta una carga monofásica de 40 KW y factor de potencia unitario. Determinar:

a.) Las corrientes de línea.
b.) La lectura de los vatímetros W1 y W2 y compararla con la potencia compleja total.

Tomar como referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$.

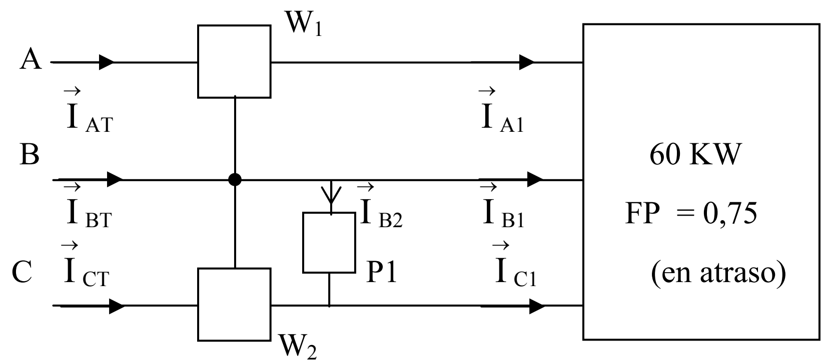


Figura 4.36 Problema 4.24

Solución:

Carga Trifásica.

La potencia aparente de la carga balanceada es:

$S_{3Ø} = P_{3Ø}/\cos\theta = P_{3Ø}/fp = 60/0,75 = 80$ KVA. Como arcos(0,75) = 41,41º y está en atraso (la corriente atrasa al voltaje), la potencia trifásica compleja es:

$$\dot{S}_{3Ø} = S_{3Ø}\angle 41,41º = 80\angle 41,41º \text{ KVA.}$$

La corriente de línea es:

$$I_L = \frac{S_{3\varphi}}{\sqrt{3}V_{LL}} = \frac{80.000}{\sqrt{3}*208} = 222,06 \text{ A.}$$

Como el factor de potencia está en atraso, las corrientes de línea de la carga balanceada son:

$\vec{I}_{A1} = 222,06\angle\text{-}41,41º$ A.

$\vec{I}_{B1} = 222,06\angle\text{-}161,41º$ A.

$\vec{I}_{C1} = 222,06\angle 78,59º$ A.

Carga Monofásica.

La potencia aparente de la carga monofásica es:

$S_{1Ø} = P_{1Ø}/\cos\theta = P_{1Ø}/fp = 40/1 = 40$ KVA. Como arcos1 = 0º, la potencia trifásica compleja es:

$$\dot{S}_{1Ø} = S_{1Ø}\angle 0º = 40\angle 0º \text{ KVA.}$$

Las corrientes de línea son:

$\dot{S}_{1Ø} = \vec{V}_{BC} * \vec{I}_{B2}^{\,*} \Rightarrow \vec{I}_{B2}^{\,*} = \dot{S}_{1Ø}/\vec{V}_{BC} = (40.000\angle 0º)/(208\angle\text{-}90º) = 192,31\angle 90º\text{A.} \Rightarrow$

$\vec{I}_{B2} = 192,31\angle\text{-}90º$ A.

$\dot{S}_{1Ø} = \vec{V}_{CB} * \vec{I}_{C2}^{\,*} \Rightarrow \vec{I}_{C2}^{\,*} = \dot{S}_{1Ø}/\vec{V}_{CB} = (40.000\angle 0º)/(208\angle 90º) = 192,31\angle\text{-}90º\text{A.} \Rightarrow$

$\vec{I}_{C2} = 192,31\angle 90º$ A.

a.) Corrientes de línea.

$\vec{I}_{AT} = \vec{I}_{A1} + \vec{I}_{A2} = 222,06\angle\text{-}41,41º + 0\angle 0º = 222,06\angle\text{-}41,41º$ A.

$\vec{I}_{BT} = \vec{I}_{B1} + \vec{I}_{B2} = 222{,}06\angle\text{-}161{,}41^o + 192{,}31\angle\text{-}90^o = 336{,}92\angle\text{-}128{,}66^o$ A.

$\vec{I}_{CT} = \vec{I}_{C1} + \vec{I}_{C2} = 222{,}06\angle 78{,}59^o + 192{,}31\angle 90^o = 412{,}33\angle 83{,}88^o$ A.

b.) Lectura de los vatímetros.

$W_1 = |V_{AB}| * |I_{AT}| \cos\angle_{\vec{I}_{AT}}^{\vec{V}_{AB}} \Rightarrow W_1 = 208*222{,}06*\cos(30^o + 41{,}41^o) = 14.724{,}61$ W

$W_2 = |V_{CB}| * |I_{CT}| \cos\angle_{\vec{I}_{CT}}^{\vec{V}_{CB}} \Rightarrow W_2 = 208*412{,}33*\cos(90^o - 83{,}88^o) = 85.275{,}85$ W

La potencia total es:

$\dot{S}_T = \dot{S}_{3\varnothing} + \dot{S}_{1\varnothing} = 80\angle 41{,}41^o + 40\angle 0^o = 113{,}14\angle 27{,}89^o = (100 + j52{,}92)$ KVA.

$P_{3\varnothing} = W_1 + W_2 = 14.724{,}61 + 85.275{,}85 = 100$ KW.

<u>Problema 4.25</u> Sistema Trifásico Desbalanceado

En los circuitos de las figuras siguientes, ¿Cuál combinación de vatímetros indica menor consumo de energía eléctrica?. Sistema 120/208 V. Las cargas trabajan con voltaje nominal de 120 voltios. Hacer los cálculos con el neutro conectado y luego desconectado.

$\dot{S}_{AO} = 15.000\angle 0^o$ VA; $\dot{S}_{BO} = 200\angle 0^o$ VA; $\dot{S}_{CO} = 500\angle 0^o$ VA.

Referencia el voltaje $\vec{V}_{AN}$.

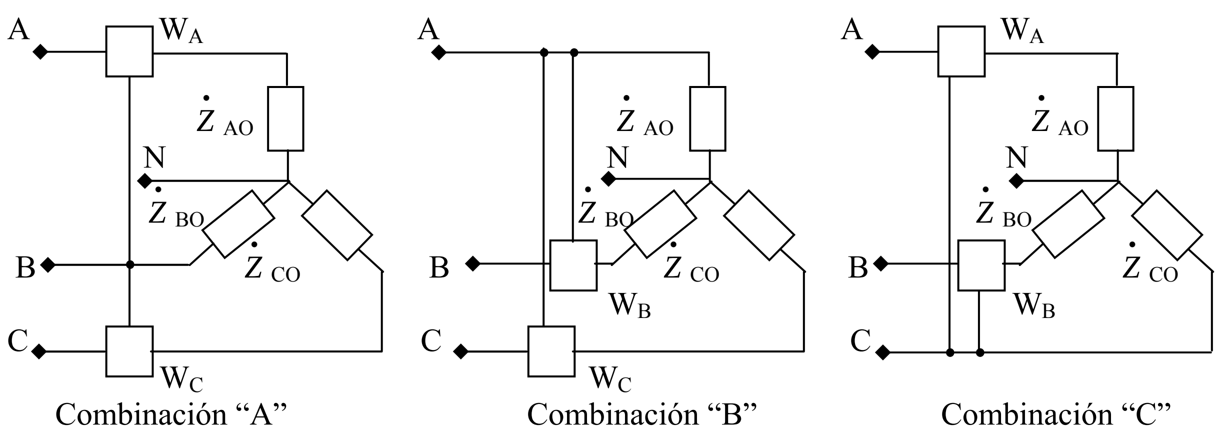


Figura 4.37 Problema 4.25

Solución:

<u>a.) Con el neutro conectado.</u>

Las corrientes de línea son:

$\dot{S}_{AO} = \vec{V}_{AN} * \vec{I}_A^{\,*} \Rightarrow \vec{I}_A = (\dot{S}_{AO}/\vec{V}_{AN})^* = [(15.000\angle 0^o)/(120\angle 0^o)]^* = 125\angle 0^o$A.

$\dot{S}_{BO} = \vec{V}_{BN} * \vec{I}_B^{\,*} \Rightarrow \vec{I}_B = (\dot{S}_{BO}/\vec{V}_{BN})^* = [(200\angle 0^o)/(120\angle\text{-}120^o)]^* = 1{,}67\angle\text{-}120^o$A.

$\dot{S}_{CO} = \vec{V}_{CN} * \vec{I}_C^{\,*} \Rightarrow \vec{I}_C = (\dot{S}_{CO}/\vec{V}_{CN})^* = [(500\angle 0^o)/(120\angle 120^o)]^* = 4{,}17\angle 120^o$A.

a.) Combinación "A". Lectura de los vatímetros.

$W_A = |V_{AB}| * |I_A| \cos\angle_{\vec{I}_A}^{\vec{V}_{AB}} \Rightarrow W_A = 208*125*\cos(30^o) = 22.516{,}66$ W

$W_C = \left|V_{CB}\right| * \left|I_C\right| \cos\angle_{\bar{I}_C}^{\bar{V}_{CB}} \Rightarrow W_B = 208*4{,}17\cos(30º) = 751{,}16\ W$

La potencia trifásica activa total es:

$$P_{3Ø} = W_A + W_C = 23.267{,}82\ W.$$

b.) Combinación "B". Lectura de los vatímetros.

$W_B = \left|V_{BA}\right| * \left|I_B\right| \cos\angle_{\bar{I}_B}^{\bar{V}_{BA}} \Rightarrow W_B = 208*1{,}67*\cos(30º) = 300{,}82\ W$

$W_C = \left|V_{CA}\right| * \left|I_C\right| \cos\angle_{\bar{I}_C}^{\bar{V}_{CA}} \Rightarrow W_C = 208*4{,}17\cos(30º) = 751{,}16\ W$

La potencia trifásica activa total es:

$$P_{3Ø} = W_B + W_C = 1.051{,}98\ W.$$

c.) Combinación "C". Lectura de los vatímetros.

$W_A = \left|V_{AC}\right| * \left|I_A\right| \cos\angle_{\bar{I}_A}^{\bar{V}_{AC}} \Rightarrow W_A = 208*125*\cos(30º) = 22.516{,}66\ W$

$W_B = \left|V_{BC}\right| * \left|I_B\right| \cos\angle_{\bar{I}_B}^{\bar{V}_{BC}} \Rightarrow W_B = 208*1{,}67*\cos(30º) = 300{,}82\ W$

La potencia trifásica activa total es:

$$P_{3Ø} = W_A + W_B = 22.817{,}48\ W.$$

La combinación "B" es la de menor consumo de energía. Como se observa, en sistemas trifásicos desbalanceados, cuando se mide potencia por el método de los vatímetros se debe tomar en cuenta en que fases se instalan los vatímetros.

El promedio de la potencia es.

$P_{3Øpromedio} = (23.267{,}82 + 1.051{,}98 + 22.817{,}48)/3 = 15.712{,}43\ W$

La potencia trifásica total instalada es:

$\dot{S}_{3Ø} = \dot{S}_{AO} + \dot{S}_{BO} + \dot{S}_{CO} = 15.000\angle 0º + 200\angle 0º + 500\angle 0º = 15.700\angle 0º\ VA.$

<u>b.) Con el neutro desconectado.</u>

Las impedancias de carga son:

$Z_{AO} = V^2/S_{AO} = (120^2/15000) = \Rightarrow R_{AO} = 0{,}96\angle 0º\ \Omega.$

$Z_{BO} = V^2/S_{BO} = (120^2/200) = \Rightarrow R_{BO} = 72\angle 0º\ \Omega.$

$Z_{CO} = V^2/S_{CO} = (120^2/500) = \Rightarrow R_{CO} = 28{,}8\angle 0º\ \Omega.$

$$\vec{V}_{AB} = (R_{AO} + R_{BO})\vec{I}_1 + R_{BO}\vec{I}_2$$

$$\vec{V}_{CB} = R_{BO}\vec{I}_1 + (R_{BO} + R_{CO})\vec{I}_2$$

$$208\angle 30º = (0{,}96\angle 0º + 72\angle 0º)\vec{I}_1 + 72\angle 0º\ \vec{I}_2$$

$$208\angle 90º = 72\angle 0º\vec{I}_1 + (72\angle 0º + 28{,}8\angle 0º)\vec{I}_2$$

Resolviendo:

$\vec{I}_A = \vec{I}_1 = 8{,}62\angle\text{-}13{,}9º$ A.
$\vec{I}_B = -(\vec{I}_1 + \vec{I}_2) = (8{,}62\angle\text{-}13{,}9º + 6{,}95\angle 149{,}34º) = 2{,}81\angle\text{-}148{,}34º$ A.
$\vec{I}_C = \vec{I}_2 = 6{,}95\angle 149{,}34º$ A.

a.) Combinación "A". Lectura de los vatímetros.
$W_A = |V_{AB}| * |I_A| \cos\angle_{\vec{I}_A}^{\vec{V}_{AB}}$ ⇨ $W_A = 208*8{,}62*\cos(30º + 13{,}9º) = 1.291{,}92$ W
$W_C = |V_{CB}| * |I_C| \cos\angle_{\vec{I}_C}^{\vec{V}_{CB}}$ ⇨ $W_B = 208*6{,}95\cos(149{,}34º - 90º) = 737{,}17$ W

La potencia trifásica activa total es:
$$P_{3Ø} = W_A + W_C = 2.029{,}09 \text{ W.}$$

b.) Combinación "B". Lectura de los vatímetros.
$W_B = |V_{BA}| * |I_B| \cos\angle_{\vec{I}_B}^{\vec{V}_{BA}}$ ⇨ $W_B = 208*2{,}81*\cos(150º – 148{,}34º) = 584{,}23$ W
$W_C = |V_{CA}| * |I_C| \cos\angle_{\vec{I}_C}^{\vec{V}_{CA}}$ ⇨ $W_C = 208*6{,}95\cos(150º - 149{,}34º) = 1.445{,}50$ W
La potencia trifásica activa total es:
$$P_{3Ø} = W_B + W_C = 2.029{,}73 \text{ W.}$$

c.) Combinación "C". Lectura de los vatímetros.
$W_A = |V_{AC}| * |I_A| \cos\angle_{\vec{I}_A}^{\vec{V}_{AC}}$ ⇨ $W_A = 208*8{,}62*\cos(30º - 13{,}9º) = 1.722{,}64$ W
$W_B = |V_{BC}| * |I_B| \cos\angle_{\vec{I}_B}^{\vec{V}_{BC}}$ ⇨ $W_B = 208*2{,}81*\cos(148{,}34º - 90º) = 306{,}78$ W
La potencia trifásica activa total es:
$$P_{3Ø} = W_A + W_B = 2.029{,}42 \text{ W.}$$

Como puede observarse la potencia trifásica total, en sistemas trifásicos desbalanceados y con el neutro desconectado, es la misma sin importar la combinación de vatímetros que se usen.
Por otra parte la potencia trifásica activa, se puede calcular como sigue:

$P_A = I_A^2 R_{AO} = 8{,}62^2*0{,}96 = 71{,}33$ W.
$P_B = I_B^2 R_{BO} = 2{,}81^2*72 = 568{,}52$ W.
$P_C = I_C^2 R_{CO} = 6{,}95^2*28{,}8 = 1.391{,}11$ W.
$$⇨ P_{3Ø} = P_A + P_B + P_C = 2.030{,}96 \text{ W.}$$

<u>Problema 4.26</u> Corrección del Factor de Potencia.
Una empresa tiene una línea que alimenta un banco de transformadores de 1000 KVA (capacidad de carga instalada de 1000 KVA), 208/120 voltios. La carga conectada de la industria es la siguiente:
Dos hornos de 150 KW, cada uno.
Sistema de alumbrado incandescente de 20 KW.
Dos cocinas eléctricas de 11 KW, cada uno.

Tres soldadores de 313 KVAR, cada uno. Si se quiere instalar un horno de 600 KW, que se debe hacer para no sobrecargar el sistema de alimentación.

Solución.
La potencia compleja de la carga es:
$P_{3Ø} = 2(150) + 20 + 2(11) = 342$ KW
$Q_{3Ø} = 3(313) = 939$ KVAR.
$\dot{S}_{3Ø} = P_{3Ø} + jQ_{3Ø} = 342 + j939 = 999{,}34\angle 69{,}99º$ VA.
Al conectar el horno de 600 KW, la nueva potencia compleja de la carga es:
$P_{3Ø} = 2(150) + 20 + 2(11) + 600 = 942$ KW
$Q_{3Ø} = 3(313) = 939$ KVAR.
$\dot{S}_{3Ø} = P_{3Ø} + jQ_{3Ø} = 942 + j939 = 1.330{,}07\angle 44{,}91º$ VA.

Por lo tanto se tiene que conectar un banco de condensadores de acuerdo con el siguiente procedimiento.
La potencia trifásica compleja una vez conectado el horno no debe ser superior a 1000 KVA, así:
$S_{3Øf}^2 = P_{3Øf}^2 + Q_{3Øf}^2 \Rightarrow Q_{3Øf}^2 = S_{3Øf}^2 - P_{3Øf}^2 \Rightarrow Q_{3Øf}^2 = 1000^2 - 942^2 \Rightarrow$
$Q_{3Øf}^2 = 112{,}636\ 1000^2 \Rightarrow Q_{3Øf} = 335{,}61$ KVAR.
De acuerdo con el resultado anterior, se debe instalar un banco de condensadores con una capacidad trifásica de:
$\Rightarrow \triangle Q_{3Ø} = Q_{3Ø\,i} - Q_{3Ø\,f} = 939 – 335{,}61 = 603{,}39$ VAR.
La capacidad por fase del banco de condensadores es:
$Q_C = \triangle Q_{3Ø}/3 = V_C^2/X_C \Rightarrow X_C = 3V_C^2/\triangle Q_{3Ø}$
$\Rightarrow X_C = 3(208)^2/(603{,}39) = 215{,}10\ \Omega;\ X_C = 1/2\pi fC$
$\Rightarrow C = 1/2\pi f\, X_C = 1/2\pi*60*215{,}10 = 12{,}34\ \mu F$.

Problema 4.27 Corrección del Factor de Potencia.
En el sistema de cargas adjunto, hallar la potencia compleja y la potencia que debe suministrar un banco de condensadores para que el factor de potencia sea de 10º inductivo.
Sistema ABC. Tensión 208/120 V. Referencia $\vec{V}_{AN}$

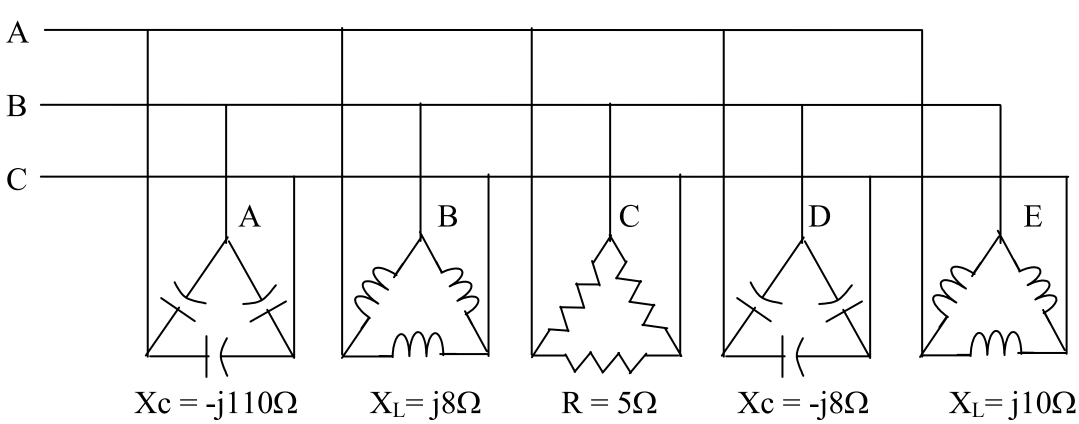


Figura 4.38 Problema 4.27

Solución.

a.) La impedancia equivalente de las cargas “B” y “D”, se anulan mutuamente.

b.) La impedancia equivalente de las cargas “A” y “E”, se obtiene haciendo el paralelo por fase de la forma siguiente:

$$\dot{Z}_{e1} = \dot{Z}_A // \dot{Z}_E = \frac{(-j110 * j10)}{(-j110 + j10)} = j11\Omega$$

c.) La impedancia total es el equivalente de la carga “C” y la impedancia $\dot{Z}_{e1}$, la cual se obtiene haciendo el paralelo por fase de la forma siguiente:

$$\dot{Z}_T = \dot{Z}_C // \dot{Z}_{e1} = \frac{(5 * j11)}{(5 + j11)} = 4{,}55\angle 24{,}44^o\ \Omega = 4{,}14 + j1{,}88\ \Omega$$

El circuito equivalente final es como sigue:

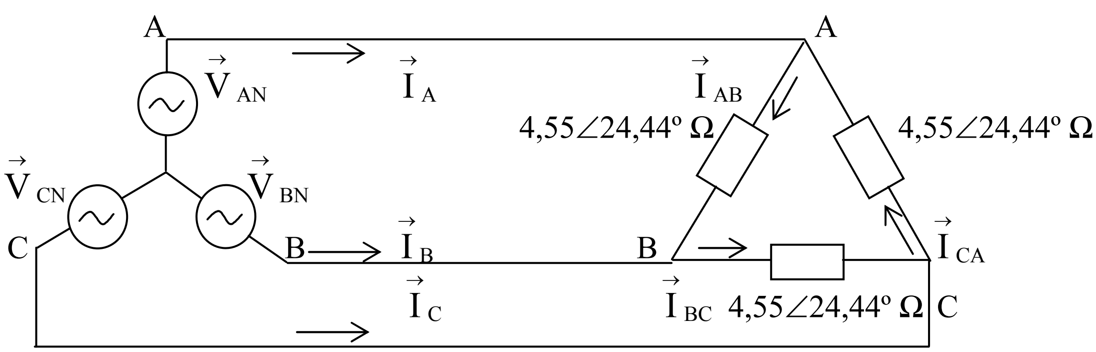


Figura 4.39 Problema 4.27

Las corrientes de delta son:

$$\vec{I}_{AB} = (\vec{V}_{AB})/(\dot{Z}_{AB}) = [(208\angle 30^o)/(4{,}55\angle 24{,}44^o)] = 45{,}71\angle 5{,}56^o \text{ A.}$$

$$\vec{I}_{BC} = (\vec{V}_{BC})/(\dot{Z}_{BC}) = [(208\angle -90^o)/(4{,}55\angle 24{,}44^o)] = 45{,}71\angle -114{,}40^o \text{ A.}$$

$$\vec{I}_{CA} = (\vec{V}_{CA})/(\dot{Z}_{CA}) = [(208\angle 150^o)/(4{,}55\angle 24{,}44^o)] = 45{,}71\angle 125{,}56^o \text{ A.}$$

Las corrientes de línea son:

$$\vec{I}_A = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA} = 45{,}71\angle 5{,}56^o - 45{,}71\angle 125{,}56^o = 79{,}17\angle -24{,}44^o \text{ A.}$$

$$\vec{I}_B = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB} = 45{,}71\angle -114{,}40^o - 45{,}71\angle 5{,}56^o = 79{,}17\angle -144{,}44^o \text{ A.}$$

$$\vec{I}_C = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC} = 45{,}71\angle 125{,}56^o - 45{,}71\angle -114{,}40^o = 79{,}17\angle 95{,}56^o \text{ A.}$$

La potencia compleja por fase, se calcula como:

$$\dot{S}_A = \vec{V}_{AN} * \vec{I}_A^{\,*} = (120\angle 0^o)*(79{,}17\angle 24{,}44^o) = 9.500{,}4\angle 24{,}44^o \text{ VA}$$

$$\dot{S}_B = \vec{V}_{BN} * \vec{I}_B^{\,*} = (120\angle -120^o)*(79{,}17\angle 144{,}44^o) = 9.500{,}4\angle 24{,}44^o \text{ VA}$$

$$\dot{S}_C = \vec{V}_{CN} * \vec{I}_C^{\,*} = (120\angle 120^o)*(79{,}17\angle -95{,}56^o) = 9.500{,}4\angle 24{,}44^o \text{ VA}$$

La potencia compleja trifásica es:

$$\dot{S}_{3\emptyset} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = 28.501{,}20\angle 24{,}44^o \text{ VA} = (25.947{,}35 + j11.792{,}09) \text{ VA.}$$

Cálculo del banco de condensadores.
La potencia activa se mantiene constante y del gráfico siguiente se obtiene:

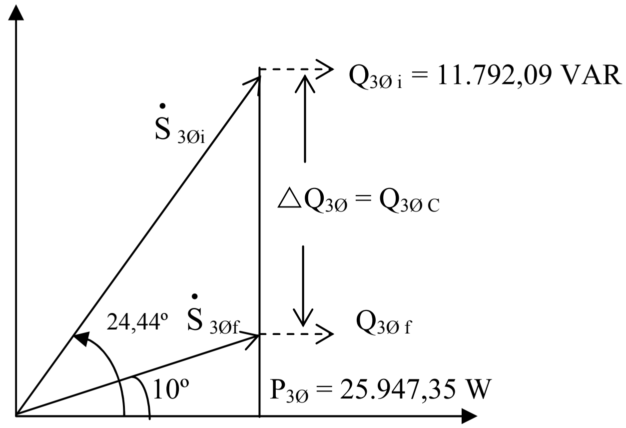


Figura 4.40 Problema 4.27 Diagrama de Potencias.

$Q_{3Øf} = P_{3Ø}\text{tag}10º = 25.947{,}35\text{tag}10º = 4.575{,}22$ VAR
⇨ $\triangle Q_{3Ø} = Q_{3Ø\,i} - Q_{3Ø\,f} = 11.792{,}09 - 4.575{,}22 = 7.216{,}87$ VAR.
Se debe instalar un banco de condensadores trifásico que suministre una potencia reactiva capacitiva de 7.216,87 VAR.

4.11.- PROBLEMAS PROPUESTOS.

Problema 4.28 (Montaje Delta – Delta).
En el circuito siguiente el voltaje entre fases es de 480 voltios. Calcular las corrientes en las líneas y en cada impedancia de la carga (corrientes de delta).

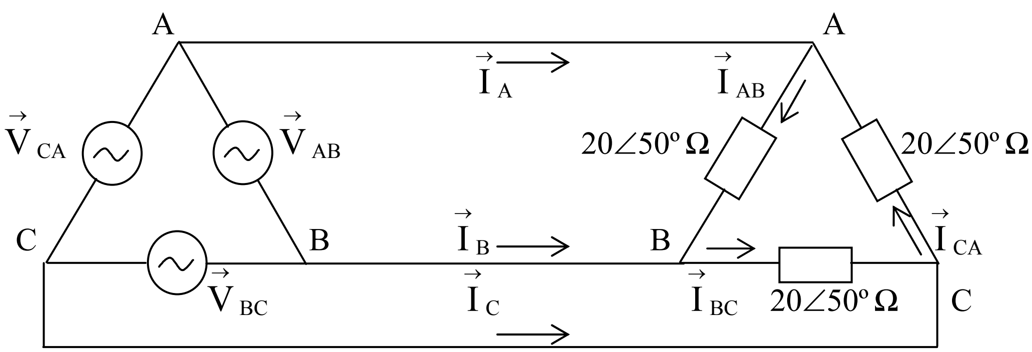


Figura 4.41 Problema 4.28

(Solución: Corrientes de delta: $\vec{I}_{AB} = 24\angle 70º$ A; $\vec{I}_{BC} = 24\angle -50º$ A; $\vec{I}_{CA} = 24\angle -170º$ A.
Corrientes de línea: $\vec{I}_A = 41{,}57\angle 40º$ A; $\vec{I}_B = 41{,}57\angle -80º$ A; $\vec{I}_C = 41{,}57\angle 160º$ A)

Problema 4.29 (Montaje Delta – Estrella).

En el circuito siguiente, el voltaje entre fases es de 560 voltios. Calcular las corrientes en la línea y en cada impedancia de la carga. Hallar el voltaje en la carga.

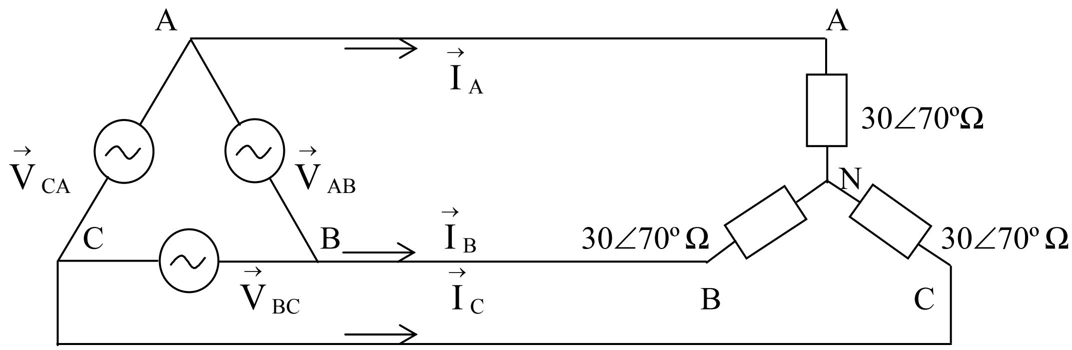


Figura 4.42 Problema 4.29

(Solución: $\vec{I}_A$ = 10,78∠20º A; $\vec{I}_B$ = 10,78∠-100º A; $\vec{I}_C$ = 10,78∠140º A; $\vec{V}_{AN}$ = 323,7∠90º) V; $\vec{V}_{BN}$ = 323,7∠-30º V; $\vec{V}_{CN}$ = 323,7∠210º V)

Problema 4.30 (Montaje Estrella – Estrella)

En el circuito siguiente, el voltaje entre fase y neutro es de 277,46 voltios. Calcular las corrientes en la línea y la corriente de neutro.

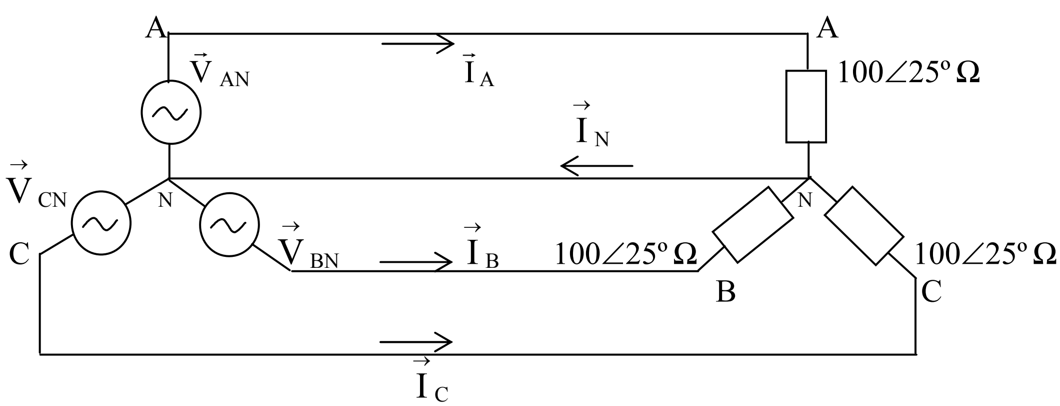


Figura 4.43 Problema 4.30

(Solución: $\vec{I}_A$ = 2,77∠-25º A; $\vec{I}_B$ = 2,77∠-145º A; $\vec{I}_C$ = 2,77∠95ºA; $\vec{I}_N$ = 0 A)

Problema 4.31 Sistema Trifásico Desbalanceado

En el circuito de la figura, el sistema trifásico 120/208V, f = 60 Hz; los bombillos son de 150 vatios, 200 vatios y 100 vatios, voltaje nominal 120 V. Calcular:

a.) Corrientes totales de línea.

b.) Lectura de los vatímetros W_1 y W_2.

c.) Potencia activa, reactiva, compleja, aparente y el factor de potencia.

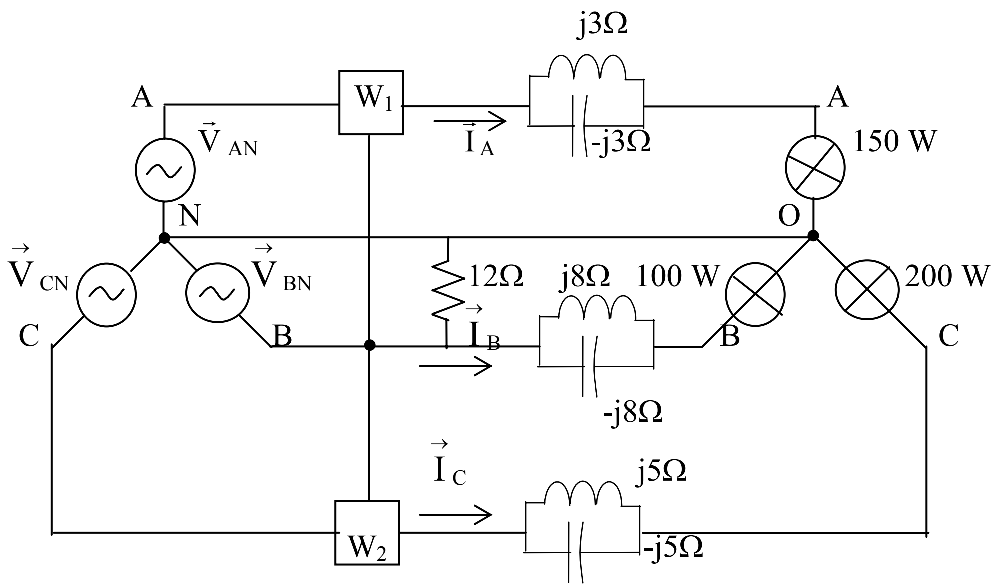


Figura 4.44 Problema 4.31

(Solución: $\vec{I}_A = 0$ A; $\vec{I}_B = 10\angle\text{-}120^o$ A; $\vec{I}_C = 0$ A; $W_1 = W_2 = 0$ W; P = 1.200 W; Q = 0 VAR; S = 1.200 VA; FP = 1)

<u>Problema 4.32</u> Sistema Trifásico Desbalanceado

En el circuito de la figura siguiente, la tensión es 480/277 voltios, secuencia positiva ABC, referencia $\vec{V}_{AN}$. Hallar el voltaje $\vec{V}_{OC}$. (Solución: $\vec{V}_{OC} = 145{,}96\angle\text{-}12{,}11^o$ V)

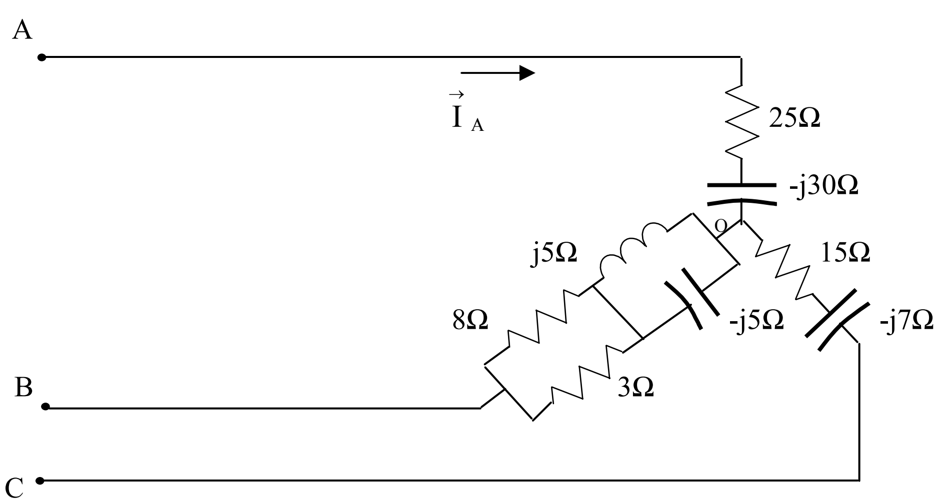


Figura 4.45 Problema 4.32

<u>Problema 4.33</u> Medición de Potencia con tres vatímetros

En el circuito siguiente, calcular la potencia en cada fase y la potencia trifásica total.

(Solución: $W_A = V_{LN}I_{LN}\cos\theta$; $W_B = V_{LN}I_{LN}\cos\theta$; $W_C = V_{LN}I_{LN}\cos\theta$; $P_{3\theta} = \sqrt{3}\, V_{LL}I_L\cos\theta$)

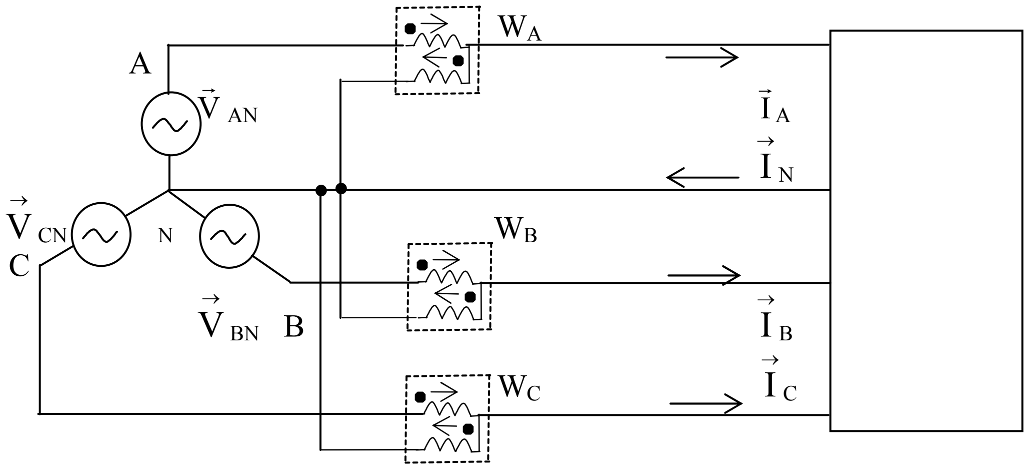


Figura 4.46 Problema 4.33

:

Problema 4.34 Corrección del Factor de Potencia.

Tres cargas monofásicas se conectan en estrella a un sistema trifásico tetrafilar de 208/120 V. Si las características de las cargas son:

$\dot{S}_A = 600\angle 0^o$ VA.

$\dot{S}_B = 5.500\angle 85,75^o$ VA.

$\dot{S}_C = 4.200\angle 75^o$ VA. Determinar:

a) El banco de condensadores, necesarios para que el factor de potencia sea de 0,95 inductivo.
b) Las corrientes de línea antes y después de instalar el banco de condensadores.

Referencia: Voltaje $\vec{V}_{AN.}$ (Solución: Banco de tres condensadores C = 181,03 μF cada uno. Corrientes antes de conectar el banco de condensadores: $\vec{I}_A = 5\angle 0^o$ A; $\vec{I}_B = 45,83\angle 154,25^o$ A; $\vec{I}_C = 35\angle 45^o$ A. Después de conectar el banco de condensadores: $\vec{I}_{AT} = 25,08\angle 78,5^o$ A; $\vec{I}_{BT} = 21,4\angle 159,13^o$ A; $\vec{I}_{CT} = 12,93\angle 74,47^o$ A)

Problema 4.35 Corrección del Factor de Potencia.

Para un mismo valor de capacitancia y un mismo sistema de voltaje. ¿Cómo suministra mayor potencia reactiva un banco de condensadores montado en estrella o en delta?

(Solución: $Q_{C3\emptyset\triangle} = 3(Q_{C3\emptyset Y})$.

CAPITULO 5

INSTALACIONES ELECTRICAS

5.1. INTRODUCCION.

El aprovechamiento de la energía eléctrica, se realiza a través de diferentes etapas como son generación, transmisión, transformación y distribución. En la generación, ocurre la transformación de otras formas de energía, en electricidad. Como la generación se hace a bajos niveles de voltaje, es necesario elevar estos voltajes, con transformadores elevadores, para evitar pérdidas durante la transmisión a los centros de consumo. En los centros de carga y a través de transformaciones sucesivas se reducen los voltajes a niveles que permitan la distribución y el uso de la energía eléctrica, ya sea industrial, residencial o comercial.

El uso de la energía eléctrica, antes mencionado se logra a través de las instalaciones eléctricas que se diseñan adecuadamente para tal fin. El diseño de las mismas se realiza mediante el proyecto eléctrico, el cual garantiza que las instalaciones eléctricas ofrezcan un alto grado de seguridad tanto a las personas como a los bienes.

En forma general, el proyecto eléctrico entre otros aspectos comprende:

1.- Instalaciones de alumbrado, tomacorrientes de uso general (TUG), aire acondicionado, ventilación, ascensores, equipos hidroneumáticos, cargas de emergencia, cargas especiales, otras cargas (motores, cocina, secadora etc.)

2.- Diagramas unifilares, diagramas de tableros, diagrama de alimentadores, banco de transformación, diagramas verticales, etc.

3.- Sistemas contra incendio, data, sonido, sistema de comunicación (teléfonos, intercomunicadores, video, timbre, etc.).

4.- El cálculo de alimentadores (acometidas, principales y ramales), el cálculo de las canalizaciones y tuberías, el diseño y cálculo de los tableros y subtableros. El cálculo del banco de transformación.

5.- Los cómputos métricos.

En el presente Capítulo, solamente haremos una parte de los cálculos antes mencionados.

5.2. CIRCUITOS DE ALUMBRADO.

Problema 5.1

En el plano de alumbrado siguiente. Determinar los conductores, las tuberías y las protecciones.

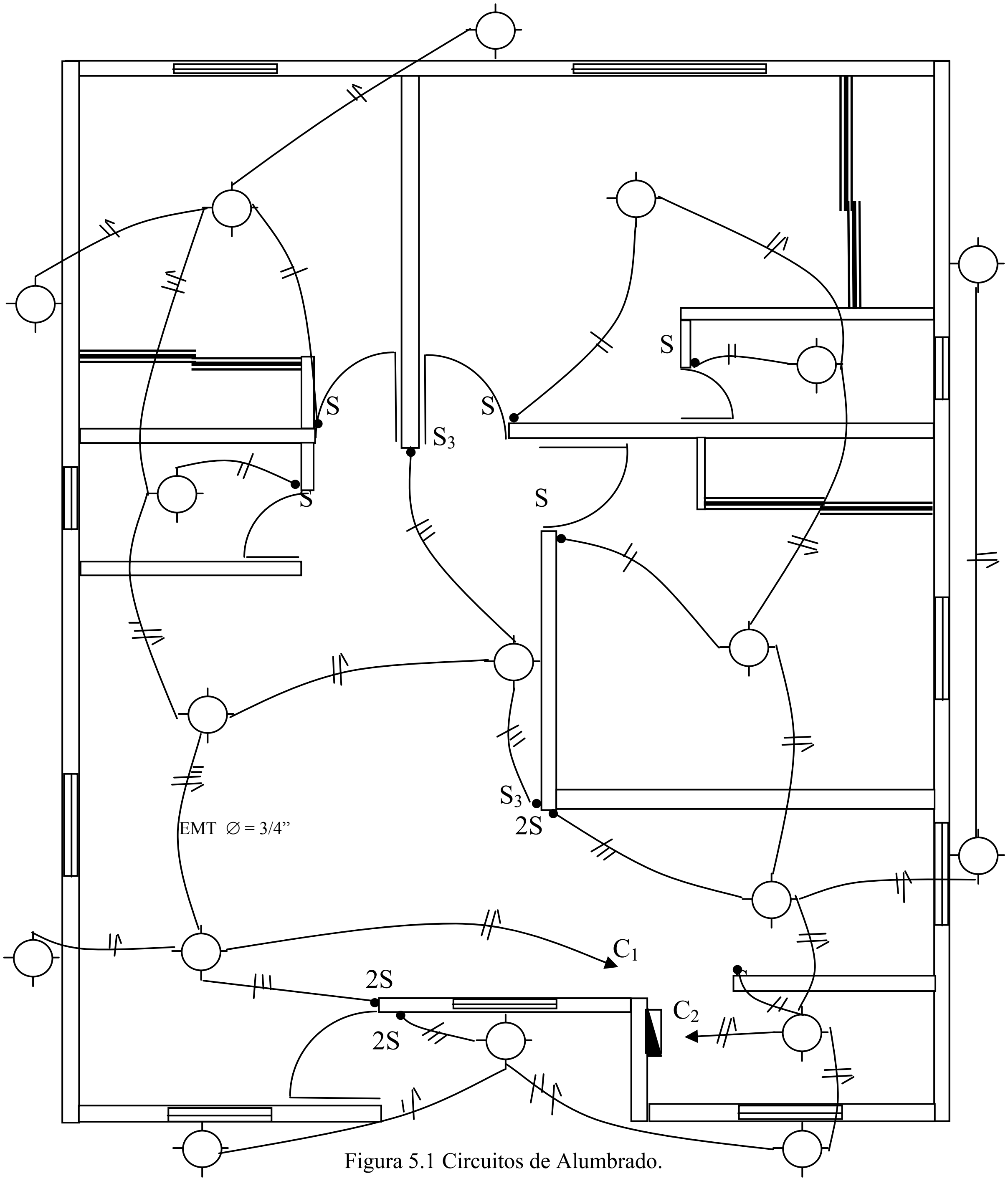


Figura 5.1 Circuitos de Alumbrado.

Nota: Salvo que se indique lo contrario la tubería será EMT θ = 1/2 " y el cable TW 12 AWG.

Comentarios sobre el alumbrado eléctrico.

Uno de los principales usos de la energía eléctrica es el de alumbrado. Siempre ha existido la discusión en establecer la diferencia entre alumbrado e iluminación; aunque en algunos textos se usan indistintamente las dos expresiones, el término alumbrado comprende toda la instalación eléctrica requerida, es decir la tubería, el cableado y los aparatos o dispositivos de alumbrado. El término iluminación está referido al aspecto técnico del dispositivo de alumbrado y de la instalación, es decir a los niveles de iluminación de dichos equipos y a la calidad aceptable de iluminación que puede brindar las instalaciones de alumbrado.

Otros criterios establecen que la diferencia entre alumbrado e iluminación tiene que ver con los fines decorativos o técnicos de la luz, si se persigue fines decorativos, por ejemplo cuando la luz se orienta hacia una obra de arte, se dice que se está iluminando; o cuando se usan equipos y dispositivos de alumbrado al realizar grabaciones de cine o televisión, en estos casos se está persiguiendo los efectos técnicos de iluminación y no un simple alumbrado. Igualmente en ambientes exteriores cuando la luz se orienta con fines decorativos sobre cualquier obra o edificación se está iluminando, en caso contrario solo se está alumbrando. A efectos del cálculo de la corriente no interesa si es alumbrado o iluminación.

El alumbrado puede ser de ambientes interiores o exteriores. Para ambientes interiores por lo general se emplean lámparas de menos de 150 vatios y 120 voltios, en el presente Capítulo las salidas de alumbrado se toman de 100 vatios y 120 voltios. En ambientes exteriores por lo general se emplean lámparas de mas 400 vatios y 220 voltios.
El alumbrado se realiza con el empleo de lámparas fluorescentes, incandescentes, neón, vapor de sodio, vapor de mercurio de alta presión, ultravioleta, etc.

<u>Solución:</u>
<u>Circuito C_1. (Alumbrado)</u>
Cálculo de corriente.
Número de lámparas: 8. Potencia por lámpara: 100 vatios. Potencia total: 800 vatios
I = Potencia total/voltaje = (800 W)/120V = 6,67 Amperios.
<u>Selección del conductor</u>. De acuerdo con la Tabla 5, se selecciona el cable TW 12 AWG, el cual tiene una capacidad de corriente de 20 amperios. (Por norma no se puede seleccionar un conductor menor del calibre 12 AWG.). En adelante salvo que se indique lo contrario en el plano, todos los conductores serán TW 12 AWG.
<u>Selección de la tubería</u>. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = ½” y EMT ∅ = 3/4”. En adelante salvo que se indique lo contrario en el plano, toda la tubería será EMT ∅ = ½”.
<u>Selección de la protección</u>. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 20 amperios se protege con un interruptor termomagnético de un polo y 20 amperios.

<u>Circuito C_2. (Alumbrado)</u>
Cálculo de corriente.
Número de lámparas: 10. Potencia por lámpara: 100 vatios. Potencia total: 1000 vatios
I = Potencia total/voltaje = (1000 W)/120V = 8,33 Amperios.

<u>Selección del conductor</u>. De acuerdo con la Tabla 5, se selecciona el cable TW 12 AWG, el cual tiene una capacidad de corriente de 20 amperios.

Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT $\varnothing = ½$”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 20 amperios se protege con un interruptor termomagnético de un polo y 20 amperios.

Simbología utilizada.

Salida luz incandescente de techo.

Salida luz incandescente de pared.

• S Salida interruptor sencillo.

• 2S Salida interruptor doble.

• S_3 Salida interruptor de tres vías o three way.

Tablero principal.

Conductor de fase.

Conductor de fase controlada.

Conductor de neutro.

5.3. CIRCUITOS DE TOMACORRIENTES.

Todo proyecto eléctrico debe contener circuitos de tomacorrientes de uso general (TUG); es práctica común que en cada habitación se ubiquen como mínimo dos tomacorrientes dobles de 120 voltios y 15 amperios de capacidad. En los baños también es recomendable la colocación de por lo menos un tomacorriente doble que es de mucha utilidad para equipos eléctricos tales como secadores, afeitadoras etc. En las demás áreas tales como recibo, comedor, pasillos, zaguanes, porche, área de servicio, garaje, etc.; se recomienda la colocación suficiente y adecuada de tomacorrientes dobles.

En las áreas antes mencionadas los TUG, se colocarán a una altura de 40 centímetros del piso acabado. En la cocina y debido a la cantidad de equipos electrodomésticos que se usan es recomendable la ubicación suficiente de tomacorrientes dobles, los cuales deben ir colocados como mínimo a una altura de 1,10 metros del piso acabado. Por lo general los circuitos de tomacorrientes van por el piso, aunque en algunos casos se usan por las paredes y en casos excepcionales por el techo. Las salidas de tomacorrientes dobles se recomienda que no sean menor de 200 vatios por punto, salvo en la cocina y área de servicio que se asumen 300 W por punto. Por otra parte y debido al extendido uso de las computadoras personales se debe emplear los tomacorrientes con polo de tierra en todos los circuitos y en especial en los lugares de humedad como el baño, la cocina y el área de servicios.

<u>Problema 5.2</u>
En el plano de tomacorrientes siguiente. Determinar los conductores, las tuberías y las protecciones.

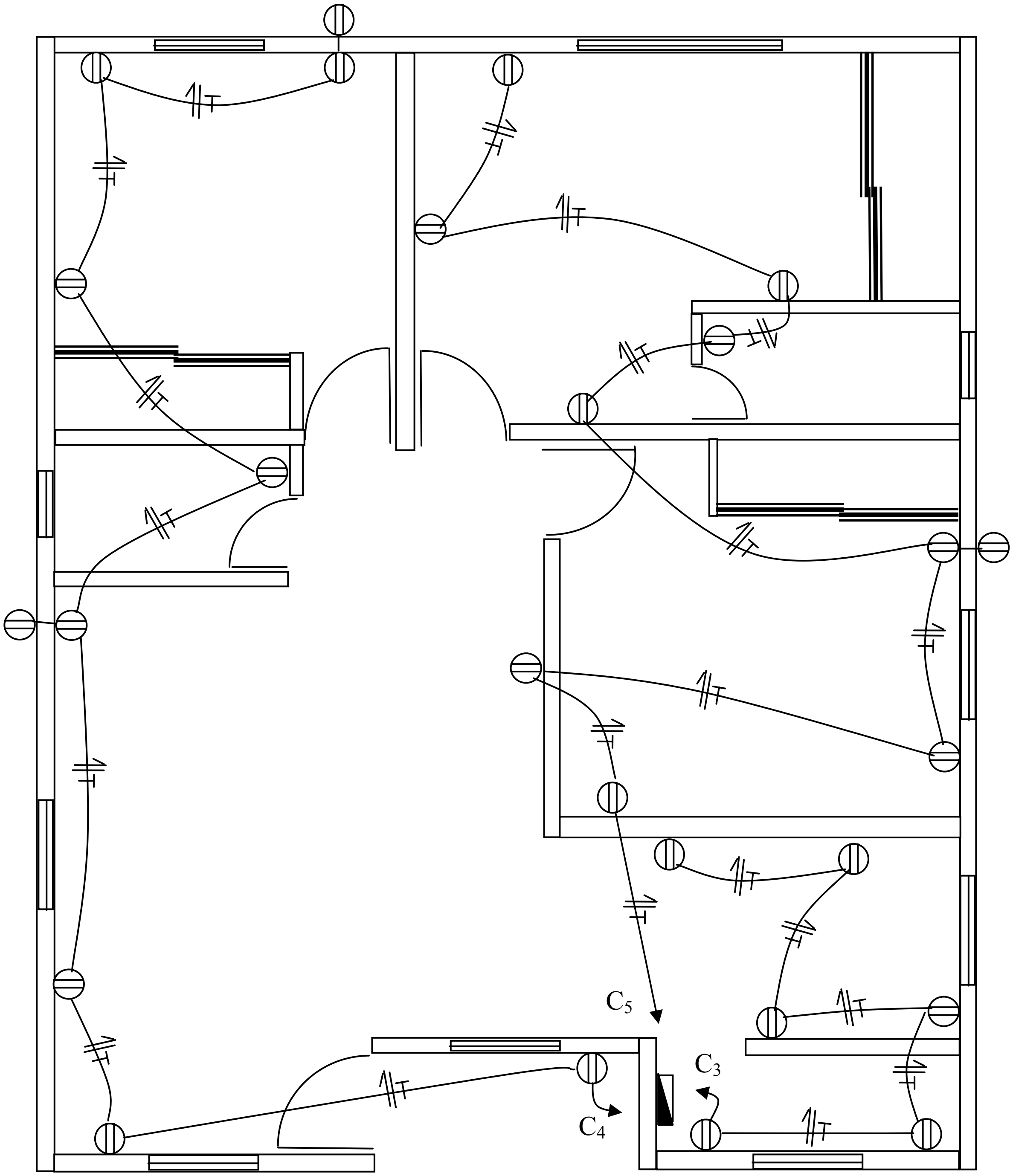


Figura 5.2 Circuitos de Tomacorrientes.

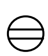
Nota: Salvo que se indique lo contrario la tubería será EMT $\theta = 1/2$ " y el cable TW 12 AWG.

Solución:

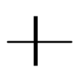
Circuito C_3 (Tomacorrientes de cocina y área de servicios)
Cálculo de corriente.
Número de tomacorrientes: 6. Potencia por tomacorriente: 300 W. Potencia total: 1800 W.
I = Potencia total/voltaje = (1800 W)/120V = 15 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, se selecciona el cable TW 12 AWG, el cual tiene una capacidad de corriente de 20 amperios.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = ½”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 20 amperios se protege con un interruptor termomagnético de un polo y 20 amperios.

Circuito C_4 (Tomacorrientes)
Cálculo de corriente.
Número de tomacorrientes: 10. Potencia por tomacorriente: 200 W. Potencia total: 2000 W.
I = Potencia total/voltaje = (2000 W)/120V = 16,67 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, se selecciona el cable TW 12 AWG, el cual tiene una capacidad de corriente de 20 amperios.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = ½”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 20 amperios se protege con un interruptor termomagnético de un polo y 20 amperios.

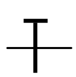
Circuito C_5 (Tomacorrientes)
Cálculo de corriente.
Número de tomacorrientes: 10. Potencia por tomacorriente: 200 W. Potencia total: 2000 W.
I = Potencia total/voltaje = (2000 W)/120V = 16,67 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, se selecciona el cable TW 12 AWG, el cual tiene una capacidad de corriente de 20 amperios.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = ½”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 20 amperios se protege con un interruptor termomagnético de un polo y 20 amperios.
Simbología utilizada.

 Salida tomacorriente doble.

 Tablero principal.

 Conductor de fase.

 Conductor de neutro.

 Conductor de tierra.

5.4. CIRCUITOS DE TOMACORRIENTES ESPECIALES.

Problema 5.3

En el plano de tomacorrientes especiales siguiente. Determinar los conductores, las tuberías y las protecciones.

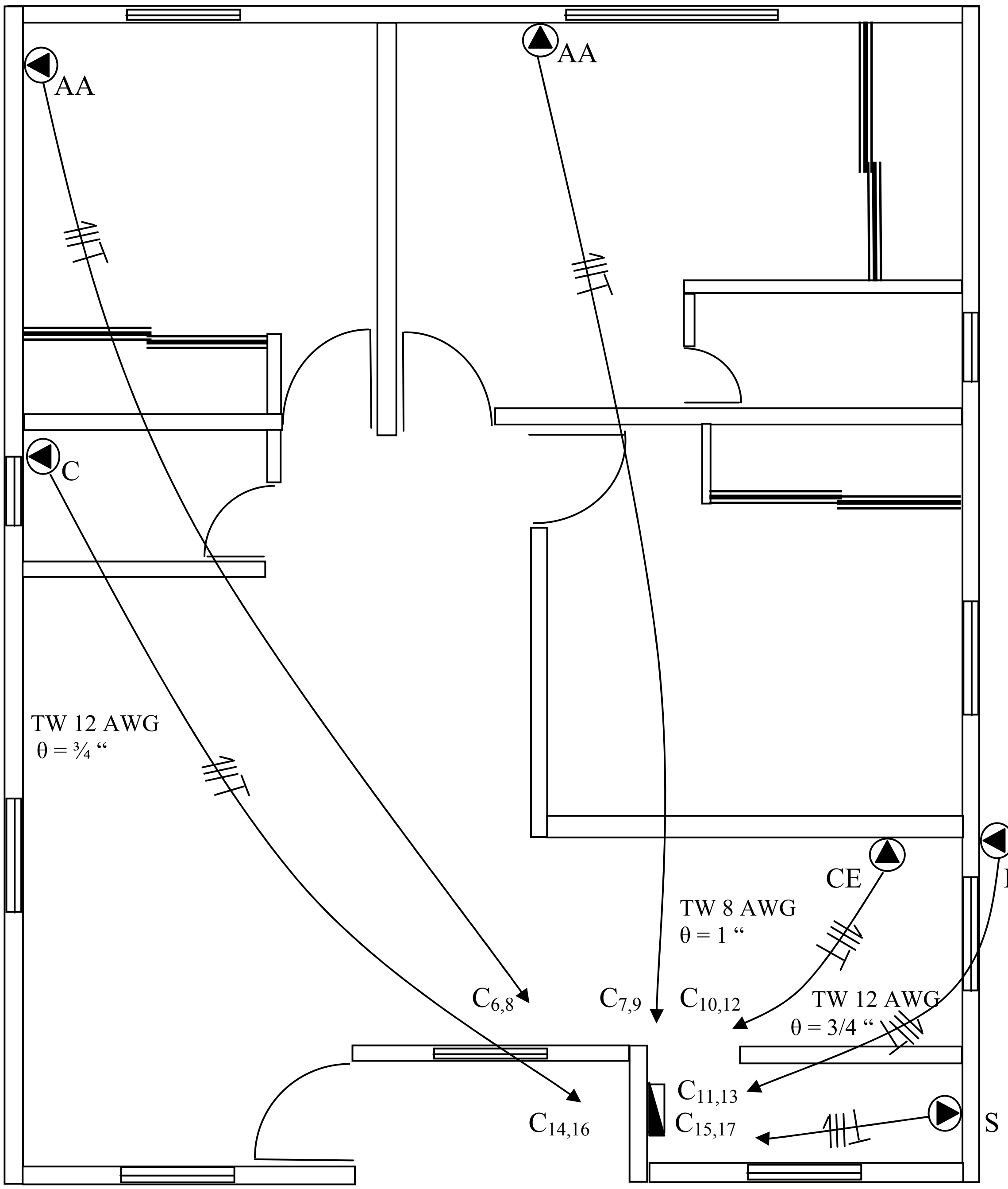


Figura 5.3 Circuitos de Tomacorrientes Especiales.

Nota: Salvo que se indique lo contrario la tubería será EMT θ = ¾ " y el cable TW 10 AWG.

Comentarios sobre los tomacorrientes especiales.

Para ciertos tipos de cargas, se deben diseñar circuitos que solamente alimenten dichas cargas; tales como: Secadora, calentador eléctrico, refrigeradores, bombas de agua, aires acondicionados, cocina eléctrica., hornos eléctrico, lavaplatos, extractores, etc. Debido a la gran variedad de equipos electrodomésticos, resulta difícil establecer el consumo de electricidad por cada tipo de equipo.

A nivel residencial y comercial la mayoría de equipos electrodomésticos funcionan con tensión de 120 voltios (sistema monofásicos), otros equipos funcionan con tensión de 220 voltios (sistema monofásicos trifilar o también llamado bifásico) y muy pocos equipos funcionan con voltajes trifásicos. A nivel industrial la mayoría de equipos y dispositivos eléctricos, funcionan con voltajes trifásicos. En todo caso es recomendable el uso del conductor de tierra cuando se instalen dichos equipos..

Solución:

Circuito $C_{6,8}$ (AA → Aire Acondicionado)
Cálculo de corriente.
Aire Acondicionado de 24.000 BTU. Potencia: 3600 W. 220 V.
I = Potencia/voltaje = (3600 W)/208V = 17,31 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, el cable TW 12 AWG, tiene una capacidad de corriente de 20 amperios, pero tomado en cuenta la distancia entre el AA y el tablero principal y con la finalidad de evitar caídas de voltaje indeseables se selecciona el cable TW 10 AWG.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = 3/4”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 30 amperios se protege con un interruptor termomagnético de dos polos y 30 amperios.

Circuito $C_{7,9}$ (AA → Aire Acondicionado)
Cálculo de corriente.
Aire Acondicionado de 24.000 BTU. Potencia: 3600 W. 220 V.
I = Potencia/voltaje = (3600 W)/208V = 17,31 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, el cable TW 12 AWG, tiene una capacidad de corriente de 20 amperios, pero tomado en cuenta la distancia entre el AA y el tablero principal y con la finalidad de evitar caídas de voltaje indeseables se selecciona el cable TW 10 AWG.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = 3/4”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 30 amperios se protege con un interruptor termomagnético de dos polos y 30 amperios.

Circuito $C_{10,12}$ (CE → Cocina eléctrica)
Cálculo de corriente.

Cocina eléctrica de 6.000 W. 220 V.
I = Potencia/voltaje = (6000 W)/208V = 28,85 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, el cable TW 10 AWG, tiene una capacidad de corriente de 30 amperios, pero se selecciona el cable TW 8 AWG, para evitar posibles recalentamientos en el conductor tomado en cuenta el tipo de equipo a alimentar y la poca diferencia entre la capacidad del cable y la corriente consumida por la cocina eléctrica.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = 1”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 40 amperios se protege con un interruptor termomagnético de dos polos y 40 amperios.

Circuito $C_{11,13}$ (B → Motor para la bomba de agua)
Cálculo de corriente.
Motor eléctrico trifásico de 2,5 Hp. Rendimiento 74%. Factor de potencia = 0,78. Tensión 208 V.
La potencia eléctrica = ((2,5 HP*746W/HP)/0,74 = 2520,27 W. La potencia aparente es:
S = P/F.P. = 2520,27W/0,78 = 3.231,12 VA
I = S/√3*V_{LL} = 3.231,12/√3*208 = 8,97 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, se selecciona el cable TW 12 AWG, el cual tiene una capacidad de corriente de 20 amperios.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = 3/4”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 20 amperios se protege con un interruptor termomagnético de tres polos y 20 amperios.

Circuito $C_{14,16}$ (C → Calentador eléctrico)
Cálculo de corriente.
Calentador eléctrico de 1500 W.; 220 V.
I = Potencia/voltaje = (1500 W)/208V = 7,21 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, el cable TW 12 AWG, tiene una capacidad de corriente de 20 amperios.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = 3/4”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de corriente de 20 amperios se protege con un interruptor termomagnético de un polo y 20 amperios.

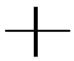
Circuito $C_{15,17}$ (S → Secadora de ropa)
Cálculo de corriente.
Secadora de ropa de 5000 W. 220 V.
I = Potencia/voltaje = (5000 W)/208V = 24,04 Amperios.
Selección del conductor. De acuerdo con la Tabla 5, el cable TW 10 AWG, tiene una capacidad de corriente de 30 amperios.
Selección de la tubería. De acuerdo con la Tabla 2, se selecciona la tubería EMT ∅ = 3/4”
Selección de la protección. Como el conductor seleccionado tiene una capacidad de

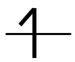
corriente de 30 amperios se protege con un interruptor termomagnético de dos polos y 30 amperios.

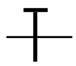
Simbología utilizada.

 Salida tomacorriente especial.

 Tablero principal.

 Conductor de fase.

 Conductor de neutro.

 Conductor de tierra.

Abreviatura utilizada.

AA = Aire Acondicionado. S = Secadora. CE = Cocina eléctrica. C = Calentador eléctrico. B = Bomba de agua.

5.5. LOS PLANOS DE COMUNICACIONES Y SERVICIOS.

Los planos de comunicaciones y servicios, deben contener entre otros los siguientes sistemas: Telefónico, televisión, red, sonido, intercomunicadores, timbre, etc.

El Sistema Telefónico. Requiere de una tubería EMT, calibre ¾" (Como mínimo). En cuanto al conductor se puede usar cable TDI de uno o mas pares y el calibre puede variar entre calibre 24 al 18 AWG, depende del fabricante.

El Sistema de Televisión. Debido al auge de la televisión por cable, se debe incluir en el diseño eléctrico este sistema, (para evitar a posteriori cableado superficial), para tal fin requiere de una tubería EMT, calibre ¾" (como mínimo). En cuanto al conductor se usa cable coaxial tipo RG6 ó RG 59.

El Sistema Red o Data. Al igual que el caso anterior debido al uso de Internet y a la interconexión en red de las computadoras, se debe incluir en el diseño eléctrico el sistema de red, (para evitar a posteriori cableado superficial), para tal fin se requiere de una tubería EMT, calibre 1" (como mínimo). En cuanto al conductor se usa cable tipo UTP Nivel 5, de 8 conductores.

El Sistema de Sonido. Dependiendo del nivel social de la vivienda, se recomienda incluir en el diseño de electricidad, el sistema de sonido, se emplea tubería EMT, calibre 1/2". En cuanto al conductor se puede usar el llamado "cable para cornetas rojo y negro" calibre desde 2x14 hasta 2x22 AWG; también se puede usar el cable transparente, calibre desde 2x16 hasta 2x22 AWG,.

El Sistema de Intercomunicadores. Al igual que el caso anterior, dependiendo del nivel social de la vivienda, se recomienda incluir en el diseño de electricidad, intercomunicadores, se emplea tubería EMT, calibre 1" (como mínimo). En cuanto al conductor depende del tipo de intercomunicador que se use. El sistema de intercomunicador debe incluir la cerradura o portero eléctrico, para permitir la apertura de la puerta principal de la vivienda cuando sea necesario. Algunos proyectos también pueden exigir el diseño de sistema de video, sobre todo para vigilancia y seguridad.

<u>El timbre y el pulsador.</u> Se emplea para el timbre y el pulsador o pulsadores, cable TW 14 AWG y tubería EMT calibre ½".

<u>Problema 5.4</u>

En el plano siguiente. Diseñar los sistemas de teléfonos, televisión, red o data, intercomunicador, timbre y pulsador.

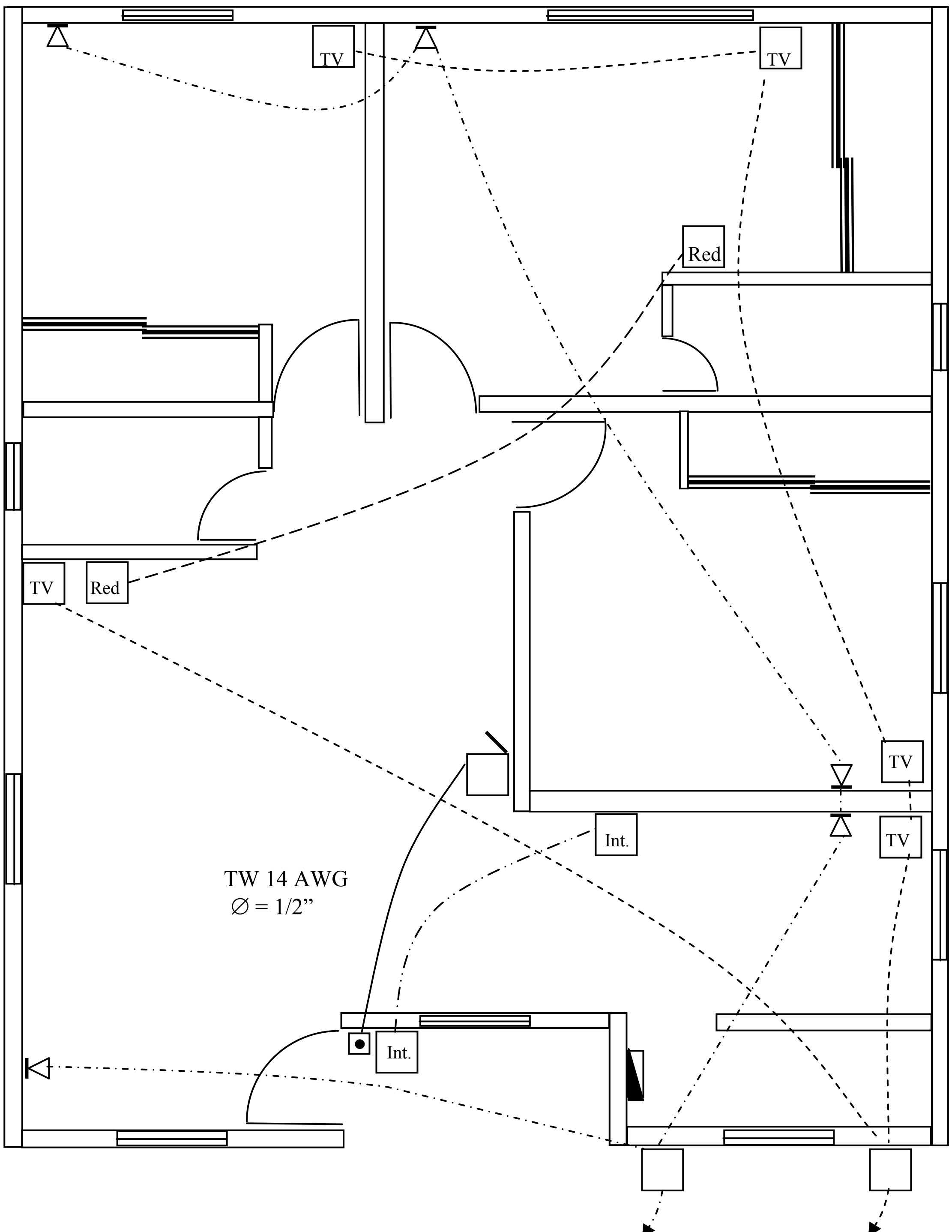


Figura 5.4 Teléfonos, Televisión, Red, Intercomunicador , Timbre y pulsador.

<u>Simbología utilizada.</u>

Salida Teléfono.

TV Salida Televisión.

Red Salida Red o Data.

Int. Salida Intercomunicador.

Salida Timbre.

Salida pulsador.

- · - Teléfonos. Tubería EMT ∅ = 3/4”. Cable TDI calibre 2X18 AWG.

---- Televisión. Tubería EMT ∅ = 3/4”. Cable RG 6.

– ·· – Intercomunicador. Tubería EMT ∅ = 1”.

– – - Red o Data. Tubería EMT ∅ = 1”. Cable UTP Nivel 5, 8 conductores.

5.6. DETECCION Y ALARMA CONTRA INCENDIO.

El proyecto de electricidad comprende también el diseño del Sistema de Detección y Alarma Contra Incendio, el cual tiene como finalidad alertar oportunamente del inicio de un posible incendio. Este sistema está compuesto por: Central de Alarma Contra Incendio (CCI), los detectores térmicos (que activan la Central de alarma contra incendios, cuando se produce una elevación de la temperatura), los detectores iónicos de humo (que activan la Central de alarma contra incendios, cuando haya presencia de humo en el ambiente), las estaciones manuales, los difusores de sonido y las resistencias finales de línea (RFL).

La Central de Alarma Contra Incendio, se diseña de acuerdo a lo complejo que sea la edificación y que determina la cantidad de zonas de la CCI, la cual se debe ubicar en la planta baja de los edificios y de manera preferente en la casilla de vigilancia en caso de que exista. La ubicación, tipo y cantidad de detectores de incendio depende del uso y de la edificación. La ubicación y cantidad de estaciones manuales y difusores de sonido también dependen de la edificación.

La tubería para el Sistema de Detección y Alarma Contra Incendio Alarma, debe ser metálica y de acuerdo con la edificación puede ser tipo EMT o Conduit, el calibre depende del diseño que se proyecte. El cableado se realiza en cable TW calibre 16. Aunque en las residencias no es común el diseño de sistemas contra incendio, a continuación se hace a manera de ejemplo.

Problema 5.5

En el plano siguiente. Diseñar el Sistemas de Detección y Alarma Contra Incendio.

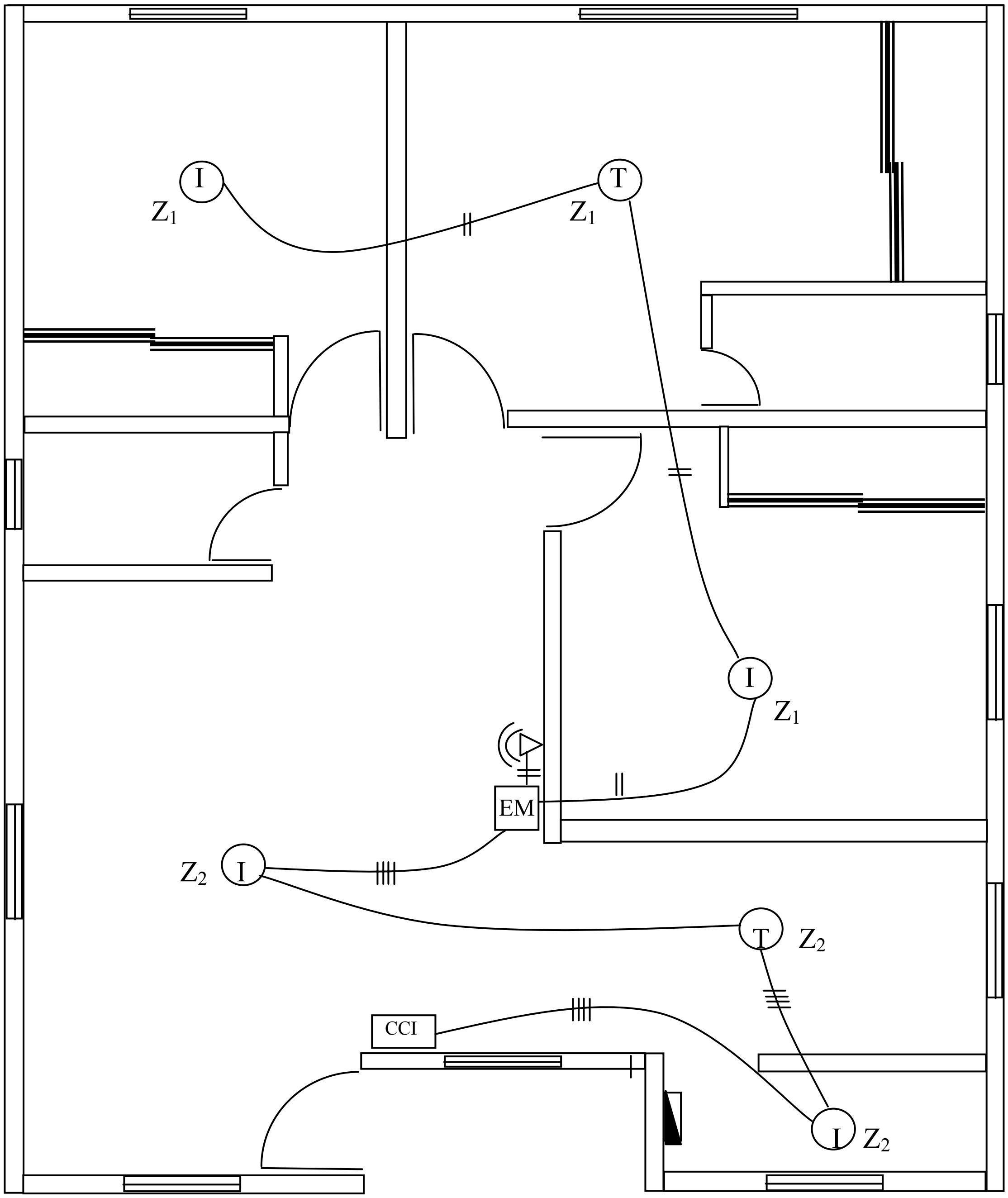
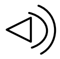


Figura 5.5 Sistema de Detección y Alarma Contra Incendio

Nota: Salvo que se indique lo contrario la tubería será EMT θ = ¾ " y el cable TW 16 AWG.

Simbología utilizada.

CCI Central Alarma Contra Incendios.

 Difusor de sonido.

EM Estación manual.

T Detector Térmico.

I Detector Iónico.

Abreviatura utilizada.

Z_X Zona "X".

5.7. CABLES.

En las instalaciones eléctricas, se emplean cables de baja tensión, hasta 600 voltios. Los cables pueden ser de aluminio o cobre, el cable de cobre es el de mayor uso en las instalaciones eléctricas. Los calibres mas usados van desde 12 hasta 4/0 AWG (De las siglas en inglés American Wire Gauge o calibrador americano para cables) y de 250 hasta 750 MCM. (Mil Circular Mils, en el Problema 1.5 se define el CM o Circular Mils). Los aislantes mas usados por los fabricantes nacionales y extranjeros son el TW, THW y TTU.

El aislante TW, es termoplástico, resistente a la humedad y es de uso general, diseñado para operar a la temperatura de 60º.

El aislante THW, es termoplástico, resistente a la humedad y retardante de la llama, se recomienda su uso para la alimentación de motores diseñados para operar a la temperatura de 75º.

El aislante TTU, es polietileno PVC, se recomienda para las acometidas y redes subterráneas, diseñado para operar a la temperatura de 75º, llamado TTU 75º, también se fabrica el TTU 90º.

En cuanto al precio el orden es el siguiente: TTU 90º 〉 TTU 75º 〉 THW 〉 TW.

5.8. LAS TUBERÍAS.

En las instalaciones eléctricas, se emplean tubería con calibres desde ½" hasta 6". Pueden ser tubería rígida o flexible. También pueden ser metálicas y de plástico (PVC). Las tuberías metálicas pueden ser conduit pesado o liviano (roscado) y EMT (De las siglas en inglés Electrical Metal Tube).

5.9. CAIDA DE TENSION EN SISTEMAS MONOFASICOS.

Una red eléctrica está compuesta por la fuente de voltaje, las líneas o alimentadores y la carga. La fuente suministra un voltaje a la carga V_1, como los conductores que sirven de alimentadores, tienen resistencia y reactancia inductiva, al pasar la corriente que alimenta la carga, se produce una caída de voltaje (ΔV) en dichos conductores y el voltaje en la carga sería V_2.

Problema 5.6

Tomando como referencia el voltaje en la carga V_2, determinar la caída de voltaje en porcentaje, de la red eléctrica siguiente. La corriente de la carga es I y el ángulo de defasaje entre ésta y el voltaje de la carga es θ. Los conductores presenta una resistencia "r" y una reactancia "x", que por unidad de longitud se expresa como $R = r/L$ y $X = x/L$, respectivamente.

I

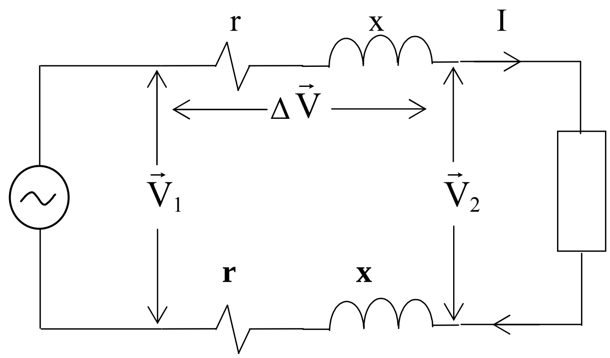


Figura 5.6 Red eléctrica. Problema 5.6

Solución:

Como el conductor de fase es igual que el de neutro, el circuito anterior se puede representar como:

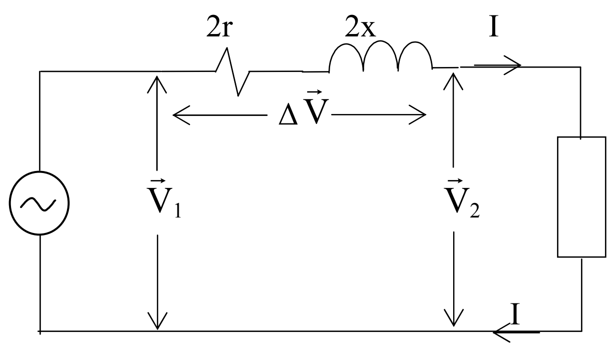


Figura 5.7 Circuito equivalente. Problema 5.6

Aplicando LKV, se tiene:

$$\vec{V}_1 = \Delta\vec{V} + \vec{V}_2$$

Pero como $\Delta\vec{V}$, es la caída de voltaje en los conductores y aplicando la Ley de Ohm, se tiene:

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_{2r} + \vec{V}_{2x} \Rightarrow \Delta\vec{V} = 2r\vec{I} + j2x\vec{I}.$$

De acuerdo con las expresiones anteriores y tomando como referencia el voltaje $\vec{V}_2$, se puede hacer el diagrama vectorial siguiente:

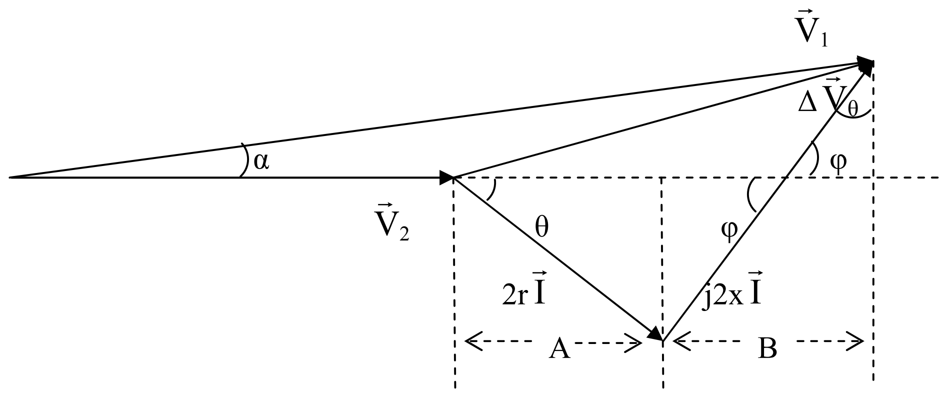


Figura 5.8 Diagrama vectorial. Problema 5.6

En la práctica el ángulo "α", es muy pequeño, por lo tanto, se puede decir que:
$V_1 = V_2 + A + B$, pero:
$\cos\theta = A/2rI \Rightarrow A = 2rI\cos\theta \Rightarrow A = 2RLI\cos\theta$.
$\text{sen}\theta = B/2xI \Rightarrow B = 2xI\text{sen}\theta \Rightarrow B = 2XLI\text{sen}\theta$; por lo tanto:
$V_1 = V_2 + 2RLI\cos\theta + 2XLI\text{sen}\theta \Rightarrow V_1 - V_2 = 2IL(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)$; como $V_1 - V_2 = \Delta V$ $\Rightarrow \Delta V = 2IL(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)$.
Ahora bien si el voltaje de la fuente V_1, representa el 100% la caída de voltaje en porcentaje ¿Cuánto representa?

$$\text{Si}\quad V_1 \longrightarrow 100\%$$
$$\Delta V \longrightarrow X$$

$X = \Delta V(\%) = (\Delta V*100\%)/V_1 = 2IL*100(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)/V_1$
Multiplicando y dividiendo por $V_1 \Rightarrow$
$\Delta V(\%) = 200I\,V_1L(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)/V_1V_1$; como $VA = IV_1 \Rightarrow$
$\Delta V(\%) = 200VAL(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)/(V_1)^2$; como $VA = 1000KVA$ y $V_1 = 1000KV. \Rightarrow$
$\Delta V(\%) = 2\cancel{00}*\cancel{1000}KVAL(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)/(\cancel{1000}KV*10\cancel{00}KV) \Rightarrow$

$$\Delta V(\%) = KVAL(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)/5KV^2 \qquad (5.1)$$

Donde:

- $\Delta V(\%)$ = Caída de voltaje (en porcentaje).
- KVA = Potencia aparente.
- L = Distancia entre la fuente y la carga.
- θ = Angulo de fase de la carga.
- R = Resistencia por unidad de longitud del conductor.
- X = Reactancia por unidad de longitud del conductor.

<u>Problema 5.7</u>

Se alimenta una carga monofásica ubicada a 100 metros, de una fuente de alimentación monofásica de 208 voltios. La alimentación es mediante conductores TW 2/0 AWG, con características por unidad de longitud: $R = 3{,}47\text{x}10^{-4}$ Ω/m y $X = 1{,}6\text{x}10^{-4}$ Ω/m. La carga consiste en:

Motores de inducción: (13 + j7,5) KVA.
Máquinas de soldar: (16 + 4) KVA.
Banco de condensadores: (20 – j5) KVA.
Calcular:

1. El factor de potencia (FP) de la carga.
2. La caída de voltaje en los alimentadores.
3. El voltaje de la carga.
4. La corriente que consume la carga.
5. Pérdida de potencia aparente en los conductores.

Solución:
El factor de potencia de la carga se determina con el ángulo de la potencia compleja.
$\dot{S}$ = P + jQ ⇨ $\dot{S}$ = (49 + j2,5) KVA = 49,43∠7,56º KVA.
⇨ F.P = cosθ = cos7,56 = 0,99 y el seno θ = 0,13
2. La caída de voltaje en los alimentadores se determina con la expresión 5.1

$$\Delta V(\%) = KVAL(R\cos\theta + X\mathrm{sen}\theta)/5KV^2$$

⇨ $\Delta V(\%) = 49{,}43*100(3{,}47x10^{-4} *0{,}99 + 1{,}6x10^{-4} *0{,}13)/5*(0{,}208)^2 = 8{,}33\%$
La caída de voltaje ΔV = 17,33 Voltios.
3. El voltaje en la carga V_L = (208-17,33) = 190,67 V
4. La corriente que consume la carga I_L = S/V_L = 49,43KVA/190,67V = 259,24 A.
5. La pérdida de potencia aparente en los conductores:

$$Sp = \Delta V*I_L = 17{,}33*259{,}24 = 4.492{,}69 \text{ VA.}$$

5.10. CAIDA DE TENSION EN SISTEMAS TRIFASICOS.

En los sistemas trifásicos balanceados, por no circular corriente en el neutro, no hay caída de voltaje en el conductor de neutro, por lo tanto cualquier fase se puede representar como:

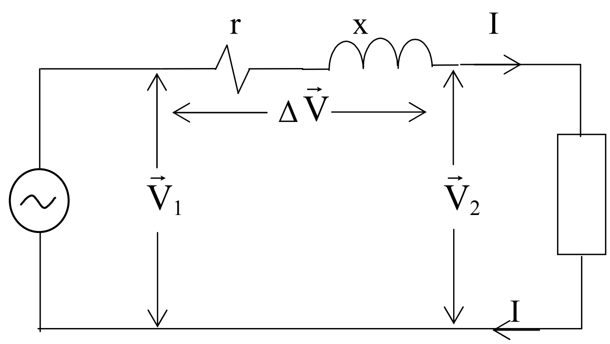


Figura 5.9 Circuito equivalente de una fase en sistemas trifásicos.

Por lo tanto la caída de voltaje, se calcula aplicando la expresión 5.1; pero dividiendo entre dos, es decir:

$$\Delta V`(\%) = \Delta V(\%)/2 \qquad (5.2)$$

Donde:

ΔV´(%) = Caída de voltaje (en porcentaje) para una fase en sistemas trifásicos.

$\Delta V(\%) =$ Caída de voltaje (en porcentaje) para sistemas monofásicos.

Así mismo la potencia trifásica es tres veces la potencia monofásica y el voltaje línea-línea es $\sqrt{3}$ voltaje línea-neutro, es decir:

$KVAL = (KVAL_{3\varnothing})/3$

$KV = KV_{LL}/\sqrt{3}$

De acuerdo con lo anterior y de las expresiones 5.1 y 5.2 tenemos:

$$\Delta V`(\%) = \frac{KVAL_{3\varnothing}(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)}{3*2*5(KV_{LL}/\sqrt{3})^2} \Rightarrow$$

$$\Delta V`(\%) = KVA_{3\varnothing}L(R\cos\theta + X\text{sen}\theta)/10KV_{LL}^2 \qquad (5.3)$$

Donde:

$\Delta V`(\%) =$ Caída de voltaje (en porcentaje) en sistemas trifásicos.
$KVA_{3\varnothing} =$ Potencia aparente trifásica.
$L =$ Distancia entre la fuente y la carga.
$\theta =$ Angulo de fase de la carga.
$R =$ Resistencia por unidad de longitud del conductor.
$X =$ Reactancia por unidad de longitud del conductor.

La expresión $KVA_{3\varnothing}L$, es llamada capacidad de distribución en KVA-m, existen tablas con los valores en KVA-m, para diferentes conductores, caídas de voltaje de 2% y 3%, con factores de potencia de 0,7; 0,8; 0,9 y 1, nivel de tensión 208/120 voltios. Para otros niveles de tensión se debe aplicar el factor de la Tabla 10.

Problema 5.8

Se alimenta una carga trifásica de 13 KW, FP = 0,7 atrasado, ubicada a 100 metros de la fuente de alimentación 208/120 voltios y la caída de voltaje no debe supera 3%. Se pide calcular el alimentador (cable y tubería) tanto por capacidad de corriente como por caída de tensión.

Solución:

Cálculo por capacidad de corriente:

La potencia compleja se calcula como:

$KVA_{3\varnothing} = KW_{3\varnothing}/FP = 13/0,7 = 18,57$ KVA. La corriente I, se calcula como:

$I = KVA_{3\varnothing}/\sqrt{3}\,KV_{LL} = 18,57/\sqrt{3}\,(0,208) = 51,55$ A.

De acuerdo con la Tabla 5, el conductor seleccionado es TW 6 AWG y de acuerdo con la Tabla 2, la tubería seleccionada es EMT $\varnothing$ = 1”.

Cálculo por caída de tensión:

Los KVA-m se calculan como:

KVA-m = 18,57*100 = 1.857,14 KVA-m.

De acuerdo con la Tabla 6, para un FP = 0,7 y caída de tensión 3%, el conductor seleccionado es TW 2 AWG, que tiene una capacidad de distribución de 2.316 KVA-m (superior a 1.857,14). De la Tabla 2, la tubería seleccionada es EMT $\varnothing$ = 1 ½”

Según lo anterior se debe escoger como alimentador, el cable TW 2 AWG y tubería EMT ∅ = 1 ½”

La caída de tensión con el cable seleccionado es:
$\Delta V`(\%) = 1.857,14(0,651*10^{-3}*0,7 + 0,146*10^{-3}*0,71)/10(0,208)^2 = 2,40\%$
La caída de tensión en caso de usar el cable TW 6 AWG (por capacidad de corriente):
$\Delta V`(\%) = 1.857,14(1,646*10^{-3}*0,7 + 0,1653*10^{-3}*0,71)/10(0,208)^2 = 5,45\%$, valor superior al exigido. Los valores de R y X se obtienen de la Tabla 2.

5.11. EL FACTOR DE DEMANDA Y EL CONSUMO DE ENERGIA.

El Factor de Demanda, es la relación entre la demanda máxima y la carga conectada (la demanda máxima es el consumo de potencia en un cierto tiempo “t” determinado y la carga conectada es la sumatoria de la potencia de los equipos, dispositivos y aparatos eléctricos que se conectan a la red de electricidad de la edificación).

El Factor de Demanda = Demanda Máxima/Carga conectada

La energía consumida por una carga se determina multiplicando la potencia activa (en KW) por el tiempo de conexión (en horas). La unidad de medida es el KW-H, el cual tiene un costo en bolívares que lo regula el Estado, que pública los precios de la energía eléctrica en la Gaceta Oficial.

5.12. LA ACOMETIDA ELECTRICA.

La acometida eléctrica es el alimentador que va desde el punto de entrega de la empresa de energía eléctrica hasta el tablero principal, pasando desde luego por el medidor, hasta la carga o punto de consumo. La acometida puede ser monofásica, monofásica trifilar (comúnmente llamada bifásica) o trifásica.

Figura 5.10 Acometida Eléctrica.

Una vez conocida la demanda total de la carga a alimentar, la acometida eléctrica se debe calcular, tanto por capacidad de corriente como por caída de tensión; tomando en cuenta que todos los conductores seleccionados deben ser del mismo calibre tanto para las fases como para el neutro.

En caso que la corriente sea menor a 200 amperios, para el neutro se utilizará un calibre menor. Como la mayoría de los casos la acometida es subterránea, se recomienda colocar tubería de plástico PVC (por ser de bajo costo y resistente a la corrosión), recubierta de concreto; el cable con aislante TTU. En este caso se debe tener presente que para el cálculo de caída de tensión se debe usar la Tabla "en ductos no magnéticos".

5.13. EL TABLERO ELECTRICO.

El Tablero Eléctrico, es el gabinete metálico donde se agrupan las cargas. Dependiendo de la complejidad de la instalación eléctrica, en una edificación pueden haber uno o más tableros.

De acuerdo al uso los tableros se clasifican en:

<u>Tablero General (TG):</u> Es el tablero que agrupa la carga total de la instalación eléctrica, es alimentado directamente por la acometida, desde el banco de transformadores o desde el punto de entrega de la empresa de energía eléctrica. De este tablero parten los alimentadores para los tableros principales.

<u>Tableros Principales (TP):</u> Son aquellos tableros que agrupan la carga de una sección o sector de la instalación eléctrica, son alimentados por lo general desde el tablero general.

<u>Tableros Secundarios (TS):</u> Son aquellos tableros de los cuales se derivan circuitos ramales y son alimentados desde un tablero principal o general.

<u>Tablero de Servicios Preferenciales (TSP):</u> Es el tablero que agrupa las cargas preferenciales de la instalación eléctrica, es alimentado directamente desde el tablero general, a través de un interruptor de servicios preferenciales.

<u>Tablero de Emergencia (T-EM):</u> Es el tablero que agrupa las cargas de emergencia de la instalación eléctrica, es alimentado desde el tablero general o desde la planta de emergencia (generador), a través de un transfer-suiche.

Es de hacer notar que en el caso de instalaciones eléctricas sencillas, se usa con frecuencia un tablero principal y uno o más tableros secundarios. En las figuras siguientes se presentan diferentes diagramas de bloques de tableros.

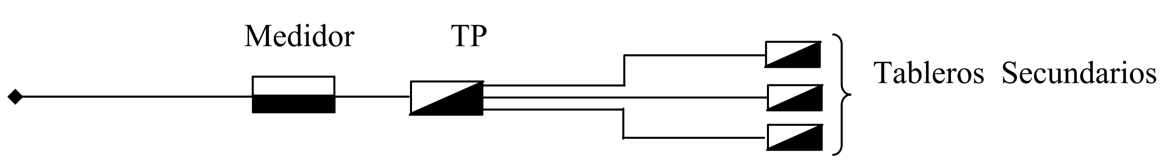


Figura 5.11 Diagrama de Medidor, Tablero Principal y Tableros Secundarios.

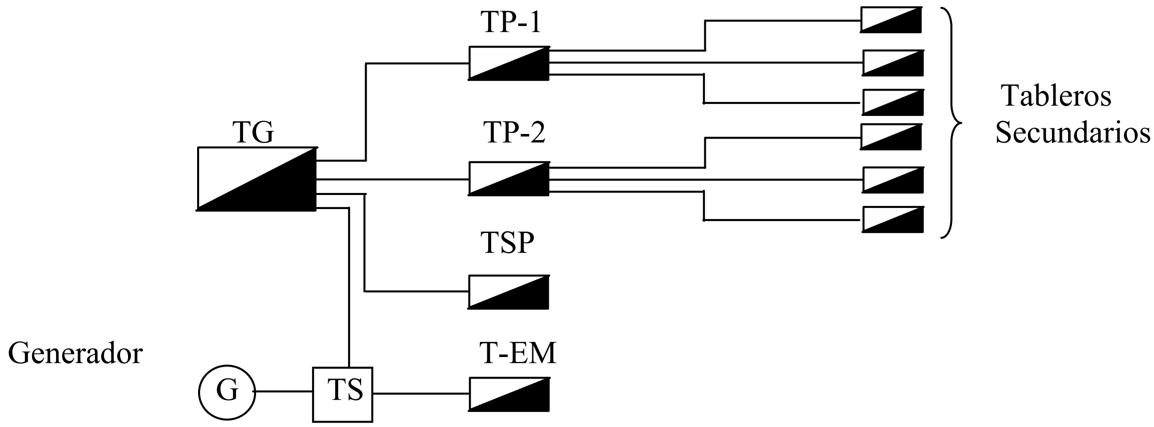


Figura 5.12 Diagrama de Tableros.

De acuerdo al tipo de construcción los tableros se clasifican en:

Tablero Residencial: Para uso en residencias con instalaciones eléctricas sencillas. Construido con caja, tapa y puerta; de 2 hasta 24 circuitos, con bornes desde 40A hasta 125A. Voltaje monofásico trifilar 120/240V.

Tablero NLAB: De servicio normal para control y protección de circuitos de alumbrado, tomacorrientes y circuitos menores hasta 240 voltios. Construido en caja, con chasis, tapa y puerta; de 12 hasta 24 circuitos. Barras de fase de 50, 100, 225 y 400 A. Con interruptor principal o terminales de entrada hasta 400 A e interruptores secundarios de 1, 2 y 3 polos hasta 100 A. Voltaje 120/240 V. Neutro con barra sólida. Se codifica de la siguiente forma:

NLAB3xxL. El 3 significa que es monofásico trifilar (Dos fases + neutro), xx el número de circuitos y L sin interruptor principal.

NLAB4xxAB. El 4 significa que es tetrafilar (Tres fases + neutro), xx el número de circuitos y AB con interruptor principal.

Tablero NAB: De servicio pesado para control y protección de circuitos de alumbrado, tomacorrientes y artefactos menores hasta 240 voltios. Construido en caja, con chasis, tapa y puerta; de 12 hasta 42 circuitos. Barras de fase de 50, 100, 225, 400 y 600 A. Con interruptor principal o terminales de entrada hasta 600 A e interruptores secundarios de 1, 2 y 3 polos hasta 225 A. Voltaje 120/240 V. Neutro con barra sólida. Se codifica de la siguiente forma:

NAB3xxL. El 3 significa que es monofásico trifilar (Dos fases + neutro), xx el número de circuitos y L sin interruptor principal.

NAB4xxAB. El 4 significa que es tetrafilar (Tres fases + neutro), xx el número de circuitos y AB con interruptor principal.

Tablero NHB: De servicio pesado para control y protección de circuitos de alumbrado y potencia hasta 600 voltios. Construido en caja, con chasis, tapa y puerta; de 12 hasta 42 circuitos. Barras de fase de 50, 100, 225, 400 y 600 A. Con interruptor principal o terminales de entrada hasta 600 A e interruptores secundarios de 1, 2 y 3 polos hasta 225 A. Voltaje 277/480 V. Neutro con barra sólida Se codifica de la siguiente forma:

NHB3xxL. El 3 significa que es monofásico trifilar (Dos fases + neutro), xx el número de circuitos y L sin interruptor principal.

NHB4xxAB. El 4 significa que es tetrafilar (Tres fases + neutro), xx el número de circuitos y AB con interruptor principal.

<u>Tablero CCB:</u> Tablero de fuerza, de servicio extra pesado para distribución y control de circuitos de potencia y tableros secundarios hasta 600 voltios. Construido en celda, con chasis, tapa y puerta; de 12 hasta 42 circuitos. Barras de fase de 225, 400, 600, 800, 1000 y 1200 A. Con interruptor principal o terminales de entrada hasta 1200 A e interruptores secundarios de 1, 2 y 3 polos desde 15 hasta 1200 A. Neutro con barra sólida.

<u>Problema 5.9</u>

Una instalación eléctrica tiene las siguientes cargas: 25 lámparas de 100 W y 120 V. 18 tomacorrientes, 120 V. Una secadora de 5000 W. Una cocina eléctrica 6000 W. Un motor eléctrico de 3,5 HP, rendimiento 87%, tensión 208 V, factor de potencia 0,8 y factor de demanda de 80%. Distancia del punto de entrega de energía 90 metros. Determinar:
Cantidad de circuitos de alumbrado, de tomacorrientes y de las cargas restantes. Cálculo de conductores, tubería y protección para cada circuito. Cálculo de la acometida. Diseño del tablero de electricidad.

<u>Solución:</u>

<u>Circuitos de Alumbrado.</u> Se diseñan dos circuitos de alumbrado.
Circuito C_1 de 13 lámparas. Corriente 10, 83 A.
Circuito C_2 de 12 lámparas. Corriente 10 A.
Para los circuitos de alumbrado se selecciona el cable TW 12 AWG. Tubería EMT ∅ = ½”.
Protección interruptor termomagnético de un polo 20 A.

<u>Circuitos de Tomacorrientes.</u> Se diseñan tres circuitos de tomacorrientes.
Circuito C_3 de 6 tomacorrientes. Corriente 10 A.
Circuito C_4 de 6 tomacorrientes. Corriente 10 A.
Circuito C_5 de 6 tomacorrientes. Corriente 10 A.
Para los circuitos de tomacorrientes se selecciona el cable TW 12 AWG. Tubería EMT ∅ = ½”. Protección interruptor termomagnético de un polo 20 A.

<u>Secadora.</u>
Circuitos $C_{6,8}$ Corriente = 5000W/208V = 24,04 A.
Para la secadora se selecciona el cable TW 10 AWG. Tubería EMT ∅ = 3/4”. Protección interruptor termomagnético de dos polos de 30 A.

<u>Cocina eléctrica.</u>
Circuitos $C_{7,9.}$ Corriente = 6000W/208V = 28,85 A.
Para la cocina se selecciona el cable TW 8 AWG. Tubería EMT ∅ = 1". Protección interruptor termomagnético de dos polos de 40 A.

<u>Motor eléctrico.</u>
Circuitos $C_{10,12.}$ Potencia de salida = 3,5 HP*746 W/HP = 2611 W.
Potencia activa entrada = Potencia salida/rendimiento = 2611W/0,87 = 3001,15 W.
Potencia aparente = Potencia activa/factor de potencia = 3001,15W/0,8 = 3.751,44 VA
Corriente = Potencia aparente/Voltaje = 3.751,44VA/208V = 18,04 A.
Para el motor se selecciona el cable TW 10 AWG. Tubería EMT ∅ = 3/4". Protección interruptor termomagnético de dos polos de 30 A.

<u>Cálculo de la Acometida.</u>
<u>Por capacidad de corriente</u>: En la figura se presenta el diagrama de conexión de las cargas monofásicas conectadas entre fase y neutro 120 V y las cargas monofásicas trifilares (bifásicas) conectadas entre fases 208 V.

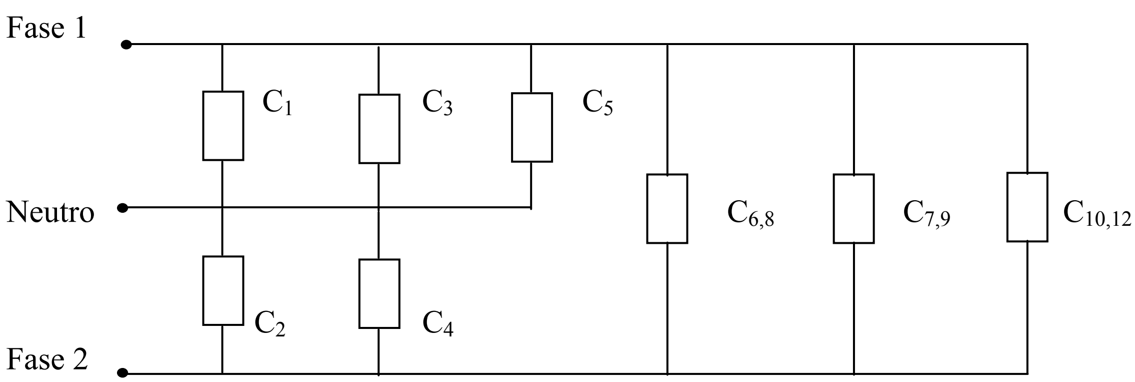


Figura 5.13 Diagrama de conexión de las cargas. Problema 5.9

Según los cálculos anteriores en el cuadro siguiente se resumen las corrientes por fase y de neutro.

Circuito	Carga	Tensión	Potencia	Corriente (A)		
				Fase 1	Fase 2	Neutro
C_1	Alumbrado	120 V	1300 W	10,83 A		10,83 A
C_2	Alumbrado	120 V	1200 W		10 A	10 A
C_3	Tomacorrientes	120 V	1200 W	10 A		10 A
C_4	Tomacorrientes	120 V	1200 W		10 A	10 A
C_5	Tomacorrientes	120 V	1200 W	10 A		10 A
$C_{6,8}$	Secadora	208 V	5000 W	24,04 A	24,04 A	
$C_{7,9}$	Cocina	208 V	6000 W	28,85 A	28,85 A	
$C_{10,12}$	Motor	208 V	3751,44 VA	18,04 A	18,04 A	
Totales			20.851,44 VA	101,76 A	90,93 A	50,83 A

Cuadro 5.1 Problema 5.9 Resumen de las cargas.

Como la corriente en la fase 1 es mayor que la corriente de la fase 2, se toma ese valor para los cálculos. Aplicando el factor de demanda tenemos que:

Corriente conectada = 101,76 A
Corriente máxima = (Corriente conectada)*(factor de demanda) = 81,4 A.

Por capacidad de corriente para la acometida, según la Tabla 5 se selecciona el cable TTU 75º Nro 4 AWG. De la Tabla 2 la tubería seleccionada es PVC ∅ = 1 ½”. Protección interruptor termomagnético de 2x90 A.

<u>Por caída de tensión:</u>
La carga conectada = 20.851,44 VA. Aplicando el factor de demanda tenemos que:
Demanda máxima = (Carga conectada)*(factor de demanda) = 16.681,15VA
Los KVAL se calculan como:
KVAL = 16,68*90 = 1.501,20 KVA-m.
Como las cargas son monofásicas trifilares se debe aplicar el factor de corrección de acuerdo con la Tabla 10. El factor de corrección (FC), se puede aplicar de dos maneras:

1.- Multiplicar por el factor de corrección, la capacidad de distribución en KVA-m, del conductor.
2.- Dividir entre el factor de corrección, los KVA-m, calculados y hallar en la tabla de capacidad de distribución el conductor que cumpla con la caída de voltaje. Por ser más práctico aplicaremos el segundo método.

KVA-m (Corregidos) = KVA(Calculados)/FC = 1501,20/0,5 = 3.002,40 KVA-m.
De acuerdo con la Tabla 9, para un FP = 0,8 y caída de tensión 3%, el conductor seleccionado es TTU 1/0 AWG, que tiene una capacidad de distribución de 3.178 KVA-m.
De acuerdo con la Tabla 2, la tubería seleccionada es PVC ∅ = 2”

<u>Diseño del Tablero.</u> En la figura siguiente se representa el diagrama unifilar del Tablero.

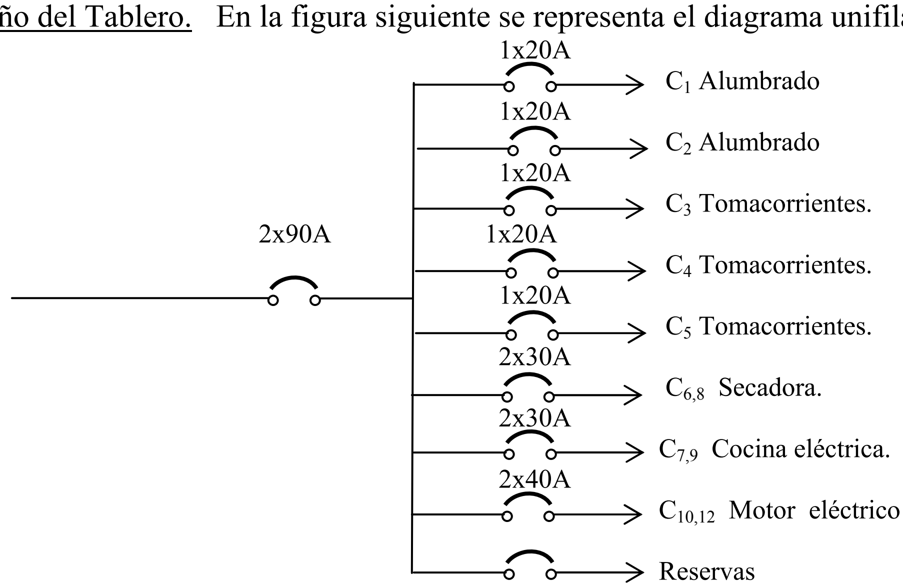


Figura 5.14 Diagrama unifilar del Tablero.

En la figura siguiente se representa el diagrama del Tablero.

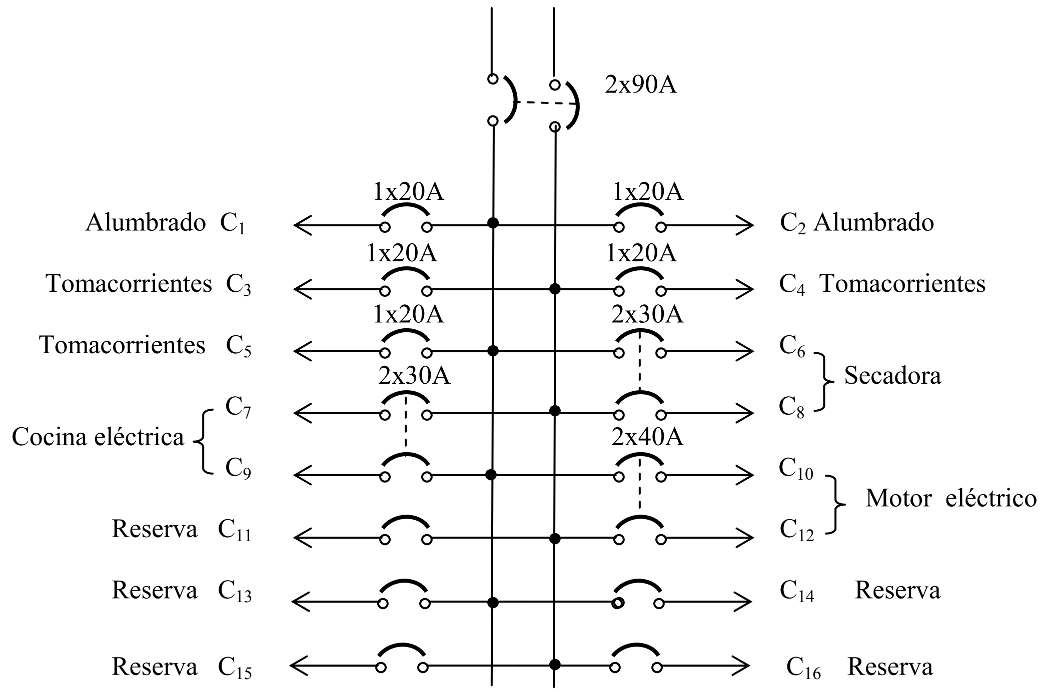


Figura 5.15 Diagrama del Tablero.

De acuerdo con la carga, el tablero es del tipo NAB316AB, que quiere decir que es monofásico trifilar de 16 circuitos y con interruptor principal

5.14. LOS FACTORES DE CORRECCION.

Al hacer cálculos en el proyecto de electricidad, se debe tomar en cuenta que los valores de capacidad de corriente y capacidad de distribución de los cables, están sujetos a corrección dependiendo de los factores siguientes:

El aumento de temperatura, afecta la capacidad de corriente, por lo tanto se deben aplicar los factores de corrección que están al pie de las tablas de capacidad de corriente de los cables.

Por otra parte, la capacidad de distribución de los cables está tabulada para sistemas trifásicos de 208/120 voltios, en caso que los niveles de voltaje cambie o varié la configuración del sistema, es necesario aplicar los factores de corrección indicados en la Tabla 10. Como se indicó anteriormente la aplicación de los factores de corrección se puede hacer de dos formas: Multiplicando la capacidad de distribución en KVA-m del conductor, por el factor de corrección o dividiendo los KVA-m de la carga, entre el factor de corrección. Este último resulta más práctico.

Problema 5.10

Hallar los factores de corrección para todos los KVA-m de la Tabla 10.

Solución:

Para una carga monofásica conectada a 120 V.

Según la expresión 5.3, la caída de voltaje en un sistema trifásico es:

$\Delta V(\%) = KVA_{3\varnothing}L(r\cos\theta + x\operatorname{sen}\theta)/10KV_{LL}^2 \Rightarrow$

$KVA_{3\varnothing}L = \Delta V(\%)/(r\cos\theta + x\operatorname{sen}\theta)/10KV_{LL}^2$

Según la expresión 5.1, la caída de voltaje de la carga en cuestión es:

$\Delta V(\%) = KVAL(r\cos\theta + x\operatorname{sen}\theta)/5KV_{Ln}^2 \Rightarrow$

$KVAL = \Delta V(\%)/(r\cos\theta + x\operatorname{sen}\theta)/5KV_{Ln}^2$ Dividiendo: $KVAL/KVA_{3\varnothing}L \Rightarrow$

$= [\cancel{\Delta V(\%)/(r\cos\theta + x\operatorname{sen}\theta)}/5(0{,}120)^2]/[\cancel{\Delta V(\%)}/\cancel{(r\cos\theta + x\operatorname{sen}\theta)}/10(0{,}208)^2] \Rightarrow$

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(0{,}120)^2/10(0{,}208)^2 = 0{,}072/0{,}433 = 0{,}166$

Para una carga monofásica conectada a 127 V.

Siguiendo el procedimiento anterior se tiene:

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(0{,}127)^2/10(0{,}208)^2 = 0{,}081/0{,}433 = 0{,}186$

Para una carga monofásica conectada a 208 V.

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(\cancel{0{,}208})^2/10(\cancel{0{,}208})^2 = 0{,}5$

Para una carga monofásica conectada a 220 V.

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(0{,}220)^2/10(0{,}208)^2 = 0{,}242/0{,}433 = 0{,}559$

Para una carga monofásica conectada a 240 V.

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(0{,}240)^2/10(0{,}208)^2 = 0{,}288/0{,}433 = 0{,}665$

Para una carga monofásica conectada a 277 V.

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(0{,}277)^2/10(0{,}208)^2 = 0{,}384/0{,}433 = 0{,}886$

Para una carga monofásica conectada a 380 V.

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(0{,}380)^2/10(0{,}208)^2 = 0{,}722/0{,}433 = 1{,}667$

Para una carga monofásica conectada a 416 V.

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(0{,}416)^2/10(0{,}208)^2 = 0{,}865/0{,}433 = 1{,}998$

Para una carga monofásica conectada a 480 V.

$KVAL/KVA_{3\varnothing}L = 5(0{,}480)^2/10(0{,}208)^2 = 1{,}152/0{,}433 = 2{,}661$

Para una carga trifásica conectada a 220 V.

Según la expresión 5.3, la caída de voltaje en un sistema trifásico es:

$\Delta V(\%)=KVA_{3\varnothing}L(r\cos\theta + x\,\mathrm{sen}\theta)/10KV_{LL}^{2} \Rightarrow$

$KVA_{3\varnothing}L = \Delta V(\%)/(r\cos\theta + x\,\mathrm{sen}\theta)/10KV_{LL}^{2}$

Si llamamos: $KVA^{*}_{3\varnothing}L$ a la capacidad de distribución nueva y V_{LL}^{*} el voltaje al cual está conectada la carga KVA^{*}; tenemos entonces que:

$KVA^{*}_{3\varnothing}L = \Delta V(\%)/(r\cos\theta + x\,\mathrm{sen}\theta)/10KV_{LL}^{*\,2}$

Dividiendo: $KVA^{*}_{3\varnothing}L/KVA_{3\varnothing}L \Rightarrow$

$= \mathbf{[}\cancel{\Delta V(\%)/(r\cos\theta + x\,\mathrm{sen}\theta)}/\cancel{10}(0{,}220)^{2}\mathbf{]}/ [\cancel{\Delta V(\%)}/(\cancel{r\cos\theta + x\,\mathrm{sen}\theta})/\cancel{10}(0{,}208)^{2}\mathbf{]} \Rightarrow$

$KVA^{*}_{3\varnothing}L/KVA_{3\varnothing}L = (0{,}220/0{,}208)^{2} = 1{,}119$

Para una carga trifásica conectada a 240 V.

Siguiendo el procedimiento anterior se tiene:

$KVA^{*}_{3\varnothing}L/KVA_{3\varnothing}L = (0{,}240/0{,}208)^{2} = 1{,}331$

Para una carga trifásica conectada a 380 V.

$KVA^{*}_{3\varnothing}L/KVA_{3\varnothing}L = (0{,}380/0{,}208)^{2} = 3{,}338$

Para una carga trifásica conectada a 416 V.

$KVA^{*}_{3\varnothing}L/KVA_{3\varnothing}L = (0{,}416/0{,}208)^{2} = 4$

Para una carga trifásica conectada a 480 V.

$KVA^{*}_{3\varnothing}L/KVA_{3\varnothing}L = (0{,}480/0{,}208)^{2} = 5{,}325$

5.15. EL PROYECTO DE ELECTRICIDAD.

El proyecto de electricidad está conformado, entre otros por los siguientes aspectos:

1. La Memoria Descriptiva.

2. Planos, diagramas, diseño y cálculos de los circuitos de alumbrado, tomacorrientes, tomas para cargas especiales, circuitos ramales, acometida principal, los tableros eléctricos; sistemas de teléfonos, televisión, red o data, sonido, intercomunicadores, timbre y pulsador y del sistema de alarma contra incendio.

3. Diagramas, diseño y cálculos del Cuadro de Medidores.

4. Planos, diagramas, diseño y cálculos del Banco de Transformadores.

5. Diagramas de cargas, de alimentadores, verticales y unifilares.

6. La leyenda y simbología.

7. Los Cómputos Métricos.

En la Memoria Descriptiva, se detalla, entre otros tópicos, la descripción del proyecto, las especificaciones técnicas a las cuales debe ceñirse quienes se encargarán de la construcción de la obra, el tipo y forma del suministro de energía eléctrica, los criterios de diseño usados en la elaboración del proyecto, las especificaciones para los diferentes circuitos y sistemas que integran el proyecto eléctrico, las especificaciones de los materiales que se usarán en la obra, las especificaciones para los conductores, tuberías, cajas de paso, tableros, cuadros de mediciones, banco de transformadores y cualquier otro dispositivo o accesorio que se usará en la obra, el tipo de canalización (superficial, embutida o subterránea), códigos y reglamentos a aplicar.

Los planos, diagramas, diseño y cálculos, de los circuitos de alumbrado, tomacorrientes, tomas para cargas especiales, circuitos ramales, acometida principal de los tableros eléctricos, sistemas de teléfonos, televisión, red o data, sonido, intercomunicadores, timbre y pulsador y del sistema de alarma contra incendio; los cuales ya fueron estudiados en el presente Capítulo.

El Cuadro de Medidores Es el gabinete metálico donde se alojan los medidores del consumo de energía eléctrica, en el caso de residencia, no se habla de Cuadro de Medidores, sino de Caja del Medidor. En cuanto a la ubicación del Cuadro de Medidores, algunas empresas de energía eléctrica exigen que esté ubicado en los pasillos de la edificación, con la finalidad de tener fácil acceso, otras empresas exigen que sea ubicado en un cuarto especialmente diseñado para ello y prohíben su instalación en los pasillos de circulación del edificio, pues en caso de incendio, éste sería un obstáculo para el desplazamiento de las personas a la calle, en todo caso se podría ubicar en los pasillos siempre y cuando quede embutido en la pared. Por otra parte se debe tener cuidado con el espacio físico necesario para la ubicación del Cuadro de Medidores, ya que muchas veces tienen tamaños que dificultan su ubicación. Los Cuadros de Medidores, constan en la mayoría de los casos de una sección para las barras de entrada y el interruptor principal, una sección para los medidores y los interruptores de la empresa de electricidad y una sección para los interruptores de "conserjería", llamados así porque en la mayoría de los casos es el conserje del edificio, que tiene la llave de esta sección y es quien acciona y manipula dichos interruptores. Así mismo dependiendo de la empresa de electricidad las dimensiones del Cuadro de Medidores, varía pero por lo general, la altura oscila entre 2 y 2,3 metros; las secciones de las barras de entrada y los interruptores de conserjería, oscilan entre 40 y 45 centímetros de ancho; la sección de los medidores depende del número de éstos, en todo caso cada bandeja de medidores tiene entre 35 a 40 centímetros de ancho.

El Banco de Transformadores, su capacidad y niveles de tensión, dependen de la complejidad de la instalación eléctrica y de acuerdo con el tamaño se puede ubicar en poste, en estructura formada por dos postes de acero o en caseta de transformación. Por lo general la configuración del banco de transformadores es delta-estrella.

<u>Los diagramas de cargas</u>, de alimentadores, verticales y unifilares, se presentarán con el proyecto eléctrico dependiendo de su complejidad. Los modelos 1 y 2 de los anexos, son ejemplos de diagramas o tablas de cargas de tableros monofásico trifilar y trifásicos respectivamente. En los diagramas de alimentadores se indican desde donde parten los alimentadores hasta donde llegan, señalando el número y tipo de cable por fase, neutro y tierra, la tubería y la longitud. Los diagramas verticales se emplean para los tableros, teléfonos, televisión, incendio, etc.

<u>La leyenda y simbología</u>, se debe incluir en todo proyecto eléctrico; la leyenda es un listado donde se indica cual es el significado de los símbolos empleados en el proyecto. Al conjunto de símbolos usados en el proyecto se le llama simbología.

<u>Los Cómputos Métricos</u>, reflejan en gran medida la totalidad de la obra a ejecutar y consiste en el cálculo y contabilidad de las partidas que son necesarias para ejecutar totalmente el proyecto de electricidad, se puede afirmar que los cómputos métricos lo integran el conjunto de partidas del proyecto. Las partidas por su parte, son las unidades de construcción y trabajo que se pueden medir o contar. Los cómputos métricos deben ser elaborados por el proyectista; sin embargo en muchas ocasiones lo elabora el contratista de la obra.

En los cómputos métricos, se debe incluir entre otros, el nombre de la obra, la ubicación, el número de partidas, su código, la descripción, la unidad de medida y la cantidad. En cuanto a la codificación, descripción y unidad de medida de las partidas, la Comisión Venezolana de Normas Industriales COVENIN, en fecha 15 de abril de 1980, aprobó las normas sobre Especificaciones, Codificaciones y Mediciones, donde se regula y establece los criterios referentes a las partidas que integran los Cómputos Métricos y por la cual deben regirse, quienes elaboren dichos cómputos.

Los cómputos métricos son la base para la elaboración del presupuesto, que refleja el monto global estimado de la obra. El presupuesto se obtiene al multiplicar las cantidades de obra por el precio unitario de cada partida, que se obtiene un precio total y sumando luego los precios totales de todas las partidas.

El Precio unitario, se obtiene sumando tres rubros como son:

1. Los materiales, que comprenden la cantidad y precio de cada material
2. Las herramientas y equipos, que comprende la cantidad, alquiler o depreciación de éstos.
3. La mano de obra, que comprende la cantidad y salario del personal necesario para la ejecución de la partida.

En los modelos 3 y 4 de los anexos, se muestra un ejemplo de Presupuesto y de Análisis de Precio Unitario, respectivamente.

5.16. RESUMEN DEL CAPITULO 5.

El presente Capítulo trata básicamente de hacer un estudio sencillo sobre un proyecto de electricidad tipo residencial simple, pero en el cual se trató de analizar y calcular los sistemas básicos que comprenden el proyecto de electricidad.

Por lo tanto al finalizar el Capítulo 5, el estudiante debe tener una noción sobre algunos aspectos que comprende el proyecto eléctrico entre los cuales podemos mencionar los siguientes:

1.- Las instalaciones de alumbrado, tomacorrientes de uso general (TUG), aire acondicionado, ventilación, ascensores, equipos hidroneumáticos, cargas de emergencia, cargas especiales, otras cargas (motores, cocina, secadora etc.)

2.- Los diagramas unifilares, diagramas de tableros, diagrama de alimentadores, banco de transformación, diagramas verticales, etc.

3.- Los sistemas contra incendio, data, sonido, sistema de comunicación (teléfonos, intercomunicadores, video, timbre, etc.).

4.- El cálculo de alimentadores (acometidas, principales y ramales), el cálculo de las canalizaciones y tuberías, el diseño y cálculo de los tableros y subtableros.

5.- Los cómputos métricos, los análisis de precio unitario y el presupuesto.

También debe el estudiante tener cierta destreza en el uso de las Tablas que se anexan y que comprenden la selección de tuberías y conductores (tanto por capacidad de corriente como por caídas de tensión).

5.17. ACTIVIDADES y PREGUNTAS.

1. Señale algunos aspectos que debe tener un proyecto de electricidad.
2. Señale la importancia del diseño de las instalaciones eléctricas.
3. Señale la diferencia entre lámparas incandescentes y fluorescentes.
4. Cree usted que exista una diferencia entre alumbrado e iluminación. Razone la respuesta.
5. Señale algunas diferencias entre los diferentes tipos de tuberías.
6. Señale algunas diferencias entre los diferentes tipos de conductores.
7. Las siglas AWG, se refieren al calibre de los conductores o al tipo de aislamiento.
8. ¿Qué significan las siglas AWG y MCM?
9. ¿Qué es un MCM y cual es el equivalente en pulgadas cuadradas?
10. Las siglas TW, THW, TTU, se refieren al calibre de los conductores o al tipo de aislamiento.
11. Indique la simbología usada en el proyecto de electricidad.
12. ¿Qué son los tomacorrientes especiales?
13. Señale la importancia del sistema de detección y alarma contra incendio.
14. ¿A qué se llama caída de tensión? y de un ejemplo.
15. ¿Qué es el factor de demanda?
16. ¿Qué es la acometida eléctrica?
17. ¿Qué es el tablero eléctrico?
18. Haga una clasificación de los tableros eléctricos de acuerdo al uso, al tipo construcción.

19. ¿Qué son los factores de corrección y de qué aspectos o parámetros dependen?
20. ¿Qué es la Memoria Descriptiva?
21. ¿Qué son los cómputos métricos?
22. ¿Para que sirven los análisis de precios unitarios?

5.18. PROBLEMAS RESUELTOS.

Problema 5.11 Consumo de Energía Eléctrica.

En un taller están conectadas las siguientes cargas:
3 motores de 440 V; 50 A.
1 taladro de mano de 400 W.
4 motores de 220 V; 2.5 A.
2 taladros de 150 W.
1 motor de 440 v, 35 A.
2 taladros de banco 200 W.

Calcular la Potencia instalada en KW. Si tiene instaladas 20 luminarias de 160 W cada una, calcular el costo mensual del consumo de energía, si los equipos funcionan de la siguiente manera: Todos los motores 8 horas diarias, el resto de equipos 4 horas diarias y el alumbrado 5 horas al día, el costo del KW-H es de 0,70 Bs.

Datos:

20 luminarias $\Rightarrow$ P = 160*20 = 3200 W.

Tiempo total de funcionamiento diario de todos los motores: t_M = 8 horas

Tiempo total de funcionamiento diario de todos los taladros: t_T = 4 horas

Tiempo total de funcionamiento diario del alumbrado: t_L = 5 horas

Solución:

Potencia total de los motores.

$P_M = P_{M1} + P_{M2} + P_{M3} \Rightarrow P_M = (3*440*50) + (4*220*2.5) + (1*440*35)$ W

P_M = 83600 W = 83,6 KW.

Potencia total de los taladros.

$P_T = P_{T1} + P_{T2} + P_{T3} \Rightarrow P_T = (400 + 2*150 + 2*200)$ W $\Rightarrow$ P_T = 1100 W = 1,1 KW

Potencia total del alumbrado.

P_L = (20*160) W = 3.200,00 W = 3,2 KW.

Potencia total instalada.

P_I = (83,60 + 1,10 + 3,20) KW. = 87,90 KW.

Consumo de los motores

$C_M = P_M * t_M \Rightarrow C_M$ = 83,6 KW * 8H = 668,80 KW-H.

Consumo de los taladros.

$C_T = P_T * t_T \Rightarrow C_T$ = 1,1 KW * 4H = 4,40 KW –H

Consumo del alumbrado.

$C_L = P_L * t_L \Rightarrow C_L$ = 3,2 KW *5 H = 16,00 KW-H.

Consumo total diario.

$C_{TD} = C_M + C_T + C_L \Rightarrow C_{TD}$ = (668,80 + 4,40 + 16,00) KW-H. = 689,20 KW-H.

Cd = Costo Diario.
Si 1 KW – H → 0,70 Bs.
689,20 KW – H → Cd ? ⇒ Cd = 482,44 Bs./día.

Cm = Costo Mensual. ⇒ Cm = 482,44 Bs./día* 30 días/mes = 14.473,20 Bs./mes.

Problema 5.12 Potencia y Energía Eléctrica.
En una residencia hay las cargas siguientes:
15 lámparas incandescentes de 100 W cada una y 120 voltios, se encienden con un factor de coincidencia de 0,8 durante 7 horas todos los días del mes.
1 cocina eléctrica de 8.000 W y se utiliza todos los días del mes (menos los domingos) durante 2,5 horas.
1 calentador eléctrico de 1.800 W y se utiliza todos los días del mes durante 1,5 horas.
1 plancha eléctrica de 1.000 W y se utiliza todos los sábados del mes durante 6 horas.
1 aspiradora 2.000 W y se utiliza todos los días durante 1 hora.
1 una nevera con un motor de ¾ HP, η = 0,85. El motor se enciende en un promedio de 10 minutos todos los días.
1 secadoras de ropa de 6.000 W y se utiliza cada 15 días por 4 horas.
1 lavadora de ropa con un motor de 1HP, η = 0,90. se utiliza 2 horas diarias, 3 días a la semana.
Calcular el pago por concepto de consumo de energía eléctrica, según el Cuadro Tarifario siguiente:

Bs. por KWH (Por consumo)	Bs. por KWH (Ajuste de combustible)	Precios según Gaceta Oficial
0-100 = 2520,35 Bs. 101-500 = 67,9120 Bs./KWH Mayor 501= 70,4550Bs./KWH	1,07400	5540 del 30-06-2001

Cuadro 5.2 Problema 5.12 Cuadro Tarifario.

Solución:
Se tiene que calcular previamente la potencia en vatios de la nevera y la lavadora.
Nevera:
$P_{eléctrica} = P_{mecánica}/\eta$ = (¾ Hp)/0,85 = 0,88 Hp

$P_{eléctrica}$ = 0,88 Hp*746W/HP = 658,24 W

Lavadora:
$P_{eléctrica} = P_{mecánica}/\eta$ = (1Hp)/0,90 = 1,11 Hp

$P_{eléctrica}$ = 1,11 Hp*746W/HP = 828,89 W

Cálculo de Potencia y Energía en KWH (Consumo)							
Carga	Cantidad	Potencia	Factor de Coincidencia	Potencia Total	Tiempo (Horas)	Días	Energía KWH
Bombillo	15	100	0,8	1200	7	30	252,00
Cocina	1	8000	1	8000	2,5	26	520,00
Calentador	1	1800	1	1800	1,5	30	81,00
Plancha	1	1000	1	1000	6	4	24,00
Aspiradora	1	2000	1	2000	1	30	60,00
Nevera	1	658,24	1	658,24	0,17	30	3,36
Secador Ropa	1	6000	1	6000	4	2	48,00
Lavadora	1	828,89	1	828,89	2	12	19,89
Consumo Total							1.008,25

Cuadro 5.3 Problema 5.12 Consumo Total.

Tarifa por consumo aplicable		70,4558
Cobro por consumo, hasta 100 KW-H	Bs.	2.520,35
Cobro por consumo, restantes 908,25 KW-H Bs.		63.990,75
Tarifa por ajuste de combustible		1,0740
Cobro por ajuste de combustible	Bs.	1.082,79
Cobro Total	Bs.	67.594,97

Cuadro 5.4 Problema 5.12 Pago Total.

Problema 5.13 Potencia y Energía Eléctrica.

Una residencia recibe un servicio eléctrico de 120 V y 200 Amp y tiene instaladas las siguientes cargas:

Tres motores de 2,5 HP cada uno.
Dos secadoras de ropa de 4.500 W cada una.
Dos cocinas eléctricas de 4.500 W cada una.
Tres planchas de 1.200 W cada una.
Ocho lámparas incandescentes de 300 W cada una.

A.- Determine la máxima capacidad de cargas que se pueden conectar con seguridad al mismo tiempo y que no sea menor al 94% de potencia máxima recibida. (Se debe conectar una carga por tipo como mínimo)

B.- Si el Factor de Demanda es la relación de la Demanda Máxima a la carga conectada, determine para un Factor de Demanda del 70%, las cargas que se pueden conectar y el consumo en amperios.

Solución parte A:

Cálculo de la carga conectada.

3 motores de 2,5 HP cada uno = 7,5 Hp = 5.595 W.
2 secadoras de ropa de 4.500 W cada una. = 9.000 W
2 cocinas eléctricas de 4.500 W cada una. = 9.000 W

3 planchas de 1.200 W cada una.	= 3.600 W
8 lámparas incandescentes de 300 W cada una	= 2.400 W
Carga Instalada	= 29.595 W
Potencia recibida: P = V*I = 120 V*200 Amp	= 24.000 W

Capacidad máxima de carga a conectar = 24.000 W*0,94 = 22.560 W

De acuerdo con el enunciado del problema:

22560 W < Carga máxima a conectar < 24.000 W

Cargas a conectar:

3 motores de 2,5 HP cada uno = 7,5 Hp	= 5.595 W.
1 secadoras de ropa de 4.500 W cada una.	= 4.500 W
2 cocinas eléctricas de 4.500 W cada una.	= 9.000 W
2 planchas de 1.200 W cada una.	= 2.400 W
8 lámparas incandescentes de 300 W cada una	= 2.400 W
Carga a conectar	= 23.895 W

Solución parte B:

Factor de Demanda = Demanda Máxima/Carga conectada = 70%

$\Rightarrow$ Demanda Máxima = Carga conectada* 70% = 29.595 W*0,7 = 20.716,5 W

Cargas para Demanda Máxima:

3 motores de 2,5 HP cada uno = 7,5 Hp	= 5.595 W.
1 secadoras de ropa de 4.500 W cada una.	= 4.500 W
1 cocinas eléctricas de 4.500 W cada una.	= 4.500 W
3 planchas de 1.200 W cada una.	= 3.600 W
8 lámparas incandescentes de 300 W cada una	= 2.400 W
Demanda Máxima	= 20.595 W

Con esas cargas conectadas el Factor de Demanda real = (20.595W)/(29.595W)*100

FD = 69,59 %

La corriente sería I = P/V = 20.595W/120V = 171,63 A.

Problema 5.14 Cálculo de Alimentadores.

Se alimenta una carga de 240 voltios desde una fuente de alimentación distante 100 metros. La alimentación es realizada con cable TW 3/0 AWG. La carga consiste en:

Tipo de Carga	Potencia (KW)	Potencia (KVAR)	Potencia (KVA)
Motores de Inducción	9,0	6,0	--
Máquinas de soldar	4,0	12,0	--
Hornos Eléctricos	15,0	--	--

Cuadro 5.5 Problema 5.14 Resumen de cargas.

Tomando como referencia el voltaje de la carga, calcular:

a.) La corriente que consume la carga.
b.) Voltaje de la fuente
c.) Factor de potencia del circuito
d.) Pérdida de potencia aparente en los conductores
e.) La Caída de voltaje del circuito.
f.) Determinar si el conductor es el adecuado, tanto por capacidad de corriente como por caída de tensión.

Solución:

La potencia compleja de cada carga es:

$$\dot{S}_{Motor} = 9 + j8 = 12{,}04\angle 41{,}63^{o} \text{ KVA}$$

$$\dot{S}_{Soldadores} = 4 + j12 = 12{,}65\angle 71{,}57^{o} \text{ KVA}$$

$$\dot{S}_{Horno} = 15 + j0 = 15\angle 0^{o} \text{ KVA}$$

$$\dot{S}_{Total} = 28 + j20 = 34{,}41\angle 35{,}54^{o} \text{ KVA}$$

a.) La corriente de la carga es:

$$\vec{I}_{C} = (\dot{S}_{Total} / \vec{V}_{Carga})^{*} = [(34{,}41\angle 35{,}54)/(240\angle 0^{o})]^{*} = 143{,}37\angle -35{,}54^{o} \text{ A}$$

b.) El voltaje de la fuente es:

$$\vec{V}_{Fuente} = \vec{V}_{Carga} + \vec{V}_{Línea}$$
$$\vec{V}_{Línea} = \vec{I}_{C}(2R + j2X) \text{ del conductor}$$

De la Tabla 3 se obtienen los valores de resistencia y reactancia del conductor TW 3/0 AWG.

$r = R/L = 0{,}267\ \Omega/Km = 0{,}267x10^{-3}\ \Omega/m$; como la longitud es 100 metros la resistencia del conductor es:
$R = r*L = 0{,}267x10^{-3}\ \Omega/m*100m = 0{,}0267\ \Omega$

$x = X/L = 0{,}1398\ \Omega/Km = 0{,}1398x10^{-3}\ \Omega/m$; como la longitud es 100 metros la reactancia del conductor es:
$X = x*L = 0{,}1398x10^{-3}\ \Omega/m*100m = 0{,}01398\ \Omega$

$$\vec{V}_{Línea} = \vec{I}_{C}(2R + j2X) = (143{,}37\angle -35{,}54^{o})(2*0{,}0267 + j2*0{,}01398) = 8{,}64\angle -7{,}90^{o}$$
$$\vec{V}_{Fuente} = \vec{V}_{Carga} + \vec{V}_{Línea} = 240\angle 0^{o} + 8{,}64\angle -7{,}90^{o} = 248{,}56\angle -0{,}27^{o} \text{ V}$$

c.) El factor de potencia del circuito.

Es el coseno del ángulo que forma el voltaje de la fuente con la corriente de la carga:

F.P. = $\text{Cos}\angle_{\vec{I}_{Carga}}^{\vec{V}_{Fuente}}$ = Cos(35,54-0,27) = Cos35,27 = 0,82

d.) Pérdida de Potencia del circuito.
La potencia pérdida del circuito es igual a la potencia disipada en la línea, por lo tanto:

$$\dot{S}_{Pérdida} = \dot{S}_{Línea} = \vec{V}_{Línea}{}^{*}\vec{I}_{Línea}{}^{*} = (8{,}64\angle{-7{,}90^{o}})^{*}((143{,}37\angle 35{,}54^{o})$$

$$\dot{S}_{Pérdida} = 1.238{,}72\angle 27{,}64^{o} \quad VA$$

e.) La caída de voltaje es el módulo del voltaje en la línea.
ΔV = 8,64 voltios. El voltaje de la fuente representa el 100%, por lo tanto:
Si 248,56 V ⟶ 100% , en porcentaje

8,64 V ⟶ X = ? ⇒ X = (8,64 * 100)/ 248,56 = 3,48%

f..) Cálculo del conductor. El cable TW 3/0 AWG tiene una capacidad de 165 Amp, mayor que 143,27Amp, por capacidad de corriente el cable sirve pero no por caída de tensión porque 3,48% > 3%.

Los KVAL = $\dot{S}_{Total}$*L = 34,41*100 KVAm = 3.441 KVAm.
Aplicando el factor de corrección para 240 voltios. De la Tabla 10 FC. = 0,665
Dividiendo los KVAL entre el FC ⇒
KVAL´ = 3.441 KVAm./ 0,665 = 5.174,44 KVAm
De la Tabla 6 para 3% de caída de voltaje y factor de potencia 0,8 el cable seleccionado es el TW 4/0 AWG que tiene una capacidad de 5.176 KVAm.

<u>Problema 5.15</u> Cálculo de Alimentadores.
Una residencia tiene las siguientes cargas:

Tipo de Carga	Cantidad	Potencia (KW)	Tensión (V)
Lámparas incandescentes.	25	100	120
Tomacorrientes	18	----	120

Cuadro 5.6 Problema 5.15 Resumen de cargas.

Una secadora de 5000 W, una cocina eléctrica de 6.000 W, un motor eléctrico de 3,5 HP con un rendimiento de 87%, tensión 208 voltios y factor de potencia 0,8.
Determinar:

a.) La cantidad de circuitos de alumbrado.
b.) Corriente en cada circuito de alumbrado.
c.) La cantidad de circuitos de tomacorriente.
d.) Corriente en cada circuito de tomacorriente.
e.) La cantidad de circuitos para las cargas restantes.
f.) Corriente en cada circuito para las cargas restantes.

g.) Cálculo de los conductores, protección y tuberías para cada circuito.
h.) Diseño del tablero de electricidad y protección para un factor de demanda de 80%.

Solución:

a.) La cantidad de circuitos de alumbrado.
Se reparten la cantidad de las lámparas en dos circuitos uno de 13 y otro de 12 lámparas.

b.) Corriente en cada circuito de alumbrado.
Circuito 1 $\Rightarrow$ I = (13*100W)/120V = 10,83 A.
Circuito 2 $\Rightarrow$ I = (12*100W)/120V = 10,0 A.

c.) La cantidad de circuitos de tomacorriente.
Se reparten la cantidad de tomacorrientes en dos circuitos de 9 tomacorrientes cada uno.

d.) Corriente en cada circuito de tomacorriente. Se toman 200 W por tomacorriente.
Circuitos 3 y 4 $\Rightarrow$ I = (9*200W)/120V = 15 A.

e.) La cantidad de circuitos para las cargas restantes.
Seis circuitos dos para la secadora, dos para la cocina y dos para el motor.

f.) Corriente en los circuitos para las cargas restantes.
Secadora: I = (5000W)/208V = 24,04 A
Cocina eléctrica: I = (6000W)/208V = 28,85 A
Motor: 3,5 HP*746W = 2611 W
$P_{entrada} = P_{salida}/\eta$ = 2611/0,87 = 3.001,15 W
$S_{entrada} = P_{entrada}/fp$ = 3.001,15/0,8 = 3.751,44 VA.
I = (3.751,44VA)/208V = 18,04 A

g.) Cálculo de los conductores, protección y tuberías para cada circuito.
Circuito 1 $\Rightarrow$ Cable TW 12 AWG y tubería EMT Ø = ½” (Alumbrado)
Circuito 2 $\Rightarrow$ Cable TW 12 AWG y tubería EMT Ø = ½” (Alumbrado)
Circuito 3 $\Rightarrow$ Cable TW 12 AWG y tubería EMT Ø = ½” (Tomacorriente)
Circuito 4 $\Rightarrow$ Cable TW 12 AWG y tubería EMT Ø = ½” (Tomacorriente)
Circuitos 5,7 $\Rightarrow$ Cable TW 10 AWG y tubería EMT Ø = 1” (Secadora)
Circuitos 6,8 $\Rightarrow$ Cable TW 8 AWG y tubería EMT Ø = 1” (Cocina eléctrica)
Circuitos 9,11 $\Rightarrow$ Cable TW 10 AWG y tubería EMT Ø = 3/4” (Motor)

h.) Diseño del Tablero. En la figura siguiente se representa el diagrama unifilar del Tablero.

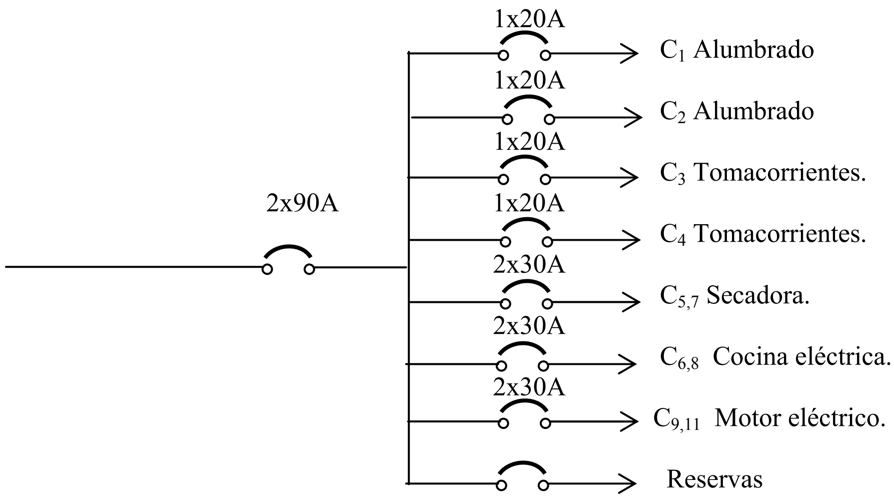


Figura 5.16 Problema 5.15 Diagrama del Tablero.

La corriente total es: (10,83 + 15 + 24,04 + 28,85 + 18,04) Amp. = 96,76
Factor de demanda 80% $\Rightarrow$ I = 77, 41 Amp. La protección debe ser de 2x90 Amp.

<u>Problema 5.16</u> Cálculo de Alimentadores.
Del esquema siguiente calcular el alimentador. Tensión 208/120 voltios.

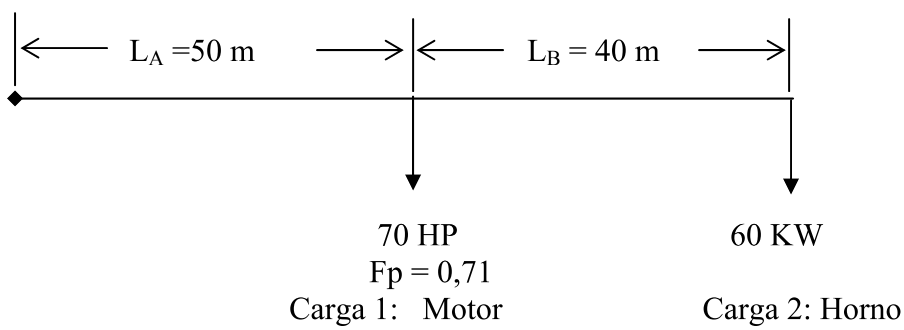


Figura 5.17 Problema 5.16

<u>Solución.</u>
Carga 1:
P_{Motor} = (70HP)*(746W/HP) = 52,22 KW

$\dot{S}_{Motor} = P_{Motor}/FP = 52,22/0,71 = 73,55\ KVA \Rightarrow \dot{S}_{Motor} = 73,55\angle 44,77^o\ KVA$

$\dot{S}_{Motor} = 52,22 + j51,8\ KVA$

Carga 2:

$P_{Horno}/FP = 60/1 = 60\ KVA \Rightarrow \dot{S}_{Horno} = 60\angle 0^o\ KVA = 60 + j0\ KVA$

$\dot{S}_{Total} = \dot{S}_{Motor} + \dot{S}_{Horno} = (73,55 + 60)\ KVA = 133,55\ KVA$

$I_{Total} = \dot{S}_{Total} / \sqrt{3}\, V_{LL} = (133,55*10^3)/(\sqrt{3}*208) = 370,7\ Amp.$

$KVA_1L_1 = \dot{S}_{Motor}*L_A = 73{,}55KVA*50m = 3.677{,}5$ KVAm

$KVA_2L_2 = \dot{S}_{Horno}*(L_A + L_B) = 60KVA*(50 + 40)m = 5.400$ KVAm

$KVAL_{Total} = KVAL_1 + KVAL_2 = (3.677{,}5 + 5.400)$ Kva. = 9.077,5 KVAm

El factor de de potencia promedio se obtiene como:

$FP = Cos[tag^{-1}(\sum KVAR/\sum KW) = Cos[tag^{-1}(51{,}8/112{,}22) = Cos[tag^{-1}(0{,}46)$

$FP = Cos24{,}78 = 0{,}91 \approx 0{,}9.$

De acuerdo con la Tabla 5 el conductor por capacidad de corriente es TTU 500 MCM que soporta hasta 380 Amp.
Según la Tabla 8 por capacidad de distribución para un 3% de caída de voltaje y factor de potencia de 0,9; el conductor es TTU 600 MCM, que tiene una capacidad de 9.4309 KVAm, superior a 9.077,5 KVAm por lo tanto se selecciona este cable por ser el de mayor calibre.

<u>Problema 5.17</u> Cálculo de Alimentadores.

En un sistema trifásico de 208/120 voltios, se instalan las siguientes cargas trifásicas:

Tipo de Carga	P (KW)	Q (KVAR)	S (KVA)	Distancia (metros)
Motores de Inducción	65	50	--	86
Soldador	81	----	90	60
Hornos Eléctricos	20	----	----	80

Cuadro 5.7 Problema 5.17 Resumen de cargas.

Si las cargas se alimentan por separado calcular el alimentador para cada carga de forma tal que no ocurra una caída de tensión mayor al 3%.

<u>Solución:</u>

Cargas por separado.

<u>Motor de Inducción.</u>

$\dot{S}_{Motor} = 65 + j50 = 82{,}01\angle 37{,}57^{o}$ KVA.

$I_{Motor} = \dot{S}_{Motor}/\sqrt{3}\,V_{LL} = (82{,}01*10^3)/(\sqrt{3}*208) = 227{,}64$ Amp.

$KVAL_{Motor} = (82{,}01)*86 = 7.052{,}86$ KVAm

Factor de potencia = cos37,57 = 0,79 ≈ 0,8

De acuerdo con la Tabla 5 el conductor por capacidad de corriente es TW 300 MCM que soporta hasta 240 Amp.

Según la Tabla 6 por capacidad de distribución para un 3% de caída de voltaje y factor de potencia de 0,8 el conductor es TW 400 MCM, que tiene una capacidad de 7148 KVAm, suprior a 7.052,86 KVAm del motor, por lo tanto se selecciona este cable por ser el de mayor calibre.

Soldador.

$Q_{Soldador} = \sqrt{90^2 - 81^2} = 39,23$ KVAR.

$\dot{S}_{Soldador} = 81 + j39,23 = 90\angle 25,84^{o}$ KVA.

$I_{Soldador} = \dot{S}_{Soldador} / \sqrt{3}\, V_{LL} = (90*10^3)/(\sqrt{3}*208) = 249,82$ Amp.

$KVAL_{Soldador} = (90)*60 = 5.400$ KVAm

Factor de potencia = cos25,84 = 0,9

De acuerdo con la Tabla 5 el conductor por capacidad de corriente es TW 350 MCM que soporta hasta 260 Amp.

Según la Tabla 6 por capacidad de distribución para un 3% de caída de voltaje y factor de potencia de 0,9 el conductor es TW 250 MCM, que tiene una capacidad de 5.854 KVAm, superior a 5.400 KVAm del soldador, pero se selecciona por capacidad de corriente ya que se debe escoger el de mayor calibre, es decir el cable TW 350 MCM.

Horno.

$\dot{S}_{Horno} = P_{Horno} = 20\angle 0^{o}$ KVA.

$I_{Horno} = \dot{S}_{Horno} / \sqrt{3}\, V_{LL} = (20*10^3)/(\sqrt{3}*208) = 55,51$ Amp.

$KVAL_{Horno} = (20)*80 = 1.600$ KVAm

Factor de potencia = cos0 = 1

De acuerdo con la Tabla 5 el conductor por capacidad de corriente es TW 6 AWG que soporta hasta 55 Amp.

Según la Tabla 6 por capacidad de distribución para un 3% de caída de voltaje y factor de potencia de 1, el conductor es TW 2 AWG, que tiene una capacidad de 1.992 KVAm, superior a 1.600 KVAm del horno, por lo tanto se selecciona este cable por ser el de mayor calibre.

5.19. PROBLEMAS PROPUESTOS.

Problema 5.18 Potencia y Energía Eléctrica.

¿Cuál es el costo total, a 100 Bs. el KW-H, al utilizar.

a) Un acondicionador de aire de 2 KW, durante 24 horas.
b) Una secadora de ropa de 8 KW durante 30 minutos.
c) Una lavadora de 400 W, durante 1 hora.
d) Un lavaplatos de 1,4 KW, durante 45 minutos. (Solución: Costo = 5.345 $B_{\$.}$)

Problema 5.19

De su residencia diseñar los circuitos de alumbrado, los circuitos de tomacorrientes de uso general, los circuitos de tomacorrientes especiales, el sistema de teléfonos, televisión, red o data, intercomunicador, timbre, pulsador, el sistema de detección y alarma contra incendio.

Problema 5.20 Factores de Corrección.

Hallar los factores de corrección para todos los A-m de la Tabla 10.

BIBLIOGRAFIA

BOYLESTAD Robert L. (1982) Análisis Introductoria de Circuitos. México. Editorial Trillas.

C.A. ELECTRICIDAD DE CARACAS (1974) Manual para el Diseño de Instalaciones Eléctricas en Residencias. Quinta Edición. Caracas - Venezuela.

CODELECTRA, Código Eléctrico Nacional 1999. Caracas, Venezuela. Ediciones Magicolor, C.A.

EDMINISTER Joseph A. (1994) Circuitos Eléctricos. Segunda Edición. México. McGraw-Hill Interamericana.

GALLEGO R. Germán E. Electrotecnia I Venezuela. Universidad Nacional Experimental del Táchira.

HAYT, William H. y KEMMERLY Jack E.(1992) Análisis de Circuitos en Ingenieria. Cuarta Edición. México. McGraw-Hill Interamericana.

PENISSI F. Oswaldo A. (2001) Canalizaciones Eléctricas Residenciales. Séptima Edición. Venezuela. Editorial Melvin C.A.

QUILLET. (1978) Diccionario Enciclopédico. México. Editorial Cumbre S.A.

SIEMENS, S.A. (1974) Instalaciones Eléctricas. Dos Tomos. España.

VENEZUELA, MINISTERIO DE FOMENTO, Comisión Venezolana de Normas Industriales –COVENIN (1980). Norma Venezolana. Tableros Eléctricos hasta 600 V y 4.000 A. con interruptores termomagnéticos en caja moldeada. COVENIN 1568-80. Caracas - Venezuela. CODELECTRA

VENEZUELA, MINISTERIO DE FOMENTO, Comisión Venezolana de Normas Industriales – COVENIN (1980). Sector Construcción. Especificaciones, Codificación y Mediciones. Parte II Edificios . Caracas - Venezuela. Fondonorma.

VENEZUELA, MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, Dirección de Edificaciones. (1968) Manual de Normas y Criterios para Proyectos de Instalaciones Eléctricas. III Tomos. Caracas. Venezuela Caracas - Venezuela.

APENDICE

Un el número complejo A = M(cosθ + jsenθ), se expresa en forma exponencial y en forma polar, aplicando el desarrollo en serie de Mac Laurin[1], que muestra que cualquier función f(x) se puede aproximar como una serie de potencias:

$$f(x) = f(0) + f^{i}(0)x^1/1! + f^{ii}(0)x^2/2! + f^{iii}(0)x^3/3! + f^{iv}(0)x^4/4! + \ldots + f^{n-1}(0)x^{n-1}/(n-1)!$$

(para cualquier $n \geq 1$).

Haciendo el desarrollo de la función Cosθ, hasta la 8ª derivada:

$F(\theta) = \cos\theta \Rightarrow F(0) = \cos 0^o = 1$ (Evaluada en cero)
$F^{I}(\theta) = -\text{sen}\theta \Rightarrow F^{I}(0) = -\text{sen}0^o = 0$ (Obteniendo la 1ª derivada y evaluando en 0)
$F^{II}(\theta) = -\cos\theta \Rightarrow F^{II}(0) = -\cos 0^o = -1$ (Obteniendo la 2ª derivada y evaluando en 0)
$F^{III}(\theta) = \text{sen}\theta \Rightarrow F^{III}(0) = \text{sen}0^o = 0$ (Obteniendo la 3ª derivada y evaluando en 0)
$F^{IV}(\theta) = \cos\theta \Rightarrow F^{IV}(0) = \cos 0^o = 1$ (Obteniendo la 4ª derivada y evaluando en 0)
$F^{V}(\theta) = -\text{sen}\theta \Rightarrow F^{V}(0) = -\text{sen}0^o = 0$ (Obteniendo la 5ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VI}(\theta) = -\cos\theta \Rightarrow F^{VI}(0) = -\cos 0^o = -1$ (Obteniendo la 6ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VII}(\theta) = \text{sen}\theta \Rightarrow F^{VII}(0) = \text{sen}0^o = 0$ (Obteniendo la 7ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VIII}(\theta) = \cos\theta \Rightarrow F^{VIII}(0) = \cos 0^o = 1$ (Obteniendo la 8ª derivada y evaluando en 0)
Se tiene que:

$\text{Cos}\theta = 1 + 0*(\theta)^1/1! -1*(\theta)^2/2! + 0*(\theta)^3/3! + 1*(\theta)^4/4! + 0*(\theta)^5/5! - 1*(\theta)^6/6! + 0*(\theta)^7/7! + 1*(\theta)^8/8!$

$$\text{Cos}\theta = 1 - \theta^2/2! + \theta^4/4! - \theta^6/6! + \theta^8/8! \quad (1)$$

Haciendo el desarrollo de la función Senθ, hasta la 8ª derivada:

$F(\theta) = \text{sen}\theta \Rightarrow F(0) = \text{sen}0^o = 0$ (Evaluada en cero)
$F^{I}(\theta) = \cos\theta \Rightarrow F^{I}(0) = \cos 0^o = 1$ (Obteniendo la 1ª derivada y evaluando en 0)
$F^{II}(\theta) = -\text{sen}\theta \Rightarrow F^{II}(0) = -\text{sen}0^o = 0$ (Obteniendo la 2ª derivada y evaluando en 0)
$F^{III}(\theta) = -\cos\theta \Rightarrow F^{III}(0) = -\cos 0^o = -1$ (Obteniendo la 3ª derivada y evaluando en 0)
$F^{IV}(\theta) = \text{sen}\theta \Rightarrow F^{IV}(0) = \text{sen}0^o = 0$ (Obteniendo la 4ª derivada y evaluando en 0)
$F^{V}(\theta) = \cos\theta \Rightarrow F^{V}(0) = \cos 0^o = 1$ (Obteniendo la 5ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VI}(\theta) = -\text{sen}\theta \Rightarrow F^{VI}(0) = -\text{sen}0^o = 0$ (Obteniendo la 6ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VII}(\theta) = -\cos\theta \Rightarrow F^{VII}(0) = -\cos 0^o = -1$ (Obteniendo la 7ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VIII}(\theta) = \text{sen}\theta \Rightarrow F^{VIII}(0) = \text{sen}0^o = 0$ (Obteniendo la 8ª derivada y evaluando en 0)

Se tiene que:
$\text{Sen}\theta = 0 + 1*(\theta)^1/1! + 0*(\theta)^2/2! -1*(\theta)^3/3! + 0*(\theta)^4/4! + 1*(\theta)^5/5! + 0*(\theta)^6/6! -1*(\theta)^7/7! + 0*(\theta)^8/8!$
$\text{Sen}\theta = \theta - \theta^3/3! + \theta^5/5! - \theta^7/7!$ Multiplicando por el operador j se obtiene:

$$j\text{Sen}\theta = j\theta - j\theta^3/3! + j\theta^5/5! - j\theta^7/7! \quad (2)$$

Sumando 1 y 2:

$$\text{Cos}\theta + j\text{Sen}\theta = 1 + j\theta - \theta^2/2! - j\theta^3/3! + \theta^4/4! + j\theta^5/5! - \theta^6/6! - j\theta^7/7! + \theta^8/8! \quad (3)$$

Haciendo el desarrollo de la función $e^{j\theta}$ hasta la 8ª derivada:

$F(\theta) = e^{j\theta} \Rightarrow F(0) = e^{j0} = 1$ (Evaluada en cero)
$F^{I}(\theta) = je^{j\theta} \Rightarrow F^{I}(0) = je^{0} = j$ (Obteniendo la 1ª derivada y evaluando en 0)
$F^{II}(\theta) = -e^{j\theta} \Rightarrow F^{II}(0) = -e^{0} = -1$ (Obteniendo la 2ª derivada y evaluando en 0)
$F^{III}(\theta) = -je^{j\theta} \Rightarrow F^{III}(0) = -je^{j0} = -j$ (Obteniendo la 3ª derivada y evaluando en 0)
$F^{IV}(\theta) = e^{j\theta} \Rightarrow F^{IV}(0) = e^{j0} = 1$ (Obteniendo la 4ª derivada y evaluando en 0)
$F^{V}(\theta) = je^{j\theta} \Rightarrow F^{V}(0) = je^{j\theta 0} = j$ (Obteniendo la 5ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VI}(\theta) = -e^{j\theta} \Rightarrow F^{VI}(0) = -e^{0} = -1$ (Obteniendo la 6ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VII}(\theta) = -je^{\theta} \Rightarrow F^{VII}(0) = -je^{j0} = -j$ (Obteniendo la 7ª derivada y evaluando en 0)
$F^{VIII}(\theta) = e^{j\theta} \Rightarrow F^{VIII}(0) = e^{0} = 1$ (Obteniendo la 8ª derivada y evaluando en 0)

Se tiene que:
$e^{j\theta} = 1 + j*(\theta)^1/1! - 1*(\theta)^2/2! - j*(\theta)^3/3! + 1*(\theta)^4/4! + j*(\theta)^5/5! - 1*(\theta)^6/6! - j*(\theta)^7/7! + 1*(\theta)^8/8!$

$$\Rightarrow e^{j\theta} = 1 + j\theta - \theta^2/2! - j\theta^3/3! + \theta^4/4! + j\theta^5/5! - \theta^6/6! - j\theta^7/7! + \theta^8/8 \quad (4)$$

Aplicando la identidad de Euler[2] (Comparando las ecuaciones 3 y 4) se demuestra que:

$e^{j\theta} = \text{Cos}\theta + j\text{Sen}\theta$. Multiplicando por M $\Rightarrow$

$$A = M(\text{Cos}\theta + j\text{Sen}\theta) = Me^{j\theta}$$

Que es la expresión en forma exponencial del número complejo A.

En forma polar A, se puede escribir como:

$$A = Me^{j\theta} \Rightarrow A = M\angle\theta$$

[1] Colin Mac Laurin (1.698 -1.746), matemático escocés.
[2] Leonhard Euler (1.707-1.783), matemático suizo, cuyos trabajos más importantes se centraron en el campo de las matemáticas puras.

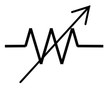
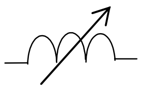
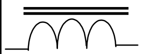
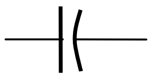
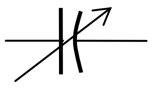
TABLA 1											
Elementos Pasivos											
Elemento	**Letra**	**Símbolo**	**Unidad**	**Propiedad**	**Configuración Física**	**Voltaje**	**Corriente**	**Potencia**	**Energía**	**Se Aprecia**	**Se Indica**
Resistor	R	Fijo  Variable 	Ohm Ω $\left[\frac{Volt}{Amp}\right]$	Se opone al paso de la corriente	$R = \rho \frac{L}{A}$ $\frac{R_2}{R_1} = \frac{234{,}4 + T_2}{234{,}4 + T_1}$	$V = I\,R$	$I = \frac{V}{R}$	$P = V\,I$ $P = I^2\,R$ $P = \frac{V^2}{R}$	$W = V\,I\,t$ $W = I^2\,R\,t$ $W = \frac{V^2}{R}t$ $W = \int P\,dt$	Calor	La resistencia y la potencia.
Inductor	L	Fijo  Variable  Con Núcleo de Hierro 	Henrio H $\left[\frac{Volt}{Amp}seg\right]$	Se opone a los cambios de corriente	$L = \mu N^2 \frac{A}{L}$ $L = 0{,}4\pi\mu N^2 \frac{A}{L}$	$V_L = L\frac{di}{dt}$	$I = \frac{1}{L}\int V_L\,dt$	$P = L\frac{di}{dt}i$	$W = \frac{1}{2}L\,I^2$	Campo Magnético	La inductancia y la corriente.
Capacitor	C	Fijo  Variable 	Faradios F $\left[\frac{Amp}{Volt}seg\right]$	Se opone al cambio de voltaje	$C = \varepsilon \frac{A}{d}$	$V_C = \frac{1}{C}\int i\,dt$	$I = C\frac{dVc}{dt}$	$P = Vc\,C\frac{dVc}{dt}$	$W = \frac{1}{2}C\left(Vc\right)^2$	Campo Eléctrico	La capacitancia y el voltaje.

TABLA 2

Máximo número de conductores de igual calibre, en tuberías. Trabajos nuevos: tipos FEP, FEPB, RUH, RUW, T, TF, THHN, THW, THWN, TW. Trabajos nuevos o realambrados tipos RF-2, RFH-2, R, RH, RW, RHH, RHW, RH-RW.

AWG o MCM	1/2"	3/4"	1"	1 1/4"	1 1/2"	2"	2 1/2"	3"	3 3/2"	4"	5"	6"
14	4	6	10	18	25	41	58	90	121	0	-	-
12	3	5	8	15	21	34	50	76	103	132	208	-
10	1	4	7	13	17	29	41	64	86	110	173	-
8	1	3	4	7	10	17	25	38	52	67	105	152
6	1	1	3	4	6	10	15	23	32	41	64	93
4	1	1	1	3	5	8	12	18	24	31	49	72
3	-	1	1	3	4	7	10	16	21	28	44	63
2		1	1	3	3	6	9	14	19	24	38	55
1	-	-	1	1	3	4	7	10	14	18	29	42
1/0	-	-	1	1	2	4	6	9	12	16	25	37
2/0	-	-	1	1	1	3	5	8	11	14	22	32
3/0	-	-	1	1	1	3	4	7	9	12	19	27
4/0	-	-	-	1	1	2	3	6	8	10	16	23
250	-	-	-	1	1	1	3	5	6	8	13	19
300	-	-	-	1	1	1	3	4	5	7	11	16
350	-	-	-	1	1	1	1	3	5	6	10	15
400	-	-	-	-	1	1	1	3	4	6	9	13
500	-	-	-	-	1	1	1	3	4	5	8	11
600	-	-	-	-	-	1	1	1	3	4	6	8
700	-	-	-	-	-	1	1	1	3	3	6	8
750	-	-	-	-	-	1	1	1	3	3	5	8

- Tabla tomada del Código Eléctrico Nacional.

TABLA 3

Resistencia, reactancia e impedancia para conductores monopolares de cobre en ductos MAGNETICOS. Sistema trifásico, 60 Hz, factor de carga 100% y temperatura máxima de funcionamiento permitida por cada tipo de aislante

AWG o MCM	R(Ω/Km)			X(Ω/Km)			Z(Ω/Km)		
	TW PVC-PVC	TTU RH, RHW	RHH	TW	TTU PVC-PVC	RHH RH, RHW	TW	TTU	RHH
14	10,119	10,625	11,030	0,2091	0,2282	0,2282	10,2414	10,6283	11,0320
12	6,364	6,682	6,937	0,1939	0,2119	0,2119	6,3246	6,6854	6,9402
10	4,002	4,202	4,362	0,1804	0,1968	0,1968	4,0063	4,2154	4,3655
8	2,519	2,646	2,744	0,1683	0,1968	0,2080	2,5245	2,6533	2,7524
6	1,646	1,728	1,794	0,1653	0,1765	0,1863	1,6544	1,7337	1,8036
4	1,036	1,088	1,129	0,1555	0,1647	0,1732	1,0477	1,1004	1,1422
2	0,651	0,683	0,709	0,1460	0,1545	0,1624	0,6672	0,7003	0,7273
1	0,512	0,538	0,557	0,1509	0,1637	0,1669	0,5338	0,5623	0,5822
1/0	0,410	0,430	0,446	0,1460	0,1594	0,1673	0,4352	0,4586	0,3983
2/0	0,335	0,353	0,365	0,1427	0,1545	0,1594	0,3642	0,3854	0,3287
3/0	0,267	0,279	0,290	0,1398	0,1509	0,1545	0,3013	0,3163	0,3286
4/0	0,211	0,221	0,229	0,1361	0,1460	0,1499	0,2524	0,2648	0,2738
250	0,179	0,188	0,196	0,1388	0,1437	0,1545	0,2263	0,2364	0,2496
300	0,167	0,175	0,181	0,1352	0,1398	0,1509	0,2147	0,2238	0,2356
350	0,144	0,151	0,157	0,1332	0,1388	0,1489	0,1960	0,2052	0,2163
400	0,126	0,132	0,137	0,1329	0,1378	0,1476	0,1830	0,1908	0,2015
500	0,102	0,107	0,112	0,1302	0,1398	0,1427	0,1652	0,1758	0,1814
600	0,094	0.099	0,103	0,1319	0,1378	0,1437	0,1699	0,1697	0,1766
700	0,083	0,087	0,089	0,1302	0,1361	0,1417	0,1543	0,1616	0,1673
750	0,080	0,085	0,087	0,1289	0,1348	0,1401	0,1517	0,1594	0,1690

- Valores de R a 20 ºC y CC para conductividad 96,66% tomados de Catálogo Burndy OH-57.
- Factores de corrección para otras temperaturas y CA tomados de Manual Técnico Rome Co.
- Factores de corrección para ductos magnéticos tomados de Industrial Power Systems, Beeman
- Valores de X para ductos magnéticos tomados de tablas Kaiser Aluminun, para espesores de aislante según Catálogos Cabel y Alcave.

TABLA 4

Resistencia, reactancia e impedancia para conductores monopolares de cobre en ductos NO MAGNETICOS. Sistema trifásico, 60 Hz, factor de carga 100% y temperatura máxima de funcionamiento permitida por cada tipo de aislante

AWG o MCM	R(Ω/Km)			X(Ω/Km)			Z(Ω/Km)		
	TW PVC-PVC	TTU RH, RHW	RHH	TW	TTU PVC-PVC	RHH RH, RHW	TW	TTU	RHH
14	10,119	10,625	11,030	0,1659	0,1808	0,1808	10,12	10,626	11,032
12	6,364	6,682	6,937	0,1552	0,1696	0,1696	6,366	6,685	6,939
10	4,002	4,202	4,362	0,1443	0,1575	0,1575	4,004	4,204	4,365
8	2,517	2,643	2,743	0,1345	0,1575	0,1663	2,521	2,648	2,748
6	1,583	1,662	1,725	0,1322	0,1414	0,1493	1,588	1,668	1,731
4	0,996	1,046	1,086	0,1243	0,1319	0,1384	1,003	1,054	1,095
2	0,626	0,657	0,682	0,1168	0,1237	0,1299	0,636	0,668	0,694
1	0,492	0,517	0,536	0,1207	0,1319	0,1358	0,506	0,533	0,553
1/0	0,394	0,414	0,429	0,1168	0,1276	0,1309	0,411	0,433	0,448
2/0	0,312	0,328	0,340	0,1142	0,1233	0,1276	0,332	0,351	0,363
3/0	0,248	0,260	0,270	0,1115	0,1207	0,1233	0,271	0,286	0,297
4/0	0,196	0,206	0,213	0,1089	0,1168	0,1201	0,224	0,237	0,244
250	0,167	0,175	0,182	0,1109	0,1148	0,1237	0,200	0,209	0,220
300	0,139	0,146	0,151	0,1083	0,1119	0,1207	0,176	0,184	0,193
350	0,120	0,126	0,131	0,1066	0,1109	0,1191	0,160	0,168	0,177
400	0,105	0,110	0,114	0,1063	0,1102	0,1181	0,149	0,156	0,164
500	0,085	0,089	0,093	0,1043	0,1119	0,1142	0,134	0,143	0,147
600	0,071	0,074	0,077	0,1056	0,1102	0,1148	0.127	0,132	0,138
700	0,062	0,065	0,067	0,1043	0,1089	0,1132	0,121	0,127	0,131
750	0,058	0,061	0,063	0,1030	0,1079	0,1122	0,118	0,124	0,128

- Valores de R a 20 ºC y CC para conductividad 96,66% tomados de Catálogo Burndy OH-57.
- Factores de corrección para otras temperaturas y CA, en ducto magnético tomados de Manual Técnico Rome Co.
- Valores de X para ductos magnéticos tomados de tablas Kaiser Aluminun, para espesores de aislante según Catálogos Cabel y Alcave.

TABLA 5

Corrientes permisibles en conductores monopolares de cobre con aislante para 600V, en ducto o directamente enterrados, temperatura ambiente 30º C factor de carga 100%

AWG o MCM	TEMPERATURA MAXIMA DE FUNCIONAMIENTO DEL CONDUCTOR									
	60º C (T, TW, R, RW, PV, RVW, RH, RW)					75º C (TTU, RH, RVH, RH, RW, RHW, THW,THWN)				
	1 a 3 Cond.	4 a 6 Cond.	7 a 24 Cond.	25 a 42 Cond.	43 o más Cond.	1 a 3 Cond.	4 a 6 Cond.	7 a 24 Cond.	25 a 42 Cond.	43 o más Cond.
14	15	12	10	9	7	15	12	10	9	7
12	20	16	14	12	10	20	16	14	12	10
10	30	24	21	18	15	30	24	21	18	15
8	40	32	28	24	20	45	36	31	27	22
6	55	44	38	33	27	65	52	45	39	32
4	70	56	49	42	35	85	68	59	51	42
2	95	76	66	57	47	115	92	80	69	57
1	110	88	77	66	55	130	104	91	78	65
1/0	125	100	87	75	62	150	120	105	90	75
2/0	145	116	101	87	72	175	140	122	105	87
3/0	165	132	115	99	82	200	160	140	120	100
4/0	195	156	136	117	97	230	184	161	138	115
250	215	172	150	129	107	255	204	178	153	127
300	240	192	168	144	120	285	228	199	171	142
350	260	208	182	156	130	310	248	217	186	155
400	280	224	196	168	140	335	268	234	201	167
500	320	256	224	192	160	380	304	266	228	190
600	355	284	248	213	177	420	336	294	252	210
700	385	308	269	231	192	460	368	322	276	230
750	400	320	280	240	200	475	380	332	285	237
800	410	328	287	246	205	490	392	343	294	245
900	435	348	304	261	217	520	416	364	312	260
1000	455	364	318	273	227	545	436	381	327	272
1250	495	396	346	297	247	590	472	413	354	295
1500	520	416	364	312	260	625	500	437	375	312
1750	545	436	381	327	272	650	520	455	390	325
2000	560	448	392	336	280	665	532	465	399	332

- Valores de corriente permisible tomados del Código Eléctrico Nacional

- Factores de corrección para otra temperatura ambiente

	40º C	45º C	50º C	55º C	60º C	70º C
Conductor para 60 C	0,82	0,71	0,58	0,41	-	-
Conductor para 75 C	0,88	0,82	0,75	0,67	0,58	0,35

TABLA 6

Capacidad de distribución en KVA-m, para conductores monopolares de cobre con aislante TW en ductos MAGNETICOS. Sistema trifásico 208/120 V, 60 Hz y temperatura del conductor 60º C

AWG o MCM	ΔV = 2%					ΔV = 3%				
	COSθ					COSθ				
	1	0,95	0,90	0,80	0,70	1	0,95	0,90	0,80	0,70
14	85	89	94	105	119	128	134	141	157	179
12	136	142	149	166	188	203	212	223	249	283
10	216	224	235	261	295	324	336	352	392	443
8	343	353	370	409	459	515	530	554	614	689
6	525	535	557	610	681	788	802	835	916	1021
4	834	837	865	938	1034	1252	1256	1297	1406	1551
2	1328	1303	1331	1421	1544	1992	1954	1997	2131	2316
1	1688	1622	1643	1728	1742	2532	2432	2464	2593	2614
1/0	2108	1897	1999	2080	2210	3163	2846	2998	3120	3315
2/0	2580	2385	2378	2445	2570	3871	3577	3567	3667	3855
3/0	3238	2905	2838	2906	3015	4856	4357	4258	4359	4523
4/0	4097	3566	3470	3451	3530	6145	5349	5206	5176	5294
250	4830	4053	3903	3817	3851	7244	6079	5854	5725	5776
300	5176	4296	4134	4026	4049	7765	6445	6201	6040	6074
350	6003	4840	4611	4431	4413	9005	7260	6916	6646	6619
400	6861	5353	5050	4789	4721	10291	8029	7574	7148	7082
500	8475	6282	5825	5413	5258	12712	9424	8738	8119	7888
600	9196	6940	6088	5602	5403	13938	9960	9132	8404	8104
700	10415	7228	6559	5982	5721	15622	10842	9838	8974	8582
750	10806	7439	6748	6118	5841	16209	11159	10122	9177	8891

- Tabla calculada con base a la fórmula: $KVAL = 10\Delta V(\%)KV^2/(R\cos\theta + X\text{SEN}\theta)$
- Valores de R a 20 ºC y CC para conductividad 96,66% tomados de Catálogo Burndy OH-57.
- Factores de corrección para otras temperaturas y CA tomados de Manual Técnico Rome Co.
- Valores de X para ductos magnéticos tomados de tablas Kaiser Aluminun
- Para otras tensiones multiplicar los valores de KVA-m. por los coeficientes de la tabla de factores de corrección.
- Para otros valores de ΔV, multiplicar los valores KVA-m. para 2% por (Nuevo ΔV)/2. ΔV = Caída de tensión

TABLA 7

Capacidad de distribución en KVA-m, para conductores monopolares de cobre con aislante TW en ductos NO MAGNETICOS. Sistema trifásico 208/120 V, 60 Hz y temperatura del conductor 60º C

AWG o MCM	ΔV = 2%					ΔV = 3%				
	COSθ					COSθ				
	1	0,95	0,90	0,80	0,70	1	0,95	0,90	0,80	0,70
14	85	89	94	105	120	127	134	141	157	180
12	135	142	149	167	189	202	213	223	250	283
10	216	225	235	263	297	324	337	352	394	445
8	343	355	372	412	465	514	532	558	618	697
6	546	559	583	642	719	819	839	874	963	1078
4	868	878	909	991	1099	1302	1317	1363	1486	1648
2	1382	1370	1407	1513	1657	2073	2055	2110	2269	2485
1	1757	1712	1745	1854	2007	2635	2567	2617	2781	3010
1/0	2594	2105	2133	2242	2406	3891	3157	3199	3363	3609
2/0	2771	2604	2618	2716	2881	4156	3906	3927	4074	4321
3/0	3487	3197	3176	3256	3412	5230	4795	4764	4884	5118
4/0	4411	3926	3860	3890	4020	6616	5889	5790	5835	6030
250	5178	4473	4350	4318	4408	7767	6709	6225	6477	6612
300	6221	5212	5017	4903	4948	9331	7818	7225	7354	7422
350	7207	5870	5596	5760	5397	10810	8805	8394	8640	8095
400	8233	6503	6136	5846	5787	12349	9754	9204	8769	8680
500	10174	7768	7088	6616	6453	15261	11652	10632	9924	9679
600	12175	8612	7869	7188	6912	18262	12918	11803	10782	10368
700	13944	9455	8537	7700	7334	20916	14182	12805	11550	11001
750	14907	9911	8909	7985	7572	22907	14866	13363	11977	11358

- Tabla calculada con base a la fórmula: $KVAL = 10\Delta V(\%)KV^2/(RCOS\theta + XSEN\theta)$
- Valores de R a 20 ºC y CC para conductividad 96,66% tomados de Catálogo Burndy OH-57.
- Factores de corrección para otras temperaturas y CA tomados de Manual Técnico Rome Co.
- Valores de X para ductos magnéticos tomados de tablas Kaiser Aluminun
- Para otras tensiones multiplicar los valores de KVA-m. por los coeficientes de la tabla de factores de corrección.
- Para otros valores de ΔV, multiplicar los valores KVA-m. para 2% por (Nuevo ΔV)/2. ΔV = Caída de tensión

TABLA 8

Capacidad de distribución en KVA-m, para conductores monopolares de cobre con aislante TTU en ductos MAGNETICOS. Sistema trifásico 208/120 V, 60 Hz y temperatura del conductor 75º C

AWG o MCM	ΔV = 2%					ΔV = 3%				
	COSθ					COSθ				
	1	0,95	0,90	0,80	0,70	1	0,95	0,90	0,80	0,70
14	81	85	89	100	114	122	127	134	149	171
12	129	135	142	158	179	193	202	212	237	269
10	205	213	224	247	280	308	320	335	371	421
8	326	336	351	387	434	490	504	526	580	651
6	500	509	530	581	647	751	764	794	871	971
4	794	797	823	892	983	1192	1195	1234	1338	1475
2	1266	1240	1268	1352	1469	1899	1859	1901	2029	2203
1	1607	1538	1556	1635	1751	2410	2307	2335	2453	2627
1/0	2010	1886	1894	1966	2084	3015	2899	2840	2959	3125
2/0	2449	2253	2246	2305	2418	3677	3379	3369	3457	3627
3/0	3166	2769	2729	2756	2852	4750	4153	4093	4134	4278
4/0	3912	3382	3294	3270	3336	5868	5073	4942	4905	5006
250	4598	3868	3731	3654	3690	6897	5802	5596	5481	5537
300	4940	4116	3960	3861	3887	7410	6174	5940	5792	5827
350	5725	4628	4404	4235	4219	8588	6950	6605	6353	6328
400	6549	5133	4837	4591	4528	9824	7700	7256	6886	6792
500	8079	5945	5503	5100	4945	12119	8918	8254	7650	7418
600	8731	6305	5802	5339	5152	13098	9458	8702	8010	7227
700	9936	6905	6287	5714	5468	14905	10357	9430	8570	8202
750	10170	7034	6394	5806	5549	15255	10551	9591	8709	8323

- Tabla calculada con base a la fórmula: $KVAL = 10\Delta V(\%)KV^2/(R\cos\theta + X\,\mathrm{SEN}\theta)$
- Valores de R a 20 ºC y CC para conductividad 96,66% tomados de Catálogo Burndy OH-57.
- Factores de corrección para ductos magnéticos tomados de Industrial Power Systems. Beeman
- Valores de X para ductos magnéticos tomados de tablas Kaiser Aluminun
- Para otras tensiones multiplicar los valores de KVA-m. por los coeficientes de la tabla de factores de corrección.
- Para otros valores de ΔV, multiplicar los valores KVA-m. para 2% por (Nuevo ΔV)/2. ΔV = Caída de tensión

TABLA 9

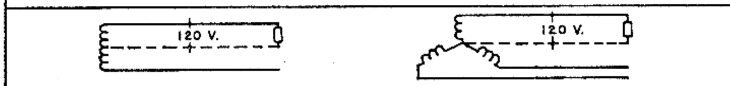
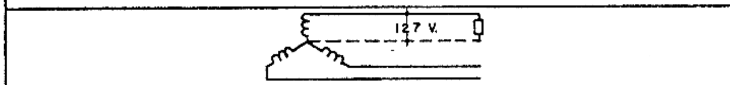
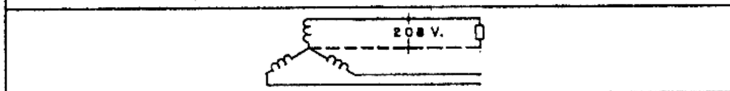
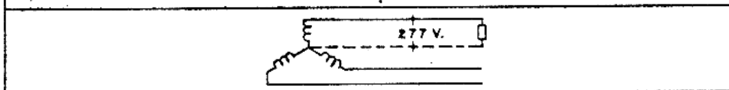
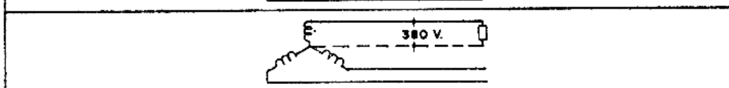
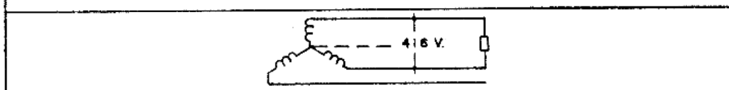
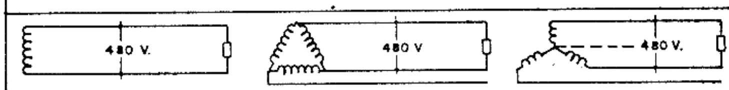
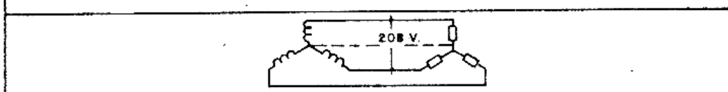
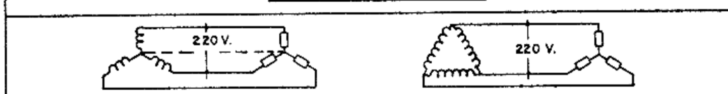
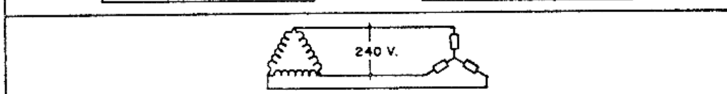
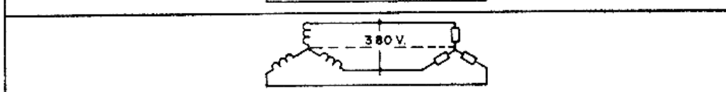
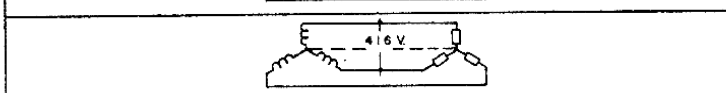
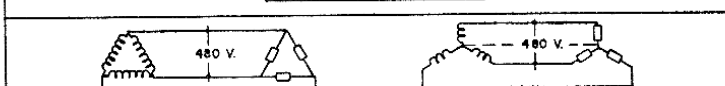
Capacidad de distribución en KVA-m, para conductores monopolares de cobre con aislante TTU en ductos NO MAGNETICOS. Sistema trifásico 208/120 V, 60 Hz y temperatura del conductor 75º C

AWG o MCM	ΔV = 2%					ΔV = 3%				
	COSθ					COSθ				
	1	0,95	0,90	0,80	0,70	1	0,95	0,90	0,80	0,70
14	81	84	90	100	114	121	126	135	150	171
12	129	134	142	158	180	193	201	213	237	270
10	205	214	224	250	283	307	321	336	375	424
8	327	337	353	391	440	490	505	529	586	660
6	519	532	555	611	683	778	798	832	916	1024
4	826	835	865	943	1045	1239	1252	1297	1414	1567
2	1315	1303	1339	1440	1576	1972	1954	2008	2160	2324
1	1671	1623	1653	1753	1894	2506	2434	2479	2629	2841
1/0	2087	1994	2018	2119	2268	3130	2991	3027	3178	3402
2/0	2634	2467	2476	2568	2720	3951	3700	3714	3852	4080
3/0	3323	3035	3016	3081	3221	4984	4552	4524	4621	4831
4/0	4019	3721	3658	3678	3796	6028	5581	5487	5517	5694
250	4937	4275	4166	4136	4227	7405	6412	6249	6204	6340
300	5917	4975	4797	4698	4744	8875	7462	7191	7047	7116
350	6857	5598	5343	5164	5161	10285	8397	8014	7746	7741
400	7854	6220	5882	5607	5549	11781	9330	8823	8410	8323
500	9708	7230	6708	6247	6076	14562	10845	10062	9370	9114
600	11675	8251	7546	6895	6621	17512	12376	11319	10342	9931
700	13292	9022	8159	7366	7013	19938	13533	12238	11049	10519
750	14164	9427	8487	7612	7218	21246	14140	12730	11418	10827

- Tabla calculada con base a la fórmula: KVAL = $10\Delta V(\%)KV^2/(R\cos\theta + X\,\mathrm{SEN}\theta)$
- Valores de R a 20 ºC y CC para conductividad 96,66% tomados de Catálogo Burndy OH-57.
- Factores de corrección para otras temperaturas y CA tomados de Manual Técnico Rome Co.
- Valores de X para ductos magnéticos tomados de tablas Kaiser Aluminun
- Para otras tensiones multiplicar los valores de KVA-m. por los coeficientes de la tabla de factores de corrección.
- Para otros valores de ΔV, multiplicar los valores KVA-m. para 2% por (Nuevo ΔV)/2. ΔV = Caída de tensión

TABLA 10
FACTORES DE CORRECCION.

Factores de corrección para tensiones y sistemas distintos a $3 \times 208/120$ V., aplicables a las tablas de A.m. y KVA.m. para conductores colocados en tuberías.

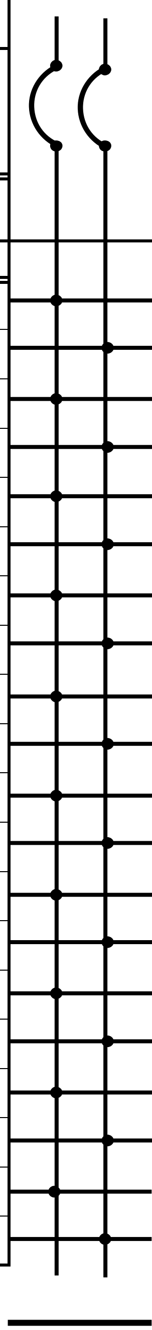
DISPOSICION DE CARGAS EN DISTINTOS SISTEMAS	FACTORES DE CORRECCION	
	A. m.	KVA. m.
	0, 500	0, 166
	0, 529	0, 186
	0, 866	0, 500
	0, 916	0, 559
	1, 000	0, 665
	1, 154	0, 886
	1, 581	1, 668
	1, 733	2, 000
	2, 000	2, 662
	1, 000	1, 000
	1, 057	1, 118
	1, 153	1, 331
	1, 827	3, 337
	2, 000	4, 000
	2, 307	5, 325

MODELO 1

TABLERO MONOFASICO TRIFILAR

TABLA DE CARGAS

TABLERO:	ALIMENTADOR			CARGA: KW
TIPO:	FASES:			Factor de demanda: %
Número de circuitos:	NEUTRO:			Factor de potencia:
Montaje superficial: ☐	TIERRA:			Demanda: KVA
Montaje embutido: ☐	Canalización:			Tensión: V
INTERRUPTOR PRINCIPAL	Capacidad		Tipo	Intensidad: A
SI ☐ NO ☐				Capacidad de barras: A
Ver plano:				Capacidad mínima de ruptura: Kacc



CARGAS						CARGAS			
W	Descripción	Cable	Protección	No.	No.	Protección	Cable	Descripción	W
				1	2				
				3	4				
				5	6				
				7	8				
				9	10				
				11	12				
				13	14				
				15	16				
				17	18				
				19	20				
				21	22				
				23	24				
				25	26				
				27	28				
				29	30				
				31	32				
				33	34				
				35	36				
				37	38				
				39	40				

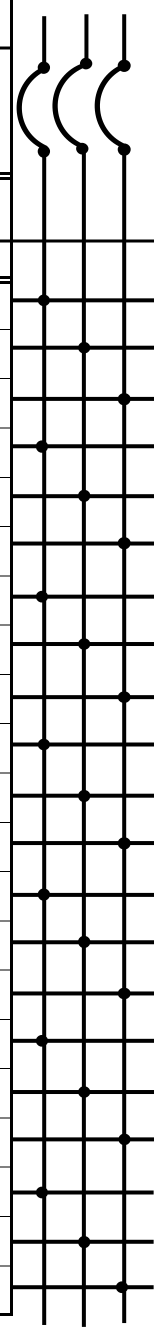
Neutro

MODELO 2

TABLERO TRIFASICO

TABLA DE CARGAS

TABLERO:	ALIMENTADOR		CARGA: KW
TIPO:	FASES:		Factor de demanda: %
Número de circuitos:	NEUTRO:		Factor de potencia:
Montaje superficial: ☐	TIERRA:		Demanda: KVA
Montaje embutido: ☐	Canalización:		Tensión: V
INTERRUPTOR PRINCIPAL	Capacidad	Tipo	Intensidad: A
SI ☐ NO ☐			Capacidad de barras: A
Ver plano:			Capacidad mínima de ruptura: Kacc



CARGAS								CARGAS	
W	Descripción	Cable	Protección	No.	No.	Protección	Cable	Descripción	W
				1	2				
				3	4				
				5	6				
				7	8				
				9	10				
				11	12				
				13	14				
				15	16				
				17	18				
				19	20				
				21	22				
				23	24				
				25	26				
				27	28				
				29	30				
				31	32				
				33	34				
				35	36				
				37	38				
				39	40				
				41	42				

Neutro

MODELO 3

PRESUPUESTO

Obra:		
Ubicación:		Fecha:

Nro.	DESCRIPCION	UND.	CANT.	P.U.	TOTAL

	Total Bs.	
%	IVA Bs.	
	Total Bs.	

MODELO 4

ANALISIS DE PRECIO UNITARIO

		Partida Nro.	
Obra:			
Ubicación:		Fecha:	
Código Covenin:	Unidad:	Cantidad:	Rendimiento: /día
Descripción:			

1.- MATERIALES

Código	Descripción	Unidad	Cantidad	Costo	Total
				Total Materiales	
				Costo Unitario por Materiales	

2.- EQUIPOS Y HERRAMIENTAS

Código	Descripción	Cantidad	Costo	Dep. o Alq.	Total
				Total Equipos	
				Costo Unitario por Equipos	

3.- MANO DE OBRA

Código	Descripción	Cantidad	Salario	Total

Calculado por:		Mano de Obra Directa	
	%	Prestaciones Sociales	
		Total Mano de Obra	
		Costo Unitario por Mano de Obra	
		Costo Directo Unitario	
	%	Administración y gastos generales	
		Subtotal	
	%	Utilidad e Imprevistos	
		PRECIO UNITARIO Bs.	

Indice Alfabético

Acometida eléctrica. 301, 312
Admitancia. 169, 193, 199
Alumbrado. 23, 283, 284, 285, 303, 304, 306, 307, 309, 310,
Ampere. 2
Amperímetro. 2, 164
Amperio. 1, 2
Análisis circuital. 61
Análisis de precio unitario. 311, 312
AWG (American Wire Gauge). 296, 312

Banco de transformadores. 228, 276, 302, 309, 310
Batería. 24, 44
Bomba. 5, 290, 292
Breacker. 23
BTU (British Thermal Unit). 10, 290

Caballo de potencia (HP). 9
Caballo de vapor (CV). 9
Cables. 11, 158, 296, 307
Caída de tensión o voltaje. 77, 299, 301, 302, 312
Calor. 10, 16, 24, 177
Caloría. 10
Campo eléctrico. 1, 4, 5, 6, 16, 19, 23, 24, 177
Campo gravitatorio. 5, 6
Campo magnético. 2, 16, 18, 24, 177, 178
Capacidad de corriente. 301, 307, 312
Capacidad de distribución. 300, 307
Capacitor. 1, 16,19, 20, 24, 25,61, 91, 159,166, 176, 177, 188
Carga de prueba. 2, 3, 4, 6, 23
Carga del electrón. 1
Carga eléctrica. 1, 3, 4, 6
Carga. 14, 23, 24, 76, 188, 190, 191, 237, 238, 243, 244
Cargas balanceadas. 243, 261
Cargas desbalanceadas. 254
Circuito abierto. 1, 14, 20, 22, 73,166,176
Circuito cerrado. 1, 19, 21, 22, 176
Circuito de alumbrado. 23, 283, 303, 304, 309, 310
Circuito de tomacorriente. 286
Circuito eléctrico. 23, 24, 61, 62, 92
Circuito RC. 87
Circuito RL. 85
Circuitos monofásicos trifilares. 190, 191
Circuitos trifásicos.191, 237, 261
Circular mil. 8
Coeficiente de permeabilidad. 7, 18
Coeficiente de permitividad. 20
Coeficiente de resistividad. 16
Cómputos métricos. 283, 311, 312, 313
Condensadores. 258, 261
Conductancia. 169, 193
Conductor. 7, 10, 21, 22, 24, 190, 237, 238, 292, 297 298, 300
Conduit. 296
Consumo de energía. 310
Corrección del factor de potencia. 188, 193, 258,
Corriente de delta. 238
Corriente de fase. 238
Corriente de línea. 238
Corriente eléctrica. 1, 2, 5, 24, 192
Corrientes de Mallas . 62, 77, 84, 91
Corrientes de Rama. 62, 82, 84, 92
Corto circuito. 14, 15, 21, 22, 23, 166
Cuadro de medidores. 309, 310

Densidad de corriente. 8
Desfasaje. 23, 158
Detección y alarma contra incendio. 294, 312
Diagrama de alimentadores. 283, 312
Diagrama de cargas. 309
Diagrama de tablero. 283
Diagrama fasorial. 193
Diagrama unifilar. 309, 311
Diferencia de Potencial. 1, 5, 24, 62
Divisores de corriente. 62, 68
Divisores de voltaje. 62, 67

Electricidad. 1, 2, 23, 24, 158, 188, 283, 290, 292, 294,
Electromagnetismo. 2
Electrón. 1
Elementos activos. 12, 23, 24, 61, 70, 73, 77, 80, 82
Elementos circuitales de control. 23, 24
Elementos circuitales de medición. 23, 24
Elementos circuitales de protección. 23, 24
Elementos pasivos. 16, 24, 61, 85, 166
EMT. 296
Energía eléctrica. 10, 12, 16, 18, 19, 24, 177, 188,

Indice Alfabético

Equivalencia estrella - delta. 66
Equivalencia mecánica del calor. 10
Equivalencia paralelo. 65
Equivalencia serie. 64
Equivalencias eléctricas. 61, 62, 64
Escalar. 5
Espira. 18
Euler. 160, 326

Factor de demanda. 301, 304, 312
Factor de potencia. 23, 186, 188, 189, 192, 193, 249,
Factores de Corrección. 307, 313
Faradio. 19, 20
Fasor. 160, 161, 162, 192, 237
Fluido. 2, 3, 4, 5
Fluorescente. 188, 285, 312
Frecuencia. 23, 157, 158, 159
Fuentes alternas. 13, 157
Fuentes continuas. 13
Fuentes de corriente. 12, 14, 24, 77, 80, 82
Fuentes de voltaje. 12, 13, 24, 62, 77, 80, 82, 83, 84,
Fuentes dependientes. 84
Fuentes desbalanceadas. 254, 261
Fuentes directas. 13
Fuerza electromotriz. 3
Fuerza. 4, 6, 7, 23, 304

Galvanómetro. 2
Generador. 157, 302, 303

Henrio. 18

Iluminación. 284, 285, 312
Impedancia. 157, 168, 169, 170, 190, 191, 192, 193, 249
Incandescente. 88, 285, 286, 312
Inductancia. 18, 25
Inductor. 1, 16, 18, 19, 24, 25
Interruptor termomagnético. 23
Interruptor. 22, 23, 286

Joule. 3, 10

Kiloamperio. 1
Kilovatio. 9, 176
Kilovoltio. 3

Lazo. 61, 91
Ley de Ampere. 2
Ley de Ohm. 16, 21, 22, 62
Ley Kirchhoff de Corrientes (LKC). 62, 64, 68
Ley Kirchhoff de Voltajes (LKV). 62, 67
Leyenda. 310, 311

Magnetismo. 2
Mano de obra. 311
Mac Laurin. 326
Maxwell. 2, 158
MCM (Mil circular mil). 296, 312
Memoria descriptiva. 310, 313
Método de Nodos. 80, 82, 91
Miliamperio. 1
Milifaradio. 20
Milivoltio. 3

Newton. 2, 6

Ohmio. 16
Operador fasorial. 169
Operador J. 159

Período. 61, 158, 163, 192
Pila volta. 3
Plano complejo. 159, 160, 192
Potencia activa. 172, 177, 186, 188, 193, 222, 249,
Potencia aparente. 186, 298, 300
Potencia compleja. 170, 176, 177, 186, 188, 192, 193 237, 249, 258
Potencia eléctrica. 9, 24, 176
Potencia reactiva capacitiva. 176, 182, 188
Potencia reactiva inductiva. 176, 181, 188
Potencia reactiva. 176, 177, 178, 188, 189, 192
Potencial eléctrico. 5, 62
Potenciómetro. 17, 25
Prescott. 10
Presión. 3, 4, 5
Presupuesto. 311, 312

Indice Alfabético

Principio de Superposición. 62, 69, 84, 91, 170
Proyecto de electricidad. 294, 307, 309, 311, 312
Pulsador. 293, 294, 309, 310

Rama. 61, 62, 80, 82, 83, 84, 91, 92
Reactancia capacitiva. 166, 193
Reactancia Inductiva. 166, 193, 297
Reactancia. 168, 169, 176, 193, 298, 300
Referencia. 170, 193, 237, 238, 261, 297
Régimen Permanente. 61, 85
Régimen Transitorio. 61, 85
Reóstato. 17, 25
Resistencia interna. 13, 14, 15
Resistencia. 10, 13, 14, 16, 21, 22, 25, 70, 73, 76, 91, 168, 170, 192, 193
Resistividad. 6, 7, 16
Resistor. 1, 16, 17, 24, 25, 159, 163, 166, 176, 177
Rotación. 159, 237, 261

Secuencia. 237, 261
Simbología. 286, 288, 292, 294, 296, 310, 312, 311
Sinusoide. 157, 158, 195
Sistema de intercomunicadores. 292
Sistema de sonido. 292
Sistema de televisión. 292
Sistema telefónico. 292
Sistema trifásico balanceado. 254, 261
Sistema trifásico desbalanceado. 254, 261
Suiche. 23, 292
Susceptancia. 169, 193

Tablero. 283, 286 ,288, 301, 302, , 303, 304, 309, 310, 311,
Tensión. 3, 23, 77, 80, 191, 296, 300, 301, 302, 310, 312
Teorema de Máxima Transferencia de Potencia. 62, 76, 91
Teorema de Norton. 62, 73, 74, 75, 91, 170
Teorema de Thévenin. 63, 70, 71, 72, 73, 75, 76, 84, 91, 170
Timbre. 283, 293, 294, 309, 310, 312, 322
Tomacorrientes especiales. 289, 312
Tomacorrientes. 283, 286, 287, 310, 312
Trabajo. 2 , 3, 6, 7, 9, 10, 23, 24
Transformación de fuentes. 14, 62
Tubería. 5, 283, 285, 296, 302, 310, 311, 312
TW, THW, TTU. 296, 312

Valor de cresta. 163, 193
Valor eficaz. 163, 164, 193
Valor máximo. 158, 162, 163, 193
Valor pico. 163, 193
Valor pico-pico. 163, 193
Valor promedio. 163, 193
Vatímetro. 249, 261
Vatio. 9, 24, 176
Vectorial. 5, 168, 169
Velocidad Angular. 158, 160, 161, 162, 192, 237
Volta. 3
Voltaje fase-fase. 237
Voltaje línea-línea. 237
Voltaje. 1, 3, 5, 6, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 23, 24, 25, 61, 62, 63, 66, 67, 70, 71, 72, 74, 80, 82, 84, 91, 157, 158, 159, 163, 164, 166, 170, 171, 177, 179, 188, 191, 192, 193, 237, 249, 261
Voltio. 3, 16, 18, 20
Voltioamperio reactivo. 176
Voltioamperio. 176

Watt. 9, 10