Lógica matemática
y teoría de conjuntos

FILOSOFÍA

Yadira J. Corral de Franco
Luis Hernán Manzanares

Fondo Editorial
opsu

Autores

Yadira Josefina Corral de Franco (Valencia-Carabobo, Venezuela)

Profesora de matemática egresada del Instituto Pedagógico de Caracas, magíster en Educación Superior en la UPEL-Maracay y docente jubilada del Ministerio de Educación con experiencia en aula y en coordinación. Investigadora nivel 1 y profesora de pre y postgrado de las cátedras de Lógica matemática, Diseño de investigación, Práctica profesional, entre otras, de la Universidad de Carabobo y en el Instituto Pedagógico Monseñor Arias Blanco.

Autora de los libros: (a) *El Trabajo de Investigación. Estructuras, normas, técnicas e instrumentos de recolección de información*; (b) *La elaboración de trabajos de investigación: Algunas normas*. (2014); (c) *Instrumentos de recolección de datos: validez y confiabilidad. (2014)*. Coautora del libro *Algunos tópicos y normas generales aplicables a la elaboración de proyectos y trabajos de grado y de ascenso*. (2011, 2012).

Miembro por 10 años del Comité local del CENAMEC para las Olimpiadas Matemáticas, articulista y jurado en revistas científicas, ponente en conferencias relacionadas con la investigación y la lógica matemática. Ha sido tutora y jurado de tesis en varias oportunidades.

Luis Hernán Manzanares (Boca de Aroa-Falcón, Venezuela)

Profesor de Física y Matemática egresado de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador-UPEL Caracas y magíster en Investigación educativa de la Universidad de Carabobo. Jubilado del Ministerio de Educación donde ejerció los cargos de docente de aula, coordinador, subdirector y director. Profesor de la Universidad de Carabobo en las cátedras de Lógica matemática, Dibujo técnico y Práctica profesional; y coordinador de los cursos de actualización docente de la misma universidad. También dicta la cátedra de Dibujo técnico en la Universidad Nacional Experimental de la Fuerza Armada – UNEFA en Carabobo.

Ha sido tutor y jurado de tesis en varias oportunidades. Autor del libro *Rastros y rostros de un pueblo* (2013) y coautor del texto *Didáctica de la matemática* (2003). También fue columnista del diario Notitarde (1980-2015) y presidente del Colegio de Profesores del estado Carabobo.

Nociones elementales de lógica matemática y teoría de conjuntos

YADIRA J. CORRAL DE FRANCO

LUIS HERNÁN MANZANARES

Fondo Editorial opsu

Caracas, 2018

Directorio

Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria,
Ciencia y Tecnología

Consejo Nacional de Universidades
Oficina de Planifcación del Sector Universitario

Ministro
Hugbel Rafael Roa Carucí

Viceministro para la Educación
y Gestión Universitaria
Andrés Eloy Ruiz

Adjunto a la Dirección de OPSU
Francar Martínez

Unidad Administrativa
José Lorenzo Rodríguez

Unidad de Apoyo
Miguel A. Alfonzo D.

Unidad de Información
y Relaciones Públicas
Edgar Padrón

Coordinación de tecnología
Servicio de Información
Jorge Rodríguez

Programa Administrativo Financiero
Evelin Morales

Programa Desarrollo Espacial y Físico
Paul Brito

Programa de Evaluación Institucional
Carolina Villegas

Consultoría Jurídica
Eleusis Borrego

Unidad de Apoyo
Miguel A. Alfonzo D.
Jefe de la Unidad de Apoyo

Fondo Editorial
Carlos A. Torres Bastidas
Wilmer E. Torres Carrillo
Lázaro Silva González
Migdalia Vásquez Nuñez

Dedicado a...

A Pepe y Carmela; Luis y Carmen Dominga,
padres abnegados y bondadosos
A nuestros cónyuges, Dilia (esposa entrañable)
y William, por su apoyo y amor incondicional
A nuestros hijos, por su cariñoso aliento
A toda la familia, por su afecto y confianza.

Esta publicación debe citarse como:
Corral de Franco, Y y Manzanares, L (2018). *Nociones Elementales de lógica matemática y teoría de conjuntos*. Caracas. Fondo editorial OPSU.

Nociones elementales de lógica matemática y teoría de conjuntos

Rongny Sotillo
Coordinación editorial

José Luis Revete
Edición

Rosario Soto
Corrección

Javier Véiz
Diseño

José Luis Revete
Diagramación

Hecho el depósito de ley
Depósito legal DC2018001871

ISBN 978-980-6604-76-6

Fondo Editorial OPSU
Teléfono (58) 0212.5060335/5060338
http://www.opsu.gob.ve
opsu.cnu@gmail.com
Caracas, Venezuela

ÍNDICE

CAPÍTULO 3. DEDUCCIONES LÓGICAS: TABLAS DE VERDAD O TABLAS DE CERTIDUMBRE Y MÉTODO ABREVIADO DE QUINE

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE INFERENCIAS: EL MÉTODO ANALÓGICO

CAPÍTULO 5. TABLAS ELEMENTALES DE CONJUNTOS

CAPÍTULO 6. DESIGUALDADES E INTERVALOS REALES

A manera de introducción

Los adelantos científicos y tecnológicos que envuelven al universo, nos impulsan a buscar ventanas que nos permitan inmiscuirnos en ese mundo, donde la aplicación de la matemática juega un papel de suma importancia; siendo la principal protagonista de este desarrollo. Por ello, buscamos y hurgamos formas de expresarnos, de manera que dichos conocimientos lleguen sin traumas a nuestros estudiantes, convirtiéndose en factores principales de este desarrollo.

En este contexto, la lógica es una rama base para forjar el pensamiento y el razonamiento deductivo. Permite a los estudiosos, un análisis profundo y necesario para abordar los conocimientos matemáticos, envueltos en este mundo en evolución. Así, la lógica no solo es necesaria para el desarrollo del pensamiento analítico y el razonamiento formal; surge como una herramienta educativa formativa y formadora para los estudiantes, dado que les permite la comunicación en un lenguaje simbólico, para acceder a los conocimientos científicos y facilita la comprensión de contenidos matemáticos.

Por esta razón, se pretende brindar en el presente manuscrito, información que oriente a estudiosos de este tema y que, a la par, permitan el logro de los objetivos y/o competencias planteados. Recoge material elaborado por los autores para el desarrollo de las clases de la asignatura Lógica matemática; ya sea en forma de guías como de apuntes personales.

El presente manuscrito constituye una introducción a los conocimientos elementales de la lógica y la teoría de conjuntos. Su propósito principal es familiarizar al lector con estos contenidos. En su elaboración, hemos tenido en mente a estudiantes principiantes y a profesores que dicten un curso que incluya conocimientos elementales de lógica como parte de su contenido programático o en su totalidad.

Por tanto, nos honra presentar este material a estudiantes y profesores en diversas áreas del conocimiento; con la intención de ayudarles en el proceso de aprendizaje y/o enseñanza de contenidos básicos de lógica.

Los autores

1

La Lógica y el Lenguaje formal

LA LÓGICA

Para Ivorra (s.f.a), la lógica se ocupa del estudio del razonamiento. Permite reconocer cuándo un argumento es válido o no. Da una visión sobre un planteamiento o proposición. Al respecto, Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández. (s.f.) definen a la lógica como "…la ciencia que se encarga del estudio de los métodos y principios usados para distinguir los razonamientos correctos (o válidos) de los incorrectos (o no válidos). Con ayuda de una notación artificial (simbólica) y un método rigurosamente deductivo" (p. 4).

> La lógica es la ciencia que estudia el razonamiento, donde "razonar" consiste en obtener afirmaciones (llamadas conclusiones) a partir de otras afirmaciones (llamadas premisas) con los criterios adecuados para que podamos tener garantía de que si las premisas son verdaderas, entonces las conclusiones obtenidas también tienen que serlo necesariamente. (Ivorra, s.f.a, p. ix)

Es así que la lógica, es la ciencia que se encarga de los métodos y principios usados para distinguir entre razonamientos correctos (o válidos) de los razonamientos incorrectos (o no válidos); con ayuda de una notación artificial (a través de símbolos y signos) y un método rigurosamente deductivo; símbolos alfabéticos y otros específicos (letras, números, otros) para expresar relaciones y signos como el paréntesis, la coma, el punto, entre otros.

En tal sentido, García Zárate (2003) expresa que la lógica de proposiciones es la parte más elemental de la matemática y emplea solo variables proposicionales, y estudia las relaciones formales entre proposiciones y dentro de ellas; para ello, emplea el análisis formal de las inferencias (lenguaje simbólico y métodos específicos) para determinar la validez de estas.

Vale acotar que la lógica matemática no es "la lógica de las matemáticas", es más bien "la matemática de la lógica". En la actualidad, los estudios de la lógica se centran en estudios del lenguaje formal. Estudia los sistemas formales en relación con el modo o la manera en el que codifican conceptos intuitivos de objetos matemáticos (conjuntos, números, demostraciones y computación). Ejemplos de lenguajes formales: lógica proposicional, álgebra de Boole y el álgebra de conjuntos. (Acuña, 2012)

Ahora bien, ¿hasta qué punto tiene interés este estudio? La lógica ha comprobado ser indispensable para trabajar en la teoría de conjuntos, dado que permite determinar si existen contradicciones en los razonamientos que se suscitan al utilizar estos conocimientos. Pero también, permite establecer en otros campos matemáticos si existen o no elementos de contradicción en las teorías, así como para establecer posibilidades y limitaciones. (Ivorra, s.f.a)

Cabe destacar, una de las funciones principales de la lógica es: "servir de fundamento al razonamiento matemático, evitando ambigüedades y contradicciones mediante la determinación absolutamente precisa y rigurosa al estudio de un determinado campo" (Ivorra, s.f.a, p. 5). Y además, la lógica matemática moderna, suele dividirse en cuatro áreas: teoría de conjuntos, teoría de la demostración, teoría de modelos y teoría de la recursión.

Algo de historia

Según algunos autores (Acuña, 2012; Corral, 2014a; Euclides.org, 2012; Ivorra, s.f.b) se puede resumir en:

- Siglos IV a.C. a mediados del XVII d.C.: los principales representantes de este período son Aristóteles (384-332 a.C.) y Euclides (300 a.C.), filósofos griegos. La lógica aristotélica era rígida y estrecha de miras. Pervivió casi inalterada hasta el siglo XVI d.C. Se mantuvo en manos de filósofos y algunos matemáticos con inclinaciones filosóficas. Aristóteles introduce el concepto de silogismo como una forma de razonamiento lógico que consta de dos proposiciones como premisa y otra como conclusión.
- Finales del siglo XVII y principios del siglo XIX: Gottfried Leibniz (1646-1716, filósofo y matemático alemán) le dio cierto impulso a la lógica, pero sin abandonar una postura conservadora.
- Mediados del siglo XIX: en este período Boole y otros matemáticos empezaron a relacionar la lógica más directamente con la matemática. George Boole (1815-1864, matemático británico) aplica el cálculo matemático a la lógica (álgebra de la lógica) y Augustus De Morgan (1806-1871), matemático inglés nacido en India, incluye la formulación de leyes que fundamentan el desarrollo de las relaciones lógicas. Ellos fueron los primeros en presentar un sistema matemático para modelar operaciones lógicas (autor de las leyes de De Morgan).
- Finales del siglo XIX y principios del siglo XX: Friedrich Gottlob Frege (1848-1925, matemático alemán) fundamenta la moderna lógica matemática como la conocemos hoy día, se le considera el padre de la lógica matemática. Georg Cantor (1845-1918, matemático

ruso) creó y desarrolló la parte más general y más abstracta de la matemática moderna: la teoría de conjuntos y sentó las bases de la lógica moderna. Trataron de dar reglas precisas para determinar la labor del matemático. La lógica es indispensable para trabajar esta teoría, porque permite deducir si existen contradicciones y/o ambigüedades. El nombre de Lógica Matemática (también fue llamada como lógica simbólica) fue dado por Giuseppe Peano (1858-1932, matemático italiano) para esta disciplina. La lógica tradicional estudia los principios de la demostración de la inferencia válida, su interés se centra en la forma de argumentar. Mientras que la lógica matemática centra su interés en un estudio combinatorio de los contenidos tanto a nivel sintáctico como a nivel semántico.

- Siglo XX: Kurt Gödel (1906-1978, matemático y filósofo austríaco-estadounidense) es uno de los científicos que esboza los lineamientos que rigen la lógica matemática actual. Alfred Tarski (1902-1983, matemático polaco) realiza estudios sobre la semántica de la verdad como una proposición y una realidad. Noam Chomsky (1928-2008, lingüista y filósofo estadounidense) estudia las estructuras sintácticas.

Objeto de la lógica

La lógica trata de establecer (Acuña, 2012) cuáles son las leyes, criterios o patrones que garantizan que, a partir de la comparación de las proposiciones que sirven de premisas, se pueda obtener garantía de que la conclusión sea verdadera. Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández (s.f.) señalan que el objeto de la lógica es “diferenciar los razonamientos correctos (o válidos) de los razonamientos incorrectos (o no válidos)” (p. 4).

Por tanto, el objeto de los estudios lógicos es moldear una estructura mental que permita, a través del análisis del lenguaje, la comprensión de un razonamiento; en otras palabras, es diferenciar los razonamientos correctos de los incorrectos (válidos e inválidos).

EL LENGUAJE

El lenguaje es el instrumento que se emplea para comunicar ideas. García Vascónez (2013) señala que el lenguaje está presente en la comunicación entre seres humanos, “…permite simbolizar nuestros pensamientos y sentimientos,…, se trata de un conjunto de signos, tanto orales como escritos, que a través de su significado y el significante de los códigos lingüísticos, su relación permiten la expresión y la comunicación humana” (p. 90). Pero también, “…es un sistema orgánico de símbolos y signos” (Agudo y Peña, 2011, p. 1).

El lenguaje consta de un conjunto de palabras, compuestas por secuencias de símbolos (letras del alfabeto y números) y signos como el guión, la coma, etc. Cada lenguaje está compuesto por una colección finita de símbolos y signos usada para construir palabras y, en todo caso, para construir secuencias numéricas (0, 1, 2,…); además, el lenguaje es la capacidad humana para comunicarse a través de lenguas. Así, “las lenguas son sistemas más o menos complejos, que asocian contenidos de pensamientos y significación a manifestaciones simbólicas tanto orales como escritas" (Montero, s.f., p. 11).

Lenguaje natural y lenguaje formal

Existen dos tipos básicos de lenguaje: los lenguajes naturales y los lenguajes artificiales o formales. Los primeros, son utilizados en situaciones de comunicación cotidiana e informal; mientras que los segundos se emplean en comunicaciones académicas, científicas, legales o de otra naturaleza formal. Entre ellos, se tiene al lenguaje lógico matemático, el cual permite transmitir información y conocimientos de manera clara y precisa, sin ambigüedades.

Lenguaje natural

"El lenguaje natural es un resultado de la evolución cultural e histórica de la sociedad con el fin de establecer la comunicación entre los hombres" (Agudo y Peña, 2011, p. 3). Por tanto, el lenguaje natural u ordinario es la lengua utilizada normalmente en una comunidad de individuos para comunicarse entre sí; entre ellos, tenemos lenguas vivas tales como: el castellano, el inglés, el francés, el chino, etc.; y lenguas muertas como el latín y el arameo. Estos lenguajes se originaron sin control de ninguna teoría. Luego fue que surgieron las reglas y normas gramaticales (Corral, 2014a; Polanco, 2000).

Características: para Ivorra (s.f.b) y Polanco (2000), el lenguaje natural presenta características tales como:

- Tiene enorme capacidad y riqueza comunicativa
- Es flexible, permite obviar reglas gramaticales
- Permite jugar con las palabras y con las expresiones produciendo metáforas y ambigüedades
- Es polisémico, una palabra puede tener diversos significados, según el contexto; por lo cual, tiene riqueza semántica
- Pueden expresarse paradojas (ejemplo: "soy un mentiroso", "no llevo nada", "estoy ausente", etc.)

Aun cuando este lenguaje es un instrumento idóneo para propósitos comunicativos, no es igualmente apropiado para comunicarse en las ciencias u otros ámbitos científicos; porque en esta área del conocimiento se amerita un máximo de exactitud y precisión, y ser eficaz para comunicar lo que se quiere decir. Esto ha llevado a la construcción de lenguas artificiales, con diversos propósitos, cuando se hace necesario operar con exactitud y eficacia.

Lenguaje formal

"El lenguaje artificial es una creación intencional del hombre con propósitos definidos" (Agudo y Peña, 2011, p. 3). El lenguaje formal es un lenguaje artificial especialmente construido para lograr precisión, efectividad y operatividad. La lógica como ciencia, tiene un lenguaje propio y exacto.

Su vocabulario está conformado por símbolos y signos perfectamente claros y definidos, para despojarlo de significados y sentidos ambiguos que caracterizan al lenguaje natural. Entre otros, además del lenguaje lógico, se tienen: el lenguaje computacional, los símbolos usados en química, el lenguaje matemático y otros lenguajes técnicos.

Entre las Características del lenguaje artificial formal (Corral, 2014a; Ivorra, s.f.b; Montero, s.f.) se tienen:

- Se desarrolla a partir de una teoría, previamente establecida.
- Tienen un componente semántico mínimo.
- Observa estrictamente las reglas lógico-gramaticales.
- No admite contracciones, ni expresiones, ni modismos.
- Tiene la posibilidad de incrementar el componente semántico, solo acorde con la teoría formalizada.
- La sintaxis produce oraciones sin ambigüedad, en cuanto al significado de sus palabras.

El lenguaje de la lógica está diseñado para representar las formas más elevadas de razonamiento. Está constituido por:

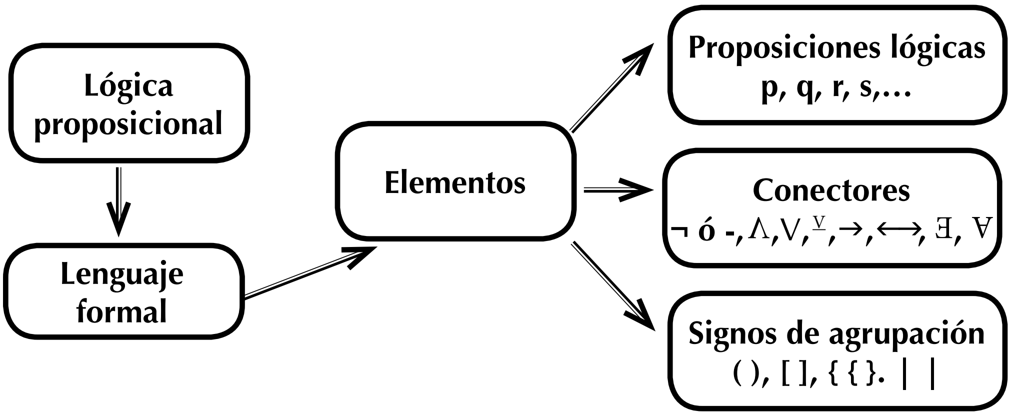


Gráfico 1. Elementos que conforman al lenguaje formal

Nota: si una oración no tiene valor veritativo o de verdad, es decir, que no se puede confirmar que sea verdadera o falsa, no es considerada una proposición y no es de interés para la lógica. Por tanto, se puede afirmar que a la lógica solo le interesa el lenguaje comunicativo o informativo.

Ahora bien, Ivorra (s.f.b) define al lenguaje formal o artificial de la lógica (lenguaje formal de 1er orden) como una colección de símbolos y signos divididos en categorías y de modo que cumplan lo siguiente:

- **Variables:** son infinitas (a, b, c,..., x, y,…; a1, a2,…, ai;…, x1, x2,…, xj,….)
- **Constantes:** pueden tener de ninguna a infinitas constantes (0, 1, 2,…, n,….)
- **Relatores:** cada relator debe estar asociado a un número natural no nulo (denominado rango). Cada relator monádico debe llevar asociado un índice distinto y tener al menos un relator diádico R_0^2 (denominado igualador o =). Dan lugar a una afirmación. Ejemplos:

H = hombre, A = amigos, unión = ∪, pertenece = ∈, subconjunto = ⊂, <, >, etc.

- **Funtores:** signos que complementados con nombres de objetos, nombran a otro objeto. Cada funtor estará asociado a un rango y un índice, en las mismas condiciones que los relatores, pueden ser monádicos o diádicos. Ejemplo: p_1, p_2,…p_i; f_t ; y_i, etc.
- **Descriptor:** puede tenerlo o no (con o sin descriptor); si existe será: tal que (/)
- **Conectores lógicos:** ∧ (y, conjunción); ∨ (o, disyuntor o disyunción), etc.
  - * Negador (negación): - ó ¬
  - * Conjunción (coyuntor, conjunción): ∧ (y)
  - * Disyunción (disyuntor, disyunción): ∨ (inclusiva, o); $\underline{\vee}$ (exclusiva, o…. o…).
  - * Implicador (implicación, condicional): → (entonces, implica).
  - * Coimplicador (bicondicional, coimplicación): ↔ (si y solo si, solamente si).
  - * Cuantificador universal o generalizador: ∀ (para todo), se usa con las variables.
  - * Cuantificador existencial: ∃ existe, se usa con las variables.

Clasificación del lenguaje según su función y uso

El lenguaje es un instrumento de comunicación que tiene un uso variable, de acuerdo con el propósito y el contenido del mensaje. El lenguaje es un sistema convencional de signos y símbolos, sonidos y grafías, con sentido y sujeto a una articulación interna determinada.

Sirve para afirmar (oraciones aseverativas, enunciativas o declarativas) o para negar (oraciones negativas) a través de enunciados, formular preguntas (oraciones interrogativas); expresar sorpresa o admiración (oraciones exclamativas o admirativas); indicar exhortación, mandato o prohibición (oraciones exhortativas, directivas o imperativas) o indicar un deseo o aspiración (oraciones desiderativas). Se pueden clasificar (Corral, 2014a; García Vascónez, 2013; Ivorra, s.f.b; Napolitano, 2012; Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f.) en:

- Lenguaje comunicativo o informativo: sirve como medio o vehículo para transmitir mensajes, los cuales varían desde lo informativo hasta las descripciones de las ciencias exactas; transmiten hechos. Cuando el lenguaje se emplea como vehículo para informar o transmitir mensajes o contenidos o para describir situaciones, sucesos, ideas, teorías y pensamientos, a través de oraciones y la formulación de proposiciones o enunciados precisos. Se utilizan en este tipo de lenguaje *oraciones informativas, enunciativas, aseverativas y declarativas*.
- En el lenguaje lógico, a las oraciones que transmiten estos mensajes y que lo conforman, se le denomina proposiciones. Las mismas tienen un valor veritativo; es decir, son enunciados que pueden

ser verdaderos o falsos, pero nunca ambos. Ejemplos: la Luna es el satélite de La Tierra, La niña se asustó y gritó, La Universidad es una casa de estudio, etc.

- Lenguaje expresivo: son oraciones que se utilizan para manifestar emociones y sentimientos o para despertar alguna emoción en el receptor (lector o audiencia). Su intención es meramente emotiva, "…se usa para comunicar o dar expansión a los sentimientos y emociones" (Napolitano, 2012, p. 9). Son expresiones que pueden traducir la admiración por algo, amor, dolor; es decir, expresar estados de ánimo. El mejor ejemplo de este tipo de lenguaje es la poesía, aun cuando la poesía puede usarse con otros fines. Incluye expresiones *exclamativas* (admirativas), *dubitativas* (expresan duda) y *desiderativas* (expresan deseos). Ejemplos: "mi espíritu está dispuesto a pensar"; "partiste, pero sigues siendo mi amor", quizá pueda ir, ¡Te quiero!, ¡qué lindo!, te aprecio mucho, ¡qué bellos ojos!, etc.
- Este lenguaje no tiene valor veritativo, ya que no se puede afirmar que lo dicho sea o no verdadero. Por lo tanto, este tipo de expresiones no interesan a la lógica porque no se puede establecer si lo que dice la persona es verdadero o falso.
- Lenguaje directivo: este lenguaje se utiliza con el propósito de originar o impedir una acción. Con él pueden girarse instrucciones u órdenes (mandatos) a seguir, se espera que se cumpla la solicitud o una respuesta; es decir, cuando se da una orden y esperamos se cumpla, o cuando se hace una pregunta y se espera una respuesta. Las expresiones directivas pueden ser: *interrogativas* (expresan preguntas sobre algo o alguien a responder), *exclamativas* (un clamor) o *imperativas* (órdenes, mandatos o solicitudes). Al ser imperativo, no se puede establecer si es o no verdadero, por lo cual, este tipo de expresiones tampoco interesan a la lógica. Incluye expresiones exclamativas e interrogativas. Ejemplos: Deben asistir con puntualidad a la charla; ¡Por favor, no griten!; ¿Quién vendrá el sábado?; Se ruega que hagan silencio; Por favor, cierre la puerta; ¿Quién falta por firmar la asistencia?, etc.

Además, estos estilos de lenguaje pueden combinarse e incluso se emplean de manera simultánea al entablarse una comunicación. Pueden ser utilizados y, por lo regular, se usan al mismo tiempo, se pueden combinar: lenguaje informativo (hechos) con lenguaje expresivo (emociones y sentimientos) y/o con el lenguaje directivo (mandatos o solicitudes).

Ejercicios resueltos

Indica cuáles expresiones son oraciones informativas o enunciativas (enunciados), expresivas (exclamativas), directivas (interrogativas, desiderativas o imperativas):

1. A la mitad del camino de la vida.
2. ¡Favor no fumar!
3. ¿Vienes a la conferencia?
4. Los países del primer mundo que cuentan sólo con 10% de la población mundial, consumen 73% de la energía utilizada en el planeta.

5. 8 + 21 = 29
6. Newton y Goethe formularon teorías de los colores y ambos son ingleses.
7. Simón Bolívar libertó cinco países.
8. Se agradece sean puntuales a la clase.
9. π es un número fraccionario mayor que 3
10. Si el sueldo mínimo se incrementa y se reduce el número de horas laborales, es posible que la inflación aumente en el mes de enero.
11. Sócrates es un hombre y algunos hombres son filósofos; luego, Sócrates es filósofo.
12. Todas las mujeres en la adolescencia van a discotecas y María es adolescente, por tanto, María va a discotecas.
13. Nelson Rolihlahla Mandela y Frederik Willem de Klerk obtuvieron el Premio Nobel de la Paz en 1993.
14. 22 – 26 =
15. X fue a París el año pasado.
16. Esdrújula es esdrújula.
17. Cuando miro un paisaje me inspiro.
18. Si todos los caminos llevan a Roma, entonces la autopista Valencia-Caracas me llevará a Roma.
19. Yadira estudió en las escuelas Brígida Hurtado de Mendiri y Lisandro Ramírez.
20. Extraño la costa.

Respuestas:

Informativas o enunciativas: 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 18,19

Exclamativas: 2

Directivas: 2, 4, 8

Desiderativas: 1, 17, 20

No son enunciados (expresiones o sentencias incompletas): 14, 15

SINTAXIS Y SEMÁNTICA EN EL LENGUAJE LÓGICO

Morris (citado por Agudo y Peña, 2011) expresa que la semiótica (teoría general de los signos que estudia los sistemas simbólicos) se divide en tres ramas: sintaxis, semántica y pragmática. La sintaxis se ocupa del uso de los símbolos y signos sin considerar cuáles son sus significados, aunque si toma en cuenta las relaciones existentes entre ellos. Se distinguen dos tipos de reglas (Ballester, s.f.) en la sintaxis de la lógica formal: las de formación (cómo se deben relacionar los símbolos y signos en el lenguaje) y la transformación o sustitución (cómo sustituir unos símbolos y signos por otros en lugares predeterminados de una estructura sintáctica cualquiera). Indican operaciones y cómo se ordenan los símbolos y signos.

La **semántica** (Ballester, *op. cit.*) considera los significados de los símbolos y signos en toda su extensión; según reglas determinadas, se indica cómo se debe aplicar un símbolo o un signo a un contenido significativo o a un referente (reglas de asignación). La **pragmática** "estudia las relaciones entre los signos y su designado por el usuario" (Agudo y Peña, 2011, p. 4).

Cuadro 1. Sintaxis y semántica en el lenguaje lógico	
La **sintaxis** del lenguaje lógico está constituida por los siguientes elementos (Herrera, 2012): • Negación (- , ¬, ~) • Conjunción (∧) • Disyunción (∨, $\underline{\vee}$) • Implicación o condicional (→) • Bicondicional (↔) • Proposiciones simples • Proposiciones compuestas • Premisas • Conclusión • Equivalencia (≡, ↔)	La semántica del lenguaje lógico está constituida por los siguientes elementos (Herrera, 2012): • Tablas de verdad • Reglas y leyes de inferencia • Principios • Validez y análisis de inferencias (método analógico)

(Corral, 2014a)

Lógica simbólica

Es necesario, en primera instancia, aclarar los siguientes términos:

- **Oración:** expresión lingüística que es gramaticalmente correcta y que posee sentido completo. Es un objeto lingüístico. Las oraciones pueden ser: enunciativas (enunciados, afirmaciones, informaciones), interrogativas, desiderativas (expresan deseos), directivas (indican órdenes o instrucciones), etc. A la lógica simbólica le son de interés solo las oraciones enunciativas a las cuales se les puede atribuir valor veritativo (Verdadero o Falso).
- **Enunciado:** es un segmento, sentencia u oración aseverativa, enunciativa o declarativa (afirmativa o negativa) que tiene sentido completo y que puede confirmarse su veracidad, es decir, tiene valor veritativo. Como proceso, representa un objeto psicofísico; depende de su percepción. También es denominada como oración enunciativa.
- **Proposición:** es un enunciado, sentencia u oración aseverativa (declarativa, enunciativa) a la que se le puede atribuir un valor de verdad o de falsedad, nunca ambos a la vez. Todas las proposiciones son oraciones, pero no todas las oraciones son proposiciones. Es un objeto conceptual. Para que una expresión lingüística sea una proposición debe:

  * Ser una oración aseverativa o enunciativa (ya sea afirmativa o negativa).
  * Ser verdadera o falsa.

Razonamiento

Un **argumento**, **razonamiento** o **deducción** es un conjunto de enunciados (proposiciones verdaderas o falsas) que suministran información y que permiten lograr o emitir una conclusión que deducimos a partir de las informaciones que constituyen las proposiciones. El razonamiento se construye a partir de unos enunciados iniciales llamados premisas, las cuales permiten deducir o inferir un enunciado final llamado conclusión. En otras palabras, el razonamiento es el conjunto de afirmaciones que aportan informaciones, mediante las cuales se obtiene una conclusión. Por tanto, el razonamiento es el modo de llegar a una conclusión a través de unas premisas.

Elementos de un razonamiento o argumento

Para que exista un razonamiento o argumento, se deben tener dos elementos; los elementos que constituyen o forman un razonamiento (argumento) son:

- **Premisas:** son datos previos que se conocen como verdaderos o falsos.
- **Conclusión:** es el resultado o deducción que se obtiene a partir de las premisas, esta puede ser verdadera o falsa.

El método que se utiliza para obtener la conclusión es el **método deductivo**, proceso por el cual se llega a una conclusión a partir de unas premisas o proposiciones.

Razonamiento o argumento { Premisas / Conclusión } ⟹ **Método deductivo** { Proceso mediante el cual a través de unas premisas se llega auna conclusión }

Premisa (Proposición) { Verdadera / Falsa } **Conclusión** { Verdadera / Falsa }

Gráfico 2. Razonamiento y sus componentes.
Tomado de Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández (s.f.)

Según los autores consultados, para que un razonamiento o argumento sea aceptable matemáticamente, ha de cumplir dos condiciones:

- Ser convincente, no arrojar dudas sobre la verdad de la tesis (compuesta por premisas).
- Todas las afirmaciones involucradas han de tener un significado preciso y objetivo, independiente de los argumentos o deducciones que las demuestren.

Además, añaden que un razonamiento o argumento es válido o correcto cuando de las premisas necesariamente sigue una conclusión (verdad y validez). En este sentido, la **lógica formal** es una ciencia abstracta que tiene por objeto el análisis formal de los argumentos o razonamientos, haciendo abstracción; es decir, prescindiendo de su contenido y materia.

Asimismo, la lógica no puede decidir acerca de la verdad de los enunciados o proposiciones, se limita a establecer cuándo unas determinadas premisas (V o F) permiten extraer una conclusión determinada. Si es así, el razonamiento es válido (correcto) y si no lo es, el razonamiento es inválido (no válido) o incorrecto.

Ejemplos:

Nota: La conclusión está destacada en negritas, operador lógico o conector correspondiente se encuentra subrayado.

Argumento 1:
Los estudiantes de este curso no tenían profesor de Lógica. Sandra estudia en este curso. Por lo tanto, **Sandra no tenía profesor de Lógica.**

Premisa 1: Los estudiantes de este curso no tenían profesor de Lógica.
Premisa 2: Sandra estudia en este curso.
Conclusión: Sandra no tenía profesor de Lógica.
Respuesta: razonamiento Verdadero, de las premisas se puede deducir la conclusión.

Argumento 2:
Las plantas necesitan de la luz del sol para crecer y el samán es una planta. Por ende, **el samán necesita la luz del sol para crecer.**

Premisa 1: Las plantas necesitan de la luz del sol para crecer.
Premisa 2: El samán es una planta.
Conclusión: El samán necesita la luz del sol para crecer.
Respuesta: el razonamiento es Verdadero, de las premisas se puede deducir la conclusión.

Argumento 3:
Algunos hombres son físicos y Albert Einstein es hombre. Entonces, **Einstein es físico**.

Premisa 1: Algunos hombres son físicos.
Premisa 2: Albert Einstein es hombre.
Conclusión: Einstein es físico.
Respuesta: razonamiento que puede ser falso, de las premisas no se puede concluir lo dicho.

Argumento 4:
Todos los pedrogualenses son estudiantes o profesores del Liceo Pedro Gual y todos los valencianos son pedrogualenses. Luego, **todos los valencianos son estudiantes o profesores del Liceo Pedro Gual.**

Premisa 1: todos los pedrogualenses son estudiantes o profesores del Liceo Pedro Gual.
Premisa 2: todos los valencianos son pedrogualenses.
Conclusión: todos los valencianos son estudiantes o profesores del Liceo Pedro Gual.
Respuesta: razonamiento Verdadero, de las premisas se puede deducir la conclusión.

Argumento 5:
Si 21 > 12 y 29 > 12, <u>*entonces*</u> **21 > 29**

Premisa 1: 21 > 12
Premisa 2: 29 > 12
Conclusión: 21 > 29
Respuesta: Es un argumento o razonamiento falso, de las premisas no se puede afirmar la conclusión (la cual es falsa).

Argumento 6:
Cuando llueve se nubla el cielo y está lloviendo. <u>Por tanto</u>, **el cielo está nublado.**

Premisa 1: Cuando llueve se nubla el cielo.
Premisa 2: Está lloviendo.
Conclusión: El cielo está nublado.
Respuesta: Es un argumento o razonamiento verdadero.

Argumento 7:
<u>Porque</u> terminé mis tareas y no tengo más nada que hacer, **me voy a casa.**

Premisa 1: terminé mis tareas.
Premisa 2: no tengo más nada que hacer.
Conclusión: me voy a casa.
Respuesta: Es un argumento o razonamiento verdadero.

Argumento 8:
La tierra es un planeta y los planetas no tienen luz propia. <u>Por eso</u>, **la tierra no tiene luz propia.**

Premisa 1: La tierra es un planeta.
Premisa 2: los planetas no tienen luz propia.
Conclusión: la tierra no tiene luz propia.
Respuesta: Es un argumento o razonamiento verdadero.

En los razonamientos anteriores se encuentran las premisas en primer lugar y luego aparece la conclusión. Pero, no siempre se encuentran las premisas en ese orden; hay casos en sentido contrario, es decir, que presentan primero la conclusión y seguidamente las premisas. A continuación, se señalan algunos ejemplos: (se encuentra resaltada en gris la conclusión).

Argumento 9:
Venezuela posee características de país subdesarrollado, *<u>ya que</u> depende económicamente de compañías multinacionales, tiene escaso desarrollo tecnológico y existe una creciente marginalidad social.*

Premisa 1: Venezuela depende económicamente de compañías multinacionales.
Premisa 2: Venezuela tiene escaso desarrollo tecnológico.
Premisa 3: En Venezuela existe una creciente marginalidad social.
Conclusión: Venezuela posee características de país subdesarrollado.

Respuesta: Es un argumento o razonamiento verdadero.
Argumento 10:
La teoría del *Big Bang* no debe ser considerada como la única que explica el origen del universo; dado que *existen otras teorías alternativas que explican igualmente otros fenómenos observables y son tan plausibles como ella*.

Premisa 1: existen otras teorías alternativas a la teoría del *Big Bang* que explican igualmente otros fenómenos observables.
Premisa 2: existen otras teorías alternativas que son tan plausibles como la teoría del *Big Bang*.
Conclusión: La teoría del *Big Bang* no debe ser considerada como la única que explica el origen del universo (en este caso la conclusión se presentó al inicio del argumento).
Respuesta: Es un argumento o razonamiento verdadero.

Argumento 11:
Hoy Meilyn no irá a clases, *debido a que amaneció con fiebre y le duelen los huesos*.

Premisa 1: Meilyn amaneció con fiebre.
Premisa 2: A Meilyn le duelen los huesos.
Conclusión: Hoy Meilyn no irá a clases.
Respuesta: Es un argumento o razonamiento verdadero.

Argumento 12:
No saldré temprano de clase, *porque debo asistir a una reunión y saldré tarde*.

Premisa 1: Yo debo asistir a una reunión.
Premisa 2: Yo saldré tarde (no saldré temprano).
Conclusión: Yo no saldré temprano de clase.
Respuesta: Es un argumento o razonamiento verdadero.
Nota: se encuentra subrayado el conector apropiado a esta forma.

Tipos de razonamiento

Se distinguen dos tipos de razonamiento (argumentación): razonamiento inductivo y razonamiento deductivo. (Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f.; Zambullo, s.f.).

- **Razonamiento inductivo:** inducir es obtener algo no conocido (desconocido) de tipo general a partir de la consideración de muchos casos singulares conocidos. En este tipo de razonamiento, la conclusión se desprende o deriva de una manera probable a partir de las premisas; es decir, la conclusión es probable que sea así.
- **Razonamiento deductivo:** deducir es obtener consecuencias a partir de algo general al hecho conocido o particular. Este tipo de razonamiento extrae la conclusión de manera necesaria a partir de las premisas; es decir, la conclusión se debe cumplir.

Ejercicios propuestos

Identifique la función de uso de lenguaje que se atribuye a cada uno de los siguientes ejemplos:

1. Hoy me embarga la tristeza por el accidente sucedido ayer.
2. Los egipcios creían que los gatos eran animales sagrados.
3. El sol es un satélite.
4. ¿Tienes tiempo para atenderme?
5. Las metrópolis son selvas de concreto y en ellas viven fieras salvajes.
6. Se prohíbe fumar en este lugar.
7. Por favor, no estacione frente a un hidrante.
8. Los niños son criaturas angelicales.
9. ¿Vienes mañana?
10. El símbolo químico del agua es H_2O.
11. ¡Me indigna la injusticia!
12. ¡Qué lamentable error!
13. No ingiera licor cuando conduce, recuerde que 80% de los accidentes viales involucran el consumo de licor.
14. El profesor afirmó a sus estudiantes que le desagrada la irresponsabilidad.
15. El 5 de julio es día de fiesta nacional en Venezuela.
16. La belleza de la mujer venezolana es reconocida internacionalmente.

Determine cuáles de los siguientes enunciados son o no razonamientos y, en caso afirmativo, señale las premisas y la conclusión. Explique su respuesta:

1. La situación geográfica de Paraguaná hace que Punto Fijo tenga una economía basada en el turismo; por su diversidad de tiendas y sus playas soleadas que invitan al turista a regresar.
2. Si vamos al cine, llegaré tarde a mi casa. No iremos hoy al cine. Por lo tanto, llegaré temprano a mi casa.
3. Pensé que Sixto no estaba en casa, porque no vi que llegara ni me llamó cuando entró a la casa.
4. Sandra y Heidy van juntas al colegio, además tienen los mismos gustos.
5. La cantidad de producción de ganado vacuno ha convertido a Apure en un estado pecuario.
6. Según el Evangelio de Mateo, el Arcángel Gabriel ordenó a José que huyera a Egipto; debido a que el rey Herodes ordenó matar a los niños menores de dos años y al peligro que corría Jesús de Nazaret.
7. El que quiere, puede. Y el que no quiere, no puede.
8. ¡Pepe y Dilia, vayan a clase!
9. Llueve y no hace calor.
10. ¡Está lloviendo!
11. Si voy al médico, implica que perderé la clase.

12. Cuando sea mayor viajaré mucho.
13. Hernán se fue y no dijo nada.
14. Angie y Willem son hermanos; pero, son diferentes.

Determine las premisas, la conclusión y el tipo de razonamiento:

1. Los números pares son divisibles por dos y múltiplos de 2. El 28 es un número divisible por 2 y por 4. Entonces, el 28 es un número par.

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

2. Las mariposas son seres vivos y los seres vivos están compuestos de células. Entonces, las mariposas están compuestas de células

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

3. Las personas inscritas en el CNE pueden votar en las próximas elecciones de alcaldes. Carmen está inscrita en el CNE. Por tanto, ella puede votar en las próximas elecciones de alcaldes.

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

4. Es posible que el candidato a la alcaldía Hernán gane las elecciones, porque las personas de mediana edad y los jóvenes lo apoyan.

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

5. Más de 90% de los estudiantes de las secciones 81 y 83 aprobaron lógica y Dilia aparece en la nómina de la sección 83; por consiguiente, probablemente aprobó la asignatura

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

6. Quizás, estamos llegando a una ciudad grande. Porque se ven muchos edificios y hay mucho tráfico

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

7. Cuando llueve con sol, frecuentemente aparece el arcoiris en el cielo. En este momento llueve con sol. Por lo tanto, aparecerá el arcoiris en el cielo

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

8. Con el plan organizado por la Junta Comunal del Barrio El Universo se arreglarán las calles y se construirán dos canchas. Por lo tanto, todos los vecinos del Barrio participarán en este plan.

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

9. Algunos filósofos escribieron sus obras en el siglo XV. Todos los que escribieron obras en el siglo XV contribuyeron al desarrollo del conocimiento humano. Aristóteles, Pitágoras y Russell contribuyeron con el desarrollo del conocimiento humano.

   Premisas:
   Conclusión:
   Tipo de razonamiento:

10. La flora del Parque Nacional Henry Pittier se encuentra desprotegida por las autoridades. Dado que no hay vigilancia policial y hay personas que dañan las plantas sin ser sancionadas

    Premisas:
    Conclusión:
    Tipo de razonamiento:

Alfabeto griego		
Α - α: Alfa Β - β: Beta / Vita Γ - γ: Gamma / Ghama Δ- δ: Delta / Dhelta Ε - ε: Épsilon Ζ - ζ: Zeta / Zita Η - η: Eta / Ita Θ -θ: Theta, Thita	Ι - ι: Iota / Yiota Κ - κ: Kappa / Kapa Λ - λ: Lambda / Lamda Μ - μ: My / Mi/ Mu Ν - ν: Ny / Ni Ξ - ξ: Xi Ο - ο: Ómicron Π - π: Pi	Ρ - ρ: Ro Σ - σ, ς: Sigma Τ - τ: Tau / Taf Υ - υ: Ýpsilon / Ípsilon Φ –φ- ϕ: Fi Χ - χ: Ji / chi Ψ - ψ: Psi Ω - ω: Omega

Alfabeto castellano o español		
A, a B, b: be (labial) C, c: ce D, d: de E, e F, f: efe G, g: ge H, h: hache I, i	J, j: jota K, k: ka L, l: ele M, m: eme N, n: ene Ñ, ñ: eñe O, o P, p: pe Q, q: cu	R, r: ere S, s: ese T, t: te U, u V, v: ve (labidental), uve W, w: doble uve, doble ve X, x: equis Y, y: ye Z, z: zeta
Números arábigos	0: cero 1: uno 2: dos 3: tres 4: cuatro	5: cinco 6: seis 7: siete 8: ocho 9: nueve
Signos de puntuación:	. , ; : - ¨ ´( ) ¿? ¡! # º “ * / % & @ ‘ _ ` € Bs. ¶ © ®	

2

Lógica proposicional

La lógica proposicional (también denominada lógica de enunciados) es la encargada de estudiar los razonamientos “utilizando una representación primitiva del lenguaje” (Lobato, 2010, p. s/n). Cabe destacar que para expresar las formas de razonamiento, hasta finales del siglo XIX, se utilizaba exclusivamente el lenguaje natural. Es en esa época que se empiezan a emplear lenguajes artificiales con el fin de comunicarse en el área de las ciencias; es decir, se inicia el uso del lenguaje lógico para expresar y facilitar las demostraciones de validez e invalidez (no-validez) (Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f.).

Es a partir de allí que la lógica, como ciencia, adquiere su lenguaje propio y exacto, con la finalidad de evitar imprecisiones y ambigüedades, e incrementar la eficacia de los razonamientos argumentativos. En tal sentido, Lobato (2010) explica que la lógica proposicional es la más simple, sencilla y antigua de las formas lógicas y hace posible “representar y manipular aserciones sobre el mundo que nos rodea… permite el razonamiento, a través de un mecanismo que primero evalúa sentencias simples y luego sentencias complejas, formadas mediante el uso de conectivos proposicionales” (p. s/n).

Así, la lógica proposicional posibilita que se asigne un valor veritativo (verdadero o falso) para el enunciado completo; esto implica que no se analizan las palabras por separado. Sin embargo, con la finalidad de determinar la veracidad de una sentencia compleja (enunciado) se analizan los valores veritativos asignados a las sentencias simples (proposiciones) que la conforman. La lógica proposicional (LP) está constituida por los siguientes elementos:

- Proposiciones lógicas y variables proposicionales.
- Conectivos, conectores u operadores lógicos.
- Signos de agrupación.

PROPOSICIONES LÓGICAS

Una proposición es una sentencia simple, es un enunciado u oración aseverativa o declarativa a la que se le puede atribuir un valor de verdad o de falsedad; pero, nunca ambos a la vez. Es decir, tiene un solo valor asociado ya sea de verdadero (V) o de falso (F).

Para que una expresión lingüística en lenguaje comunicativo sea una proposición lógica, ésta debe: ser una oración aseverativa o enunciativa y, además, ser verdadera o falsa. En otras palabras, las proposiciones lógicas son oraciones (enunciados) expresadas en lenguaje comunicativo (informativo) a las que se puede asignar un valor de verdad (V) o de falsedad (F), nunca ambos a la vez. Ejemplos de proposiciones lógicas:

- Albert Einstein era un científico.
- Simón Bolívar nació en Valencia.
- Los delfines son peces.
- 3 x 5 = 15.
- 2 + 8 = 16.
- El día tiene 60 segundos.
- La semana consta de 7 días.
- Leonardo no estudia ingeniería.
- Elio era periodista.

Hay que tener cuidado al momento de analizar una expresión lingüística, dado que algunas de ellas no son proposiciones lógicas, porque no se les puede asignar algún criterio de verdad (veritativo) que posibilite afirmar que sea verdadera o falsa la expresión. Ejemplos:

- ¿Cuándo nos vamos?
- ¡Qué día tan lindo!
- Cállense, para poder oírnos.
- Los hombres son niños grandes.
- Las mujeres son frágiles como las flores.

Así mismo, varias proposiciones se pueden combinar para conformar o expresar enunciados, conceptos y argumentos más complejos; a través de la denominada fórmula bien formada (fbf). Esto, corresponde a proposiciones (simples o compuestas) que poseen un sentido completo y que puede ser establecido su valor veritativo (V o F), basado en los valores de verdad de las proposiciones simples y en la naturaleza de los conectores lógicos involucrados.

Por tanto, las proposiciones lógicas pueden ser verdaderas o falsas, están escritas en lenguaje comunicativo, son enunciados o sentencias completas, pueden ser simples o compuestas.

Tipos o clases de proposiciones

La proposiciones se clasifican atendiendo a: **(1) su cualidad:** (a) *afirmativas* y (b) *negativas*; **(2) su cantidad:** (a) *universales*, cuando se refieren a toda su extensión (negativa: ningún hombre es inmortal; afirmativa: todo hombre es mortal); (b) *particulares*, cuando se refieren a parte del universo (algunos humanos son mujeres) y (c) *singulares*, referidos a un único caso (Carmen es mortal); y **(3) su relación:** (a) *simples* o *categóricas* (también denominadas atómicas) y (b) *complejas* (también denominadas compuestas, moleculares o hipotéticas) (Afcha, 1993; Corral, 2014b; Napolitano, 2012; Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f.).

Gráfico 3. Tipos de proposiciones lógicas atendiendo a su relación

Ejemplos:

Proposiciones simples, atómicas o categóricas	Proposiciones complejas, compuestas, moleculares o hipotéticas
• Ayer fui al cine • El 25 de diciembre es navidad • El año bisiesto tiene 366 días • Manuelita Sanz fue esposa del Libertador • El cuadrado es un polígono de cuatro lados • Rómulo Gallegos es un escritor venezolano • Hoy no fui al médico • Albertina es abuela • Carlos es ingeniero	• El índice de aprobados en lógica aumentará <u>si y solo si</u> los estudiantes estudian con ahínco • <u>Si</u> Hugo viene a casa, <u>no</u> podremos viajar el martes • <u>O</u> el tiburón es un pez <u>o</u> es un mamífero • Venezuela y España son países de habla hispana • <u>Si</u> las clases terminan el jueves <u>entonces</u> comienzan mis vacaciones el viernes • Este año <u>o</u> siembro quinchonchos <u>o</u> siembro cambures • Rómulo Gallegos fue un escritor <u>y</u> político venezolano • <u>Cuando</u> llegan las vacaciones <u>entonces</u> las personas se dirigen a lugares turísticos del país • Los buhoneros desalojarán las calles de la ciudad, <u>solamente</u> si los reubican en el centro • <u>Porque</u> me voy esta noche, no podré asistir a la reunión

---

Ejercicios propuestos

Indique si la oración es o no una proposición

Oración	¿Es proposición? Sí	No
1. Los peces tienen escamas.		
2. ¿Cuándo vuelves?		
3. ¡Oh, qué lástima!		
4. Vuelvo más tarde.		
5. Un triángulo tiene 3 lados.		
6. ¡Qué bello paisaje!		
7. ¿Qué hora es?		
8. La lógica es una ciencia.		
9. Cuando el río suena piedras trae.		
10. ¿Qué pasó el 19 de abril?		

Dadas las siguientes proposiciones identifique su tipo (simple o compleja):

Proposición	Tipo
1. La lluvia beneficia al agricultor, pero si es muy intensa le perjudica.	

2. Si trabajo de día, estudiaré en el turno de la tarde.
3. O me voy para Upata o me quedo en casa.
4. Solo si no empiezan las clases, podré asistir al congreso.
5. Amelia no volverá a Margarita.
6. El joropo forma parte del folklore venezolano.
7. La Ilíada fue escrita por Homero.
8. Comeré hallacas, si mi madre las prepara.
9. Es pabellón venezolano, si y solo si tiene caraotas negras, arroz blanco y carne mechada.
10. Cuando vengo tarde, siento temor.

La oposición de las proposiciones

Napolitano (2012) expresa que "la oposición lógica de las proposiciones es la afirmación y la negación del mismo predicado con respecto al mismo sujeto" (p. 15). Señala que no solo se puede negar una proposición universal sino que también se pueden negar proposiciones particulares y singulares. Esta oposición se puede realizar a través de la **oposición por contrariedad o proposiciones contrarias,** en la cual se niega una afirmación universal, pero, esta también niega casos particulares y singulares. Ejemplo: dada la afirmación: "todos los perros son rojos", basta con señalar "ningún perro es rojo"; por tanto, niega a la vez "algunos perros son rojos" y "sultán es rojo" (que son proposiciones subalternas a la primera).

También, puede realizarse una **oposición por contradicción o proposiciones contradictorias**, en la cual se niega un predicado sólo a través de casos particulares. Ejemplo: para la proposición "todos los perros son rojos", bastaría con indicar "algunos perros no son rojos" o "algunos perros son manchados". Gráficamente, veamos un ejemplo de Napolitano (*op. cit.*):

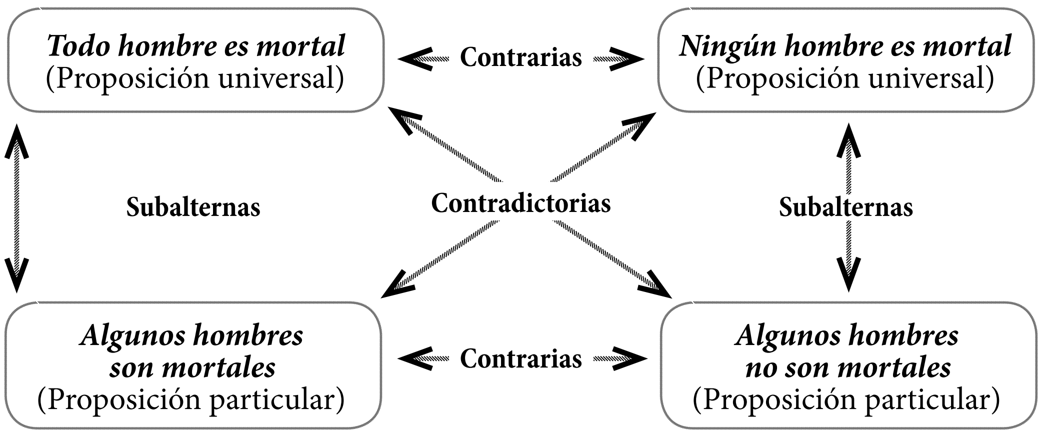


Gráfico 4. Ejemplo de oposiciones. Modificado de Napolitano (2012), p. 16

Leyes de la oposición

Según Napolitano (2012), en la oposición lógica se verifican las siguientes leyes:

- **Dos proposiciones contradictorias o contrarias no pueden ser verdaderas y falsas al mismo tiempo.** Se verifica, por tanto, que si una de ellas es verdadera la otra será necesariamente falsa. Ejemplo: Si es verdadero que "todos los humanos son altos" (proposición universal), entonces, "algunos humanos son bajos" (proposición contradictoria particular o subalterna) y "todos los humanos son bajos" (proposición contraria universal) serán falsan.
- **Dos proposiciones contrarias no pueden al mismo tiempo ser verdaderas, sin embargo, pueden ser falsas al mismo tiempo.** Se deduce, al menos, que entre dos proposiciones contrarias si una es verdadera la otra es falsa; pero, si una de ellas es falsa no excluye que la otra también pueda ser falsa. Ejemplos: "todos los humanos son altos" (proposición universal) y "ningún humano es alto" (proposición contraria universal); si la primera es falsa no significa que la segunda sea verdadera. De hecho, en este caso ambas son falsas al mismo tiempo.
- **Dos proposiciones subcontrarias no pueden ser ambas falsas al mismo tiempo, pero sí pueden al mismo tiempo ser ambas verdaderas.** Entre dos proposiciones subcontrarias, es imposible que ambas sean falsas a la vez; si una es verdadera la otra no puede ser falsa y viceversa. Ejemplo: si la proposición "algunos humanos son altos" (proposición particular) es verdadera, también puede ser verdadera "algunos humanos no son altos" (proposición particular contraria). Sin embargo, ambas no pueden ser falsas a la vez, alguna de ellas deberá ser verdadera. Si la proposición "algunos humanos son mujeres" (proposición particular) es verdadera, no puede ser verdadera "algunos humanos no son mujeres" (proposición particular contraria).
- **Dadas dos proposiciones subalternas si una es verdadera, la otra también es verdadera. Si una es falsa, la otra puede ser verdadera o ambas pueden ser falsas.** Puede ocurrir que si la proposición universal es verdadera, la particular sea falsa o viceversa. También, que ambas sean falsas o ambas verdaderas. Ejemplos: si es verdadera: "todos los perros son negros" (universal verdadera), entonces, será verdadera "algunos perros son negros" (particular verdadera). Si es falsa "todos los perros son verdes" (universal falsa), será falsa "algunos perros son verdes" (particular falsa). Si es falsa "todos los perros son negros" (universal falsa), puede ser verdadera "algunos perros son negros" (particular verdadera).

Ejercicios propuestos

Escriba las proposiciones contrarias y contradictorias de las siguientes proposiciones:

1. Todos los peces nadan.
2. Algunos animales son reptiles.
3. Todos los animales mamíferos se alimentan de leche.
4. Todos los seres humanos son racionales.
5. Algunas aves son grandes.
6. Los vientos son cálidos.
7. Unos hombres son responsables.
8. Ningún vegetal es animal.
9. Ningún lagarto vuela.
10. Las madres son amorosas.
11. Algunos peces son de sangre caliente.
12. Los animales vertebrados poseen huesos.
13. Todos los satélites poseen luz propia.
14. Ninguna estrella es planeta.
15. Algún niño es adulto.
16. Todos los pájaros tienen sangre caliente.

Variables proposicionales

El lenguaje formal de la lógica proposicional consta de dos clases de signos: variables proposicionales y operadores (conectivos o conectores lógicos). Las variables proposicionales representan a cualquier proposición simple (categórica o atómica).

Las variables proposicionales son símbolos que sustituyen una proposición completa, se emplean con este fin letras minúsculas del alfabeto español tales como: p, q, r, s, t,…; p1, p2, p3,…, pi,…, en caracteres normales. Se utilizan para simplificar el carácter complejo, ambiguo y a veces confuso del lenguaje natural. La lógica utiliza estos símbolos como parte de su lenguaje y elementos que la constituyen (Corral, 2014b).

De esta forma, se le asigna una letra o variable proposicional a cada proposición, es decir, cada variable proposicional representa un enunciado o proposición. No importa la extensión de la proposición (larga o corta), lo importante es sustituirla por una sola variable. Ejemplos: Escriba las variables proposicionales:

- Albert Einstein es un científico. (**p**)
- La clase comienza a las 3:30 pm. (**q**)
- Los delfines son peces. (**r**)
- La luna es un satélite. (**s**)
- El parque Fernando Peñalver está ubicado en Valencia. (**t**)
- Mariaelena trabaja sin pausa. ($\mathbf{p}_1$)
- Paradoja es un tipo especial de contradicción constituida por una proposición determinada cuya verdad implica su falsedad. ($\mathbf{p}_2$)

> "Para representar proposiciones, la lógica proposicional utiliza las letras minúsculas: p, q, r, s, t,… A estas letras se les denomina variables proposicionales. Cada una de ellas representa un enunciado" (Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f., p. 15).

CONECTIVOS U OPERADORES LÓGICOS

Los conectivos u operadores lógicos son palabras del lenguaje formal lógico que se emplean para relacionar o combinar proposiciones simples. Los conectores lógicos enlazan o conectan proposiciones y, además, establecen algunas operaciones entre ellas. Con excepción del conector "no", dado que niega una proposición y no la conecta con otra.

Existen dos clases de operadores o conectivos lógicos: monádicos o unitarios, y diádicos o binarios. El operador monádico por excelencia es el "NO" o negación. Los operadores diádicos tienen un alcance doble: hacia la derecha y hacia la izquierda, es decir, afectan a dos variables (García Zárate, 2003) y son: conjunción, disyunción inclusiva y exclusiva, condicional y bicondicional (Ver Cuadro 2).

Análisis de los conectores, conectivos u operadores lógicos

Negación o negador (no) ⇨ ¬ ó - ó ~

La facultad de la negación es cambiar la cualidad del juicio; es decir, altera el valor de verdad de una proposición. La palabra "no" cumple con la función de negar un enunciado, puede reemplazar a otras expresiones como: es falso que, ningún (o, a); no es cierto que; no es el caso que; no ocurre que, nunca; etc.; que cumplen con la función negadora y, por lo tanto, se pueden sustituir por el conector ¬, o usar - (guion) o también ~, el cual se coloca antecediendo a la variable proposicional.

Cuadro 2. Tabla de símbolos formales			
Operador, conector o conectivo lógico	**Símbolo o signo metamatemático**	**Se lee**	**Tipo de conector**
Negación (negador)	¬ – ~	No, Ningún (o, a), Nunca, Falso, otros negadores	Monádico o unitario
Conjunción (coyuntor)	∧	Y, pero, e, otros que indiquen conjunción	Diádico o binario
Disyunción inclusiva (disyuntor)	∨	O, u, y/o, no… o no (negación alterna), otros inclusores	Diádico o binario
Disyunción exclusiva	∨	o… o, o… u, otro disyuntos exclusivo	Diádico o binario
Condicional (implicador)	→	Si, … entonces, es condición necesaria, otras expresiones condicionales o implicadoras	Diádico o binario
Bicondicional	↔	Si y solamente si; es necesario y suficiente, otras expresiones de bicondicionales	Diádico o binario

Nota. El sistema de notación usado es el Scholz, por ser el más empleado en la actualidad. Tomado de Corral (2014b).

Siendo p una variable proposicional; -p (¬p ó ~p) equivale a decir "no p" y –p se llama proposición negativa o negación de p. Y si p es verdadera, entonces –p (no p) es falsa; y a la inversa. En otras palabras, niega un enunciado. Ejemplos:

- No es cierto que Venezuela sea un país europeo: - p ó ¬p ó ~p
- No existen los extraterrestres: - q ó ¬q ó ~q
- Ninguna mujer es alta: - r ó ¬r ó ~r
- No es el caso que Sixto vaya a España este año: - s ó ¬s ó ~s
- Hoy no voy a casa: -t ó ¬t ó ~t
- Es falso que Pina aprobó el curso: – p ó ¬p ó ~p
- Emily no tiene carro: - q ó ¬q ó ~q
- Yo no sé lo que ocurre: - r ó ¬r ó ~r
- 4 x 7 ≠ 5: -s ó ¬s ó ~s
- No cenaré en tu casa mañana: -t ó ¬t ó ~t

Conjunción o coyuntor (y) ⇨ ∧

La conjunción se expresa, por lo general, con la palabra "y"; cumple con una función conjuntiva al unir dos proposiciones simples. Se considera un conector primitivo (no conlleva paradojas mayores). El símbolo lógico utilizado para expresar una conjunción es ∧, este se coloca entre dos variables proposicionales. Puede reemplazar expresiones como: además, también, pero, aunque, sin embargo, así mismo, mientras, mientras que, ni…ni (negación conjunta).

Ejemplos:

- Cecilia llegó a Caracas mientras que Carmen se quedó en Valencia. $p \wedge q$
- Ni Mariana ni Pablo estudian derecho. $-r \wedge -s$
- Iraida usa lentes de contacto, pero también lentes convencionales. $q \wedge r$
- Manuel estudia Educación matemática y Francisco es músico. $s \wedge t$
- Willem compró un pantalón, además de un par de zapatos. $m \wedge n$
- En los programas de Educación Básica se incluyeron música y folklore. $t \wedge u$
- José llegó temprano a casa; sin embargo, se acostó tarde. $r \wedge s$
- Emilio es mecánico pero estudia artes plásticas. $p \wedge q$
- Eneida no aprobó lógica pero William tampoco. $-p \wedge -q$
- No como ni duermo. $-t \wedge -u$
- Carmen aprobó el examen pero tú no. $p \wedge -q$
- Antonia es enfermera y Nelson es administrador. $m \wedge n$
- Angie y Larissa estudiaron educación. $p \wedge q$
- Julio es profesor de matemática y física. $r \wedge s$
- Luis y Dilia no viajaron a Mérida. $-p \wedge -q$

Puede observarse en algunos ejemplos que la conjunción se ubica en lugares no tradicionales entre las proposiciones. Sin embargo, se interpretan de igual manera para la lógica proposicional.

La conjunción recibe también el nombre de **producto booleano**, debido a que George Boole expresó a la conjunción en lenguaje aritmético, sustituyendo el valor verdadero por 1, al falso por cero (0) y al operador o conectivo $\wedge$ por x.

Disyunción inclusiva o alternativa (o) ⇨ $\vee$

La disyunción inclusiva se asocia al conectivo o conector "o", permite indicar la existencia de una relación disyuntiva entre dos proposiciones simples; es decir, indica que si se cumple una no necesariamente se cumple la otra, denota alternancia. No se excluye la posibilidad de que al mismo tiempo se puedan realizar dos acciones o se cumplan dos proposiciones; se cumple una acción (hecho, condición) u otra, o ambas. Se representa en lenguaje lógico por $\vee$, entre dos variables proposicionales. Expresiones equivalentes son: u, y/o, no… o no (negación alterna), éste o aquél, este o este. A las proposiciones que integran una disyunción se les denomina disyuntivos. También se le denomina por el nombre de suma booleana.

Ejemplos:

- Sofía viajará este mes a Caracas u otra localidad. $p \vee q$
- Irá a tu casa Raúl o David. $r \vee s$
- Yo tomaré té o jugo. $m \vee n$
- Lucía se vestirá de negro o de gris. $t \vee u$
- Hoy Sonia cocinará pollo o pescado. $v \vee w$
- Thamara canta o baila. $p \vee q$
- Itzama o su hija irán más tarde. $r \vee s$

Disyunción exclusiva (o… o) ⇨ $\underline{\vee}$

La disyunción exclusiva relaciona dos proposiciones simples excluyendo la posibilidad de que se cumplan ambas alternativas al mismo tiempo; es decir, enlaza dos proposiciones que significan oposición o exclusión, o se cumple una o se cumple la otra. Indica una contradicción o exclusión. Para ello, se usa la "o" en forma reiterativa, se emplea la expresión "o… o" como conectivo. Expresiones equivalentes son: o… u, ya… ya, bien… o, sea… sea. El símbolo lógico utilizado para expresar una disyunción exclusiva es $\underline{\vee}$ entre las proposiciones. Ejemplos:

- En esta semana, o iré al cine o viajaré a Mérida. $p \underline{\vee} q$
- Fernando se inscribirá bien sea en educación o en administración. $r \underline{\vee} s$
- Rubén irá sea al automercado sea al abasto. $p \underline{\vee} q$
- Noraida se irá o este año u otro. $t \underline{\vee} u$
- Jeison se inscribirá o en el tecnológico o no estudiará. $p \underline{\vee} -q$
- Arelis bien está casada o es soltera. $r \underline{\vee} s$
- O me llamas tú o no me llamas. $q \underline{\vee} -q$

Condicional (si... entonces) ⇨ $\rightarrow$

El conector condicional se expresa de forma compuesta "si… entonces" (también puede suceder que entonces se sustituya por una coma) o expresiones equivalentes como: si, puesto que, ya que, dado que, dado (a), porque, cuando, si… por lo tanto, si… en consecuencia, es suficiente, solo si, por ende, es necesario, luego, por ello (esto, eso), otros. La primera enunciación corresponde a la hipótesis (antecedente) y la segunda a la conclusión (consecuente); "si" precede al antecedente que es la proposición inicial (condiciona a la hipótesis) y "entonces" precede al consecuente (tesis o conclusión). El símbolo lógico utilizado es $\rightarrow$ y sustituye a "si… entonces".

Ejemplos:

- Si Iván cursa lógica, entonces está repitiendo la asignatura. $p \rightarrow q$
- Cuando vengo a clase, no llego temprano a casa. $q \rightarrow -r$
- Mariale es médico; por lo tanto, conoce los síntomas del dengue. $s \rightarrow t$
- Jesús fue al médico, es suficiente para faltar al trabajo. $u \rightarrow -v$
- Llegó el avión, en consecuencia, no se suspendió el vuelo. $p \rightarrow q$
- Para que Mariana venga es suficiente que esté de vacaciones. $r \rightarrow s$
- Marianela comerá solo si la carne esté bien cocida. $t \rightarrow u$
- Cuando venga Gabriela es necesario que se siente en el banco. $v \rightarrow w$
- Simón revisará el carro porque este no prende. $-q \rightarrow p$
- Porque el carro no prende Simón lo revisará. $-p \rightarrow q$
- David es estudiante de artes; por tanto, conoce la teoría del color. $s \rightarrow t$
- Ya que depositarán el dinero el jueves, Elly cobrará el viernes. $m \rightarrow n$
- Dada la situación actual, no habrá clases el día de hoy. $q \rightarrow -r$
- Puesto que Yasmina no vendrá temprano, no iremos al cine. $-p \rightarrow -q$

Las proposiciones condicionales son muy utilizadas y de importancia en el área de matemática, las formas usuales **en matemática** para enunciar $p \rightarrow q$ son:

- Si p, entonces q.
- Cuando p, sucede (ocurre) q.
- p es suficiente para q.
- q es necesaria para p.

Bicondicional (si y solo sí) ⇨ ↔

También denominado equivalencia material o bicondicional material. Establece una relación de doble condición; la primera proposición simple condiciona a la segunda y la segunda condiciona a la primera; es decir, si se da o cumple una de ellas, necesariamente debe darse la otra. El conector bicondicional se expresa de forma compuesta mediante la expresión "si y solamente si" (se puede abreviar: ssi) o sus equivalentes: a no ser que, solamente si, únicamente si, si y solo sí, siempre y cuando, salvo que (indica negación), siempre que, con tal que, a menos que (indica negación), a no ser que (indica negación), es necesario y suficiente que. En lógica se simboliza con una flecha doble ↔.

Ejemplos:

- Milagros hará el curso, siempre y cuando obtenga el permiso, $p \leftrightarrow q$
- Sonia se graduará este semestre, solamente si termina el servicio comunitario. $r \leftrightarrow s$
- Juan aprobará el curso solamente si acumulan 10 puntos en las evaluaciones. $t \leftrightarrow u$
- Voy para Caracas, si y solo sí tengo el carro bueno. $m \leftrightarrow n$
- Guillermo ganará la carrera salvo que se enferme. $p \leftrightarrow -q$
- Para que Eros obtenga la nacionalidad venezolana es necesario y suficiente que uno de sus padres sea venezolano. $s \leftrightarrow t$
- Elena irá a España en agosto a menos que retrasen sus vacaciones. $p \leftrightarrow -q$
- Heidi cumplirá sus sueños, salvo que no pueda ir a su graduación. $m \leftrightarrow -n$
- Gladys viajará a Costa Rica, solamente si no se enferma. $t \leftrightarrow -u$
- Vicente organizará el evento siempre que tenga los insumos. $r \leftrightarrow s$
- Neria será la secretaria, únicamente si contratan a Raúl. $p \leftrightarrow q$
- Si y solamente si viene Eneida, puedo ir a tu casa. $m \leftrightarrow n$

Las proposiciones bicondicionales son muy utilizadas y de importancia en el área de matemática, las formas usuales en **matemática** para enunciar $p \leftrightarrow q$ son:

- Ocurre p si y solamente si ocurre q
- p si y solo si ocurre q
- p ssi q
- p es condición suficiente y necesaria para q
- p equivale a q

Ejercicios propuestos

Cuadro 3. Tabla de relaciones entre ciertas expresiones del lenguaje cotidiano con los conectivos lógicos (modificado de Fernández y otros, 1996)

Conectivo lógico	Expresión lingüística
$-p$ $\neg p$ $\sim p$	No p, ningún (o, a) p, es falso que p, No es el caso que p, no ocurre p; nunca p, No es cierto que p; No es verdad que p, tampoco p
$p \wedge q$	p y q; p aunque q; q pero p; ambos p y q; p sin embargo q; p a pesar de que q p aunque q, p así mismo q, p mientras que q, p además de q, éste y aquel, p también q

Cuadro 3. Tabla de relaciones entre ciertas expresiones del lenguaje cotidiano con los conectivos lógicos (modificado de Fernández y otros, 1996)	
Conectivo lógico	**Expresión lingüística**
$p \leftrightarrow q$	p si solo si q; q si p y p si q; si p entonces q, e inversamente; p es condición necesaria y suficiente para que q; p cuando y solo cuando q; p si y solamente si q; sí y solamente sí p ocurre q; es necesario y suficiente p para que ocurra q; es suficiente y necesario p para que ocurra q; p solamente si q; p únicamente si q; a menos que (negación) p entonces q ; únicamente si p ocurre q
$-p \wedge -q$	Ni p ni q
$p \vee q$	p o q o ambos; p o q p y/o q, no p… o no q (negación alterna), este (p) o aquel (q); este (p) u otro (q), este (p) o este (q), este (p) o ese (q)
$p \veebar q$	O p o q; o p u q, o éste (p) o este (q), o este (p) o aquel (q); o este (p) o ese (q); o éste (p) u otro (q)
$p \rightarrow q$	Si p entonces q; Si, q; En caso de p, q; q, si p; p implica q; q cuando p; q en caso de que p; p sólo si q; p solamente si q; p es condición suficiente para q; q es una condición necesaria para que se cumpla p; porque p, q ; p es suficiente, es necesario p para que ocurra q; p es condición necesaria para q; cuando p…en consecuencia q; p es condición suficiente para q; p en consecuencia q; porque p entonces q; p por ende q; p por lo tanto q; si p se concluye que q; dado (a) p entonces q; ya que p ocurre q: p luego q; p por lo tanto q; p se infiere q; de p se concluye q; por lo que si ocurre q; solo si p pasa q; puesto que de p entonces q; si p se concluye q; por lo tanto, de p se infiere q; de p se concluye q; por lo que de p ocurre q; sólo si p pasa q; puesto que p entonces q

Nota. Tomado de Corral (2014b)

Identifique el tipo de conectivo y simbolice:

	Proposición lógica	Conector	Simbolización
1.	Si el río creció, llovió en la cabecera.	*Condicional*	$p \rightarrow q$
2.	El agua es inodora e incolora.		
3.	Antonio ni fuma ni toma licor.		
4.	El día es caluroso, aunque está lloviendo.		
5.	Platón fue un filósofo griego.		
6.	Porque subo las escaleras, me subió la tensión.		
7.	24 es igual a 16, si y solo sí, 16 es igual a 24		

8. Hoy, Dominga fue a misa, porque es Semana Santa.
9. Nunca febrero tiene 30 días.
10. O lloro por felicidad o por tristeza.
11. Pepe es mecánico y metafísico.
12. Lourdes cumplió 90 años y está saludable.
13. Iremos a clase, siempre y cuando no llueva.
14. Nelly es muy religiosa, por tanto, va a misa a diario.

Identifique el tipo de proposición y simbolice:

	Proposición lógica	Tipo	Simbolización
1.	Cuando el río crece, inunda el campo.	*Compleja*	$p \rightarrow q$
2.	Hoy comienza la temporada de béisbol.		
3.	15% de 20 puntos equivale a 3 puntos.		
4.	Para aprobar lógica hay que estudiar la teoría y hacer ejercicios.		
5.	Ronald pintó el carro de otro color sin modificar el Registro vehicular. Por tanto, puede tener problemas.		
6.	Es falso que Ronald cambió el color del carro. y que puede tener problemas.		
7.	Es falso que Ronald cambió el color del carro, puede tener problemas.		
8.	Nicol es valenciana.		
9.	Fidias Arias es el autor de un libro de metodología.		
10.	Cuando no llueva, iremos a acampar.		
11.	O me llevas a bailar o iré a un concierto.		
12.	Me gustan las hallacas, aunque no las pasas.		
13.	$\pi = 3{,}1416$		
14.	Si es la 1 pm., entonces, son las 13 horas		

Simbolice las siguientes proposiciones tomando en cuenta las siguientes variables proposicionales:

p = Mery vive en Valencia   q = Mery es odontóloga   r = Mery es abogada

Ejemplo: Mery vive en Valencia y es odontóloga $p \wedge q$

Mery no es odontóloga

1. Mery no vive en Valencia.
2. Mery no vive en Valencia ni es odontóloga.
3. Es falso que: si Mery es abogada, entonces es odontóloga.
4. No es cierto que Mery es abogada y odontóloga.
5. Si Mery no es abogada entonces es odontóloga.
6. No es cierto que Mery es odontóloga pero vive en Valencia.
7. Mery no es abogada, si y solo si es odontóloga.

8. Mery no es odontóloga y tampoco abogada.
9. Mery es abogada únicamente si no es odontóloga.
10. Si Mery no es abogada, es odontóloga.
11. Mery o es abogada o vive en Valencia.
12. O Mery es odontóloga o es abogada.
13. Si Mery es odontóloga, es falso que no vive en Valencia.
14. Porque Mery es odontóloga, no es abogada y vive en Valencia.

Simbolice los siguientes enunciados:

1. La Universidad de Carabobo promueve la investigación científica y el desarrollo humanístico.
2. Valencia es la capital de Carabobo, pero Coro no es la capital de Lara.
3. La Universidad venezolana atraviesa por un período de reforma educativa y modificará los pénsums de estudio de todas las facultades del país.
4. Cuando llegues al trabajo, llama al gerente y reúnete con él.
5. Jamás iré a tu casa, a menos que me invites a tu boda y vaya Angie.
6. Porque Jaem y Francisco están disgustados, no volveré a salir de noche.
7. O el gobierno aplica mano dura al hampa o seguirá creciendo la inseguridad.
8. Yohanil se irá pronto, si y solo si le ofrecen un cargo mejor.
9. Tendremos que comprar los pasaje pronto, porque nos vamos en avión y están copados los vuelos.
10. Sergio estudiará física, aunque no aprobó lógica la primera vez.
11. Valencia es una ciudad industrial, ya que depende económicamente de las diversas industrias que existen en la zona, su desarrollo económico y social es ascendente.
12. Carmen visitará el Santuario de la virgen de Fátima, cuando vaya a Portugal.
13. Los hospitales mejorarán su atención si y solo sí le aumentan el presupuesto.
14. La Facultad de Educación comenzará sus actividades el 15 de septiembre solamente si termina el semestre de verano.
15. El Gabo escribió “Cien años de soledad”, por esa razón ganó el Premio Nobel de Literatura.
16. No es cierto que el 9 es un número primo y el 7 es un número compuesto.
17. $x = 4$ y $x + y = 0$ si y solo si $y = -4$
18. Gladys es una luchadora y Raimond es su hijo, entonces, Raimond es un luchador
19. Nubia visitará el museo o no irá.
20. Haydee es tía o sobrina.

Construya el enunciado basado en las siguientes variables proposicionales:

p = Carmela es estudiante   q = Carmela es aplicada

a) $p \wedge q$ b) $-p \vee q$ c) $-p \underline{\vee} -q$ d) $-p \wedge q$ e) $p \wedge -q$

f) $p \rightarrow q$ g) $-q \vee p$ h) $q \leftrightarrow p$ i) $-p \rightarrow -q$

SIGNOS DE AGRUPACIÓN

Se utilizan para agrupar las proposiciones, en lenguaje lógico corresponden o sustituyen a los signos de puntuación del lenguaje natural. Hay que adecuarlos acorde a las proposiciones y su sentido. En otras palabras:

- Los signos de agrupación permiten dar sentido a las expresiones que se desean simbolizar.
- Limitan el alcance de los conectores (conectivos u operadores) lógicos que unen las proposiciones simples (atómicas) para formar proposiciones compuestas (moleculares).
- Son elementos básicos de la lógica proposicional.
- Evitan la ambigüedad de las expresiones.

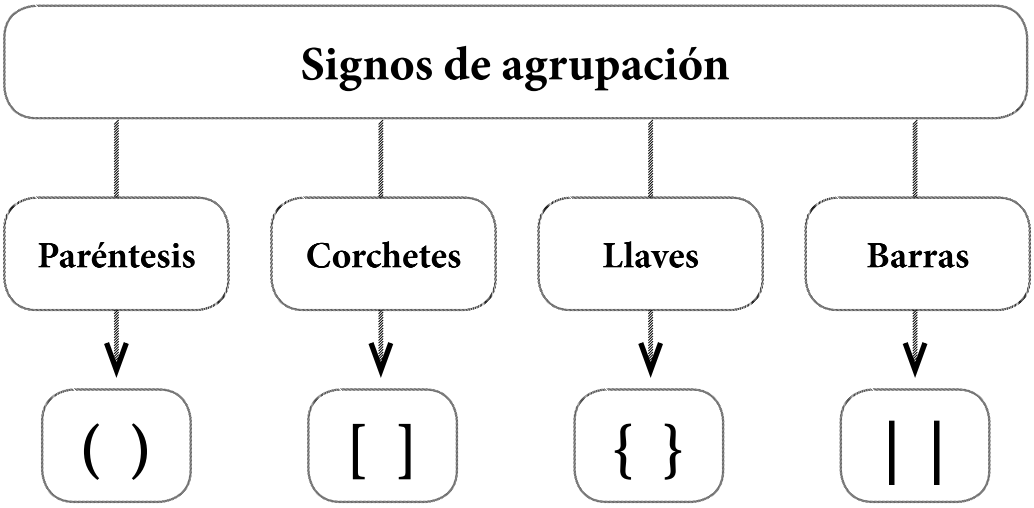


Gráfico 5. Signos de agrupación. Tomado de Corral (2014b)

Cabe considerar lo siguiente:

Las expresiones o proposiciones compuestas (moleculares) pequeñas, formadas por dos proposiciones simples, se encierran entre paréntesis.

Ejemplos:

$$(p \wedge q);\ (r \vee s);\ \ (p \rightarrow -r)$$

- Las expresiones de tamaño medio se encierran entre corchetes (incluyen al menos dos expresiones pequeñas).

$$[(p \vee q) \rightarrow -r];\ [(p \wedge q) \vee (t\ \underline{\vee}\ s)]$$

- Las expresiones de mayor tamaño se encierran entre llaves.

$$\{[(p \vee\ \ q) \rightarrow t] \leftrightarrow (-r \wedge s)\}$$

- Las expresiones más grandes se encierran entre barras.

$$|\{[(p \vee q)\ \underline{\vee}\,(r \rightarrow -p)] \rightarrow [r \leftrightarrow (q \vee -p)]\} \wedge p|$$

- Los signos de agrupación se pueden repetir, pero siempre delimitando el carácter de los conectores o conectivos (operadores lógicos)
- A las expresiones similares no es necesario colocarles varios paréntesis.

$$(p \wedge q \wedge r); \ (q \vee r \vee p)$$

- Las proposiciones simples no es necesario encerrarlas entre paréntesis.

$$p; \ -q; \ p \wedge (q \vee r); \ p \rightarrow q$$

- En un polinomio proposicional el conectivo principal (CP) u operador lógico principal, es aquel que une a la primera componente del polinomio con la segunda componente del polinomio.

$$\{[p \vee q) \wedge -s] \rightarrow (q \vee r)\} \qquad \text{CP: } \rightarrow \text{ (condicional)}$$

$$\{[(q \wedge s) \underline{\vee} (p \vee q)] \wedge [p \rightarrow (p \vee -s)]\} \qquad \text{CP: } \wedge \text{ (conjunción)}$$

POLINOMIOS PROPOSICIONALES O POLINOMIOS LÓGICOS

La operación de traducir expresiones lingüísticas del lenguaje natural al lenguaje formal lógico, recibe el nombre de construcción de polinomios proposicionales. Los polinomios proposicionales o polinomios lógicos se construyen con la abstracción del contenido (formación de variables proposicionales) y el uso de conectivos u operadores lógicos (o conectores lógicos); organizados jerárquicamente (uso de signos de agrupación).

Por tanto, los polinomios proposicionales están compuestos por variables proposicionales (p, q, r, s,…) y dos o más operadores lógicos (conectivos o conectores) que se encuentran relacionados por medio de signos de agrupación como ( ), [ ], { }, | |.

Agrupación de proposiciones para obtener polinomios proposicionales (polinomios lógicos)

Se consideran los siguientes aspectos fundamentales (Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f.):

- Identificación de las proposiciones simples (atómicas) existentes en el enunciado.
- Asignar a cada una de estas proposiciones (proposiciones simples) una variable proposicional (p, q, r,…).
- Identificación de los conectores que enlazan a las proposiciones simples y sustituirlas por los operadores lógicos (conectivos) correspondientes (símbolos metamatemáticos: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\underline{\vee}$, $\leftrightarrow$).

- Uso adecuado de los signos de agrupación (( ), [ ], { }, | |), para obtener los polinomios lógicos.

Recomendaciones prácticas:

- Lea el enunciado e identifique cuáles son las variables proposicionales y asígneles una letra (p, q, r, pi, etc.).
- Lea el enunciado detenidamente, para detectar cuáles son los operadores lógicos que unen las proposiciones simples.
- Sustituya las proposiciones simples por las variables proposicionales y únalas con los operadores lógicos respectivos, incluyendo los signos de agrupación.

Observaciones: Recordar (Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f.):

- Si una variable está al lado de otra variable sin conectivo, entonces ese conectivo está sobrentendido.
- Generalmente, cada signo de puntuación en el enunciado, indica un conectivo o un signo de agrupación.
- Por lo general, cuando se encuentre la expresión "si" antes de una proposición debe aparecer un "entonces" o está sobrentendido e indica un condicional ($\rightarrow$).
- Cuando una negación no está seguida por un signo de puntuación, esa negación solamente afecta a la proposición posterior inmediata. Ejemplo: las mujeres en esta casa no son niñas, pero sí adolescentes ($-p \wedge q$).
- Cuando una negación afecta a la totalidad del enunciado, por lo regular antecede a un signo de puntuación (coma, punto y coma, dos puntos). Ejemplos: Es falso que: Valencia tiene petróleo y Maracay tiene hierro $-(p \wedge q)$; Ningún niño pasó por aquí o está en el local $-(r \vee s)$; No es cierto, tanto que hoy es domingo como que es día feriado $-(t \wedge u)$.

Nota: Se recomienda visitar el Blog del Profe Alex. Simbolización de proposiciones lógicas. Dirección URL: profe-alexz.blogspot.com/20/2/08/Simbolizacion-Proposiciones-Logicas-Resueltos.html

FORMALIZACIÓN DE PROPOSICIONES

García Zárate (2003) señala que "formalizar una proposición significa abstraer su forma lógica, es decir, revelar su estructura sintáctica a través del lenguaje formalizado de la lógica. En términos más sencillos, formalizar una proposición equivale a representarla simbólicamente" (p. 91). Añade el autor que toda proposición tiene una forma lógica y una fórmula que la expresa.

La fórmula que expresa el enunciado, resulta de la sustitución de toda proposición simple que lo integra por una variable proposicional y realizar los enlaces empleando conectores lógicos apropiados o que se correspondan con lo expresado en el enunciado o argumento y los signos de agrupación adecuados, que dejen ver la jerarquía de los operadores lógicos.

Además, un lenguaje formal (Educastur, 2009) como el de la lógica proposicional debe constar de tres tipos de categorías:

- Una tabla de símbolos formales: equivalente al alfabeto en lenguajes naturales; operadores o conectores lógicos, variables proposicionales (símbolos no lógicos). Letras enunciativas tales como: p, q, r, …, p_i, q_j,... y símbolos auxiliares (signos de agrupación).
- Una relación de reglas de formación de fórmulas equivale a la gramática. Una fórmula o proposición lógica está bien formada (fbf) si atiende a las siguientes normas:
  * Una variable proposicional es una fórmula bien formada (fbf).
  * Si p es una fbf, -p también lo es.
  * Si p y q son fbf, entonces también lo son $p \wedge q$; $p \vee q$; $p \rightarrow q$ y $p \leftrightarrow q$.
- Reglas de transformación: permiten pasar de unas expresiones a otras; es decir, de lenguaje natural a lenguaje formal (polinomios proposicionales) y a la inversa.

Cuadro 4. Símbolo lógico y significado (cómo se lee)

Símbolo lógico	**Se lee o asocia a las siguientes expresiones en lenguaje natural**
– o ¬ o ~	No, ni, Ningún (o, a), Nunca, Falso, No es cierto que, no es el caso que, no es verdad, es mentira que, jamás, sin; tampoco.
$\wedge$	Y, pero, e, aunque, sin embargo, así mismo, mientras, ni…ni ($-p \wedge -q$), además, éste y aquel, también, asimismo, puesto que.
$\vee$	O, u, y/o, no… o no (negación alterna), éste o aquel; éste u otro, éste o ése.
$\underline{\vee}$	o… o, o… u, o éste o éste, o éste o aquél; o ése o ese otro.
$\rightarrow$	Si… entonces; Cuando… entonces; Si… en consecuencia, por ende, por tanto, ya que, dado que, es condición necesaria, es condición suficiente, luego, porque, por lo tanto, se infiere, se concluye, por lo que, sólo si, puesto que… entonces; se concluye
$\leftrightarrow$	Si y sólo si; si y solamente si; Únicamente si; Cuando y solo cuando; es condición necesaria y suficiente, a no ser que, siempre que, siempre y cuando, salvo que (indica negación), a menos que (indica negación), a no ser que (indica negación).

Ejemplos:

Simbolice o formalice las siguientes proposiciones:

a) O llueve y las brujas no se peinan o bien hace sol y las brujas no se peinan.

$\vee$ $\boxed{p}$ $\wedge$ $\boxed{-q}$ $\vee$ $\boxed{r}$ $\wedge$ $\boxed{-q}$

Fórmula proposicional (FP): $[(p \wedge -q) \underline{\vee} (r \wedge -q)]$

b) Si los elefantes volaran o supieran tocar piano, pensaría que estoy loco y me internaría en el psiquiátrico.

p = elefantes volaran; q = elefantes supieran tocar piano; r = estoy loco; s = me internaría en el psiquiátrico. Conectores: $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$
FP: $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$

c) Si es falso que las estrellas emiten luz y que los planetas reflejan esa luz, por lo tanto los planetas no giran alrededor de estrellas.

p = las estrella emiten luz; q = los planetas reflejan la luz de las estrellas; r = los planetas giran alrededor de las estrellas. Conectores: $\rightarrow$, -, $\wedge$
FP: $-(p \wedge q) \rightarrow -r$

d) Si Heidi viene en autobús, llegará después de las tres de la tarde. Si viene en automóvil, también llegará después de las tres. Entonces, tanto si viene en automóvil o en autobús, llegará después de las tres.

p = Heidi viene en autobús; q = Heidi llegará después de las tres de la tarde; r = Heidi viene en automóvil. Conectores: $\rightarrow$, $\vee$
FP: $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)] \rightarrow [(r \vee p)\} \rightarrow q]$

e) No es un buen deportista, pero sus notas son excelentes. FP: $-p \wedge q$

f) En el hemisferio sur, julio no es un mes de verano. Entonces, en Perú el verano no es en julio.

p = hemisferio sur; q = julio es mes de verano; r = Perú (este país está en el hemisferio sur). Conectores: $\rightarrow$, $\wedge$, -
FP: $[(p \wedge - q) \rightarrow (r \wedge -q)]$

g) Marcelo es profesor o estudiante, pero no puede ser ambas cosas a la vez.

p = Marcelo es profesor; q = Marcelo es estudiante. Conectores: $\vee$, $\wedge$, $\underline{\vee}$
FP: $[(p \vee q) \wedge (p \underline{\vee} q)]$

h) Si no pago el consumo eléctrico me cortarán la luz. Y si la pago, entonces me quedaré sin dinero o quitaré prestado. Y si me quedo sin dinero y pido prestado, implica que no podré pagar la deuda. Si y solo si soy desorganizado.

p = pago el consumo eléctrico; q = corte de luz; r = tener dinero;
s = quitar prestado; t = pagar la deuda; v = ser desorganizado.
Conectores: $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$, -, $\leftrightarrow$
FP: $|\{(-p \rightarrow q) \wedge [p \rightarrow (-r \vee s)] \wedge [(-r \wedge s) \rightarrow -t]\} \leftrightarrow v|$

i) A la vez, si un cuadro es negro está al lado de un cuadro rojo y si el rey está inicialmente en un cuadro rojo, la reina está en un cuadro negro.

p = cuadro negro al lado de un cuadro rojo; q = el rey está en un cuadro rojo; r = la reina está en un cuadro negro. Conectores: $\rightarrow$, $\wedge$
FP: $[(p \wedge q) \rightarrow r]$

j) El mundo entero es un escenario y todos los humanos somos sus actores. (William Shakespeare)

p = el mundo entero es un escenario; q = todos los humanos somos sus actores. Conectores: $\wedge$ FP: $(p \wedge q)$

k) Puesto que ni Hugo ni Marlene estudian en la universidad, entonces Marlene no estudia en la Universidad de Carabobo ni tampoco Hugo.

p = Hugo estudia en la universidad; q = Marlene estudia en la universidad; r = Marlene estudia en la Universidad de Carabobo; s = Hugo estudia en la Universidad de Carabobo. Conectores: $\rightarrow$, - , $\wedge$
FP: $[(-p \wedge -q) \rightarrow (-r \wedge -s)]$

l) Sin carbono, oxígeno, nitrógeno e hidrógeno, no hay vida.

p = carbono; q = oxígeno; r = nitrógeno; s = hidrógeno; t = hay vida. Conectores: $\rightarrow$, -, $\wedge$ FP: $[-(p \wedge q \wedge r \wedge s) \rightarrow -t]$

m) Si no apruebas o no resuelves este problema; entonces, no es cierto que hayas estudiado o que domines la deducción lógica. Pero, no dominas la deducción lógica, aunque hayas estudiado.

p = apruebas; q = resuelves este problema; r = hayas estudiado; s = domines la deducción lógica. Conectores: $\rightarrow$, $\vee$, -, $\wedge$
FP: $\{[(-p \vee -q) \rightarrow -(r \vee s)] \wedge (-s \wedge r)\}$

n) Si Ramón es guitarrista, entonces es músico. Porque (puesto que) Ramón no es músico, tampoco es guitarrista.

p = Ramón es guitarrista; q = Ramón es músico. Conectores: $\rightarrow$, $\wedge$, -
FP: $[(p \rightarrow q) \wedge (-p \rightarrow -q)]$

ñ) Si el niño y el adolescente son abandonados, están desprotegidos. Pero, el niño no es abandonado; luego, está protegido.

p = el niño es abandonado; q = el adolescente es abandonado; r = está protegido. Conectores: $\rightarrow$, -, $\wedge$ FP: $\{[(p \wedge q) \rightarrow -r] \wedge (-p \rightarrow r)\}$

o) Si el presidente ha viajado, ha debido ir a Argentina o a Brasil. Debo concluir que ha ido a Brasil porque no ha ido a Argentina.

p = el presidente ha viajado a Argentina; q = el presidente ha viajado a Brasil. Conectores: $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$ FP: $[(p \vee q) \rightarrow (-p \rightarrow q)]$

Ejercicios propuestos

Formalice las siguientes proposiciones, en cada caso construya y escriba la fórmula o polinomio lógico correspondiente:

1. Ni Pedro ni Juan ni Felipe te darán la razón, por tanto, toma una decisión.
2. Si llueve o hace frío, entonces, el día estará nublado. Y hace frío.

3. Aunque esté enfermo, no faltaré a la cita, sí y solo si tú vas.
4. Se te enviará la credencial, bien hoy o mañana; aunque llueva.
5. Ves el amanecer o contemplas las montañas, si no está nublado, hace viento y es temprano.
6. Esta figura no es un cuadrilátero, porque es un triángulo. Es un triángulo, en consecuencia no es un cuadrilátero.
7. Si todos los ciudadanos hacen cumplir sus derechos y respetan las leyes, disminuye el índice delictivo en la ciudad.
8. Una condición suficiente para que apruebe el semestre es que apruebe los exámenes parciales.
9. Una condición necesaria para que Antonia se ría es que esté en una fiesta.
10. Se llama falacia o sofisma si una inferencia que es inválida tiene apariencia de ser válida. Si una inferencia inválida tiene la apariencia de ser válida es una falacia.
11. Porque este triángulo es equilátero, tiene tres lados iguales; si solo tiene dos lados iguales se llama isósceles. En consecuencia, si el triángulo tiene tres lados iguales se trata de un triángulo equilátero.
12. Un número es divisible entre dos si termina en 2, en 0 o en dígito par. Mientras que un número es divisible entre 5, si termina en 0 o en 5. Por tanto, un número es divisible por 2 si no termina en 5.
13. O Luisa presenta hoy la licitación ante la Junta Directiva de la empresa o no la presenta, y automáticamente queda fuera del concurso.
14. Si Pablo estudia música podrá obtener un puesto en la Orquesta Sinfónica. Entonces, Pablo podrá obtener un puesto en la Orquesta Sinfónica, dado que o se dedica a la música o se dedica al deporte, y Pablo no se dedica al deporte.
15. O la guardia protege la flora y la fauna, o se quebrará el equilibrio ecológico. Por ende, aumentará el índice de contaminación ambiental en la zona.
16. Si el autobús sale hoy para Caracas, entonces no hubo una huelga, ya que si el autobús no sale hoy para Caracas, entonces cayó algún zamuro o se produjo una huelga; pero hoy no cayó un zamuro.
17. O no ingresaste a la universidad o no conseguiste el empleo, puesto que si ingresabas a la universidad no venderías tu casa o si conseguías un empleo; y tú vendiste tu casa.
18. Si Hernán y Dilia no consiguen el préstamo y no le aprueban el proyecto, entonces, o se unen a otra compañía o formarán una cooperativa. En todo caso, llevarán a cabo el proyecto.
19. Carmen no asistió a clases porque no estudió. Luego, no presentó la prueba.
20. Si el niño tiene fiebre y tose, entonces, está enfermo. En consecuencia, Sandra lo llevará al médico.

3

Deducciones lógicas: tablas de verdad o tablas de certidumbre y método abreviado de Quine

La lógica, fundamentalmente, es una teoría de análisis de inferencias. Para decidir si un razonamiento es válido, la lógica cuenta con varios procedimientos; estos, pueden clasificarse en métodos sintácticos y métodos semánticos. Los métodos sintácticos "…consisten en transformaciones puramente lógicas a partir de ciertas reglas de inferencias" (Becerra, 2009, Análisis de inferencias, p. 2). Entre ellos se encuentra el método analógico. Por su parte, los métodos semánticos, "vinculan la noción de 'validez' con 'la verdad', el método de la tabla de verdad y el método abreviado son ejemplos de este método" (Becerra, 2009, Análisis de inferencias, p. 3).

Cuando se realizan deducciones lógicas, se transforman las fórmulas para comprobar la validez del razonamiento. Se debe considerar para ello que toda y cada proposición simple (atómica) tiene un valor de verdad; es decir, o es verdadera (V) o es falsa (F). Mientras que el valor de verdad de las proposiciones compuestas (moleculares), depende del valor de verdad de todas y cada una de las proposiciones simples que la componen y de los conectivos que las unen.

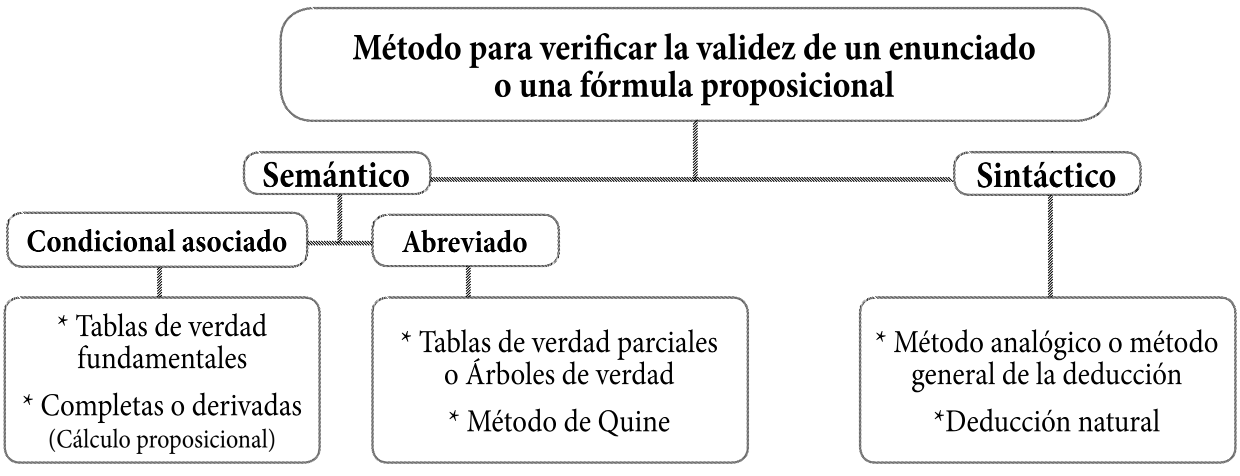


Gráfico 6. Métodos para realizar deducciones lógicas y análisis de inferencias

Para estudiar el valor de verdad de las proposiciones compuestas y simples, a través de deducciones lógicas, utilizaremos las tablas de verdad o de certidumbre; las cuales son matrices cuya construcción nos permitirá conocer el valor veritativo (de verdad) de las proposiciones. (Afcha, 1993; Agudo y Peña, 2011; Corral, 2014b; Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f.).

TABLAS DE VERDAD O DE CERTIDUMBRE. MÉTODO DEL CONDICIONAL ASOCIADO

Las deducciones están soportadas en premisas (supuestos iniciales) y supuestos provisionales que sirven de apoyo al curso de la deducción. En tal sentido, las tablas de verdad, son producto de representar todas las posibilidades de asignar valores a las variables proposicionales y saber lo que ocurre con cada una de ellas. Permiten verificar si una fórmula proposicional bien formada (fbf) es válida o no; es decir, si el razonamiento es válido o inválido (no válido).

En las tablas de verdad, se comienza la deducción a partir de las variables y por los operadores de menor jerarquía, cuyo valor queda determinado por la matriz o tabla fundamental correspondiente, y se va avanzando progresivamente hasta el operador de mayor jerarquía (operador o conectivo principal). También se le denomina o se le conoce como método del condicional asociado, es un procedimiento para determinar si una fórmula proposicional bien formada es o no válida.

Clasificación y construcción de las tablas de verdad

Las tablas de verdad se clasifican en:

- Tablas de verdad fundamentales.
- Tablas de verdad completas o derivadas, conocidas como cálculo proposicional.
- Tablas de verdad parciales.

El procedimiento a seguir en la construcción de las matrices o tablas de verdad, es el siguiente:

a) Determinar el número de variables proposicionales (p, q, r, s,…) del polinomio o fórmula proposicional.
b) Aplicar la regla 2^n, para determinar el número de filas de la tabla, donde la base 2 representa el número de valores veritativos (V o F) y n corresponde al número de variables proposicionales.
c) Asignar valores a las variables proposicionales (V o F), planteando todas las combinaciones posibles.

TABLAS DE VERDAD FUNDAMENTALES

Las tablas de verdad fundamentales, constituyen el primer nivel de jerarquía dentro de la deducción lógica (inferencia o razonamiento). Se construyen a partir del análisis veritativo de proposiciones elementales de los conectores u operadores lógicos. Estas tablas servirán como base para la deducción lógica.

Los operadores lógicos a considerar son: la negación, la conjunción, la disyunción inclusiva, la disyunción exclusiva, el condicional y el bicondicional. Se asignan valores de verdad (verdadero y falso) a las variables proposicionales que conforman la fórmula lógica básica (definiciones) del conector (conectivo u operador) lógico, y se estudia el carácter veritativo de cada una de las combinaciones de los valores de verdad asignados a cada una de las variables.

Las fórmulas lógicas básicas (a partir de las definiciones de cada operador lógico) a estudiar y que conforman las tablas de verdad fundamentales son:

- -p (negación) también se puede notar: ¬ p ó ~p
- $p \wedge q$ (disyunción)
- $p \vee q$ (disyunción inclusiva)
- $p \underline{\vee} q$ (disyunción exclusiva)
- $p \rightarrow q$ (condicional, implicación)
- $p \leftrightarrow q$ (bicondicional, doble implicador)

A continuación, se presentan las tablas fundamentales (Cuadro 5):

Cuadro 5. Tablas de verdad fundamentales

Matriz de negación (-)

Si p es una proposición simple –p (o ¬ p o ~p) será su negación, entonces –p será falsa si p es verdadera y verdadera si p es falsa. La tabla tendrá 2^1 filas: $2^1 = 2$ filas

-p

p	-p
V	F
F	V

Matriz de la conjunción (^)

La proposición será verdadera cuando sus dos componentes sean verdaderos y las demás serán falsas. La tabla tendrá 2^2 filas: $2^2 = 4$ filas

p ^ q

p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Matriz de la disyunción inclusiva (∨)

La proposición solo será falsa cuando sus dos componentes sean falsos. La tabla tendrá 2^2 filas: $2^2 = 4$ filas

$p \vee q$

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Matriz de la disyunción exclusiva ($\underline{\vee}$)

La proposición será verdadera cuando sus dos componentes sean diferentes, uno verdadero y el otro falso. La tabla tendrá 22 filas: 22 = 4 filas

$p \underline{\vee} q$

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Cuadro 5. Tablas de verdad fundamentales

Matriz condicional ($\rightarrow$)

La proposición será falsa solo si su antecedente es verdadero y su consecuente es falso, las demás serán verdaderas. La tabla tendrá 2^2 filas: $2^2 = 4$ filas.

$p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Matriz bicondicional ($\leftrightarrow$)

La proposición será verdadera cuando sus dos componentes sean verdaderos o falsos (iguales). La tabla tendrá 2^2 filas: $2^2 = 4$ filas

$p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Nota: la negación de una proposición completa o fundamental, cambia el valor de la función veritativa (de verdad).
Ejemplo: $\sim(p \veebar q)$
La tabla tendrá 2^2 filas: $2^2 = 4$ filas

p	q	$p \veebar q$	$\sim(p \veebar q)$
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Nota: Tomado de Corral (2014b)

TABLAS DE VERDAD COMPLETAS O DERIVADAS (CÁLCULO PROPOSICIONAL)

En este tipo de tabla o matriz, se aplican en forma combinada las tablas de verdad fundamentales, para obtener el valor de verdad de un polinomio proposicional cualquiera. Y permitirá determinar qué tipo de polinomio proposicional es. En tal sentido, para establecer si una inferencia o un razonamiento es válido o no, se construye la tabla de verdad completa. La cual puede llevar tres posibles resultados o tipos de polinomio, que determinarán si la inferencia o el razonamiento es válido o no.

Tipos de polinomios proposicionales

- **Tautología:** un polinomio proposicional es tautológico cuando la proposición compuesta (molecular) resulta ser verdadera en todos sus casos. Por lo tanto, se dice que es una tautología y se puede afirmar que el polinomio es válido; es decir, que está bien construido.
- **Contradicción:** una proposición compuesta es contradictoria cuando resulta ser falsa en todos sus casos. Por ende, el polinomio no es válido.
- **Contingencia o indeterminación:** una proposición compuesta es una contingencia cuando algunos casos son verdaderos y otros son falsos. En consecuencia, se considera el polinomio como no válido.

Ejemplos:

a) [(p ↔ -q) → (-p → q)] La tabla tendrá 2^2 filas: $2^2 = 4$ filas (tiene dos variables proposicionales).

p	q	-p	-q	(p →-q)	(-p → q)	[(p ↔ -q) → (-p → q)]
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	V

Como todos los valores obtenidos fueron verdaderos, se trata de una tautología. Por tanto, el razonamiento es válido.

b) -[q v (p → -q)] La tabla tendrá 2^2 filas: $2^2 = 4$ filas (dos variables proposicionales).

p	q	-q	(p →-q)	[q v (-p → -q)]	[-q v (p → q)]
V	V	F	F	V	F
V	F	V	V	V	F
F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	F

Como todos los valores obtenidos fueron falsos, se trata de una contradicción. Por tanto, el razonamiento no es válido.

c) [(-p → q) ^ r] La tabla tendrá 2^3 filas: $2^3 = 8$ filas (tiene tres variables proposicionales)

p	q	r	-p	(-p → -q)]	[(-p → q) ^ r]
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	F
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	F	F
F	F	F	V	F	F

Como existen valores combinados de verdaderos y falsos, se trata de una contingencia, por tanto, el razonamiento no es válido.

Ejercicios propuestos

Determinar la validez de las siguientes fórmulas o polinomios proposicionales usando tablas de verdad completas o derivadas, e indique si son contradicciones, tautologías o contingencias:

1. $[(-p \wedge q) \vee -q]$
2. $[(p \rightarrow -q) \wedge (-p \leftrightarrow q)]$
3. $\{[(-p \vee q) \wedge (p \underline{\vee} -q)] \leftrightarrow -p\}$
4. $[p \wedge (-q \wedge p)] \rightarrow [-p \leftrightarrow (-q \wedge p)]$
5. $\{[(q \underline{\vee} -p) \wedge (p \rightarrow p)] \rightarrow (p \rightarrow q)\}$
6. $|\{p \rightarrow [(q \wedge r) \vee -r]\} \wedge (r \vee -p)|$
7. $|-\{-p \vee [(p \rightarrow q) \wedge r]\} \wedge -p|$
8. $\{(p \vee q) \vee [(r \vee p) \vee (-p \rightarrow r)]\}$
9. $\{-[(p \wedge q) \underline{\vee} -r] \rightarrow [(r \leftrightarrow q) \vee (q \wedge p)]\}$
10. $-[t \rightarrow (q \rightarrow t)]$
11. $\{[-(-p \wedge r) \rightarrow -r] \vee (-p \leftrightarrow r)\}$
12. $\{[(p \wedge -q) \vee r] \rightarrow -(r \leftrightarrow -p)\}$
13. $-\{[(p \underline{\vee} -q) \leftrightarrow (-q \rightarrow r)] \wedge (r \vee -p)\}$
14. $\{[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \leftrightarrow -q\}$
15. $\{-[-(p \wedge -q) \rightarrow -(-r \vee -q)]\}$
16. $\{[-p \vee (q \leftrightarrow r)] \rightarrow (-p \vee r)\}$
17. $[-(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)] \rightarrow (p \vee q)$
18. $\{p \rightarrow [(-q \wedge r) \vee -p]\} \rightarrow (r \vee -p)$

IMPLICACIÓN LÓGICA

Toda implicación es un condicional, pero no todo condicional es una implicación. En implicaciones correctas, la principal premisa es que cuando el antecedente (hipótesis) es verdadero la conclusión también debe ser verdadera (tesis). A ello nos referimos diciendo que la hipótesis (antecedente) es condición suficiente para la conclusión.

La implicación lógica es un condicional que nunca puede ser falso, es decir, debe ser verdadero y, en este sentido, **supone una tautología.**

Se distingue un condicional de una implicación usando los siguientes símbolos:

P implica lógicamente a Q: $P \Rightarrow Q$
Mientras que el condicional será: $P \rightarrow Q$

Ahora bien, P y Q pueden ser proposiciones simples o compuestas.

Si se quiere comprobar que una fórmula o polinomio proposicional condicional es una implicación lógica, se debe elaborar una tabla de verdad y si esta da como resultado una tautología (todos los resultados verdaderos) se está en presencia de una implicación lógica. De allí que:

Implicación lógica: $P \Rightarrow Q$ se lee implica. Supone que: $P \rightarrow Q$ es una tautología.

La implicación $P \Rightarrow Q$, es un condicional que se llama condicional directo y pueden plantearse otros tres más, que también son directos. En definitiva, pueden plantearse (Rojo, 1972) cuatro implicaciones conjugadas que pueden tomarse como implicaciones lógicas directas:

$P \Rightarrow Q$ directa P $\Rightarrow Q$ recíproca

$-P \Rightarrow -Q$ contraria $-P \Rightarrow -Q$ contrarrecíproca

---

Ejercicios propuestos

Comprobar si hay implicación lógica en los siguientes polinomios:

1. $[(p \underline{\vee} q) \Rightarrow (-p \leftrightarrow q)]$
2. $\{[(q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)] \Rightarrow (q \rightarrow s)\}$
3. $\{[(p \vee q) \wedge p] \Rightarrow (-p \vee q)\}$
4. $– [- (r \wedge - q) \Rightarrow - (- q \vee s)]$
5. $|\{p \rightarrow [(-q \wedge r) \vee -p]\} \Rightarrow (-p \vee r)|$
6. $\{[(p \wedge -q) \vee -r] \Rightarrow - (-p \leftrightarrow -r)\}$
7. $– [- (p \rightarrow q) \Rightarrow (- p \vee q)]$

Dados los polinomios P y Q, comprobar si hay implicación lógica entre ellos:

1. $P = (-p \wedge q)$ $Q = (-p \vee q)$
2. $P = [(p \rightarrow q) \vee - p]$ $Q = (p \wedge q)$
3. $P = [(p \rightarrow -q) \wedge (q \vee - p)]$ $Q = (p \leftrightarrow -q)$
4. $P = [- (p \leftrightarrow q) \rightarrow -p]$ $Q = (q \vee - p)$

EQUIVALENCIA LÓGICA

Dos fórmulas o polinomios proposicionales P (p, q,…) y Q (p, q,…) son equivalentes si sus funciones veritativas son idénticas entre ambas expresiones. Es decir, son equivalentes si sus matrices o tablas de verdad son iguales.

> “Dos expresiones son equivalentes cuando tienen los mismos valores distribuidos de igual forma” (Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f., p. 46)

Para verificar que existe una **equivalencia**: Si $P \Rightarrow Q$ es una implicación, como $P \rightarrow Q$ es una tautología, debe verificarse que la implicación recíproca $Q \Rightarrow P$ es verdadera (V); es decir, también es una tautología; si no lo es no existe una equivalencia. Las equivalencias entre proposiciones se expresan mediante el símbolo: $\equiv$, entre ellas. En otras palabras:
P es equivalente a Q, solamente cuando $P \leftrightarrow Q$ es una tautología

$P \equiv Q \Leftrightarrow P \leftrightarrow Q$ es una tautología

Cuando sus tablas de verdad son diferentes se dice que P y Q no son equivalentes: $P \equiv Q$

Equivalencia lógica: P ⇔ Q se lee equivalente. Supone que: P ↔ Q es una tautología.

Ejemplos:

a) P = p es equivalente a Q = -(-p)

Comprobemos que esto es cierto a través de una tabla de verdad.

p	-p	-(-p)
V	F	V
F	V	F

Los valores correspondientes a p, son exactamente los mismos que los de - (-p).

Por tanto, p ≡ - (-p) ó P ≡ Q ó P ⇔ Q

b) Sean los polinomios proposicionales P = [(p ∨ q) ∨ r] y Q = [p ∨ (q ∨ r)] demostrar que son polinomios equivalentes usando tablas de verdad. La tabla tiene 2^3 = 8 filas.

p	q	r	(p ∨ q)	[(-p ∨ q) ∨ r]	(q ∨ r)	[p ∨ (q ^ r)]
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F
				A		B

En consecuencia: P ≡ Q

Algunas equivalencias notables

Leamos el símbolo ⇔ como ≡ (equivalente)

1. (p → q) ⇔ ¬ (p ^ ¬q) Definición
2. (p → q) ⇔ (¬p ∨ q) Definición
3. (p → q) ⇔ (¬q → ¬p) Equivalencia
4. ¬ (p ∨ q) ⇔ (¬p ^ ¬q) Leyes de De Morgan
5. ¬ (p ^ q) ⇔ (¬p ∨ ¬q) Leyes de De Morgan
6. (p ^ q) ⇔ (q ^ p) Conmutativa
7. [p ^ (q ^ r)] ⇔ [(p ^ q) ^ r] Asociativa

8. $[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$	Distributiva
9. $[p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p$	Absorción
10. $(p \wedge p) \Leftrightarrow p$	Ídem potencia
11. $(p \wedge F) \Leftrightarrow F$	Dominancia
12. $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$	Conmutativa
13. $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \vee r]$	Asociativa
14. $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$	Distributiva
15. $[p \vee (p \wedge q)] \Leftrightarrow p$	Absorción
16. $(p \vee p) \Leftrightarrow p$	Ídem potencia
17. $(p \vee V) \Leftrightarrow V$	Dominancia
18. $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$	Doble negación

Nota: V es una tautología y F una contradicción. De la 4 a la 18 se corresponden a las "Leyes de identidad del álgebra de Boole" (Pascual, 2006, p. 24).

Ejercicios propuestos

Determinar si los polinomios P y Q son equivalentes:

1. $P = [(-p \wedge q) \vee (-p \vee r)]$	$Q = [-(p \rightarrow -q) \wedge (p \rightarrow q)]$
2. $P = [(-p \vee r) \wedge (q \rightarrow -r)]$	$Q = [(r \rightarrow p) \vee (p \rightarrow r)]$
3. $P = \{[(q \vee s) \wedge -s] \rightarrow q\}$	$Q = [(q \leftrightarrow s) \leftrightarrow (q \vee s)]$
4. $P = [(r \rightarrow p) \vee (-p \rightarrow q)]$	$Q = -[(r \rightarrow p) \wedge -(-p \rightarrow q)]$
5. $P = [-(p \wedge q) \vee -r]$	$Q = [(p \rightarrow q) \vee r]$
6. $P = [(p \vee q) \wedge (r \wedge q)]$	$Q = [(r \vee p) \wedge (q \vee r)]$
7. $P = |\{p \rightarrow [(-q \wedge -p) \wedge -q]\} \vee p|$	$Q = |-\{p \wedge [-(q \vee p) \rightarrow q]\} \wedge -p|$

Comprobar si existe equivalencia en los siguientes polinomios (tautología):

1. $\{[(p \vee q) \leftrightarrow (-p \rightarrow -q)] \wedge -p\} \equiv [(p \vee q) \rightarrow -(q \rightarrow p)]$
2. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \vee -p)] \equiv (-q \vee p)$
3. $[(q \vee r) \wedge p] \Leftrightarrow [(-p \wedge -q) \vee (p \wedge r)]$
4. $p \rightarrow [(-q \wedge r) \vee -p] \Leftrightarrow (-p \vee -r)$
5. $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (p \vee r)]$

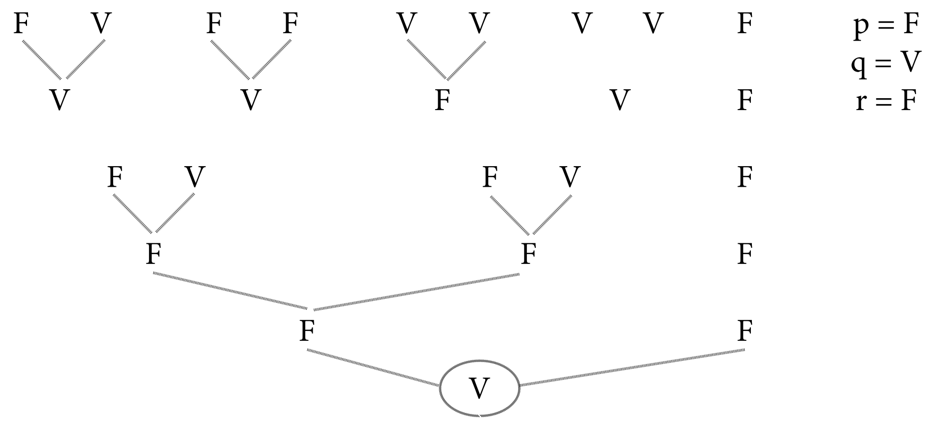
TABLAS DE VERDAD O DE CERTIDUMBRE PARCIALES. ÁRBOLES DE VERDAD

Se resuelven de manera similar a las tablas de verdad completas o derivadas, pero, tienen la particularidad de que se debe conocer el valor de certidumbre de cada una de las variables (**si son verdaderas o falsas las proposiciones**) que intervienen en el polinomio proposicional y, por tanto, se determina solo para una fila, la correspondiente a esos valores de verdad (veritativos). También se les denomina **árboles de verdad**. Para ello, se sigue el siguiente procedimiento:

- Se sustituyen los valores de verdad suministrados, de cada una de las variables proposicionales.
- Se realizan las operaciones necesarias, determinadas por los conectivos.
- Se operan primero los paréntesis, luego los corchetes, a continuación las llaves y, si es el caso, por último las barras.

Ejemplo:

1) $\{[-(p \rightarrow q) \vee (-q \rightarrow r)] \wedge [(q \underline{\vee} -p) \leftrightarrow (-r \wedge q)]\} \rightarrow p$; si p es falsa, q es verdadera y r es falsa.



Es **verdadero**, el polinomio es válido.

Ejercicios propuestos

Determinar el valor de verdad de los siguientes polinomios, aplicando tablas de verdad parciales o árboles de verdad:

1. $[(p \vee q) \rightarrow (-r \wedge q)]$ sabiendo que: p = F; q = V: r = F
2. Sabiendo que p = V y q = F, qué valor de verdad tendrán los siguientes polinomios proposicionales:
   a. $-[-(p \rightarrow q) \wedge (-p \rightarrow q)]$
   b. $\{[(-q \underline{\vee} p) \wedge (-q \leftrightarrow p)] \rightarrow (p \vee -q)\}$
   c. $\{[(p \leftrightarrow q) \rightarrow (-q \vee -p)]\}$

3. {(p ∨ - q) $\underline{\vee}$ (r ∧ s) [q → - (p ∨ - r)]} considerando que p y q son falsos y r verdadero:

Qué valor de verdad tendrán los siguientes polinomios si p y q son verdaderas, y las demás variables son falsas:

a. {[(- p → - q) ∧ (p ↔ q)] → -q}
b. [(- p ∧ q) ∨ (q → r)] ↔ [(-r ∧ q) $\underline{\vee}$ (-q ∨ -t)}
c. {[p → (-q ∧ r)] ↔ [-p ∨ (-q ∧ s)]}
d. |{(p ∨ s)→[(-q ∧ r) $\underline{\vee}$ (-s ↔ p)]}→(-r ∨ p)|

Qué valor de verdad tendrán los siguientes polinomios si p y q son falsas, y las demás variables son verdaderas:

a. [(p ∨ q) ∨ (-q → r)] ↔ (t ∧ -r)
b. {[(- p ∨ q) ∨ (r → s)] ∨ (- r ∨ p)}
c. {(p → r) ∨ [-p → (-q ∧ s)] $\underline{\vee}$ [(r → s) ∧ (p ↔ q)]}
d. - {[(p ∨ q) ∧ -(- p → q)] → - r}

MÉTODO ABREVIADO O MÉTODO CORTO DE QUINE

El método Quine "…es un procedimiento rápido que permite determinar el valor de verdad de una fórmula proposicional cualquiera" (Agudo y Peña, 2011, p. 29). Este método, por tanto, puede ser utilizado para sustituir el uso de tablas de verdad (sobre todo aquellas muy extensas) y en reemplazo del método analógico. El procedimiento es el siguiente:

- Identificadas las variables proposicionales (p, q, r,…) se inicia el proceso asignando valores de verdad (V, F) a la primera variable p o sea V(p), se evalúa la forma proposicional obtenida mediante la aplicación de las definiciones, propiedades y reglas de inferencias tanto de equivalencias y de implicación. También el de las tablas fundamentales. Primero, para verdadero (V) y luego para falso (F).
- En caso de obtener el valor veritativo después de darle valores a p; es decir, que el resultado sea otra fórmula proposicional, se le asignan valores veritativos a la siguiente variable proposicional (q) y así, reiterativamente a las siguientes variables (r, s, t,…) según sea el caso, hasta obtener un valor veritativo de toda la expresión.

El método Quine, en consecuencia, puede ser utilizado para comprobar implicaciones lógicas. Es decir, comprobar si existe tautología o no, implicación o no. En otras palabras, si todas las partes son siempre verdaderas o no. Quedará comprobada la implicación, el valor veritativo de todas las partes que contemple el análisis son verdaderas (tautología). También es utilizado para determinar la validez de un razonamiento.

Ejemplo 1:

Evalúa usando el método Quine la siguiente fórmula proposicional:

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$$

a) Sustituir en la fórmula el valor de **p Verdadero**, es decir, V(p) = V

$(V \wedge q) \rightarrow (V \vee r)$	Se constata en las tablas fundamentales (Cuadro 4) que el valor de verdad de la conjunción $(V \wedge q)$ depende del valor de verdad que tenga q.
$q \rightarrow V$	Mientras que para el valor de la disyunción $(V \vee r)$ basta con que una de las variables proposicionales sea verdadera para que la expresión sea verdadera.
V	El valor de verdad de esta expresión al ver la tabla fundamental del condicional, se observa que no importa el valor de verdad de q (V o F) siempre que el consecuente sea verdadero la expresión es verdadera.

b) Sustituir en la fórmula el valor de p Falso, es decir, V(p) = F

$(F \wedge q) \rightarrow (F \vee r)$	Se constata en las tablas fundamentales (Cuadro 4) que el valor de verdad de la conjunción $(F \wedge q)$ es falsa (F).
$F \rightarrow r$	Y para el valor de la disyunción $(F \vee r)$ el valor depende de r.
V	El valor de verdad de esta expresión al ver la tabla fundamental del condicional, si el antecedente es falso; entonces, el condicional es verdadero (V) independientemente del valor de r.

Luego, existe una tautología; por lo cual, la fórmula proposicional es verdadera.

Ejemplo 2.

Evalúa usando el método Quine la siguiente fórmula proposicional:

$$(-p \wedge q) \vee -(p \wedge q)$$

a) Sustituir en la fórmula el valor de **p Verdadero**, es decir, V(p) = V

$(-V \wedge q) \vee -(V \wedge q)$	En la tabla fundamental de la conjunción (Cuadro 4), se evidencia que el valor de verdad de la conjunción $(F \wedge q)$ es falso.
$(F \wedge q) \vee -(V \wedge q)$	Mientras que para el valor de la conjunción $(V \wedge q)$ depende del valor de verdad que tenga q.
$F \vee -q$	El valor de verdad de esta expresión al ver la tabla fundamental de la disyunción, el valor de verdad de la expresión depende de q.
$-q$	Esto indica que ahora se estudiará el valor de verdad de la expresión -q.

- Estudiemos primero V(q) = V
  -V F La expresión es falsa, por la negación.
- Estudiemos ahora el V(q) = F
  -F V La expresión es verdadera por la negación.

A esta altura, podemos inferir que como no hay tautología, la fórmula proposicional no es Verdadera. Pero, concluyamos la resolución del ejercicio, de manera didáctica.

b) Sustituir en la fórmula el valor de **p Falso**, es decir, V(p) = F.

(-F ∧ q) ∨ -(F ∧ q)	En la tabla fundamental de la conjunción (Cuadro 4), se evidencia que el valor de verdad de la conjunción (F ∧ q) es falso.
(V ∧ q) ∨ -(F ∧ q)	Mientras que para el valor de la conjunción (V ∧ q) depende del valor de verdad que tenga q.
q ∨ -F q ∨ V V	El valor de verdad de esta expresión al ver la tabla fundamental de la disyunción, independientemente del valor q, es verdadera.

Luego, existe una tautología; por lo cual, la fórmula proposicional es verdadera.

Ejemplo 3.

Comprobar si la expresión es una implicación:

$$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \Rightarrow (p \to r)$$

Para ello, se estudiará el condicional: $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$

a) Sustituir en la fórmula el valor de **p Verdadero,** es decir, V(p) = V

[(V → q) ∧ (q → r)] → (V → r) [q ∧ (q → r)] → r	Al consultar las tablas fundamentales (Cuadro 4), el valor de (V → q) depende de q y (V → r) depende de r.
Estudiemos primero V(q) = V [V ∧ (V → r)] → r [V ∧ r] → r r → r V	El valor de (V → r) depende de r. (V ∧ r) depende de r (Ver tabla de la conjunción). Luego, si V → V y F → F, ambos son verdaderos V; entonces, r → r es V. El valor de (F → r) siempre es verdadero, independientemente del valor de r (matriz de la conjunción). F ∧ V es F (matriz de la conjunción).
Estudiemos ahora el V(q) = F [F ∧ (F → r)] → r [F ∧ V] → r F → r V	El valor de (F → r) siempre es verdadero, independientemente del valor de r (matriz de la conjunción). F ∧ V es F (matriz de la conjunción).

b) Sustituir en la fórmula el valor de **p Falso,** es decir, $V(p) = F$

$[(F \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (F \rightarrow r)$	El valor de $(F \rightarrow q)$ y $(F \rightarrow r)$ siempre es verdadera.
$[V \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow V$	$V \wedge (q \rightarrow r)$, depende de $(q \rightarrow r)$ (Tabla de la conjunción).
$[q \rightarrow r] \rightarrow V$	El valor de $(q \rightarrow r) \rightarrow V$ no depende de $q \rightarrow r$, es siempre V.
V	

Luego, existe una tautología; por lo tanto, existe implicación lógica.

CONDICIÓN SUFICIENTE Y NECESARIA

En aritmética y geometría se utiliza la implicación lógica (denominada simplemente como implicación) para la formulación de definiciones y teoremas. En esos contextos se precisa determinar si la condición contenida en el antecedente P es suficiente para justificar el consecuente Q; así como, en la implicación $P \rightarrow Q$ la condición contenida en el consecuente Q es necesaria para justificar el antecedente P (Agudo y Peña, 2011).

En otras palabras, en aritmética y geometría habría que considerar que:

$P \Rightarrow Q$ si y solo si P es condición suficiente para Q y Q es condición necesaria para P.

- Condición suficiente: se determinará que $P \Rightarrow Q$ (implicación directa) es una tautología; luego, para que P sea condición suficiente para Q, se verificará que $P \rightarrow Q$ es válida (se verifica una tautología).
- Condición necesaria: en el condicional $P \Rightarrow Q$ (implicación directa), el antecedente P es condición necesaria para que ocurra el consecuente Q siempre que si no ocurre P, entonces no puede cumplirse Q; es decir, que $P \Rightarrow Q$ y $-P \Rightarrow -Q$ (implicación contrarrecíproca) sean tautologías. Usualmente, para establecer la condición necesaria se recomienda verificar solamente que $Q \rightarrow P$ es válida (hay tautología); dado que $-P \rightarrow -Q \equiv Q \rightarrow P$ (es decir, son equivalentes).

VERDAD FORMAL Y VERDAD EMPÍRICA

La verdad formal hace referencia al valor de verdad de una forma o polinomio proposicional cuando el valor de verdad no depende de las condiciones externas a las que hacen referencia las variables proposicionales. En tal sentido, cuando la proposición compuesta (molecular) resulta ser verdadera en todos sus casos. "Una forma proposicional es formalmente verdadera (o lógicamente verdadera) si y solo si es una tautología" (Agudo y Peña, 2011, p. 39).

Mientras que será formalmente falsa (o lógicamente falsa) cuando sea una contradicción; es decir, cuando la proposición compuesta resulta ser falsa en todos sus casos.

Por otro lado, para establecer la verdad empírica: el valor de verdad de una proposición o forma proposicional, se realiza sólo verificando la correspondencia entre las circunstancias a que hace referencia, acordes con un contexto determinado y según los hechos o acontecimientos de la realidad o factores exteriores a la proposición misma (Agudo y Peña, *op. cit.*).

4

Análisis de inferencias: el método analógico

EL MÉTODO ANALÓGICO

A la lógica le interesa el tipo de razonamiento deductivo, es decir, si y solo si las premisas son evidencias de la verdad de la conclusión. Vale indicar que el razonamiento lógico, se compone de antecedentes (proposiciones llamadas premisas) de los cuales se deriva una conclusión (proposición consecuente) o tesis. Por ende, un razonamiento deductivo es válido cuando no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa.

En este sentido, en primer término, debemos conocer qué significa realizar un razonamiento deductivo válido (de un razonamiento no se dice que es verdadero o falso, sino que es válido o no válido). Al respecto, Rojo (1972) señala que un razonamiento válido no es posible si las premisas son verdaderas (V) y la conclusión es falsa (F); si las premisas son verdaderas, en consecuencia, la conclusión deberá ser verdadera para que sea válido el razonamiento.

Cabe destacar, la lógica es una ciencia que estudia la validez de las inferencias, para decidir si una inferencia es válida o no; con este fin, cuenta con procedimientos variados. Ya hemos visto métodos semánticos como: las tablas de verdad y el método abreviado; pero, también existen métodos sintácticos que consisten en transformaciones lógicas a partir de reglas, principios y/o leyes de la lógica. En esta clasificación se ubica el **método analógico o método general de la deducción** (otros son la forma normal conjuntiva y el método de deducción natural).

Ahora bien, ¿qué es una inferencia?: “se denomina inferencia al proceso que permite deducir una conclusión partiendo de un conjunto de premisas, mediante la utilización de las leyes, principios y reglas lógicas” (Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f., p. 52). Y definen estas autoras que las leyes de inferencia “son expresiones formales o fórmulas proposicionales cuya función veritativa es una tautología que sirve para organizar un cálculo axiomático” (*ibídem*).

Así mismo, llamaremos "…regla de inferencia, a todo esquema válido de razonamiento, independientemente de la V o F de las proposiciones componentes. De este modo, toda regla de inferencia es tautología" (Rojo, 1972, p. 11). De allí que "un razonamiento deductivo es válido cuando el condicional cuyo antecedente es la conjunción de las premisas, y el consecuente es la conclusión, es tautológico" (*ibídem*). Es decir, un razonamiento deductivo será válido cuando la conclusión o tesis es tautológica.

Dado que al incrementarse las premisas que constituyen un razonamiento, es más difícil someter este razonamiento a una prueba de validez usando tablas de verdad; entonces, se hace necesario un método más eficiente y sencillo para deducir si la conclusión, a partir de sus premisas, es válida; es decir, si se realizó un razonamiento válido o no. Para ello, lo más sensato y adecuado es utilizar en el razonamiento las leyes y reglas lógicas de inferencia.

En igual sentido, cuando el número de variables pasa de tres (3) se torna complicado y engorroso el método de la tabla de verdad. Para superar ese inconveniente se puede recurrir al método analógico, García Zárate (2003) señala que el método analógico consiste en la comparación de la forma o estructura de la inferencia con otra lógicamente válida. El método analógico se basa en la demostración de la validez de los razonamientos utilizando reglas, principios y leyes de inferencia. García Zárate (2003) indica que el procedimiento seguido por el método analógico para analizar las inferencias es el siguiente:

- 1º paso: se explicita la forma lógica del enunciado.
- 2º paso: se escribe la fórmula.
- 3º paso: se confronta o compara la fórmula obtenida, con las reglas, leyes y principios lógicos conocidos. Si la fórmula coincide con alguna regla, ley o principio se puede concluir que inequívocamente la inferencia original es válida; pero si la fórmula obtenida contra una de ellas es contraria o no se ajusta a alguna de ellas, entonces, el razonamiento, argumento o enunciado original no es válido.

El principal inconveniente del **método analógico** es que debe utilizarse una lista previa de reglas, principios y leyes conocidas. Consecuentemente, presupone el empleo de las reglas de la lógica proposicional. Por tanto, antes de efectuar el análisis inferencial es necesario conocer las principales reglas o leyes de la lógica proposicional, las correspondientes y los principios lógicos básicos.

Inferencias

Son reglas, leyes y principios que se confrontan (o comparan) a una fórmula compuesta por dos o más premisas que conducen a conclusiones. Las premisas son conjuntos de fórmulas integradas por proposiciones. El paso lógico de las premisas a las conclusiones es una deducción. La conclusión obtenida es una consecuencia lógica de las premisas (Manzanares, s.f.).

El resultado del análisis inferencial de las premisas empleando los principios, leyes y reglas lógicas de inferencia, se confronta o compara con la conclusión del planteamiento y, de allí, se deduce si el razonamiento o la inferencia expuesta es válida o inválida.

Ejemplo: Si llueve y hace frío; entonces, el cielo ha de estar nublado

Formulación o forma lógica:

p: llueve; q: hace frío; r: el cielo ha de estar nublado

En símbolos:

- Premisa 1: p (llueve)
- Premisa 2: q (hace frío)
- Conclusión: r (el cielo ha de estar nublado)

Fórmula: $(p \wedge q) \rightarrow r$

Principios lógicos básicos

- Principio de identidad (ID): permite hacer equivalencia entre dos proposiciones con argumento igual: $p \equiv p$
- Principio de no contradicción (NC): una proposición no puede ser verdadera y falsa simultáneamente: $-(p \wedge -p)$
- Principio del tercero excluido (TE): una proposición es verdadera o es falsa: $p \vee -p$
- Principio de la doble negación (DN): una proposición afirmativa equivale a la misma proposición negada dos veces: $-(-p) \equiv p$

Leyes y reglas lógicas de inferencia

- **Implicativas** (fórmulas condicionales, →) (Corral, 2014c)

  * Regla del *Modus Ponendo Ponens* (MPP): (**modo que afirmando se afirma**) a partir de una fórmula condicional y de su antecedente, se obtiene su consecuente. Si en una proposición se afirma el antecedente entonces se obtiene como conclusión el consecuente. Ejemplo: si hay luz solar, entonces, es de día. Hay luz solar. Por lo tanto, es de día. Simbólicamente se expresa:

(1) $p \rightarrow q$	(Premisa 1)	Ley del MPP:
(2) p	(Premisa 2)	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
C: q	(Conclusión, C)	

  En consecuencia:

(1) $p \rightarrow -q$	(1) $-p \rightarrow -q$	(1) $-p \rightarrow q$
(2) p	(2) $-p$	(2) $-p$
* C: $-q$	C: $-q$	C: q

* Regla del *Modus Tollendo Tollens* (MTT): (**modo que negando se niega**) a partir de una fórmula condicional y de la negación de su consecuente, se obtiene la negación del antecedente. Si en un condicional se niega el consecuente entonces se obtiene el antecedente negado. Ejemplo: si está soleado entonces es de día. No es de día. Por lo tanto, no está soleado. Simbólicamente se expresa:

(1) $p \rightarrow q$
(2) $-q$
C: $-p$

Ley del MTT:
$[(p \rightarrow q) \wedge -q] \rightarrow -p$

En consecuencia:

(1) $-p \rightarrow q$
(2) $-q$
C: p

(1) $-p \rightarrow -q$
(2) q
C: p

(1) $p \rightarrow -q$
(2) q
C: $-p$

* Regla del *Modus Tollendo Ponens* (MTP) o silogismo disyuntivo (SD): (**modo que negando afirma**) a partir de una fórmula disyuntiva y de la negación de uno de sus componentes, se obtiene el otro componente. Si en una proposición disyuntiva (disyunción, v) se niega un componente, como conclusión se afirma el otro componente. Ejemplo: Es de día o es de noche. No es de día. En consecuencia, es de noche. Simbólicamente se expresa:

a) (1) $p \vee q$
(2) $-p$
C: q

Ley del MTP o silogismo disyuntivo (SD):
$[(p \vee q) \wedge -p] \rightarrow q$

b) (1) $p \vee q$
(2) $-q$
C: p

Ley del MTP o silogismo disyuntivo (SD):
$[(p \vee q) \wedge -q] \rightarrow p$

En consecuencia:

c) (1) $-p \vee -q$
(2) p
C: $-q$

d) (1) $-p \vee -q$
(2) q
C: $-p$

e) (1) $p \vee -q$
(2) $-p$
C: $-q$

f) (1) $p \vee -q$
(2) q
C: p

g) (1) $-p \vee q$
(2) p
C: q

h) (1) $-p \vee q$
(2) $-q$
C: $-p$

* Regla del Silogismo Hipotético (SH) o transitividad (Trans.): a partir de dos fórmulas condicionales, donde el consecuente de la primera es el antecedente de la segunda, se obtiene una condicional formada por el antecedente de la primera y el consecuente de la segunda. Silogismo que plantea un caso hipotético.

$$\begin{array}{l} (1)\ p \rightarrow q \\ (2)\ q \rightarrow r \\ \hline C{:}\ p \rightarrow r \end{array}$$

Ley del Silogismo Hipotético (SH):
$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r] \rightarrow (p \rightarrow r)$

* Regla del Dilema Constructivo (DC): a partir de dos fórmulas condicionales y de la disyunción de sus antecedentes se obtiene la disyunción de sus consecuentes.

$$\begin{array}{l} (1)\ p \rightarrow q \\ (2)\ r \rightarrow s \\ (3)\ p \vee r \\ \hline C{:}\ q \vee s \end{array}$$

Ley del Dilema Constructivo (DC):
$\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (p \vee r)\} \rightarrow (q \vee s)$

* Regla del Dilema Destructivo (DD): a partir de dos fórmulas condicionales y de la disyunción de las negaciones de los consecuentes, se obtiene la disyunción de las negaciones de sus antecedentes.

$$\begin{array}{l} (1)\ p \rightarrow q \\ (2)\ r \rightarrow s \\ (3)\ \text{-}q \vee \text{-}s \\ \hline C{:}\ \text{-}p \vee \text{-}r \end{array}$$

Ley del Dilema Destructivo (DD):
$\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s] \wedge (\text{-}q \vee \text{-}s)\} \rightarrow (\text{-}p \vee \text{-}r)$

* Regla de Simplificación (Simp.): a partir de la conjunción de dos fórmulas se obtiene una de ellas.

a) $$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline C{:}\ q \end{array}$$

Ley de Simplificación (Simp.):
$(p \wedge q) \rightarrow q$

b) $$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline C{:}\ p \end{array}$$

$(p \wedge q) \rightarrow p$

* De equivalencia (fórmulas con doble implicación; ≡, ↔) (Corral, 2014c).

* Regla de Absorción (Abs.): a partir de la conjunción y disyunción de dos proposiciones se obtiene una de ellas.

$$\begin{array}{l} (p \wedge q) \vee q \\ \hline q \end{array}$$

Ley de Absorción (Abs.): $[(p \wedge q) \vee q] \leftrightarrow q$

$$\begin{array}{l} (p \vee q) \wedge q \\ \hline q \end{array}$$

$[(p \vee q) \wedge q] \leftrightarrow q$

* Regla de Conjunción (Conj.): a partir de dos fórmulas se obtiene la conjunción de ambas:

$$\begin{array}{l} (1)\ p \\ (2)\ q \\ \hline C{:}\ p \wedge q \end{array}$$

Ley de Conjunción (Conj.):
$p \wedge q \leftrightarrow (p \wedge q)$

* Regla de la Adición (Ad.): a partir de una fórmula se obtiene la disyunción de esa fórmula con cualquier otra:

$\dfrac{(1)\ p}{C:\ p \vee q}$	Ley de la Adición (Ad.): $p \leftrightarrow (p \vee q)$

Otras leyes y reglas lógicas de inferencia (de equivalencia)

Cuadro 6 Otras leyes y reglas lógicas de inferencia. Algunas relacionadas con el álgebra booleana	
11) Condicional (implicación material)/ disyuntivo/conjuntivo (Cond.) $\dfrac{p \to q}{-p \vee q}$ $\dfrac{-p \vee q}{p \to q}$ $\dfrac{p \to q}{-(p \wedge -q)}$ $\dfrac{-(p \wedge -q)}{p \to q}$ $\dfrac{p \wedge q}{-(p \to -q)}$	**12) Ley del bicondicional (Bicond.):** $\dfrac{p \leftrightarrow q}{(p \to q) \wedge (q \to p)}$
13) Ley de disyunción exclusiva: $\dfrac{p \veebar q}{-(p \leftrightarrow q)}$ $\dfrac{-p \leftrightarrow q}{p \veebar q}$	**14) Leyes asociativas o asociación (Asoc.):** $\dfrac{(p \wedge q) \wedge r}{p \wedge (q \wedge r)}$ $\dfrac{(p \vee q) \vee r}{p \vee (q \vee r)}$
15) Leyes de De Morgan (De M): $\dfrac{-(p \wedge q)}{-p \vee -q}$ $\dfrac{-(p \vee q)}{-p \wedge -q}$ $\dfrac{-(p \wedge q)}{-(-p \vee -q)}$ $\dfrac{p \vee q}{-(-p \wedge -q)}$	**16) Leyes de idempotencia (Idp.):** $\dfrac{p \wedge p}{p}$ $\dfrac{p \vee p}{p}$
17) Leyes de complementación: a) $p \vee -p \equiv V$ Ley del tercero excluido b) $–(-p) \equiv p$ Doble negación c) $p \wedge -p \equiv F$ Ley de contradicción	**18) Leyes distributivas o distribución (Dist.):** $\dfrac{(p \wedge q) \vee r}{(p \vee r) \wedge (q \vee r)}$ $\dfrac{(p \vee q) \wedge r}{(p \wedge r) \vee (q \wedge r)}$
19) Definición de implicación (Impl.): $\dfrac{p \to q}{-p \vee q}$ $\dfrac{p \to q}{-(p \wedge -q)}$	**20) Leyes conmutativas o conmutación (Conm.):** $\dfrac{p \wedge q}{q \wedge p}$ $\dfrac{p \vee q}{q \vee p}$ $\dfrac{p \vee p}{p}$
21) Leyes de Transposición: a) $(p \to q) \equiv (-q \to -p)$ c) $(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$ (contrapositiva o contrarrecíproca) b) $(p \leftrightarrow q) \equiv (-q \leftrightarrow -p)$ d) $(p \leftrightarrow q) \equiv (-p \leftrightarrow -q)$	**22) Exportación (Exp.):** $\dfrac{(p \wedge q) \to r}{(p \to (q \to r)}$

(Corral, 2014c)

Cuadro 7. Resumen de leyes, principios y reglas de la inferencia	
Principio de identidad (ID): $p \equiv p$ **Principio de no contradicción** (NC): $-(p \wedge -p)$	**Principio del tercer excluido** (TE): $p \vee -p$ **Principio de la doble negación** (DN): $-(-p) \equiv p$
1) Ley del *Modus Ponendo Ponens* (MPP): $\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline q \end{array}$ $\begin{array}{l} p \to -q \\ p \\ \hline -q \end{array}$ $\begin{array}{l} -p \to q \\ -p \\ \hline -q \end{array}$ $\begin{array}{l} -p \to q \\ -p \\ \hline q \end{array}$	**2) Ley del *Modus Tollendo Tollens* (MTT):** $\begin{array}{l} p \to q \\ -q \\ \hline -p \end{array}$ $\begin{array}{l} -p \to -q \\ q \\ \hline p \end{array}$ $\begin{array}{l} p \to -q \\ q \\ \hline -p \end{array}$ $\begin{array}{l} -p \to q \\ -q \\ \hline p \end{array}$
3) Ley del *Modus Tollendo Ponens* (MTP) o Silogismo Disyuntivo (SD): $\begin{array}{l} p \vee q \\ -q \\ \hline p \end{array}$ $\begin{array}{l} p \vee q \\ -p \\ \hline q \end{array}$ $\begin{array}{l} -p \vee -q \\ p \\ \hline -q \end{array}$ $\begin{array}{l} -p \vee -q \\ q \\ \hline -p \end{array}$ $\begin{array}{l} p \vee -q \\ -p \\ \hline -q \end{array}$ $\begin{array}{l} -p \vee q \\ -q \\ \hline -p \end{array}$ $\begin{array}{l} p \vee -q \\ q \\ \hline p \end{array}$ $\begin{array}{l} -p \vee q \\ p \\ \hline q \end{array}$	**4) Ley del Silogismo Hipotético (SH) o Transitividad (Trans.):** $\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ \hline p \to r \end{array}$
5) Ley del Dilema Constructivo (DC): $\begin{array}{l} p \to q \\ r \to s \\ p \vee r \\ \hline q \vee s \end{array}$	**6) Ley del Dilema Destructivo (DD):** $\begin{array}{l} p \to q \\ r \to s \\ -q \vee -s \\ \hline -p \vee -r \end{array}$
7) Ley de Absorción (Abs.): $\dfrac{(p \wedge q) \vee q}{q}$ $\dfrac{(p \vee q) \wedge q}{q}$	**8) Ley de Simplificación (Simp.):** $\dfrac{p \wedge q}{q}$ $\dfrac{p \wedge q}{p}$
9) Ley de Conjunción (Conj.): $\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline p \wedge q \end{array}$	**10) Ley de la Adición (Ad.):** $\dfrac{p}{p \vee q}$
11) Condicional/Disy./Conj. (Cond.) $\dfrac{p \to q}{-p \vee q}$ $\dfrac{-p \vee q}{p \to q}$ $\dfrac{p \to q}{-p \wedge -q}$ $\dfrac{-(p \wedge -q)}{p \to q}$ $\dfrac{p \wedge q}{-(p \to -q)}$	**12) Ley de Disyunción Exclusiva:** $\dfrac{p \veebar q}{-(p \leftrightarrow q)}$ $\dfrac{-(p \leftrightarrow q)}{p \veebar q}$
13) Leyes Asociativas o Asociación (Asoc.): $\dfrac{(p \wedge q) \wedge r}{p \wedge (q \wedge r)}$ $\dfrac{(p \vee q) \vee r}{p \vee (q \vee r)}$	**14) Leyes Conmutativas (Conm.):** $\dfrac{p \wedge q}{q \wedge p}$ $\dfrac{p \vee q}{q \vee p}$

Cuadro 7. Resumen de leyes, principios y reglas de la inferencia	
Principio de identidad (**ID**): $p \equiv p$ **Principio de no contradicción** (**NC**): $-(p \wedge -p)$	**Principio del tercer excluido** (**TE**): $p \vee -p$ **Principio de la doble negación** (**DN**): $-(-p) \equiv p$
15) Leyes Distributivas (Dist.): $\frac{(p \wedge q) \vee r}{(p \vee r) \wedge (q \vee r)}$ $\quad$ $\frac{(p \vee q) \wedge r}{(p \wedge r) \vee (q \wedge r)}$	**16) Leyes de Idempotencia:** $\frac{p \wedge p}{p}$ $\quad$ $\frac{p \vee p}{p}$
17) Ley del bicondicional (Bicond.): $\frac{p \leftrightarrow q}{(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)}$	**18) Definición de Implicación (Impl.):** $\frac{p \rightarrow q}{-p \vee q}$ $\quad$ $\frac{p \rightarrow q}{-(p \vee -q)}$
19) Leyes de De Morgan (De M): a) $\frac{(p \wedge q)}{-p \vee q}$ $\quad$ b) $\frac{-(p \vee q)}{-p \wedge -q}$ c) $\frac{p \wedge q}{-(-p \vee -q)}$ $\quad$ d) $\frac{p \vee q}{-(-p \wedge q)}$	**20) Leyes de Transposición:** a) $(p \rightarrow q) \equiv (-q \rightarrow -p)$ c) $(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$ (contrapositiva o contrarrecíproca) b) $(p \leftrightarrow q) \equiv (-q \leftrightarrow -p)$ d) $(p \leftrightarrow q) \equiv (-p \leftrightarrow -q)$
21) Leyes de Complementación: a) $p \vee -p \equiv V$ Ley del tercero excluido b) $-(-p) \equiv p$ Doble negación c) $p \wedge -p \equiv F$ Ley de contradicción d) $p \vee V \equiv V$ Dominancia	**22) Exportación (Exp.):** $\frac{(p \wedge q) \rightarrow r}{p \rightarrow (q \rightarrow r)}$
23) Definición de negación conjunta (NConj): $-p \wedge -q \equiv -(p \vee q)$ (De M.)	**24) Definición de negación alterna (NAlt.):** $-p \vee -q \equiv -(p \wedge q)$ (De M.)

Nota. Tomado de Corral (2014b)

Recuerde: En el análisis inferencial, el resultado del análisis de las premisas, que se realiza empleando los principios, leyes y reglas lógicas de inferencia, se confronta o compara con la conclusión del planteamiento y se deduce si el razonamiento (argumento, enunciado) o la inferencia expuesta es válida o inválida (Corral, 2014c).

Normas prácticas para el análisis de inferencias (deducción natural)

Se puede proceder siguiendo los siguientes pasos (Corral, 2014c):

- Si el enunciado se expresa en lenguaje natural, se formalizará asignando a cada proposición simple (atómica) una variable proposicional (p, q, r,…), considerando que si se repite la misma oración (proposición) se asignará siempre la misma variable (no se asignará otra variable).

- Se identifican las premisas y se traducen al lenguaje lógico, usando los conectores (conectivos u operadores) lógicos pertinentes a la expresión empleando símbolos. Las premisas van separadas entre sí por una conjunción ($\wedge$) y la conclusión se expresa como un condicional ($\rightarrow$).
- Se escribe la fórmula proposicional; es decir, se traduce a una fórmula proposicional todo el enunciado.
- Se ponen las premisas y la conclusión en forma de esquema; en otras palabras, se coloca la conclusión en la parte superior (de forma visible) y se escriben las premisas enumerándolas una debajo de la otra, luego, se traza una línea que dividirá las premisas del análisis inferencial.
- Se van enumerando los pasos y, a la par, se comparan las premisas con las leyes, principios y reglas de inferencias, intentando relacionarlas con las premisas iniciales (Premisas 1, 2, 3,…) y las conclusiones parciales que se van obteniendo posteriormente; además, se indicará al lado de cada una de ellas, la ley utilizada y entre paréntesis las premisas y conclusiones parciales involucradas. Este procedimiento se realizará tantas veces como sea necesario hasta obtener una conclusión final (ver ejemplos).
- Se compara la conclusión final obtenida del análisis inferencial con la conclusión del enunciado, y se verifica si es igual o hay alguna diferencia; si son iguales se declara que la inferencia es válida, en caso contrario se dirá que la inferencia es inválida (no válida).

Ejemplos de análisis de inferencias usando el método analógico

A continuación se presentarán ejemplos de análisis de inferencia usando el método lógico, se incluirán ejemplos sencillos y ejemplos un poco más complejos. Sin embargo, para facilitar su comprensión y la resolución de los ejercicios propuestos, se ha incluido un cuadro resumen de las leyes, reglas y principios básicos más utilizados para realizar el análisis de inferencias (Cuadro 7, página anterior); consúltelo cada vez que tenga una duda y verifique la justificación de cada uno de los pasos con lo que aparece en el cuadro.

Señale si las inferencias son válidas:

Ejemplo 1. Si el mercurio es un metal entonces el mercurio es buen conductor de la electricidad. El mercurio es un metal. Por tanto, el mercurio es buen conductor de la electricidad.

Forma lógica o formalización:
p: el mercurio es un metal.
q: el mercurio es buen conductor de la electricidad.

Fórmula proposicional: $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow q$ = el mercurio es un metal entonces el mercurio es buen conductor de la electricidad.
(Premisa 2) p = el mercurio es un metal.

Conclusión (C): q = el mercurio es buen conductor de la electricidad.

Análisis inferencial:
C: q

(1) $p \rightarrow q$ Premisa 1.
(2) p Premisa 2.

---

(3) q *Modus Ponendo Ponens* (MPP) (1, 2).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 2. Cuando el río tiene corrientes muy fuertes es peligroso, el río no es peligroso. Entonces el río no tiene corrientes muy fuertes.

Forma lógica o formalización:
p: el río tiene corrientes muy fuertes.
q: el río es peligroso.

Fórmula proposicional: $[(p \rightarrow q) \wedge -q] \rightarrow -p$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow q$ = el río tiene corrientes muy fuertes entonces es peligroso.
(Premisa 2) $-q$ = el río no es peligroso.

Conclusión (C): $-p$ = el río no tiene corrientes muy fuertes.

Análisis inferencial:
C: -p

(1) $p \rightarrow q$ Premisa 1.
(2) $-q$ Premisa 2.

---

(3) $-p$ *Modus Tollendo Tollens* (MTT) (1, 2).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 3. Enrique representa al estado Carabobo en la Asamblea Nacional y tiene inmunidad parlamentaria. Los diputados tienen inmunidad. Enrique es diputado de la Asamblea Nacional porque estos tienen inmunidad parlamentaria. Por lo tanto, Enrique es diputado y representa al estado Carabobo.

Forma lógica o formalización:
p: Enrique representa al estado Carabobo en la Asamblea Nacional.
q: Enrique tiene inmunidad parlamentaria.
r: Los diputados tienen inmunidad parlamentaria.
s: Enrique es diputado de la Asamblea Nacional.

Fórmula proposicional: $\{[(p \wedge q) \wedge r \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow (s \wedge p)\}$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \wedge q$ = Enrique representa al estado Carabobo en la Asamblea Nacional y tiene inmunidad parlamentaria.
(Premisa 2) r = Los diputados tienen inmunidad parlamentaria.
(Premisa 3) $r \rightarrow s$ = Enrique es diputado de la Asamblea Nacional porque éstos tienen inmunidad parlamentaria.

Conclusión: $s \wedge p$ = Enrique es diputado y representa al estado Carabobo en la Asamblea Nacional y representa al estado Carabobo.

Análisis inferencial:
C: $s \wedge p$

(1) $p \wedge q$	Premisa 1.
(2) r	Premisa 2.
(3) $r \rightarrow s$	Premisa 3.
(4) p	Ley de simplificación (Simp.) (1).
(5) s	MPP (3, 2).
(6) $s \wedge p$	Conjunción (Conj.) (5, 4).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 4. Si el país es democrático, el pueblo determina su forma de gobierno y elige a sus gobernantes; el país es democrático. Luego, el pueblo determina su forma de gobierno y elige a sus gobernantes.

Forma lógica o formalización:
p: país es democrático.
q: el pueblo determina su forma de gobierno.
r: el pueblo elige sus gobernantes.

Fórmula proposicional: $\{[p \rightarrow (q \wedge r)] \wedge p\} \rightarrow (q \wedge r)\}$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow (q \wedge r)$ = el país es democrático entonces el pueblo determina su forma de gobierno y elige a sus gobernantes.
(Premisa 2) p = el país es democrático.

Conclusión (C): $q \wedge r$ = el pueblo determina su forma de gobierno y elige a sus gobernantes .

Análisis inferencial:
C: $q \wedge r$

(1) $p \rightarrow (q \wedge r)$	Premisa 1.
(2) p	Premisa 2.
(3) $q \wedge r$	MPP (1, 2).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 5. Si Nelson es más alto que William, entonces Eneida es más baja que Arelis; pero Eneida no es más baja que Arelis; si Nelson tiene la misma estatura que Iván, entonces Nelson es más alto que William; luego Iván y Nelson tienen la misma estatura.

Formalización o forma lógica:
p: Nelson es más alto que William.
r: Nelson tiene la misma estatura que Iván.
q: Eneida es más baja que Arelis.

Fórmula proposicional: $\{[(p \rightarrow q) \wedge (-q) \wedge (r \rightarrow q)] \rightarrow -r\}$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow q$ = si Nelson es más alto que William entonces María es más baja que Arelis.
(Premisa 2) $-q$ = Eneida no es más baja que Arelis.
(Premisa 3) $r \rightarrow q$ = si Nelson tiene la misma estatura que Iván, entonces Nelson es más alto que William.

Conclusión: $-r$ = Nelson e Iván no tienen la misma estatura.

Análisis inferencial:
C: -r

(1) $p \rightarrow q$	Premisa 1.
(2) $-q$	Premisa 2.
(3) $r \rightarrow p$	Premisa 3.
(4) $-p$ MTT	(*Modus Tollendo Tollens*) (1, 2).
(5) $-r$	MTT (3, 4).

Por tanto, la estructura es válida.
Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 6. Si Eros ganó la carrera; entonces, Pedro fue el segundo o Ramón fue el segundo. Si Pedro fue el segundo, entonces Eros no ganó la carrera. Si Carlos fue el segundo entonces, Ramón no fue el segundo. Eros ganó la carrera. Luego, Carlos no fue el segundo.

Formalización:
p: Eros ganó la carrera.
r: Ramón fue el segundo.
q: Pedro fue el segundo.
s: Carlos fue el segundo.

Fórmula proposicional: $|\{[p \rightarrow (q \vee r)] \wedge (q \rightarrow -p) \wedge (s \rightarrow -r) \wedge p\} \rightarrow -s|$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow (q \vee r)$ = Si Eros ganó la carrera; entonces, Pedro fue el 2º o Ramón fue el 2º.
(Premisa 2) $q \rightarrow -p$ = Si Pedro fue el 2º, entonces, Eros no ganó.
(Premisa 3) $s \rightarrow -r$ = Si Carlos fue el 2º, entonces, Ramón no fue el 2º.
(Premisa 4) p = Eros ganó la carrera.

Conclusión: $-s$ = Carlos no fue el 2º.

Análisis inferencial:
C: -s

(1) $p \rightarrow (q \vee r)$	Premisa 1.
(2) $q \rightarrow -p$	Premisa 2.
(3) $s \rightarrow -r$	Premisa 3.
(4) p	Premisa 4.
(5) $q \vee r$	Modus Ponendo Ponens (MPP) (1, 4).
(6) $-q$	Aplicación de MTT (Modus Tollendo Tollens) (2, 5).
(7) r	Aplicando MTP (Modus Tollendo Ponens) (5, 6).
(8) $-s$	Aplicando MTT $\left(\begin{array}{c} s \rightarrow -r \\ r \\ \hline -s \end{array}\right)$ (3, 7).

Por tanto, la estructura es válida.
Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 7. Si el delfín es un pez, entonces el delfín es ovíparo y tiene branquias. No es cierto que el delfín es ovíparo y tiene branquias. Por tanto, el delfín no es un pez.

Forma lógica o formalización:
p: el delfín es un pez.
q: el delfín es ovíparo.
r: el delfín tiene branquias.

Fórmula proposicional: $|\{[p \rightarrow (q \wedge r)] \wedge -(q \wedge r)\} \rightarrow -p|$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow (q \wedge r)$ = el delfín es un pez entonces el delfín es ovíparo y tiene branquias.
(Premisa 2) $-(q \wedge r)$ = No es cierto que el delfín es ovíparo y tiene branquias.

Conclusión (C): $-p$ = el delfín no es un pez.

Análisis inferencial:
C: -p

(1) $p \rightarrow (q \wedge r)$	Premisa 1.
(2) $-(q \wedge r)$	Premisa 2.
(3) $-p$	MTT (1, 2).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 8. Esta sustancia contiene hidrógeno o contiene oxígeno. No contiene hidrógeno. Por lo cual, contiene oxígeno.

Forma lógica o formalización:
p: la sustancia contiene hidrógeno.
q: la sustancia contiene oxígeno.
Fórmula proposicional: $\{ [(p \vee q)] \wedge -p] \rightarrow q \}$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \vee q$ = la sustancia contiene hidrógeno o la sustancia contiene oxígeno.
(Premisa 2) $-p$ = la sustancia no contiene hidrógeno.

Conclusión (C): q = la sustancia contiene oxígeno.

Análisis inferencial:
C: -p

(1) $p \vee q$	Premisa 1.
(2) $-p$	Premisa 2.
(3) q	*Modus Tollendo Ponens* (MTP) (1, 2).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 9. Los procesos químicos son naturales y están sometidos a las leyes de la naturaleza, o los procesos químicos son sobrenaturales. Es falso que los procesos químicos son sobrenaturales. En conclusión, los procesos químicos son naturales y están sometidos a las leyes de la naturaleza.

Forma lógica o formalización:
p: los procesos químicos son naturales.
q: los procesos químicos están sometidos a las leyes de la naturaleza.
r: los procesos químicos son sobrenaturales.

Fórmula proposicional: $|\{[(p \wedge q) \vee r] \wedge -r\} \rightarrow (p \wedge q)|$

En símbolos:
(Premisa 1) $(p \wedge q) \vee r$ = los procesos químicos son naturales y están sometidos a las leyes de la naturaleza o los procesos químicos son sobrenaturales.
(Premisa 2) $-r$ = es falso que los procesos químicos son sobrenaturales.

Conclusión (C): $p \wedge q$ = los procesos químicos son naturales y están sometidos a las leyes de la naturaleza.

Análisis inferencial:
C: $p \wedge q$

(1) $(p \wedge q) \vee r$	Premisa 1.
(2) $-r$	Premisa 2.
(3) $p \wedge q$	MTP (1, 2).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 10. Si acepto ese trabajo o dejo de pintar por falta de tiempo, no realizaré mis sueños. He aceptado el trabajo y no he dejado de pintar. Así pues, realizaré mis sueños.

Formalización:
p: aceptar el trabajo.
q: dejar de pintar.
r: realizar mis sueños.

Fórmula proposicional: $\{[(p \vee q) \rightarrow -r] \wedge (p \wedge -q)\} \rightarrow r$

En símbolos:
(Premisa 1) $(p \vee q) \rightarrow -r$ = Si acepto ese trabajo o dejo de pintar, no realizaré mis sueños.
(Premisa 2) $p \wedge -q$ = he aceptado el trabajo y no he dejado de pintar.

Conclusión: r = realizaré mis sueños.

Análisis inferencial:
C: r

(1) $(p \vee q) \rightarrow -r$	Premisa 1.
(2) $p \wedge -q$	Premisa 2.
(3) p	Simp. (2).
(4) $p \vee q$	Adición (2).
(5) $-r$	MPP (1, 4).

Por tanto, la estructura no es válida.
Respuesta: la inferencia es inválida o no válida.

Ejemplo 11. Si Hernán es profesor entonces da clases. Como da clases, tiene estudiantes. Por tanto, si Hernán es profesor tiene estudiantes.

Forma lógica o formalización:
p: Hernán es profesor.
q: Hernán da clases.
r: Hernán tiene estudiantes.

Fórmula proposicional: $\{[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)\}$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow q$ = Hernán es profesor entonces da clases.
(Premisa 2) $q \rightarrow r$ = Hernán da clases entonces tiene estudiantes.

Conclusión (C): $p \rightarrow r$ = Hernán es profesor entonces tiene estudiantes.

Análisis inferencial:
C: $p \rightarrow r$

(1) $p \rightarrow q$	Premisa 1.
(2) $q \rightarrow r$	Premisa 2.
(3) $p \rightarrow r$	Transitividad (Trans.) o Silogismo hipotético (SH) (1, 2).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 12. Estudié y aprobé el semestre. Entonces, es falso que no estudié.

Forma lógica o formalización:
p: Yo estudié.
q: Yo aprobé el semestre.

Fórmula proposicional: $[(p \wedge q) \rightarrow -(-p)]$

En símbolos:

(Premisa 1) p =	Estudié.
(Premisa 2) q =	Aprobé el semestre.
Conclusión (C): -(-p) =	Es falso que no estudié.

Análisis inferencial:
C: -(-p)

(1) p	Premisa 1.
(2) q	Premisa 2.
(3) p ∧ q	Conjunción (Conj.) (1, 2).
(4) p	Simplificación (Simp.) (3).
(5) -(-p)	Doble negación (DN) (4).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 13. Estudio educación; pero, si no me gustara dar clases no estudiaría educación. Por lo tanto, me gusta dar clases.

Forma lógica o formalización:
p: Yo estudio educación.
q: Me gusta dar clases.

Fórmula proposicional: {[p ∧ (-q → -p)] → q}

En símbolos:
(Premisa 1) p = estudio educación.
(Premisa 2) -q → -p = si no me gustara dar clases no estudiaría educación.

Conclusión (C): q = me gusta dar clases.

Análisis inferencial:
C: q

(1) p	Premisa 1.
(2) -q → -p	Premisa 2.
(3) q	MTT (2,1).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 14. 3 es menor que 4 porque 4 es mayor que 3. Además, 3 no es mayor que 4 y 3 es diferente de 4. Luego, 3 es menor que 4 porque 3 es diferente de 4.

Formalización o forma lógica:
p: 3 es menor que 4.
r: 3 es mayor que 4.
q: 4 es mayor que 3.
s: 3 es diferente de 4.

Fórmula proposicional: {[(q → p) ∧ (-r ∧ s)] → (s → p)}

En símbolos:
(Premisa 1) $q \rightarrow p$ = 3 es menor que 4 porque 4 es mayor que 3.
(Premisa 2) $-r \wedge s$ = 3 no es mayor que 4 y 3 es diferente de 4.

Conclusión: $s \rightarrow p$ = Luego, 3 es menor que 4 porque 3 es diferente de 4.

Análisis inferencial:
C: $s \rightarrow p$

(1) $q \rightarrow p$	Premisa 1.
(2) $-r \wedge s$	Premisa 2.
(3) s	Simp. (2).
(4) $s \vee p$	Adic. (3).
(5) $-s \rightarrow p$	Cond./Disy. (4).

Por tanto, la estructura no es válida.
Respuesta: la inferencia es inválida.

Ejemplo 15. Si anochece, nos quedaremos en este lugar a cenar o a dormir. Si nos quedamos a cenar o a dormir, no iremos mañana al teatro. Pero, sí iremos mañana al teatro. Por consiguiente, no anochece y no nos quedaremos a cenar ni a dormir.

Formalización:
p: Anochece.
r: Nos quedaremos a dormir.
q: Nos quedaremos a cenar.
s: Iremos mañana al teatro.

Fórmula proposicional: $|\{[p \rightarrow (q \vee r)] \wedge [(q \vee r) \rightarrow -s] \wedge s\} \rightarrow [-p \wedge (-q \wedge -r)]|$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow (q \vee r)$ = Si anochece, nos quedaremos en este lugar a cenar o a dormir.
(Premisa 2) $(q \vee r) \rightarrow -s$ = Si nos quedamos a cenar o a dormir, no iremos mañana al teatro.
(Premisa 3) s = Sí iremos mañana al teatro.

Conclusión: $-p \wedge (-q \wedge -r)$ = No anochece y no nos quedaremos a cenar ni a dormir.

Análisis inferencial:
C: $-p$

(1) $p \rightarrow (q \vee r)$	Premisa 1.
(2) $(q \vee r) \rightarrow -s$	Premisa 2.
(3) s	Premisa 3.
(4) $p \rightarrow -s$	Trans. (1, 2).
(5) $-p$	MTT (4, 3).
(6) $-p \vee -r$	Adic. (5).
(7) $-(p \wedge r)$	Negación alterna (NAlt.) (6).
(8) $-r$	Simp. (7).

(9) $-r \vee - q$ Adic. (8).
(10) $-(r \wedge q)$ NAlt. (9).
(11) $-q$ Simp. (10).
(12) $-q \wedge -r$ Conj. (11, 8).
(13) $-p \wedge (-q \wedge -r)$ Conj. (5, 12).

Por tanto, la estructura es válida.
Respuesta: la inferencia es válida.

Ejemplo 16. Si soy un ser humano, entonces razono. Pero, si no estoy despierto no razono. Sin embargo, soy un ser humano. Entonces, no estoy despierto y razono.

Forma lógica o formalización:
p: yo soy un ser humano.
q: yo razono.
r: yo estoy despierto.

Fórmula proposicional: $\{[(p \rightarrow q) \wedge (-r \rightarrow -q) \wedge p] \rightarrow (-r \wedge q)\}$

En símbolos:
(Premisa 1) $p \rightarrow q$ = soy un ser humano entonces razono.
(Premisa 2) $-r \rightarrow -q$ = si no estoy despierto no razono.
(Premisa 3) p = soy un ser humano.

Conclusión (C): $-r \wedge q$ = no estoy despierto y razono.

Análisis inferencial:
C: $-r \wedge q$

(1) $p \rightarrow q$ Premisa 1.
(2) $-r \rightarrow -q$ Premisa 2.
(3) p Premisa 3.

---

(4) q MPP (1,3).
(5) r MTT (2,4).
(6) $q \wedge r$ Conjunción (Conj.) (4, 5).
(7) $r \wedge q$ Conm. (6).

Respuesta: la inferencia es inválida.

Ejemplo 17. 8 es mayor que 2 si 2 es menor que 8. Pero, 2 es diferente de 8 si 2 es menor que 8. En consecuencia, 2 es menor que 8 y diferente de 8 si 8 es mayor que 2.

Formalización:
p: 8 es mayor que 2 $(8 > 2)$.
r: 2 es diferente de 8 $(2 \neq 8)$.
q: 2 es menor que 8 $(2 < 8)$.

Fórmula proposicional: $[(q \rightarrow p) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)]$

En símbolos:
(Premisa 1) $q \rightarrow p$ = 8 es mayor que 2 si 2 es menor que 8.
(Premisa 2) $q \rightarrow r$ = 2 es diferente de 8 si 2 es menor que 8.

Conclusión: $p \rightarrow (q \wedge r)$= 2 es menor que 8 y diferente de 8 si 8 es mayor que 2.

Análisis inferencial:
C: $p \rightarrow (q \wedge r)$

(1) $q \rightarrow p$	Premisa 1.
(2) $q \rightarrow r$	Premisa 2.
(3) $-(q \wedge -p)$	Cond./Conj. (1).
(4) $-(-p)$	Simp. (3).
(5) p	DN (4).
(6) q	MPP (1, 5).
(7) r	MPP (2, 6).
(8) $q \wedge r$	Conj. (6, 7).
(9) $(q \wedge r) \vee -p$	Adic. (8).
(10) $-p \vee (q \wedge r)$	Conm. (9).
(11) $p \rightarrow (q \wedge r)$	Cond./Disy. (10).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejercicios propuestos

Determine la validez o invalidez de las siguientes inferencias usando el método analógico:

1. Si no hace frío, el lago no se helará. Si se hiela el lago, se puede patinar sobre el hielo. No hace frío. Por ende, el lago no se helará y no se podrá patinar.
2. Si Jesús está en el partido de béisbol, no está en su casa frente al televisor. No está en su casa frente al televisor. En consecuencia, está en el partido de béisbol.
3. $x \neq 0 \rightarrow x - y > 1$. Pero, $x = 0$. Entonces, $x - y > 1$.
4. Si esta planta no crece o se marchita, entonces o necesita más agua o necesita un mejor abono. Esta planta no crece pero no se marchita. Es decir, necesita un mejor abono.
5. Si $x + y = z$, entonces, $y + x = z$; $x + y = z$. Por lo tanto, $y + x = z$.
6. Animsay es profesora o contadora. Si es profesora trabaja en un liceo. Pero, si es contadora, tiene un despacho. No es cierto que es contadora. Por lo cual, es profesora y trabaja en un liceo.
7. Si el presidente de la república sale del territorio nacional, el vicepresidente se encarga del despacho. El presidente sale del territorio nacional. Por tanto, el vicepresidente se encarga del despacho.
8. De elevarse los impuestos, aumentará la inflación. Subirán los precios de las viviendas si sube la inflación. En consecuencia, de elevarse los impuestos subirán los precios de las viviendas.
9. Si Wendy es melómana, tiene afición desmedida por la música. Si es melómana, no es megalómana. Por tanto, Wendy no es megalómana si tiene afición desmedida por la música.

10. Si el reloj de Julio está adelantado 10 minutos, entonces José Guillermo llegó a las 10 pm y no vio partir a Julio. Si Julio dice la verdad se fue antes de las 10 pm, entonces, José Guillermo no vio partir a Julio. Por lo cual, Julio partió antes de las 10 pm.
11. Si Heidi invierte en el mercado de valores entonces se hará rica. Si se hace rica, entonces será feliz. En consecuencia, si ella invierte en el mercado de valores, será feliz.
12. Si un triángulo tiene tres ángulos, un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos. Si los rombos tienen cuatro ángulos rectos, los rectángulos no tienen cuatro ángulos rectos. Por consiguiente, los rombos no tienen cuatro ángulos rectos.
13. Aprobaré lógica si estudio. Y aprobaré lógica si y solamente si estudio y hago todos los ejercicios. Sin embargo, no he hecho todos los ejercicios. Así que, no aprobaré lógica.
14. Erick sigue estudiando o reprueba el examen de física. Si no aprueba el examen de física, perderá la beca y se tendrá que retirar de la universidad. Por lo cual, seguirá estudiando.
15. Si no apruebas el examen o no resuelves este problema, entonces, no es cierto que hayas estudiado o que domines la deducción lógica. Pero, no dominas la deducción lógica, aunque has estudiado. En consecuencia, no aprobarás el examen y no resolverás este problema.
16. Cuando existe libertad de expresión, se está en una sociedad libre. Si hay libertad de expresión, entonces no tiene sentido la censura de la prensa. Esto implica que si es esta una sociedad libre, no tiene sentido la censura de prensa.
17. Aumentará la inflación, a menos que se incremente la producción nacional y se moderen los precios de los artículos de primera necesidad. Siempre que se moderen los precios pero no se incremente la producción nacional y sólo se regulen los precios de estos artículos, la economía se resiente. Por tanto, para que se moderen los precios de los artículos de primera necesidad, es necesario que se incremente la producción nacional.
18. Ninguna persona que sea artista es insensible. Solo una persona sensible y que le guste la música y la pintura, entonces será artista. Por lo cual, si le gusta la música o la pintura, entonces es sensible.
19. Si Humberto tiene 30 años, entonces Humberto tiene la misma edad que Mireya. Si Militza tiene edad diferente que Humberto, entonces Militza tiene edad diferente que Mireya. Humberto tiene 30 años y Militza tiene la misma edad que Mireya. Por lo tanto, Militza tiene la misma edad que Humberto y Humberto tiene la misma edad que Mireya.
20. Si no hay créditos gubernamentales para la agricultura, vendrá la baja de la producción agrícola. Si hay una baja de la producción agrícola, no habrá estabilidad en los precios de la canasta básica. Hay estabilidad en los precios de la canasta básica o hay aumento de estos precios. Es un hecho que habrá aumento de los precios de la canasta. Luego, hay créditos gubernamentales para la agricultura.
21. Porque Ricardo ahorró dinero, podrá estudiar y viajar en vacaciones. Ricardo se divierte o ahorra dinero. No se divertirá. Por ende, viajará en vacaciones.
22. A la vez, si un cuadro blanco está al lado de un cuadro negro y el rey está inicialmente en un cuadro blanco, la reina está en un cuadro negro. Si el rey no está en un cuadro negro, la reina no está en un cuadro blanco. El rey está en un cuadro negro. Por ende, la reina no está en un cuadro blanco.

23. 7 es un número natural y, o bien es un número impar o impar. Es falso que 7 es un número par y no es número natural. Por ende, 7 es un número natural y es un número impar.

24. Si María no paga el consumo eléctrico, le cortarán la electricidad. Y si la paga, entonces se quedará sin dinero o quitará prestado. Y si María se queda sin dinero y pide prestado, no podrá pagar la deuda. Por lo tanto, ella pagará el consumo eléctrico.

25. Si encuentro premisas o faltan ejercicios, entonces termino mi tarea. Si el texto está claro y tengo creatividad, encuentro premisas. Pero, no terminaré mi tarea. Luego, me falta creatividad o el texto no está claro.

26. Si $x < 3y$, $x > y$, entonces $x + y > x$. Si $y < 0$ entonces $x + y < x$. Pero, $y < 0$, y $x < 3$. En consecuencia, $x + y > x$.

27. Ni Alfonso ni Yadira estudian medicina. Si Alfonso estudia ingeniería o Nayibi estudia medicina, Yadira no estudia educación o es profesora. Yadira estudia educación y Alfonso estudia ingeniería. Por lo tanto, Nayibi estudia medicina.

28. Si Extraño es el primer apellido en orden alfabético o Muñoz es el tercero, no hay apellidos que empiecen por A en la lista. Pero, si Extraño no es el primer apellido o Muñoz no es el tercero, hay apellidos que empiezan por A o por B. Hay apellidos que empiezan por B. Luego, Extraño no es el primer apellido en la lista, pero Muñoz sí es el tercero.

Demostración de teoremas lógicos a partir de premisas conocidas

A este tipo de demostraciones se les denomina también como *prueba formal de validez*. Se utiliza el método analógico o método general de la deducción, que consiste en el uso de reglas, principios y leyes lógicas en confrontación con las premisas iniciales para derivar conclusiones parciales sucesivas, que se van confrontando entre sí, y que conducen a la derivación de una conclusión de la inferencia.

Si la conclusión es consistente con esas deducciones se dirá que la inferencia es válida, y si no se logra obtener la misma conclusión se dirá que la inferencia es no válida o, también puede suceder, que hubo un error durante el proceso de análisis. Por lo cual, hay que ser muy cuidadoso al momento de realizar las confrontaciones y comparaciones. Al utilizar este método, Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández (s.f.) enumeran los siguientes pasos:

1) Detallar las premisas identificándolas con un número al lado izquierdo y colocarlas en líneas sucesivas.
2) Aplicar las leyes, reglas y principios lógicos combinándolas con las premisas iniciales; lo cual conduce a conclusiones parciales y a nuevas combinaciones que llevan a la conclusión final.
3) A cada conclusión parcial se le colocará al lado derecho las justificaciones de cada paso dado; es decir, se indicarán leyes, reglas y/o principios utilizados para obtener la conclusión parcial y el número de las premisas combinadas.

Ejemplos:

Demuestre la validez de las fórmulas lógicas, usando el método analógico:

1. C: m

(1) $r \rightarrow s$	Premisa 1.
(2) $-r \rightarrow m$	Premisa 2.
(3) $-s$	Premisa 3.
(4) $-r$	MTT (1,3).
(5) m	MPP (2,4).

Respuesta: es válida la expresión.

2. C: $-t$

(1) $p \rightarrow q$	Premisa 1.
(2) $q \wedge q$	Premisa 2.
(3) $p \vee t$	Premisa 3.
(4) q	Ídem potencia (2).
(5) $-p$	MTT (1,4).
(6) t	MTP (3,5).

Respuesta: es inválida la expresión.

3. C: $-r$

(1) $p \vee q$	Premisa 1.
(2) $p \rightarrow r$	Premisa 2.
(3) $-q$	Premisa 3.
(4) p	MTT (1,3).
(5) $-r$	MPP (2,4).

Respuesta: es válida la expresión.

4. C: n

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$	Premisa 1.
(2) $-r \rightarrow n$	Premisa 2.
(3) $-s$	Premisa 3.
(4) $-r$	MTT (1,3).
(5) n	MPP (2,3).

Respuesta: es válida la expresión.

5. C: $p \wedge q$

(1) p	Premisa 1.
(2) $r \wedge -q$	Premisa 2.
(3) $-q$	Simp. (2).
(4) $p \wedge -q$	Conj. (1,3).

Respuesta: es inválida la expresión.

6. C: $p \rightarrow m$

(1) q	Premisa 1.
(2) $p \rightarrow -q$	Premisa 2.
(3) $-p$	MTT (2,1).
(4) $-p \vee m$	Adición (3).
(5) $p \rightarrow m$	Cond. (4).

Respuesta: es válida la expresión.

7. C: $-t \wedge -p$

(1) $-(s \wedge r)$	Premisa 1.
(2) $-r \rightarrow -t$	Premisa 2.
(3) $-s \rightarrow p$	Premisa 3.
(4) $-p$	Premisa 4.
(5) s	MTT (3,4).
(6) $-s \vee -r$	De Morgan a (1).
(7) $-r$	MTP (5,6).
(8) $-t$	MPP (2,7).
(9) $-t$	Ad. (8,4).

Respuesta: es válida la expresión.

8. C: $p \rightarrow m$

(1) $p \wedge -t$	Premisa 1.
(2) $s \rightarrow t$	Premisa 2.
(3) $s \vee q$	Premisa 3.
(4) $(q \wedge p) \rightarrow m$	Premisa 4.
(5) $-t$	Simp. (1).
(6) $-s$	MTT (2,5).
(7) q	MTP (3,6).
(8) p	Simp. (3,6).
(9) $q \wedge p$	Conj. (7,8).
(10) m	MPP (4,9).

Respuesta: es válida la expresión.

9. C: p ∧ (q → r)

(1) p	Premisa 1.
(2) q → s	Premisa 2.
(3) s → r	Premisa 3.
(4) q → r	Trans. (2,3).
(5) p ∧ (q → r)	Conj. (1,4).

Respuesta: es válida la expresión.

10. C: s ∧ p

(1) -(p ∧ -s)	Premisa 1.
(2) p	Premisa 2.
(3) -p ∧ s	De Morgan (1).
(4) s	MTP (3,2).
(5) s ∧ p	Conj. (4,2).

Respuesta: es válida la expresión.

11. C: -q ∧ -t

(1) p ∨ -q	Premisa 1.
(2) r → s	Premisa 2.
(3) s → t	Premisa 3.
(4) -p ∧ r	Premisa 4.
(5) r → t	Transitivo (2,3).
(6) -p	Simp. (4).
(7) -q	MTP (6,1).
(8) r	Simp. (4).
(9) s	MPP (2,8).
(10) t	MPP (3,9).
(11) -q ∧ t	Conj. (7,10).

Respuesta: es inválida la expresión.

12. C: m ∧ t

(1) p → (q ∧ r)	Premisa 1.
(2) s → -r	Premisa 2.
(3) p ∨ p	Premisa 3.
(4) s ∨ m	Premisa 4.
(5) (q ∧ t) ∨ t	Premisa 5.
(6) p	Ídempotencia (3).
(7) q ∧ r	MPP (1,6).
(8) r	Simp. (7).
(9) -s	MTT (2,8).
(10) m	MTP (4,9).
(11) t	Absorción (5).
(12) m ∧ t	Conj. (10,11).

Respuesta: es válida la expresión.

13. C: -s ∧ -t

(1) p → -s	Premisa 1.
(2) r ↔ t	Premisa 2.
(3) p ∧ r	Premisa 3.
(4) p	Simp. (3).
(5) r	Simp. (3).
(6) -s	MPP (1,4).
(7) (r → t) ∧ (t → r)	BiCond. (2).
(8) r → t	Simp. (2,8).
(9) t	MPP (7,8).
(10) -s ∧ t	Conj. (5,9).

Respuesta: es válida la expresión.

14. C: t ∨ (q ∧ r) ∨ -p

(1) -p → q	Premisa 1.
(2) -p ∧ r	Premisa 2.
(3) -p	Simp. (2).
(4) q	MPP (1,3).
(5) r	Simp. (2).
(6) q ∧ r	Conj. (4,5).
(7) (q ∧ r) ∨ t	Adic. (6).
(8) t ∨ (q ∧ r)	Conm. (7).
(9) t ∨ (q ∧ r) ∨ -p	Adic. (8).

Respuesta: es válida la expresión.

15. C: -(s ∨ -p)

(1) –(s ∨ -q)	Premisa 1.
(2) –q → r	Premisa 2.
(3) -p ∧ -r	Premisa 3.
(4) -r	Simp. (3).
(5) q	MTT (2,4).
(6) -s	MTP (1,5).
(7) -p	Simp. (3).
(8) –s ∧ -p	Conj. (6,7).
(9) –(s ∨ p)	Negación. conjunta (8).

Respuesta: es inválida la expresión.

16. C: (m → t) ∧ s

(1) s → -m	Premisa 1.
(2) -p → t	Premisa 2.
(3) s ∨ -p	Premisa 3.
(4) p	Premisa 4.
(5) -m ∨ t	Dilema C. (1,2,3).
(6) -(m ∧ -t)	NConj. (De M) (5).
(7) m → t	Cond./Conj. (6).
(8) s	MTP (3,4).
(9) (m → t) ∧ s	Conj. (7,8).

Respuesta: es válida la expresión.

Ejercicios propuestos

Escribir la conclusión correcta aplicando la regla o ley lógica que se indica:

1. (1) $(p \vee q \vee r) \wedge (-p \vee -q \vee -r)$ (Simp.)
2. (1) $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow -t$ (2) $-s \rightarrow (p \vee q \vee r)$ (3) $(p \wedge q \wedge r) \vee -s$ (DC)
3. (1) $-(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)$ (2) $-(r \rightarrow s)$ (MTT)
4. (1) $(p \rightarrow q) \vee -(r \wedge s)$ (2) $r \wedge s$ (SD ó MTP)
5. (1) $(-s \rightarrow -r) \rightarrow -(-p \wedge -q)$ (2) $-p \wedge -q$ (MTT)

Demostrar si los siguientes argumentos son válidos o no, justificar cada paso:

1. C: $-t$

(1) $-p \vee q$
(2) $-p \rightarrow r$
(3) $-q$

2. C: $(r \wedge q) \vee -p$

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$
(2) p
(3) q

3. C: $-r \wedge m$

(1) $r \rightarrow s$
(2) $-r \rightarrow m$
(3) $-s$

4. C: $q \wedge t \wedge s$

(1) $-t \vee q$
(2) $s \rightarrow t$
(3) $(s \rightarrow p) \rightarrow q$

5. C: $t \rightarrow r$

(1) $p \rightarrow q$
(2) $(p \rightarrow r) \rightarrow -s$
(3) $-q \rightarrow r$
(4) $s \vee -t$

6. C: q

(1) $-p$
(2) $p \rightarrow (q \vee r)$
(3) $(q \vee -r) \wedge -r$

7. C: $-(p \vee -s)$

(1) $-p$
(2) $p \vee q$
(3) $-q \rightarrow r$
(4) $-r \rightarrow -s$

8. C: $-t \wedge -r$

(1) $(p \vee (p \wedge r)$
(2) $q \rightarrow -s$
(3) $-r$
(4) $-s$
(5) $p \vee -t$

9. C: $s \wedge -r$

(1) $-q \rightarrow r$
(2) $-q \rightarrow r$
(3) $s \vee p$
(4) $-(r \wedge -p)$
(5) $p \rightarrow -(-r \vee q)$

10. C: $q \wedge q$

(1) $(t \vee -p) \rightarrow s$
(2) $q \rightarrow t$
(3) $-s \vee -t$
(4) $q \rightarrow -(-t \wedge p)$
(5) $(q \wedge r) \vee q$

Indicar en los espacios en blanco la justificación de los pasos en las siguientes demostraciones:

1. C: -t

(1) p → s
(2) (s ∧ r) → -t
(3) q → r
(4) p ∧ q

---

(5) p …
(6) s …
(7) q …
(8) r …
(9) s ∧ r …
(10) –t …

2. C: -r ∧ -p

(1) p → -q
(2) -r ∧ q

---

(3) q …
(4) –p …
(5) -r …
(6) –p ∧ -r …
(7) –r ∧ -p …

3. C: -p ∧ q

(1) p → -q
(2) –(r ∨ -q)

---

(3) –r ∧ q …
(4) q …
(5) –p …
(6) –p ∧ q …

4. C: p ∧ s

(1) r → s
(2) p → -q
(3) p ∧ r

---

(4) p …
(5) –q …
(6) r …
(7) s …
(8) p ∧ s …

5. C: (q ∧ m) ∨ t

(1) p → q
(2) –p ∧ m

---

(3) –p …
(4) q …
(5) m …
(6) q ∧ m …
(7) (q ∧ m) ∨ t …

6. C: -p ∧ q

(1) p → -s
(2) r ∧ m
(3) p ∧ r

---

(4) –s …
(5) m …
(6) –s ∧ m …

5

TEORÍA ELEMENTAL DE CONJUNTOS

- La teoría de conjunto puede ser aplicada en diversas áreas del conocimiento como: matemática, física, ciencias de la educación, estadística, computación, economía, medicina, genética, biología, ingeniería, mercadeo, entre otras. En educación puede ser utilizada sobre todo para el área demográfica, considerando la localidad, la edad, el sexo, las calificaciones u otros aspectos o variables presentes en la actividad educativa.
- La teoría de conjuntos permite visualizar interrelaciones entre componentes de un problema, de cada una de sus partes y con el todo. A continuación trataremos el **álgebra de conjuntos**.

CONCEPTUALIZACIÓN

Navarro (1970) define a un conjunto como "…colección de objetos o entes de cualquier naturaleza concreta o abstracta" (p. 295). Mientras que Mendiola (1980) considera que un "conjunto es una colección o agrupación de objetos" (p. 559). Al respecto, Burgos (1972) y Rojo (1972) señalan que es un concepto considerado primitivo y, por ello, no se puede definir.

Además, Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández (s.f.) señalan que un conjunto "…es toda agrupación de elementos u objetos materiales o abstractos que tienen una característica común" (p. 64). Del mismo modo, Mendiola (*ob. cit.*) indica que los conjuntos deben estar bien definidos mediante un criterio.

Así mismo, a cada uno de los objetos o entes que conforman un conjunto se les denomina **elemento** o **miembro** del conjunto. Ejemplos de conjuntos: Los jugadores de un equipo (béisbol, fútbol, tenis, etc.); Los venezolanos; Las personas que estudian en una universidad; Los días de la semana; Los satélites de la Tierra; Los planetas del Sistema Solar; Las personas de la tercera edad, entre otros.

Notación (el lenguaje de conjuntos)

Los conjuntos se denotan utilizando las letras del alfabeto en mayúsculas (A, B, C, D,…) y a sus elementos con letras minúsculas (a, b, c,…, a_1, a_2,…, a_n, b_i,…, etc.), a menos que los elementos sean a su vez otros conjuntos. Sin embargo, pueden utilizarse números, letras griegas u otra denominación. Por otra parte, los elementos que conforman un conjunto se encierran, a su vez, entre llaves ({ }) y separados entre sí por comas. También se utilizan símbolos tales como:

$\in$ (*pertenencia*): $a \in A$ se lee: "a pertenece al conjunto A"

$\notin$ (*no pertenencia*): $b \notin A$ se lee: "b no pertenece al conjunto A"

$\forall$ *paratodo* (cuantificador universal)

$\exists$ *existe* (cuantificador existencial)

/ *tal que*

= *igual que*

≠ *diferente*

(,) *paréntesis*

Algunos *símbolos lógicos* como: $\wedge$ (conjunción), $\vee$ (disyunción),
$\rightarrow$ (implicación), $\leftrightarrow$ (equivalencia), etc.

Los símbolos lógicos $\forall$ (para todo, cuantificador universal) y $\exists$ (pertenencia o existencia, cuantificador existencial) se utilizan para enunciar proposiciones lógicas en Matemática, relativas a objetos matemáticos (Pérez, Martín, Barbero, Farran y Arratia, 2009); y son utilizados, particularmente, en la teoría de conjuntos. Respecto a los conjuntos, estos autores muestran el uso de esa simbología a través de los siguientes enunciados: Sea A un conjunto y p(x) una proposición o propiedad que hace referencia a un elemento x.

- **Cuantificador universal:** La expresión $\forall\ x \in A \Rightarrow p(x)$ se lee "para todo elemento x que pertenece al conjunto A se verifica la propiedad p(x)", representa la proposición.

$$A = \{x \in A: p(x)\}$$

- **Cuantificador existencial:** La expresión $\exists\ x \in A|\ p(x)$ se lee "existe un elemento x que pertenece al conjunto A tal que se cumple la propiedad p(x)", representa la proposición.

$$\{x \in A: p(x)\} \neq \emptyset$$

La negación de cualquiera de las dos proposiciones anteriores se realiza negando la proposición p(x) y cambiando el cuantificador universal por el cuantificador existencial, o viceversa. Así, la **negación** de la proposición $\forall\ x \in A \Rightarrow p(x)$ es "$\exists\ x \in A|\ p(x)$", mientras que la negación de "$\exists\ x \in A \mid p(x)$" es "$\forall\ x \in A \Rightarrow p(x)$".

Definición o determinación de conjuntos

Definir un conjunto es indicar cuáles son sus elementos, estará bien definido cuando se conocen, sin lugar a dudas, cuáles son los elementos que pertenecen a él y cuáles no pertenecen a ese conjunto (Navarro, 1970). Cuando no podemos establecer cuáles son, sin lugar a dudas los elementos, no estamos en presencia de un conjunto. Ejemplo: los estudiantes que no entienden a su profesor; no sería un conjunto.

Existen dos formas de definir o determinar un conjunto: por extensión y por comprensión. Según Navarro (*ob. cit.*), un conjunto está definido por **extensión** "…cuando se enumeran cada uno de los elementos [del conjunto]" (p. 297) y está definido por **comprensión** "…cuando se da una propiedad o atributo que es común a todos los elementos del conjunto" (p. 296).

Los conjuntos por extensión están definidos (Mendiola, 1980; Rojo, 1972) cuando se enumeran todos los elementos que los componen; y en los definidos por comprensión, se enuncia una propiedad común que caracteriza a los elementos que conforman el conjunto y solamente de ellos, sin ambigüedad. Ejemplos de conjuntos definidos por extensión:

- $A = \{a_1, a_2, a_3, ...\}$
- B = {a, e, i, o, u}
- C = {1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}
- D = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}
- E = {Jesús, María, José}
- $F = \{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$
- T = {Venezuela, Colombia, Panamá, Ecuador, Perú, Bolivia}

Ejemplos de conjuntos definidos por comprensión:

- $A = \{ai / i \in N\}$
- B = {Las vocales}
- C = {$x \in N$/ x es número primo, $0 < x \leq 25$}
- D = {x / x es día de la semana}
- E = {x / $x \in$ sagrada familia}
- $F = \{x \in R / x2 - 5 = 3\}$
- G = {$x \in Q$/ x tiene denominador impar}

Sin embargo, si decimos: Los cinco mejores estudiantes de todos los tiempos; no es un conjunto porque no está bien definido.

Tipos de conjuntos

Se pueden identificar los siguientes tipos (Corral, 2014d; Mendiola, 1980; Navarro, 1970; Rojo, 1972; Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f.):

- **Conjuntos finitos:** se pueden contar o enumerar todos sus elementos.

  Ejemplos: A = {Los meses del año}; B = {Los números naturales menores que 15}.

- **Conjuntos infinitos:** cuando no pueden enumerarse todos sus elementos. La determinación de conjuntos infinitos por extensión en su totalidad no es posible, por ello se trabajan casi exclusivamente con definiciones por comprensión a través de propiedades. Ejemplos:

  P = {x ∈ N/ x es un número primo}
  Los conjuntos numéricos:
  N conjunto de números naturales: N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7,...}.
  Z conjunto de números enteros: Z = {…, -4, -3, -2, -1, 0. 1, 2, 3, 4,…}.
  Q conjunto de números racionales o fraccionarios.
  R conjunto de números reales.
  C conjunto de números complejos.

- **Conjuntos notables:**

  Conjuntos unitarios: aquellos que poseen solo un elemento. Ejemplos:

  L = {x/x es satélite de la Tierra}; D = {x/x es navidad}

  Conjunto vacío: es aquel que no contiene elementos, carece de elementos; es decir, ningún elemento pertenece al conjunto, se denota con la letra griega fi (ϕ) o por { }. Ejemplos: E = {x ∈ R/ x ≠ x} = ϕ = { }

  F = {x ∈ N/ x + 1 = 0} = ϕ = { }

  Æ: el *conjunto vacío*, carece de elementos.

  Conjunto universal o conjunto referencial: está formado por todos los conjuntos de un sistema dado o del contexto de un problema, se denota por U. Ejemplos: Si un problema está circunscrito en el conjunto de los números reales: U = R.

Relaciones entre conjuntos

Se distinguen (Mendiola, 1980; Navarro; 1970) las siguientes relaciones entre conjuntos:

Subconjuntos (resulta de la inclusión): se dice que un conjunto A es subconjunto o parte de B o está incluido en B cuando todos los elementos de A están en B. Se denota: A ⊂ B. La operación asociada se denomina **inclusión**. Cuando dos conjuntos A y B no son subconjuntos se expresan: A ⊄ B.

De hecho, a menos que dos conjuntos sean iguales (A = B), si A ⊂ B, por lo regular, B ⊄ A (propiedad antisimétrica). Esta sería la inclusión estricta, cuando exista la posibilidad de que A = B, la inclusión se escribiría como $A \subseteq B$. Cumple con las siguientes propiedades:

- **Propiedad reflexiva:** $A \subset A$
- **Propiedad transitiva:** $A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C$
- **El conjunto vacío** es subconjunto de todos los conjuntos: $\phi \subset A$

Conjuntos iguales: dos conjuntos A y B son iguales si tienen los mismos elementos. A = B si y solo si todo elemento de A está en B y todo elemento de B está en A. Es decir, si $A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$.

Ejemplo: Sean $A = \{x \in N / x \text{ es número par}\}$ y $B = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 2\}$; por lo tanto, A = B.

Conjuntos diferentes: dos conjuntos son diferentes ($A \neq B$) cuando se diferencian al menos en uno de sus elementos.

Ejemplo: Sean $C = \{x \in N / 3 < x < 8\}$ y $D = \{x \in N / 1 \leq x < 7\}$, entonces $C \neq D$.

Conjuntos disjuntos: dos conjuntos son disjuntos cuando no tienen ningún elemento en común.

Ejemplo: Sean E = {las vocales} y F = {las consonantes}, luego son disjuntos.

Conjuntos solapados: dos conjuntos son solapados cuando tienen por lo menos un elemento en común.

Ejemplo: Sean $C = \{x \in N / 3 < x < 8\}$ y $D = \{x \in N / 1 \leq x < 7\}$, son diferentes, es decir, $C \neq D$ y son solapados porque tienen algunos elementos en común. En este caso{4, 5, 6}.

Conjunto de partes: es un conjunto que tiene como elementos a todos los subconjuntos del conjunto dado, incluyendo al conjunto vacío y al mismo conjunto. También se le denomina como: **conjunto potencia**.

$P(A) = \{X / X \subset A\}$. Ejemplo: Sea A = {1, 2, 3}; los subconjuntos de A son: ϕ; $A_1 = \{1\}$; $A_2 = \{2\}$; $A_3 = \{3\}$; $A_4 = \{1, 2\}$; $A_5 = \{1, 3\}$; $A_6 = \{2, 3\}$ y A.

Por tanto, el conjunto de partes de A: $P(A) = \{\phi, A_1; A_2; A_3; A_4; A_5; A_6; A\}$

$$P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

Ejercicios Propuestos

Defina por extensión los siguientes conjuntos:

1. A = {los puntos cardinales}.
2. B = $\{x \in N / 3 < x \leq 10\}$.
3. C = $\{x \in N /$ x es múltiplo de 3$\}$.
4. D = $\{x \in Z / \; x2 - 6 = 15\}$.

Defina por comprensión los siguientes conjuntos:

1. A = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}.
2. B = {5, 10, 15, 20, 25 }.
3. C = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) y cuáles falsas (F):

1. D = $\{x / x \in Q, 0 < x < 1\}$ es finito.
2. $\{\phi\}$ no es un conjunto vacío.
3. Un conjunto finito puede ser determinado por extensión.
4. Los conjuntos {a, b, c} y {b, c, a} son iguales.
5. El número cero (0) es igual al conjunto vacío.
6. El conjunto vacío es un conjunto sin elementos.
7. 4 es un elemento del conjunto de los números naturales.
8. Las expresiones { } y ϕ son equivalentes.
9. $\{\phi\}$ es un conjunto unitario.
10. El número cero es un elemento de N.
11. El número de átomos de un cuerpo es un conjunto finito.
12. $Z \subset Z$
13. Z es un conjunto universal o referencial de N.
14. Si A = B, entonces las definiciones por extensión de A y B son iguales.

Escribir con notación abreviada:

1. x pertenece a Q.
2. A es subconjunto de D.
3. f no es miembro de G.
4. H no está incluido en B.
5. A no es subconjunto Z.

Basándose en los requerimientos que determinan un conjunto, identifique cuáles son o no conjuntos:

1. Los peores programas de televisión.
2. Las semanas tienen ocho días.
3. Los estados de Venezuela.
4. Los mejores estudiantes del mundo.

Indica al menos dos elementos del siguiente conjunto: D = {$x \in N$ / $x < 10$}.

Dado el conjunto B = {a, b. c, d} determine el conjunto de las partes de B: P (B).

Dados los conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 5}; B = {2, 3, 4} y C = {2, 4, 5}, indica cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas:

$A \not\subset A \quad A \subset B \quad B \subset C \quad \phi \not\subset B \quad C \subset A \quad B = C \quad B \not\subset A \quad 2 \in A$

¿Cuáles de los siguientes conjuntos son finitos o infinitos?

A = {Los meses del año}.

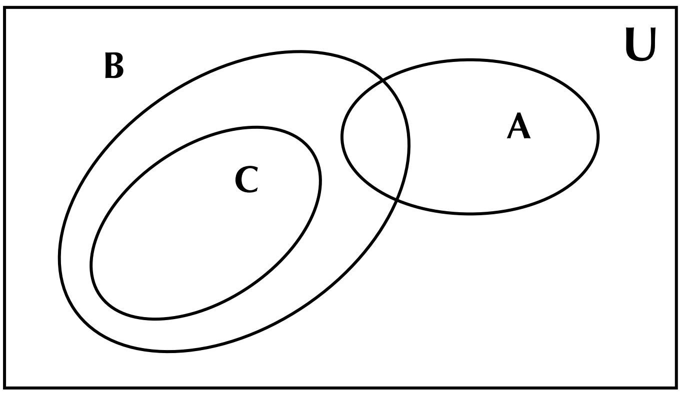
B = {Los números múltiplos de 5}.

C = {$x \in R$/ x es par}.

D = {Las circunferencias que pasan por el punto P(1, -2)}.

DIAGRAMAS DE VENN

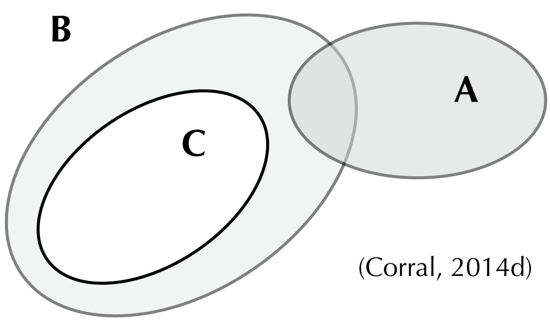
A las representaciones visuales de los conjuntos se les denomina diagramas de Venn. A este respecto, los conjuntos universales o referenciales (U) suelen representarse utilizando un rectángulo y los conjuntos por óvalos o elipses cerradas o recintos cerrados (Rojo, 1972). Un ejemplo (las figuras pueden colorearse o no):



En el caso $C \subset B$.

(Corral, 2014d)

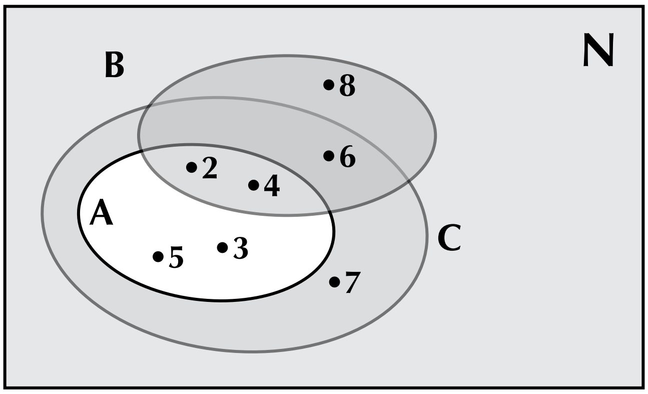
Por lo regular, en la representación se obvia al conjunto universal y solo se representan los conjuntos.



(Corral, 2014d)

Ejemplo:

Sean los conjuntos U = N; A = {x/ 1 < x < 6}; B = {x/x es par ∧ x ≤ 8} y C = {x/ 2 ≤ x < 8}.



Son conjuntos finitos.
Definidos por extensión:

A = {2, 3, 4, 5}.
B = {2, 4, 6, 8}.
C = {2, 3, 4, 5, 6, 7}.

Puede observarse que:
A ⊂ C; B y C; B y A
son solapados.

OPERACIONES CON CONJUNTOS

Para Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández (s.f.), las operaciones con conjuntos "son formas específicas de combinar conjuntos dados para obtener nuevos conjuntos… de construcción de nuevos conjuntos a partir de conjuntos conocidos" (p. 67). En esta sección vamos a estudiar las siguientes operaciones:

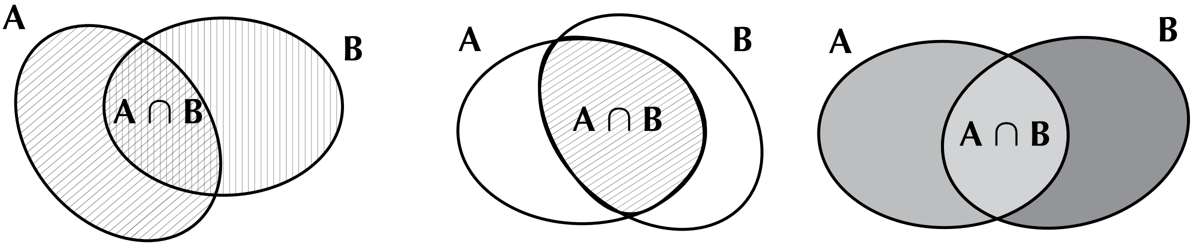
- Intersección.
- Unión.
- Diferencia.
- Diferencia simétrica.
- Complemento o complementación.
- Producto cartesiano.

Intersección de conjuntos

La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos comunes a A y B, es decir, los elementos que simultáneamente pertenecen a A y a B, en un conjunto referencial o universal U.

$$A \cap B = \{x \in U / x \in A \wedge x \in B\}$$

Notación: A ∩ B.
Gráficamente: La zona rayada doble corresponde a A ∩ B.



(Corral, 2014d)

Propiedades de la intersección

- Idempotencia: $A \cap A = A$
- Asociatividad: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- Conmutatividad: $A \cap B = B \cap A$
- Ley de Cierre: $A \cap B$ es un conjunto único.
- Elemento neutro: corresponde al conjunto universal.
  U: $A \cap U = U \cap A = A$

La propiedad que caracteriza a los elementos del conjunto intersección, es la de pertenecer simultáneamente a los conjuntos intersectados, y se establece a través de una conjunción:

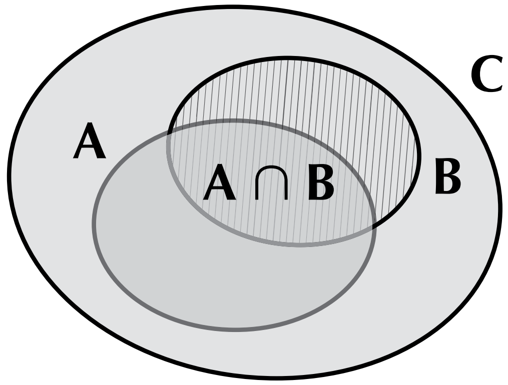
$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$$

Si la intersección de dos conjuntos es el conjunto vacío, se dice que esos conjuntos son disjuntos. A y B son conjuntos disjuntos $\Leftrightarrow A \cap B = \phi$.

Si A es subconjunto de B su intersección también es igual a A: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$.

Si dos conjuntos son subconjunto de un tercero, su intersección también es subconjunto de él.

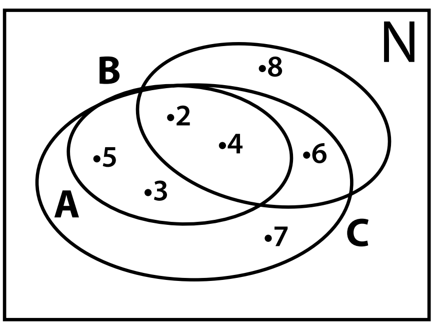
$$A \subset C \wedge B \subset C \Rightarrow A \cap B \subset C$$



(Corral, 2014d)

Ejemplos:

- Sean los conjuntos $U = N$; $A = \{x / 1 < x < 6\}$; $B = \{x / x \text{ es par} \wedge x \leq 8\}$ y $C = \{x / 2 \leq x < 8\}$ Hallar: $A \cap C =$; $A \cap B =$; $B \cap C =$; $A \cap B \cap C =$



Definidos por extensión:
$A = \{2, 3, 4, 5\}$
$B = \{2, 4, 6, 8\}$
$C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A \cap C = \{2, 3, 4, 5\} = A$ porque $A \subset C$
$A \cap B = \{2, 4\}$
$B \cap C = \{2, 4, 6\}$
$A \cap B \cap C = \{2, 4\}$

- Dados los conjuntos $S = \{x \in N / x < 10\}$ y $T = \{x \in N / 2x \leq 20\}$, hallar $S \cap T$

Son conjuntos finitos, por tanto, pueden ser definidos por extensión: S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; T = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

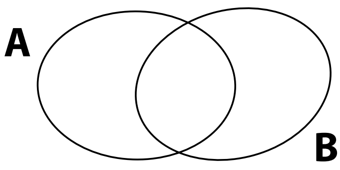
$S \cap T$ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} = S porque $S \subset T$

Ejercicios propuestos

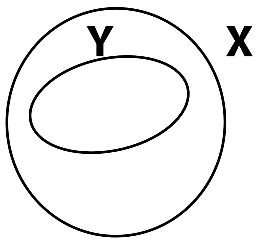
Dados los conjuntos A = {x ∈ N / x divisor de 8} y B = {x ∈ N / x divisor de 10}, hallar A ∩ B.

Sea A = { x / x es profesor de la Universidad}, B = {x / x es ingeniero} y C = { x / es político}, interprete: A ∩ B ∩ C.

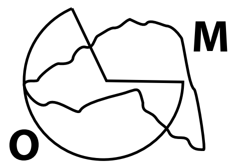
En los siguientes diagramas de Venn rayar la intersección de los conjuntos dados:



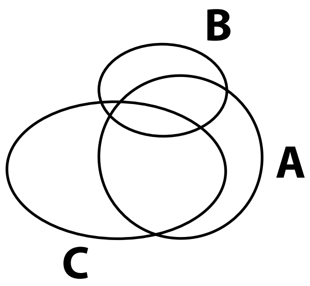
A ∩ B



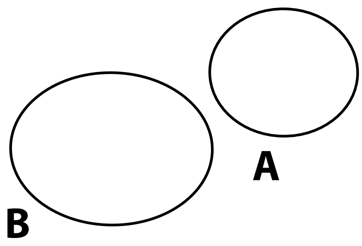
Y ∩ X



O ∩ M



C ∩ B ∩ A



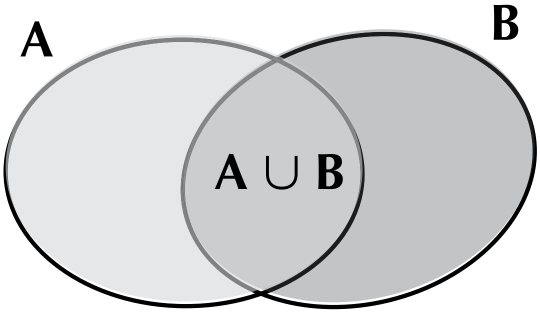
B ∩ A

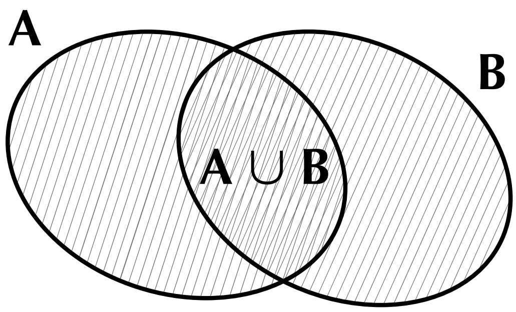
Unión o reunión de conjuntos

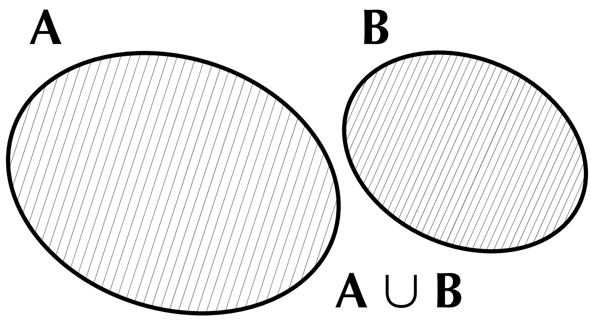
La unión o reunión de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen tanto a A como a B, es decir, los elementos pertenecen al menos a alguno de dichos conjuntos (a A o a B), en un conjunto referencial o universal U.

$$A \cup B = \{x \in U / \ x \in A \vee x \in B\}$$

Notación: $A \cup B$.
Gráficamente: La zona rayada corresponde a $A \cup B$.







(Corral, 2014d)

Propiedades de la unión

- Ídem potencia: $A \cup A = A$.
- Asociatividad: $(A \cup B) \cup C = A \cap (B \cup C)$.
- Conmutatividad: $A \cup B = B \cup A$.
- Ley de cierre: $A \cup B$ es un conjunto único.
- Elemento neutro: corresponde al conjunto vacío.
  $\varnothing$: $A \cup \phi = \varnothing \cup A = A$

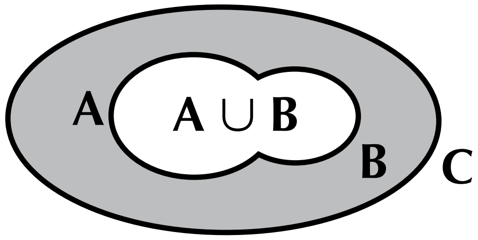
La propiedad que caracteriza a los elementos del conjunto unión, es la de poder pertenecer a solo uno de los conjuntos unidos (a A o a B) y se establece a través de una disyunción:

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$$

Si A es subconjunto de B su unión es igual a B: $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$.

Si dos conjuntos son subconjunto de un tercero, su unión también es subconjunto de él.

$$A \subset C \wedge B \subset C \Rightarrow A \cup B \subset C$$



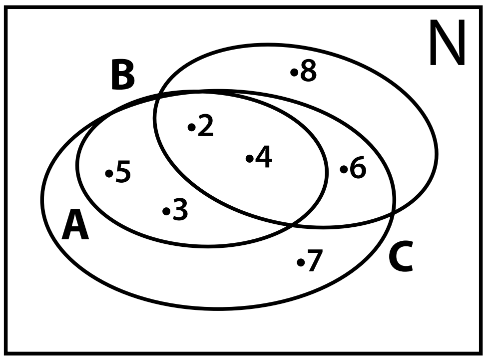
(Corral, 2014d)

Leyes distributivas de la Unión y la Intersección:

- $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
- $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

Ejemplos:

- Sean los conjuntos U = N; A = {x/ 1 < x < 6}; B = {x/ x es par ∧ x ≤ 8} y C = {x/ 2 ≤ x < 8}.



Definidos por extensión:
A = {2, 3, 4, 5}.
B = {2, 4, 6, 8}.
C = {2, 3, 4, 5, 6, 7}.

(Corral, 2014d)

- Hallar:

  A ∪ C = {2, 3, 4, 5, 7} = C porque A ⊂ C.

  A ∪ B = {2, 3, 4, 5, 6, 8}.

  B ∪ C = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}.

  A ∪ B ∪ C = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}.

- Dados los conjuntos S= {x ∈ N / x < 10} y T = {x ∈ N / 2x ≤ 20}, Hallar S ∪ T.

  Son conjuntos finitos, por tanto, pueden ser definidos por extensión:

  S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; T = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

  S ∪ T = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} = T porque S ⊂ T.

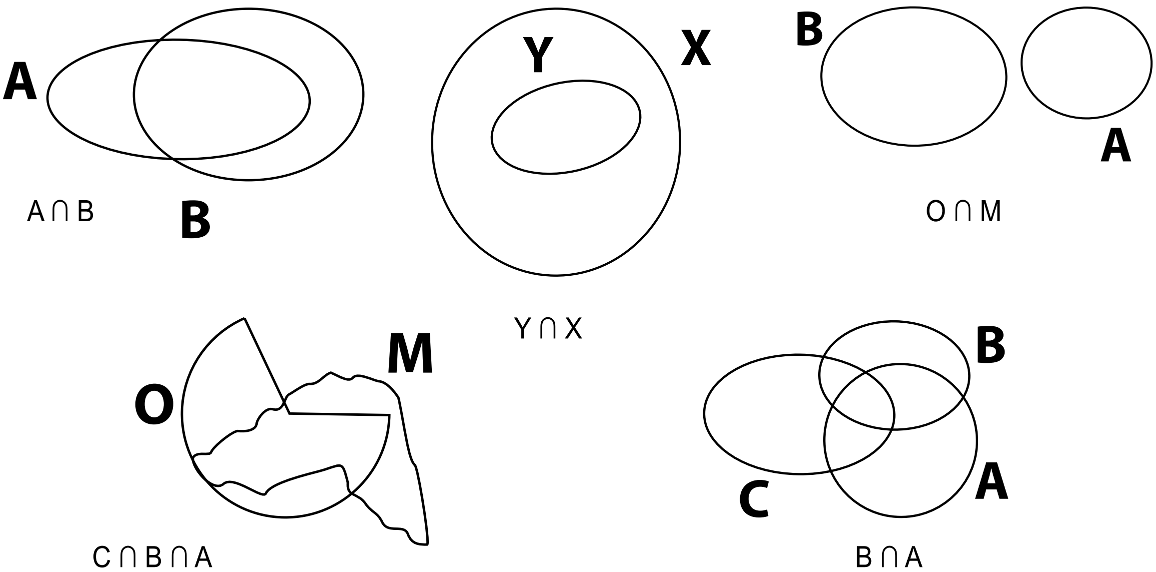
Ejercicios propuestos

Dados los conjuntos A = {x ∈ N / x divisor de 8} y B = {x ∈ N / x divisor de 10}, hallar A ∪ B.

Dados los conjuntos A = {las vocales} y B = {las consonantes} indique cuál es el conjunto A ∪ B.

Sea A = { x / x es profesor de la Universidad}; B = {x / x es estudiante de Faces} y C = { x / x es estudiante de Faces}; interprete: A ∪ B ∪ C.

En los siguientes diagramas de Venn rayar la unión de los conjuntos dados:



Complemento de un conjunto

El complemento de un conjunto dado A ubicado dentro del conjunto referencial o universal U, es el conjunto formado por los elementos de U que no pertenecen o están en A (Rojo, 1972).

$$A' = \{x \in U \,/\, x \notin A\}$$

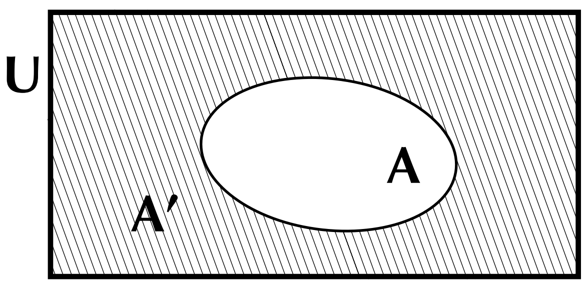
Por tanto, se tiene que: $x \in A' \Leftrightarrow x \notin A$ Entonces: $A' = U - A$

Notación: A′ también puede usarse A^c; A′ o A^o

Gráficamente: La zona rayada corresponde a A′

$A^c = U - A$

$A' = U - A$



(Corral, 2014d)

Propiedades del complemento

La propiedad que caracteriza a los elementos del conjunto complemento, es la de pertenecer a U y no pertenecer al conjunto A y se establece a través de una disyunción:

$$A' = Ac = \{x \,/\, x \in U \wedge x \notin A\}$$

- Involución. El complemento del complemento de A es igual al conjunto A: $(A')' = A$
- Si A es subconjunto de B, el complemento de B es subconjunto del complemento de A: $A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$
- El complemento del conjunto vacío es el conjunto universal: $\phi' = U$.
- El complemento del conjunto universal es el conjunto vacío: $U' = \phi$
  $A \cap A' = \phi$

Leyes de De Morgan

•El complemento de la unión de dos conjuntos es la intersección de sus complementos:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

•El complemento de la intersección de dos conjuntos es la unión de sus complementos:

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

Ejemplos:

- El complemento del conjunto de los números naturales pares son los números naturales impares.
- El complemento del conjunto de números racionales Q en el conjunto de números reales R (conjunto universal) es el conjunto de los números irracionales.
- En el plano cartesiano π el complemento de una recta L, el complemento es el par de semiplanos opuesto abierto de borde L.
- En el conjunto referencial F = {x / x es profesor de la UC v x es estudiante de la UC} el conjunto E = {x / x es profesor de la UC}; E′ = {x / x es estudiante de la UC}.

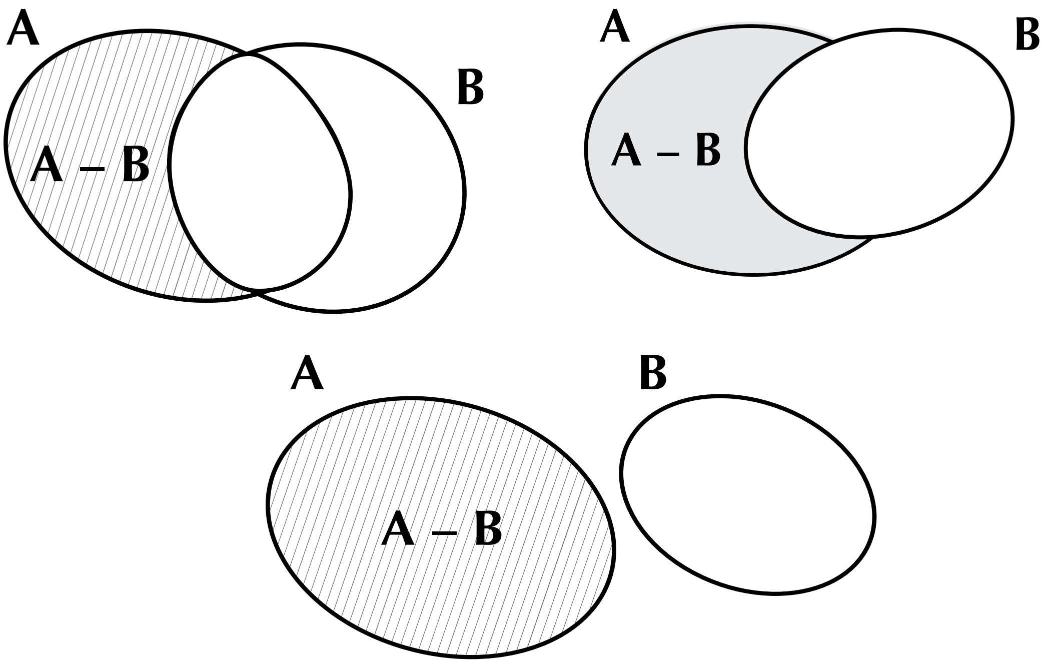
Diferencia de dos conjuntos

La diferencia entre dos conjuntos A y B, A – B, es el conjunto que se forma con los elementos que pertenecen al conjunto A pero que no pertenecen al conjunto B, en un mismo conjunto referencial U; es decir:

$$A - B = \{x \,/\, x \in A \wedge x \notin B\}$$

Notación: A – B

Gráficamente: La zona rayada corresponde a A – B.

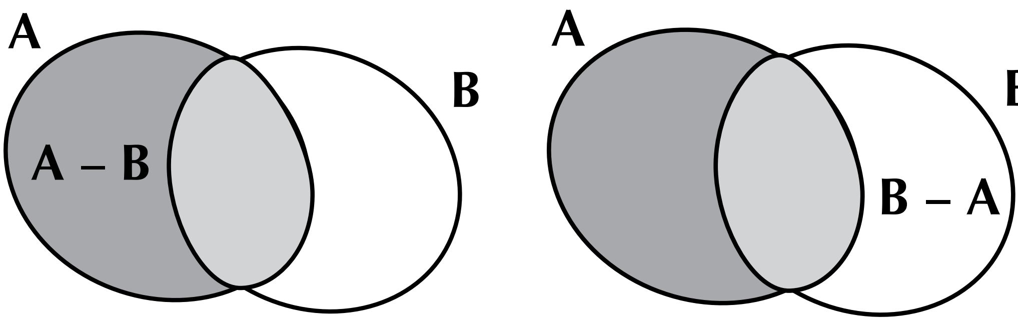


(Corral, 2014d)

Propiedades de la diferencia

La propiedad que caracteriza a los elementos del conjunto diferencia, es la de pertenecer solamente al conjunto A y se establece a través de una conjunción:

$$x \in A - B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$$



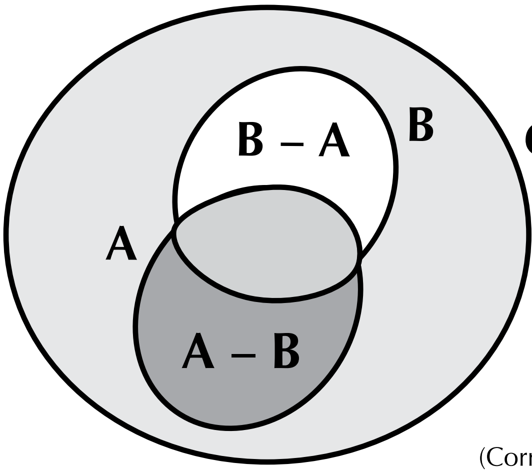
- No es conmutativa: A – B ≠ B – A.
- Elemento neutro: no tiene.
- No es asociativa: A – B = A ∩ B′.

Si A es subconjunto de B su diferencia es igual a ϕ: $A \subset B \Rightarrow A - B = \varnothing$

Si dos conjuntos son subconjunto de un tercero, su diferencia también es subconjunto de él.

$$A \subset C \wedge B \subset C \Rightarrow (A - B) \subset C \wedge (B - A) \subset C$$

Gráficamente:



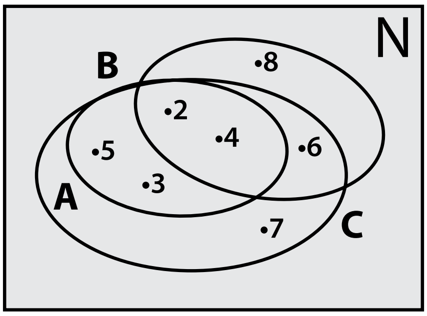
(Corral, 2014d)

Ejemplos:

- Sean los conjuntos U = N; A = {x/ 1 < x < 6}; B = {x/ x es par ∧ x ≤ 8} y C = {x/ 2 ≤ x < 8}

Definidos por extensión:

A = {2, 3, 4, 5}
B = {2, 4, 6, 8}
C = {2, 3, 4, 5, 6, 7}



(Corral, 2014d)

Hallar:

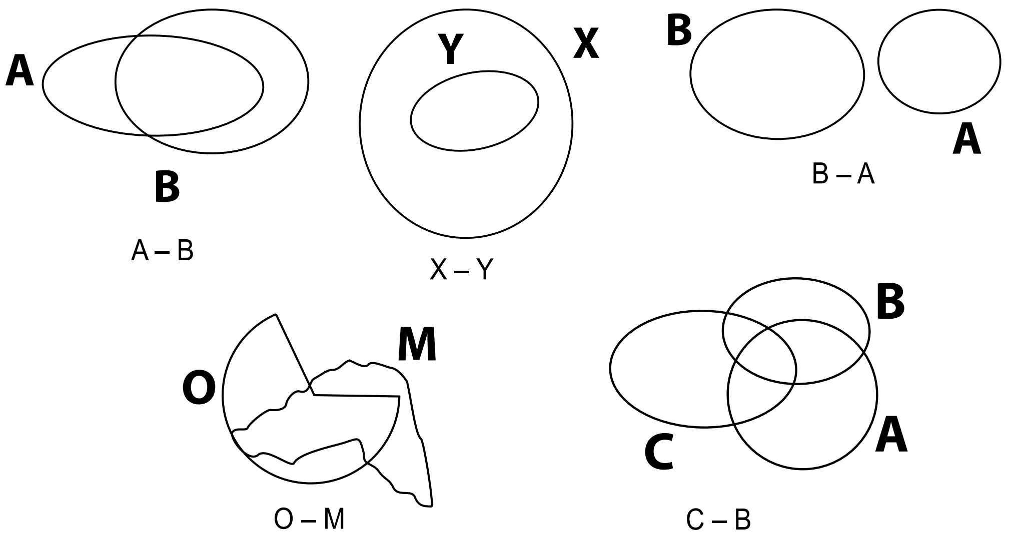
A – C = { } = ϕ porque $A \subset C$	A – B = {3, 5}
B – C = {8}	B – A = {6, 8}
C – A = {6, 7}	C – B = {3, 5, 7}

- Dados los conjuntos T = {x ∈ N / x < 10} y S = {x ∈ N / 2x ≤ 20}, hallar S – T.
- Son conjuntos finitos, por tanto, pueden ser definidos por extensión:

  T = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
  S – T = {10}

Ejercicios propuestos

1. Dados los conjuntos A = {x ∈ N / x divisor de 8} y B = {x ∈ N / x divisor de 10}, hallar A – B y B – A.
2. Sea A = { x / x es profesor de la Universidad}, B = {x / x es estudiante de Faces} y C = { x / es estudiante de Faces}, interprete: A – B; B – A y C – B.
3. En los siguientes diagramas de Venn rayar lo indicado en la parte inferior:



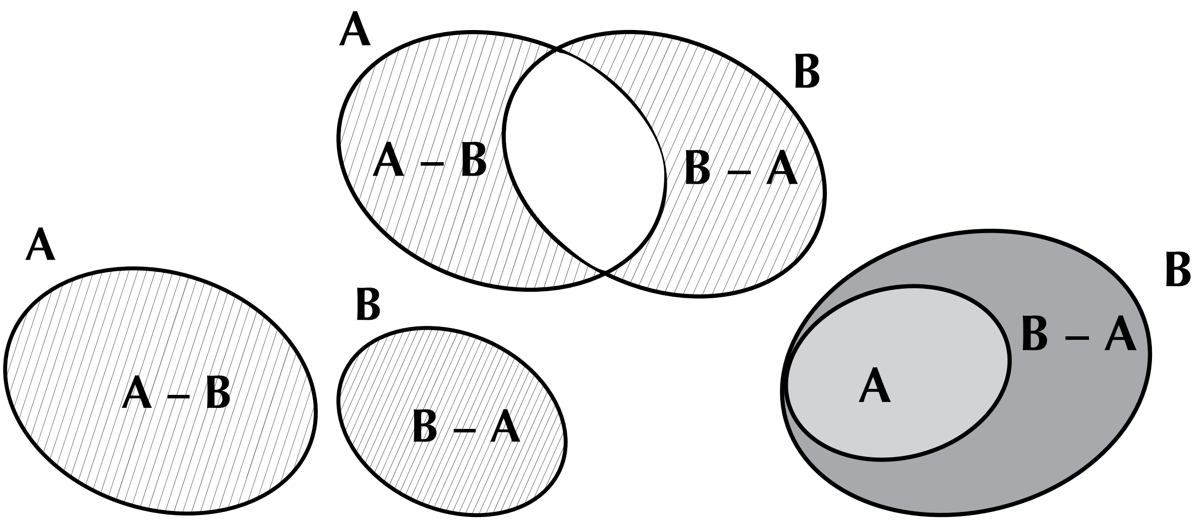
Diferencia simétrica o suma booleana de dos conjuntos

Sean los conjuntos no vacíos A y B, la diferencia simétrica o suma booleana entre A y B, se denota por A ∆ B o por A + B, es el conjunto que se forma de la unión de las diferencias: A – B y B – A, en un mismo conjunto referencial U; es decir:

$$A \,\Delta\, B = (A - B) \cup (B - A) = \{x \in (A\text{-}B) \vee x \in (B\text{-}A)\}$$

Notación: A ∆ B

Gráficamente: La zona rayada corresponde a A ∆ B

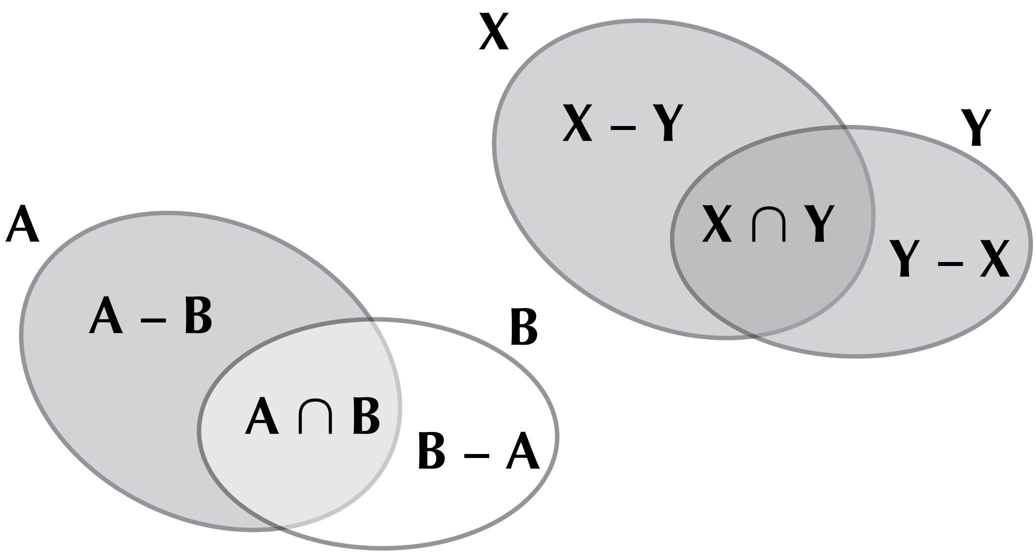


Propiedades de la diferencia simétrica o suma booleana

La propiedad que caracteriza a los elementos del conjunto diferencia, es la de pertenecer solamente al conjunto A y se establece a través de una disyunción:

$$x \in (A \Delta B) \Leftrightarrow x \in (A - B) \vee x \in (B - A)$$

- Conmutatividad: $A \Delta B = B \Delta A$
- Elemento neutro: $\varnothing$
- Sí es asociativa: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$



•Si A es subconjunto de B su diferencia simétrica es igual a: B – A

Ejemplos:

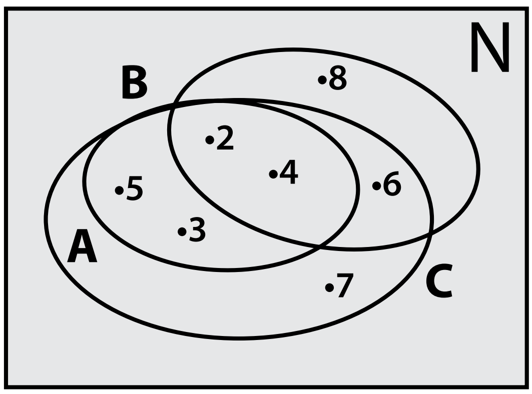
- Sean los conjuntos U = N; $A = \{x/\ 1 < x < 6\}$; $B = \{x/\ x \text{ es par} \wedge x \leq 8\}$ y $C = \{x/\ 2 \leq x < 8\}$

Definidos por extensión:

A = {2, 3, 4, 5}

B = {2, 4, 6, 8}

C = {2, 3, 4, 5, 6, 7}



Hallar:

$A \Delta C = \{6, 7\}$ porque $A \subset C$	$A \Delta B = \{3, 5, 6, 8\}$
$B \Delta C = \{3,5, 7, 8\}$	$B \Delta A = \{3, 5, 6, 8\}$
$C \Delta A = \{6, 7\}$	$C \Delta B = \{3, 5, 7, 8\}$

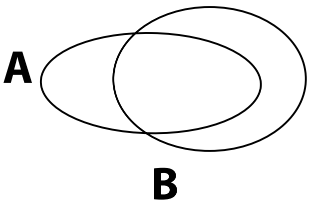
- Dados los conjuntos: T = {x ∈ N / x < 10} y S = {x ∈ N / 2x ≤ 20}, hallar S Δ T.

  T y S son conjuntos finitos, por tanto, pueden ser definidos por extensión: T = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

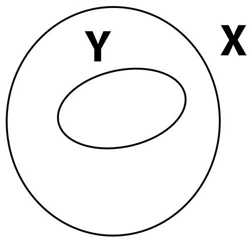
$$S \,\Delta\, T = \{10\} \cup \varnothing = \{10\}$$

Ejercicios propuestos

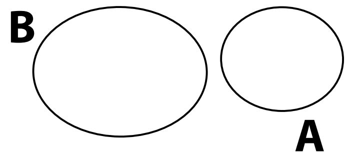
1. Dados los conjuntos A = {x ∈ N / x divisor de 8} y B = {x ∈ N / x divisor de 10}, hallar A Δ B y B Δ A.
2. Sea A = { x / x es profesor de la Universidad}, B = {x / x es estudiante de Faces} y C = { x / es estudiante de Faces}, interprete: A Δ B ; B Δ C y C Δ A.
3. En los siguientes diagramas de Venn rayar lo indicado en la parte inferior:



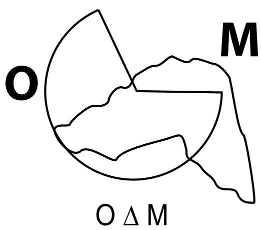
A Δ B



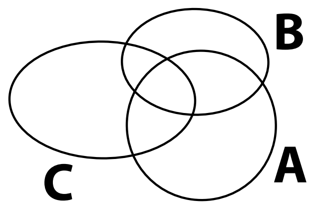
X Δ Y



B Δ A



O Δ M



C Δ B

Ejercicios

(Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f., pp. 71 -73)

De acuerdo con lo estudiado anteriormente, complete las siguientes frases con las palabras: finito, infinito o vacío.

a) El conjunto de las mujeres venezolanas que han sido miembro del Congreso de la República es un conjunto ____________________.

b) El conjunto formado por las mujeres venezolanas que han sido Presidente de la República es un conjunto _____________________.

c) El conjunto de todos puntos comunes a dos líneas paralelas es un ejemplo de conjunto _____________________.

d) El conjunto de los dedos de la mano, es un conjunto _____________________.

e) Los presidentes de Venezuela mayores de 25 años forman un conjunto _____________.

f) Los presidentes de Venezuela menores de 25 años es un ejemplo de conjunto ___________________.

g) Los puntos de una línea forman un conjunto ____________________.

h) Los enteros positivos forman un conjunto ____________________.

¿Se puede afirmar que los conjuntos S = { 0 } y A = ϕ son iguales? Explique su respuesta.

Determine por extensión los siguientes conjuntos:

a) P = {las letras de la palabra Venezuela}.

b) $S = \{x \in Z \,/\, -8 < x < 8\}$.

c) A = {los números naturales menores que 6}.

d) B = {los números naturales menores que 0}.

Nombre dos conjuntos finitos y no disyuntivos:

a) Determínelos por extensión.

b) Determine la unión de ambos conjuntos.

Siendo U = {las letras del alfabeto castellano}, dados los conjuntos A = {a, e, i, o, u}; B = {las letras de la palabra biblioteca} y C = {l, i, b, r, o}, Determine:

a) $A \cap B =$ b) $A \cap C =$ c) $B \cap C =$ d) $A \cup C =$

e) $A \cup B =$ f) $B \cup C =$ g) $B - A =$ h) $A - C =$

i) $C - B =$ j) A'

Dados los siguientes conjuntos: U = {los números Naturales menores que 20}; A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; B = {los números impares menores que 16}; C = { x / x es un número primo $\wedge$ x < 15}, Determine:

a) $A \cup C =$ b) $B \cup C =$ c) $A \cap B =$ d) $A \cap C =$

e) $B \cap C =$ f) $A - B =$ g) $B - C =$ h) $C - A =$

Dados los siguientes conjuntos:

A = {los números naturales menores que 20 terminados en 0}.

B = {x / x es un número impar menor que 20}.

C = {2, 4, 6, 8 10, 12, 14, 16}.

D = {5, 10, 15}.

Determine si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas:

$A \cap C = \{10\}$ ____ $A \cap D = \phi$ ____

$A \cup D = \{5, 10, 15\}$ ____ $B - A = \phi$ ____

$B - D = \{1, 3, 7, 11, 13, 17\}$ ____ $D - C = \{2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18\}$ ____

Dado el conjunto U = {los números Naturales} señale el complemento de los siguientes conjuntos:

a) A = { x / x es un número par}. A' =

b) B = { x / x > 10}. B' =

c) C = {los números terminados en cero menores que 80}. C' =

d) D = {los múltiplos de 5 menores o iguales que 20}. D' =

e) $E = \{ x / x + 3 = 8\}$ $E' =$

4. Complete los siguientes enunciados utilizando: A, ϕ ó U

a) $A \cup A =$ b) $A \cap A =$ c) $A \cup U =$ d) $A \cap U =$

e) $A \cup A' =$ f) $A \cap A' =$ g) $A \cup \phi =$ h) $A \cap \phi =$

Producto cartesiano de dos conjuntos

Para iniciar el estudio del producto cartesiano es indispensable conocer los conceptos de par ordenado y de plano cartesiano de conjuntos. Por tanto, iniciaremos con el estudio de estos dos conceptos.

Par ordenado: Un par ordenado es un conjunto de dos elementos, en el cual el orden de sus elementos es importante o esencial; por tanto, el orden es fijo y debe respetarse. Lo fundamental del orden en los pares ordenados, crea una diferencia respecto a los conjuntos en general y lo hace un conjunto particular.

Notación: (a, b) donde los elementos se denominan componentes; a sería la primera componente (elemento o coordenada) y b la segunda componente (elemento o coordenada) del par ordenado.

$$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$$

Propiedades:

$$(a, b) \neq (b, a) \qquad \text{(no es conmutativa)}$$

$$(a, b) = (x, y) \Leftrightarrow a = x \wedge b = y$$

Producto cartesiano

Dados dos conjuntos no vacíos A y B en un conjunto referencial U, se denomina producto cartesiano A x B al conjunto formado por todos los pares ordenados (a, b) cuya primera componente (o coordenada) pertenece al conjunto A y la segunda componente (o coordenada) pertenece a B.

$$A \times B = \{(a, b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

Notación: A x B

- El producto cartesiano de A x A se representa con la notación A^2: $A \times A = A^2$.
- El número de elementos de A x B es igual al producto del número de elementos de A por el número de elementos de B.

Propiedades:

- Si $A \neq B \Rightarrow A \times B \neq B \times A$ (no es conmutativo)
  $A \times B = B \times A \Leftrightarrow A = B$
- Asociatividad: $A \times B \times C = (A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
- $A \times \phi = \phi$
- $A \subset X \wedge B \subset Y \Leftrightarrow A \times B \subset X \times Y$
- Distributividad:

  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ $\quad$ $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ $\quad$ $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

  $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C$ $\quad$ $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

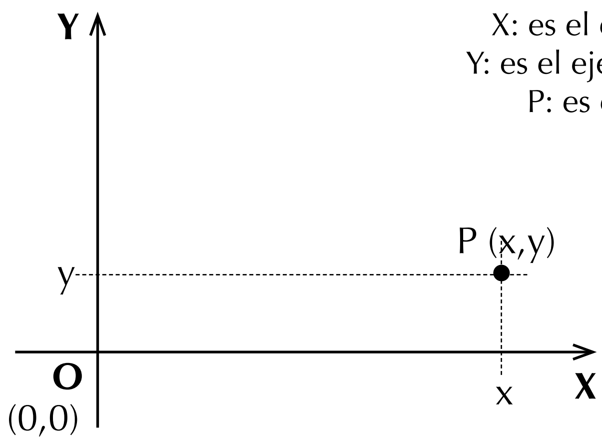
Representación gráfica o diagrama de los productos cartesianos

Para la representación gráfica de productos cartesianos, utilizaremos el Sistema de Coordenadas Rectangulares en el plano o plano cartesiano π. El plano cartesiano está compuesto por dos ejes formados por dos rectas perpendiculares (forman un ángulo de 90º) con un origen común O representado por el punto de corte entre ambas rectas.

Las rectas perpendiculares que se cortan las denominaremos Ejes de Coordenadas y el punto de corte u origen de coordenadas O; cuyas coordenadas será el par ordenado (0, 0). Al eje horizontal se le llamará eje de las abscisas (eje X, primera componente x) y al eje vertical se le llamará eje de las ordenadas (eje Y, segunda componente y).

El eje de las abscisas representará a uno de los conjuntos y el eje de las ordenadas al otro. Las rectas al cortarse o intersectarse, dividen al plano en cuatro cuadrantes exactamente iguales. Cada par ordenado se representa en la intersección del valor x de la primera componente (en el eje X) y el valor y de la segunda componente (en el eje Y), lo cual proporciona un punto ubicado en el plano que denotaremos, por ejemplo, como: A (x, y).

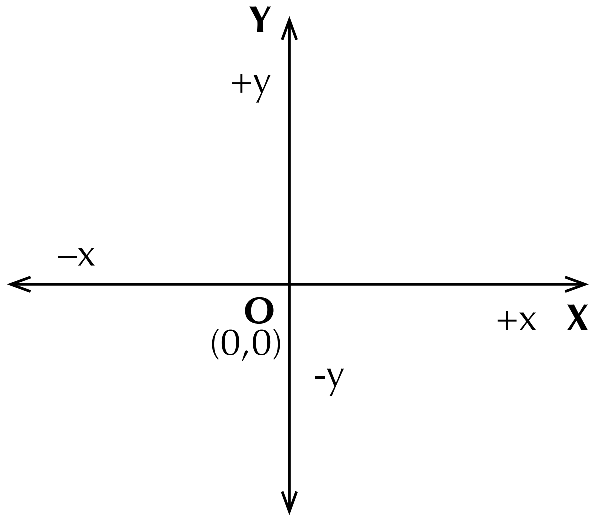
Usualmente se utiliza este sistema para trabajar con conjuntos numéricos (N, Z, Q, R).



X: es el eje de las abscisas, con $x \in X$
Y: es el eje de las ordenadas, con $y \in Y$
P: es el afijo (imagen) del par (x, y)
O: punto origen, punto (0, 0)

En P(x, y), la primera componente del par será representante del primer conjunto (eje X) y la segunda componente del par será representante del segundo conjunto (eje Y).

Cuando se opere con números enteros (Z), los racionales (Q) o los reales (R): La parte derecha del plano π corresponderá a las abscisas positivas (X), y del origen hacia la izquierda están las abscisas negativas. En la parte superior del plano π están las ordenadas positivas (Y), y del origen hacia abajo están las ordenadas negativas.



Ejemplos:

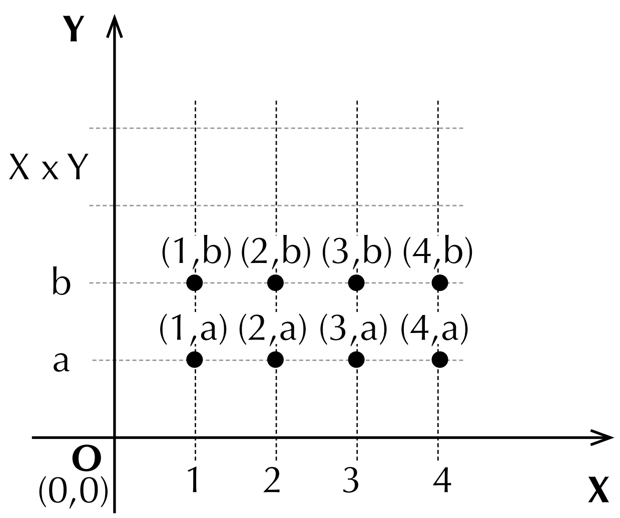
- Sean X = {1, 2, 3, 4}; Y = {a, b} encontrar X x Y; Y^2; X^2

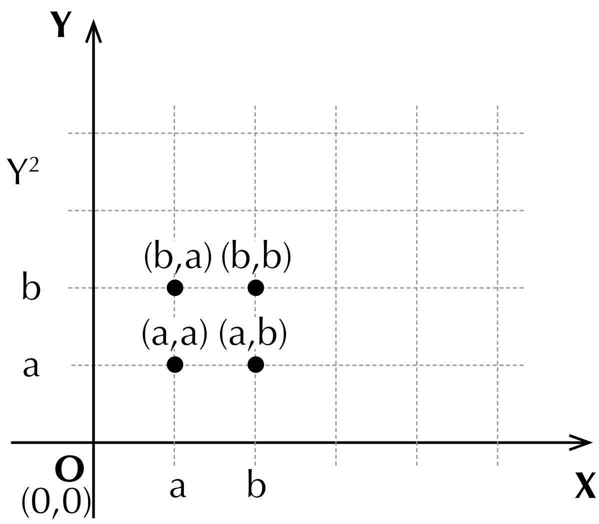
  X x Y = {(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b), (4, a), (4, b)}

  Y^2 = {(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)}

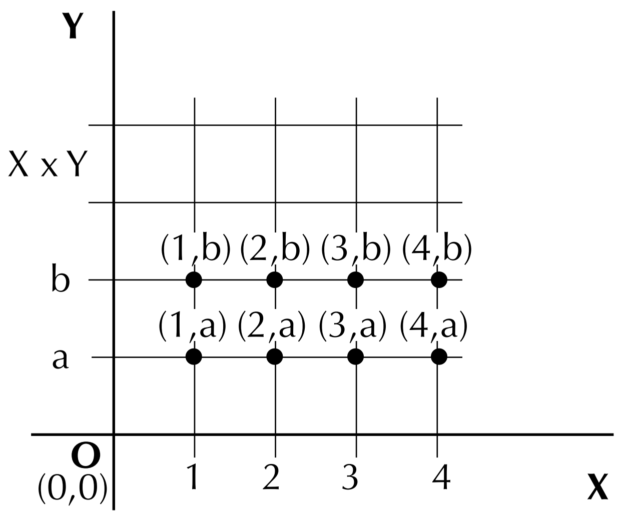
  X^2 = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)}

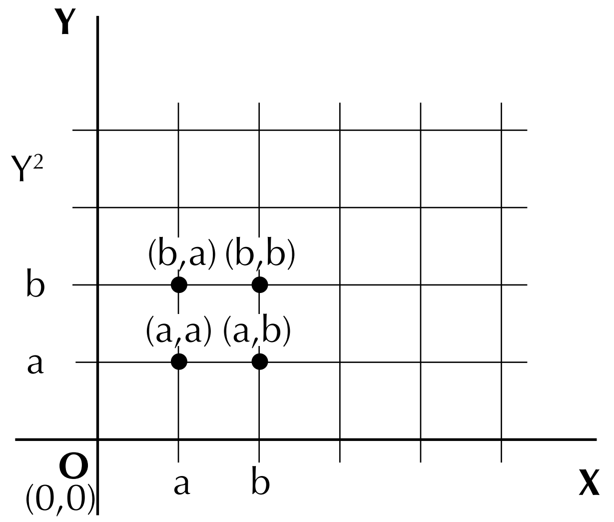
Representación gráfica:





También puede representarse: (representación tabular)





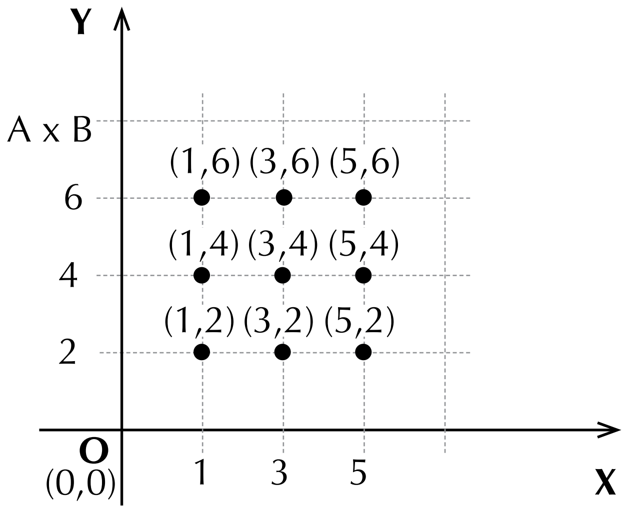
- Sean A = {1, 3, 5} y B = {2, 4, 6}, determine A x B; B x A; B^2

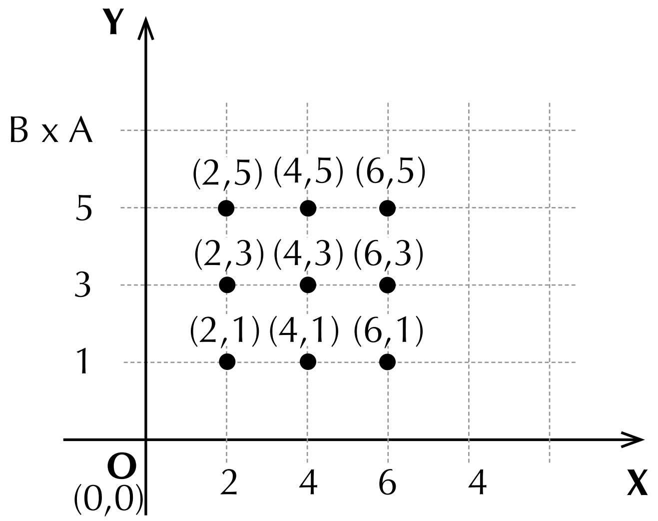
  A x B = {(1, 2), (1, 4), (1, 6), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (5, 2), (5, 4), (5, 6)}

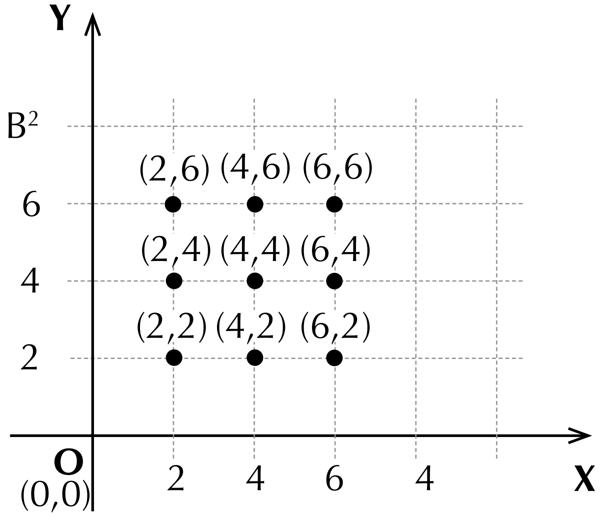
  B x A = {(2, 1), (4, 1), (6, 1), (2, 3), (4, 3), (6, 3), (2, 5), (4, 5), (6, 5)}

  B^2 = {(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6)}

Representación gráfica:







Ejercicios propuestos

Dados los conjuntos: A = {0, 1, 2, 3}; B = {1, 2, 3}; C = {4, 5, 6}; D = {m, n}.

Hallar: A x C; A x A; B x C; A x D; D x A; D x C; C^2.

CARDINAL DE UN CONJUNTO FINITO

Sea un conjunto A que posee k elementos distintos, con $k \in N$; entonces, A es un conjunto finito y tiene como cardinal al número k de elementos. El cardinal de un conjunto A se nota como: #A o |A| o Card (A) o n(A). Usualmente, se leen como número de elementos del conjunto A o cardinal del conjunto A.

- El conjunto vacío tiene cardinal cero (0): $\#\varnothing = 0$.
- El conjunto A si tiene m elementos entonces: #A = m.
- Los conjuntos infinitos son inconmensurables; por tanto, no se sabe su tamaño.

Propiedades

Para Mata y Reyes (s.f.), se tienen las siguientes propiedades:

- Si $A \cap B = \varnothing$ (son disjuntos), entonces: $\#(A \cap B) = \#A + \#B$.
- Si $A \subset B$, entonces: $\#A \leq \#B$.
- Si $A \subset B$, entonces: $\#(B - A) = \#B - \#A$.
- Si $A \cap B$ no son disjuntos (son conjuntos solapados, porque $A \cap B \neq \varnothing$), entonces: $\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B)$.
- Si el conjunto referencial U está formado por dos conjuntos disjuntos finitos: $\#U = \#A + \#B + \#(A \cup B)'$.
- Si el conjunto referencial U está formado por dos conjuntos solapados finitos:

  $\#U = \#(A \cup B) + \#(A \cup B)'$.

  $\#U = \#A + \#B - \#(A \cap B) + \#(A \cup B)'$.

- El cardinal de una diferencia de conjuntos:

  $\#(A - B) = \#A - \#(A \cap B)$.

  $\#(A - B) = \#(A \cap B')$.

  $\#(A \Delta B) = \#(A - B) + \#(B - A)$.

  $\#(A \Delta B) = \#A + \#B - 2\,\#(A \cap B)$.

  $\#(A \cup B \cup C) = \#A + \#B + \#C + \#(A \cap B \cap C) - \#(A \cap B)$
  $- \#(A \cap C) - \#(B \cap C)$.

- El cardinal del conjunto de partes de A es igual a 2^n siendo n el número de elementos del conjunto A (#A), es decir: $\#P(A) = 2^n$ con n = #A.
- El cardinal del producto cartesiano A x B: #(A x B) = #A . #B.

Ejemplos:

- Sean A y C el conjunto de estudiantes matriculados en Cálculo I (C) y Álgebra Lineal (A); se sabe que: #A = 245 y el #C = 225; y que 60 de los estudiantes se inscribieron en ambas asignaturas. ¿Cuál es el número de estudiantes que se inscribieron al menos en una de las asignaturas?

$\#(A \cup C) = \#A + \#C - \#(A \cap C) = 245 + 225 - 60 = 410$ estudiantes.

410 estudiantes se inscribieron en cálculo o en álgebra.

- Si de 100 estudiantes que fueron a clase hoy: 30 comerán en el comedor y los demás trajeron su comida, ¿cuántos estudiantes no comerán hoy en el comedor?

$\#(A \cup B) = \#A + \#B \Rightarrow 100 = 30 + \#B$ despejemos #B.

$\#B = 100 - 30 = 70$ por tanto, 70 estudiantes no comerán en el comedor.

RELACIÓN ENTRE LA TEORÍA DE CONJUNTOS Y LA LÓGICA PROPOSICIONAL

Pérez y otros (2009) destacan la relación muy estrecha que existe entre la lógica proposicional y la teoría de conjuntos. Al respecto, muestran esta relación de la siguiente manera:

Notación: para los conjuntos letras mayúsculas del alfabeto castellano (A, B) y para las proposiciones las mismas letras (en correspondencia) pero en minúsculas (a, b), mostrando la proposición lógica que caracteriza a los elementos de cada conjunto. Plantean la siguiente correspondencia:

Conjuntos y proposiciones:

$A \subset B$	$A = B$	$A \cup B$
Subconjunto	Conjuntos iguales	Unión de conjuntos
$a \Rightarrow b$	$a \Leftrightarrow b$	$a \vee b$

$A \cap B$ Intersección de conjuntos $a \wedge b$	A' Conjunto complemento a'	$A - B$ Diferencia de conjuntos $a \wedge b'$

$A \Delta B$ Diferencia simétrica $a \veebar b$

Cabe destacar que el conjunto vacío (ϕ) se corresponde con una *contradicción* y el conjunto universal (U) con una *tautología*. Mediante esta correspondencia, todos los resultados de operaciones realizadas sobre conjuntos pueden expresarse en términos de lógica proposicional y viceversa; a modo de ejemplo:

$A \cup (A \cap B) = A$	$a \vee (b \wedge c) \Leftrightarrow a$
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$a \vee (b \wedge c) \Leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c)$
$(A \cup B)' = A' \cap B'$	$(a \vee b)' \Leftrightarrow a' \wedge b'$

Ejercicios resueltos

Sea $A \subset B$ complete las siguientes igualdades:

a) $A \cup B = B$ b) $A \cap B = A$ c) $A - B = \varnothing$

Si X = {a, b, c, d, e, f}; Y = {b, a, e} y W = {a, e, i, o, u}, con U = {letras del alfabeto castellano} determinar:

a) X – Y = {c, d, f}.

b) W' = {x / x es una consonante} = {las consonantes}.

c) $Y - (X \cap W)$ = {b}. $X \cap W$ = {a, e}.

d) $(Y \cup W) \cap (Y - X)$ = {b}. $Y \cup W$ = {a, b, e, i, o u}; Y – X = {b}.

e) $Y \Delta W = (Y - W) \cup (W - Y)$ = {b, i, o, u}. Y – W = {b}; W – Y = {i, o, u}.

Siendo U = N, P = {x / x es primo}; Q = {x / x $\geq$4}; M = {x / x < 8} y N = {x / x es par}; hallar:

a) P' = {x / x no es un número primo}.

b) Q' = {x / x > 4}.

c) M' = {x / x $\geq$ 8}.

d) N' = {x / x es impar $\vee$ x = 0}.

e) $(P \cap N) \cup (M \cap N)$ = {2} $\cap$ {4, 6} = {2, 4, 6}.

f) Q – M' = {x / 4 $\leq$ x < 8} = {4, 5, 6, 7}.

En una universidad hay 20 estudiantes de 4º semestre en una mención que cursan al mismo tiempo inglés y lógica, 35 que cursan inglés, 50 que no cursan ninguna de esas materias y 56 que cursan lógica. Hallar el número de estudiantes de ese semestre y mención. (Se sugiere usar diagramas de Venn)

Respuesta:

Sean:

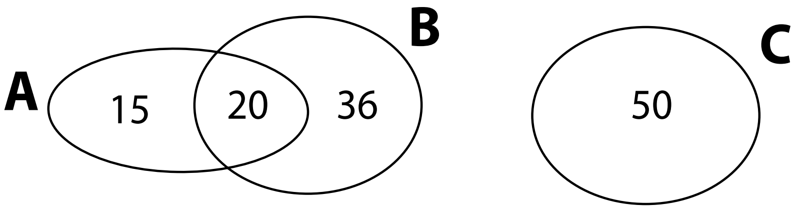
A: conjunto de estudiantes que cursan inglés (#A = 35).

B: conjunto de estudiantes que cursan lógica (#B = 56).

C: conjunto de estudiantes que no cursan ni inglés ni lógica (#C =50).

$A \cap B$: conjunto de estudiantes que cursan inglés y lógica al mismo tiempo [$\#(A \cap B) = 20$].

Construyamos la representación gráfica:



El conjunto de estudiantes de ese semestre y mención corresponde a U:

$U = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) \cup C \Rightarrow \#U = 15 + 36 + 20 + 50 = 121$ estudiantes

La Dirección de un Liceo realizó una encuesta entre 350 padres y representantes de estudiantes de Educación Media, sobre la construcción de una cancha cubierta. Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Respuestas	**Padres y Representantes**				
	1º año	2º año	3º año	4º año	5º año
A favor	49	50	62	54	61
En contra	40	35	30	22	12
Sin opinión	16	5	0	12	15

Siendo:

A: conjunto de padres y representantes de 1º año.

B: conjunto de padres y representantes de 2º año.

C: conjunto de padres y representantes de 3º año.

D: conjunto de padres y representantes de 4º año.

E: conjunto de padres y representantes de 5º año.

F: conjunto de padres y representantes a favor.

G: conjunto de padres y representantes en contra.

H: conjunto de padres y representantes sin opinión.

J: conjunto de padres y representantes de más de un año.

Determinar el número de elementos de los siguientes conjuntos:

a) A b) B c) D d) $A \cup C$ e) E' f) $F \cap G$

g) J h) $D \cup E$ i) $C - H$ j) $E \cap F$ k) F l) $U - (G \cup H)$

a) A tiene 105 elementos (#A = 105).

b) B tiene 90 elementos (#B = 90).

c) D tiene 88 elementos (#D = 88).

d) $A \cup C$ tiene 197 elementos [# $(A \cup C)$ = 197].

e) E’ tiene 262 elementos (#E’ = 262).

f) $F \cap G$ tiene 0 elementos [#$(F \cap G)$ = 0].

g) J tiene 113 elementos (#J = 113).

h) $D \cup E$ tiene 176 elementos [#$(D \cup E)$ = 176].

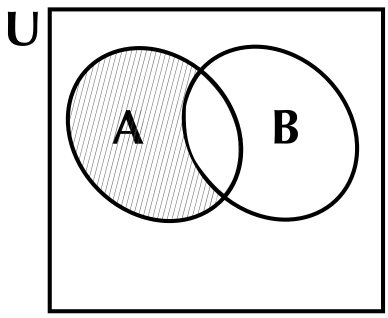
i) C – H tiene 92 elementos [#(C – H) = 92].

j) $E \cap F$ tiene 61 elementos [#$(E \cap F)$ = 61].

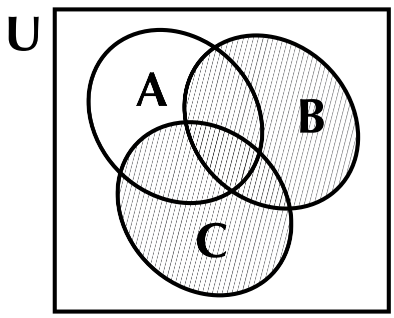
k) F tiene 276 elementos (#F = 276).

l) U–$(G \cup H)$ tiene 163 elementos (#[U – $(G \cup H)$] = 163).

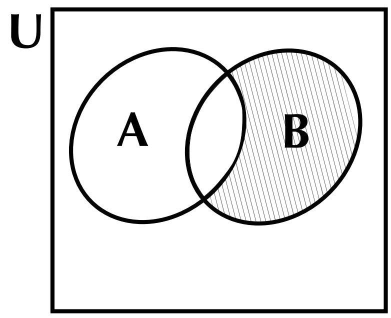
1. Identificar los conjuntos representados en los diagramas siguientes:



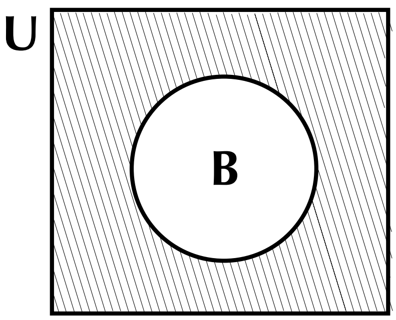
A – B



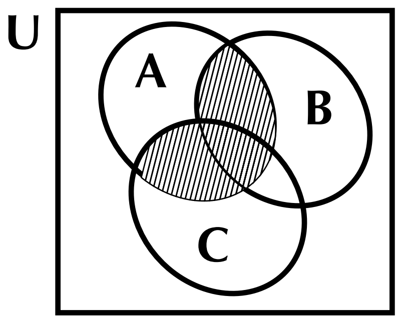
$B \cup C$



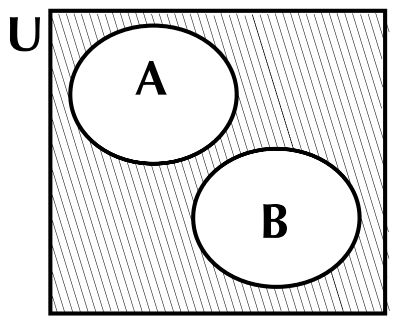
B



B’



$(A \cap B) \cup (A \cap C)$



$(A \cup B)'$

Un conjunto de estudiantes formado por 250 personas, presentó una prueba formada por tres (3) preguntas. Luego de la corrección de la misma, se obtuvieron los siguientes resultados: 29 respondieron correctamente toda la prueba, 30 respondieron correctamente la 1ª y 2ª preguntas, 35 respondieron correctamente la 1ª y la 3ª preguntas, 23 respondieron bien la 2ª y 3ª preguntas, 114 respondieron correctamente la 1ª pregunta, 85 la 2ª y 125 la pregunta 3. Calcular cuántas personas no respondieron correctamente ninguna de las preguntas. (use diagramas de Venn como ayuda).

Respuesta:

Sean: U (conjunto universal) con 250 elementos (#U = 250).

A: conjunto de estudiantes que contestaron correctamente la pregunta 1 (#A = 114).

B: conjunto de estudiantes que contestaron correctamente la pregunta 2 (#B = 85).

C: conjunto de estudiantes que contestaron correctamente la pregunta 3 (#C = 125).

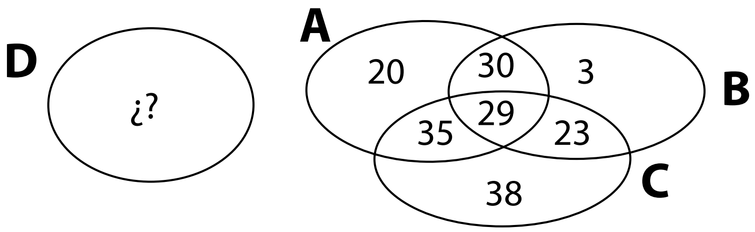
D: conjunto de estudiantes que no contestaron correctamente ninguna pregunta (#D = ?).

Representemos gráficamente, elaboremos un diagrama:

Para saber cuántos respondieron al menos una pregunta de forma correcta:

20 + 30 + 3 + 35 + 29 + 23 + 38 = 178 estudiantes.

Estudiantes que no contestaron: #D = 250 – 178 = 72 estudiantes.



¿Cuántos elementos tiene un conjunto de Partes de un conjunto A que posee 6 elementos?

Respuesta: # P(A) = 26 = 64 elementos.

Determinar el conjunto de partes del conjunto M = {x ∈ Z / -2 ≤ x < 1}. Indique cuántos subconjuntos se pueden generar con los elementos del conjunto M y cuál es el conjunto complemento de M (M’).

Respuesta:

Primero, definamos por extensión al conjunto M:

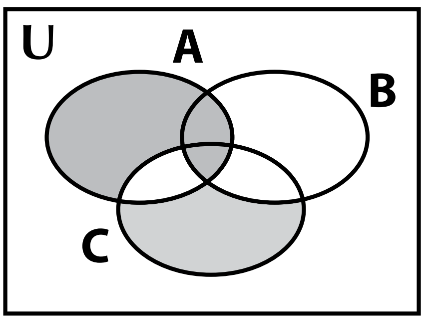
M = {-2, -1, 0}.

P(M) = {∅, {-2}, {-1}, {0}, {-2, -1}, {-2, 0}, {-1, 0}, M}.

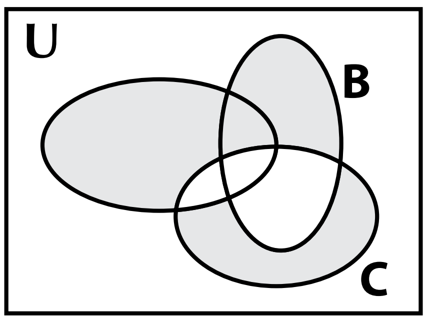
#P(M) = 2^3 = 8 se pueden generar 8 subconjuntos con los elementos de M.

M’ = {x ∈ Z / x < -2 ∨ x > 0} = Z - M.

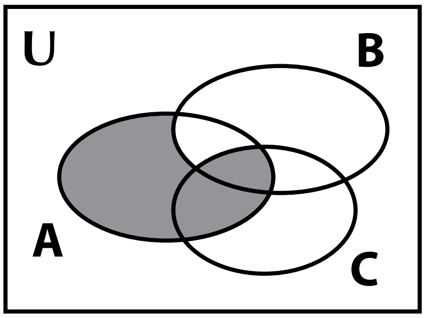
Escribir la expresión que corresponde al área marcada en los siguientes diagramas:



[(A ∪ C) – (C ∩ A)] ∪ (A ∩ B)



(A ∪ B ∪ C) – [(C ∩ A) ∪ (C ∩ B)]



(A – B) ∪ (C ∩ A)

Se realizó una encuesta a 200 personas a fin de conocer su preferencia hacia dos marcas de vehículos. Se obtuvo los siguientes resultados:

137 personas prefieren la marca A.

112 prefieren la marca B.

154 prefieren al menos una de las dos marcas.

Determinar:

a) ¿Cuántas personas prefieren solamente la marca B?

b) ¿Cuántas personas prefieren ambas marcas?

c) ¿Cuántas personas no prefieren ninguna de esas marcas?

Respuesta:

Analicemos las preguntas: la pregunta a se corresponde con una diferencia de conjuntos, la b a una intersección y la pregunta c es el complemento de A ∪ B.

Resolvamos usando las fórmulas dadas:

Datos:

# U = 250.	a) # (B – A).
# A = 137.	b) # (A ∩ B).
# B = 112.	c) # (A ∪ B)’.

(A ∪ B) = 154.

U = # (A ∪ B) + # (A ∪ B)’.

Sustituyamos los valores conocidos

250 = 154 + # (A ∪ B)’ despejemos y calculemos el valor de la pregunta c.

(A ∪ B)’ = 250 – 154 = 96.

De donde: a 96 personas no prefieren las marcas A y B.

(A ∪ B) = # A + # B – # (A ∩ B).

Sustituyamos los valores conocidos.

154 = 137 + 112 – # (A ∩ B) despejemos y calculemos el valor de la pregunta b.

(A ∩ B) = 137 + 112 – 154 = 95.

De donde: 95 personas prefieren al menos una de las dos marcas.

(B – A) = # B - # (B ∩ A).

Sustituyamos los valores conocidos.

(B – A) = 112 – 95 = 17.

De donde: 17 personas prefieren sólo la marca B.

En una fábrica de zapatos, en una muestra de 1500 artículos, se detectó que:

1090 zapatos no presentaron defecto alguno.

260 presentaron defectos en la hechura.

210 tienen defectos en el material.

Se desea conocer:

a) ¿Cuántos zapatos presentaron defectos, ya sea en la hechura o en el material?

b) ¿Cuántos presentaron solo defecto en el material?

c) ¿Cuántos presentaron solo defecto en la hechura?

Datos:

$\# U = 1500$.	a) $\# (A \cup B)$.
$\# A = 260$.	b) $\# (A - B)$.
$\# B = 210$.	c) $\# (B - A)$.

$\# (A \cup B)' = 1090$.

$\# U = \# (A \cup B) + \# (A \cup B)'$.

Sustituyamos los valores conocidos.

$1500 = \# (A \cup B) + 1090$ despejemos .

$\# (A \cup B) = 1500 - 1090 = 410$.

De donde: 410 zapatos presentaron defectos, ya sea en la hechura o en el material.

$\# (A \cup B) = \# A + \# B - \# (A \cap B)$.

Sustituyamos los valores conocidos.

$410 = 260 + 210 - \# (A \cap B)$ despejemos y calculemos el valor de la pregunta a.

$\# (A \cap B) = 260 + 210 - 410 = 60$.

De donde: 60 zapatos presentaron defectos tanto en la hechura. como en el material.

$\# (A - B) = \# A - \# (A \cap B)$.

Sustituyamos los valores conocidos.

$\# (A - B) = 260 - 60 = 200$.

De donde: 200 zapatos presentan defecto solo en la hechura.

$\# (B - A) = \# B - \# (B \cap A)$.

Sustituyamos los valores conocidos.

$\# (B - A) = 210 - 60 = 150$.

De donde: 150 zapatos presentan defecto solo en el material.

Ejercicios propuestos

En una escuela se consultó a 120 padres sobre los deportes que practicaban sus hijos, se obtuvo el siguiente resultado: 25 practicaban solo béisbol, 40 béisbol y natación, 12 solo karate, 10 sólo natación, 15 fútbol y natación, 2 karate y natación, y 6 solo fútbol. ¿Cuántos estudiantes no practican alguno de estos deportes?

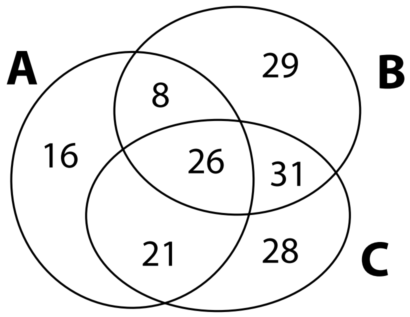
Se consultó a 20 profesores de un liceo sobre sus preferencias entre el té y el café. Respondieron: 8 que solo bebían café, 6 sólo té, 4 ninguna de ellas. ¿Cuántos profesores beben té y café?

En una prueba de ingreso a la universidad se presentaron 150 estudiantes, de los cuales 67 aprobaron la prueba de habilidades verbales, 40 la de habilidades numéricas y 34 aprobaron ambas pruebas. ¿Cuántos estudiantes no aprobaron estos exámenes?

En un club de 80 personas, 54 juegan fútbol, 32 básquetbol y 20 vóleibol. 8 juegan los tres deportes y 10 no practican alguno de ellos. ¿Cuántas personas practican dos deportes? ¿Cuántas sólo uno?

El siguiente diagrama representa a un grupo de estudiantes que opinaron sobre tres temas: A (sexualidad), B (economía) y C (política).

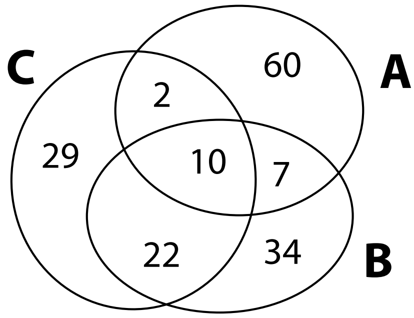
Se desea saber:



- Número de estudiantes de la muestra (#U).
- Cantidad de estudiantes que opinaron sobre los temas A y C.
- Cantidad de estudiantes que opinaron sobre A o B.
- Cuántos estudiantes que opinaron sobre B también opinaron sobre C.
- Cantidad de estudiantes que opinaron sobre los tres temas.
- Cuántos estudiantes opinaron sobre C pero no sobre A.

Se realizó una encuesta a 260 estudiantes de 5º año de Educación Media sobre las preferencias entre cuatro carreras universitarias: Computación (C), Medicina (M), Educación (E) e Ingeniería (I). Se obtuvieron los siguientes resultados: ninguno de los que prefieren a C les agrada M, 21 prefirieron solo a I, 30 simpatizaron con E y C, a 54 les agradó I y C, 28 solo M, 26 solo E, 29 solo I y E. ¿Cuántos prefieren solo C si a todos les gusta por lo menos una de esas cuatro carreras? ¿A cuántos es posible que le agraden tres carreras?

El siguiente diagrama representa a un grupo de profesores de matemática que opinaron sobre tres temas: A (actitudes de los estudiantes), B (rendimiento académico) y C (asistencia).



Se quiere saber:

- Cuántos profesores fueron consultados.
- Cuántos opinaron sobre las actitudes de los estudiantes.
- Número de profesores que solo opinaron sobre las actitudes de los estudiantes.
- Cuántos opinaron sobre los tres temas.
- Cuántos opinaron sobre rendimiento y asistencia.
- Número de profesores que opinaron sobre actitudes o rendimiento.
- Número de profesores que opinaron sobre C y A pero no sobre B.
- Cantidad de profesores que opinaron solo sobre B.
- Cantidad de profesores que no opinaron sobre A y B.

Se encuesta a 100 personas obteniéndose la siguiente información: a) Todo encuestado que es propietario de automóvil también lo es de una casa; b) 54 encuestados son hombres; c) 30 de los encuestados hombres no son propietarios de un automóvil. d) 30 mujeres son propietarias de una casa; e) 8 mujeres son solamente propietarias de una casa; f) 15 encuestados propietarios de una casa no tienen automóvil. ¿Cuántos encuestados hombres son solamente propietarios de una casa? ¿Cuántas mujeres no son propietarias de casa?

De un grupo de estudiantes encuestados sobre su desayuno se obtuvo las siguientes respuestas: 30 personas tomaban té con leche, 40 tomaban café con leche, 80 tomaban leche, 130 personas tomaban té o leche y 150 tomaban café o leche.

a) Número de personas encuestadas.

b) ¿Cuántas personas tomaban sólo té?

c) ¿Cuántas tomaban leche pura?

d) ¿Cuántas tomaban café puro?

e) ¿Cuántas personas no tomaban ninguna de estas tres bebidas en el desayuno?

Sean los conjuntos: $P = \{x \in N \ / \ x \text{ es divisor de } 6\}$ y $Q = \{x \in N \ / \ x \text{ es divisor de } 24\}$ ¿Cuál de las siguientes alternativas es incorrecta?

a) $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 8,12, 24\}$.

b) $P \cap Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

c) $P - Q = \{8, 24\}$.

d) $(Q - P) \cup (P - Q) = \{8, 24\}$.

e) $P \subset Q$.

Mali tiene CD's de diferentes géneros musicales: clásica, salsa, pop, folklórica y rock. Su amigo Ramón tiene discos de pop, rock y hip hop. Elizabeth, una amiga en común, quería escuchar la música que le gusta a ambos y ellos le prestaron un ejemplar de cada género. ¿Qué géneros de música le han prestado? ¿Cuáles géneros le gustan tanto a Mali como a Ramón? ¿Cuáles géneros le gustan nada más a Mali? (Represente con diagramas de Venn).

Dados los conjuntos: $A = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 3\}$
y $B = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 2\}$ seleccione las opciones que se cumplen:

a) $A \cup B = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 5\}$.

b) $A \cap B = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 3\}$.

c) $A \cup B = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 6\}$.

d) $A \cap B = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 6\}$.

e) $A - B = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 2 \wedge x \text{ no es múltiplo de } 3\}$.

Dados los conjuntos $A = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ $B = \{x \in IN / x \text{ es par y } x < 10\}$ ¿Cuáles de las siguientes alternativas son correctas?

a) $A = B$ b) $A \subset B$ c) $B \subset A$

d) $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ e) $A - B = \{7\}$

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas?

a) $A \wedge B$ son disjuntos $\Rightarrow A \cap B = \varnothing$.

b) $\varnothing \subset A$.

c) $A \cup \varnothing = \varnothing$.

d) $A \cap \varnothing = A$.

e) $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$.

f) $A = \{1, 2\} \Rightarrow P(A) = \{\varnothing, \{1\}, A\}$.

g) Dados los conjuntos $\{1\}$ y $\{-1\}$, su unión es igual a $\{0\}$.

h) Dados los conjuntos $\{1\}$ y $\{-1\}$, su unión es igual a $\{-1, 1\}$.

i) A no es subconjunto de sí mismo.

j) $\{\varnothing\} = \varnothing$.

k) $\{\varnothing\} = P(\varnothing)$.

l) El conjunto vacío ($\varnothing$) no tiene elementos, es decir: $\varnothing = \{ \}$.

m) $\# \varnothing = 0$.

6

DESIGUALDADES E INTERVALOS REALES

ORDEN EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

Dados dos números reales a y b siempre se cumple uno de los siguientes casos:

$$a > b \qquad\qquad a < b \qquad\qquad a = b$$

Para ordenar un conjunto de números reales, se comparan dichos números y se establecen las relaciones de orden (>, < o =) que existen entre ellos.

De la recta numérica se puede deducir que:

- Cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo.
- Cualquier número negativo es menor que cualquier número positivo.

Desigualdades en el conjunto de los números reales

Se dice que un *número real* **a** es **mayor que** otro **b**, si existe un número positivo **c** tal que: **a = b + c**. Esto se expresa: **a > b** o también puede expresarse como: **b < a**.

$$a > b \Leftrightarrow \exists c \in R^{+} / \; a = b + c$$

Un *número real* **a** es **menor que** otro **b**, si existe un número positivo **c** (mayor que cero) tal que: **a = b - c**. Esto se expresa: **a < b** o también puede expresarse como: **b > a**.

$$a < b \Leftrightarrow \exists c \in R^{+} / \; a = b - c$$

Se dice que un *número real* **a** es **mayor o igual que** otro **b**, si existe un número **c** positivo o igual a cero tal que: **a = b + c**. Esto se expresa: **a ≥ b**; también puede expresarse como: **b ≤ a**.

$$a \geq b \Leftrightarrow \exists c \in R^{+} + \{0\} \; / \; a = b + c$$

Un *número real* **a** es **menor o igual que** otro b, si existe un número positivo c (mayor que cero) tal que: **a = b - c**. Esto se expresa: **a ≤ b** o también puede expresarse como: **b ≥ a**.

$$a \leq b \Leftrightarrow \exists c \in R^+ + \{0\} / a = b - c$$

Propiedades (extensibles a ≤ y ≥)

- Transitividad: $a > b \wedge b > c \Rightarrow a > c$

  $a < b \wedge b < c \Rightarrow b < c$

  En efecto: (demostrémoslo para la primera aseveración):

  (1) $a > b \Rightarrow a = b + k_1$ con $k_1 > 0$ por definición de mayor que.

  (2) $b > c \Rightarrow b = c + k2$ con $k2 > 0$ por definición de mayor que.

  Sustituyendo (2) en (1) se tiene:

  $a = (c + k_2) + k1$ con $k_1, k_2 > 0$

  $a = c + (k_2 + k_1)$ con $(k_1 + k_2) > 0$
  propiedad asociativa de la suma en R.

  Luego: $a > c$ por definición de mayor que.

Ejemplos:

$3 > -1 \wedge -1 > -7 \Rightarrow 3 > -7$

$3/4 < 23 \wedge 23 < 59{,}2 \Rightarrow 3/4 < 59{,}2$

1) $\mathbf{a > b \Rightarrow a + c > b + c}$ **con** $\mathbf{c \in R}$**.**

$\mathbf{a < b \Rightarrow a + c < b + c}$ **con** $\mathbf{c \in R}$**.**

En efecto: (demostrémoslo para la primera aseveración):

$a > b \Rightarrow a = b + k$ con $k > 0$ por definición de mayor que.

Luego: sea $c \in R$.

$a + c = b + k + c$ sumando a ambos miembros el mismo valor c.

$a + c = (b + c) + k$ propiedad asociativa y propiedad conmutativa de la suma en R.

Por tanto: $a + c > b + c$ por definición de mayor que.

$46 + (-7) > 28 + (-7)$ porque 46 es mayor que 28

$-2 + 15 < 5 + 15$ porque $-2 < 5$

2) $\mathbf{a > b \wedge c > 0 \Rightarrow a * c > b * c}$
(vamos a usar * sustituyendo al signo por)

$\mathbf{a < b \wedge c > 0 \Rightarrow a * c < b * c}$

(vamos a usar * sustituyendo al signo por)

$5\ (3 > -2) \Rightarrow 15 > -10$

$\frac{1}{2}\ (2 < 7) \Rightarrow 1 < 7/2$

$3\ (-4 < 6) \Rightarrow -12 < 18$

3) $\mathbf{a > b \wedge c < 0 \Rightarrow a * c < b * c}$
cambia el sentido de la desigualdad.

$\mathbf{a < b \wedge c < 0 \Rightarrow a * c > b * c.}$

$-5\ (3 > -2) \Rightarrow 15 > 10$

$-\frac{1}{2}\ (2 < 7) \Rightarrow -1 > 7/2$

$-3\ (-4 < 6) \Rightarrow 12 > -18$

4) $\mathbf{a > b \wedge c > d \Rightarrow a + c > b + d.}$

$\mathbf{a < b \wedge c < d \Rightarrow a + c < b + d.}$

$5 > -3\ \wedge\ 2 > 1 \Rightarrow 7 > -2$

$4 < 6 \wedge -1 < 8 \Rightarrow 3 < 14$

5) $\mathbf{a = b \wedge c > d \wedge a - c < b - d.}$

6) $\mathbf{a = b \wedge c < d \Rightarrow a - c > b - d.}$

7) $\mathbf{a > b \wedge c < d \Rightarrow a - c > b - d.}$

8) $\mathbf{a < b \wedge c > d \Rightarrow a - c < b - d.}$

9) $\mathbf{a, b, c, d > 0\quad a = b \wedge c > d \Rightarrow a/c < b/d \Rightarrow a = b \wedge c < d \Rightarrow a/c > b/d.}$

10) $\mathbf{a, b, c, d > 0a > b\ \wedge c < d => a/c > b/d \Rightarrow a < b \wedge c > d => a/c < b/c.}$

11) $\mathbf{c, d > 0\ c > d \Rightarrow 1/c < 1/d\ c < d \Rightarrow 1/c > 1/d.}$

Intervalos Reales

Definición

Los intervalos son conjuntos de números reales, comprendidos entre dos valores dados cualesquiera, denominados extremos del intervalo. Estos conjuntos numéricos los expresamos mediante desigualdades y son infinitos (no se puede determinar su tamaño) (Corral, 2014e).

Clasificación

Los intervalos reales se clasifican en: intervalos abiertos, intervalos cerrados, intervalos semiabiertos o semicerrados (abiertos en un extremo y cerrados en el otro) y semirrectas (son intervalos acotados en un solo extremo) con extremo cerrado o abierto. A continuación se describen con detalle cada uno de estos tipos de intervalos:

- **Intervalos abiertos:** son aquellos donde los extremos no pertenecen al conjunto. Es el conjunto de todos los números reales **mayores que a** y **menores que b**.

$$(a, b) = \{x \in R / \ a < x < b\}$$

Notación:

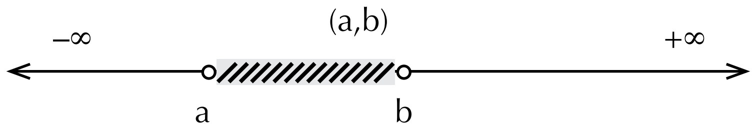
a) Notación de **desigualdades**: los símbolos < (menor que) y > (mayor que) excluyen los extremos del intervalo.

$$a < x < b \qquad\qquad a > x > b$$

b) Notación de **intervalos**, simbólica (nomenclatura): se escriben o denotan de la siguiente manera: (a, b) o]a, b[.

Nota: se ubica el menor de los valores a la izquierda y el mayor de ellos a la derecha.

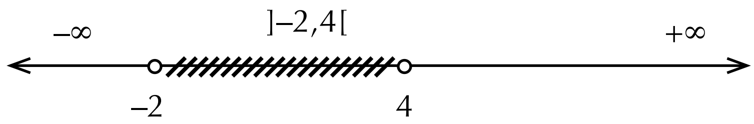
c) **Representación gráfica** en la *recta real* (R):



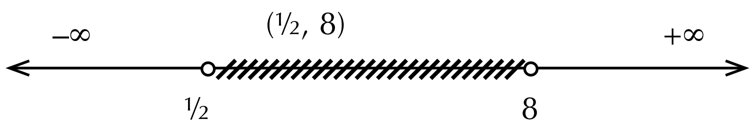
Ejemplos:

Escriba usando la notación de intervalos: (elabore los gráficos).

a) $-2 < x < 4 = (-2, 4) =]-2, 4[$.



b) $\frac{1}{2} < x < 8 = (\frac{1}{2}, 8)$.



Intervalos cerrados: son aquellos donde los extremos pertenecen al conjunto o intervalo. Es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores o iguales que b.

$$[a, b] = \{x \in R / \ a \leq x \leq b\}$$

Notación:

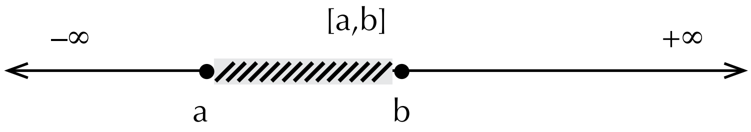
Notación de desigualdades: los símbolos ≤ y ≥ excluyen los extremos del intervalo.

$$a \leq x \leq b \qquad a \geq x \geq b$$

Notación de intervalos, simbólica (nomenclatura): se escribe entre corchetes [a, b].

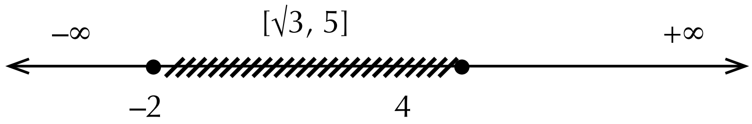
Nota: se ubica el menor de los valores a la izquierda y el mayor a la derecha.

Representación gráfica en la **recta real** (R):

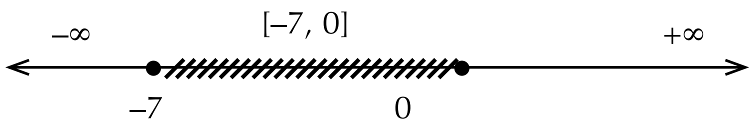


Ejemplos: Escriba usando la notación de intervalos: (elabore los gráficos)

a) $\sqrt{3} \leq x \leq 5 = [\sqrt{3}, 5]$.



b) $-7 \leq x \leq 0 = [-7, 0]$.



Intervalos semiabiertos o **semicerrados**: en un extremo son abiertos y en el otro cerrados.

$$[a, b= [a, b[= \{x \in R/\ a \leq x < b\}.$$

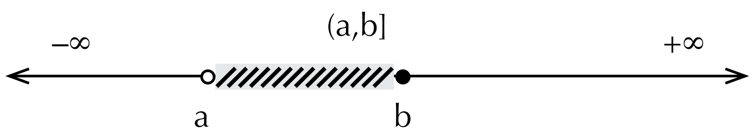
$$(a, b=]a, b] = \{x \in R/\ a < x \leq b\}.$$

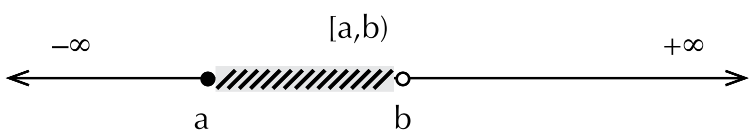
Notación:

Notación de desigualdades: $a \leq x < b$; $a < x \leq b$.

Notación de intervalos, simbólica (nomenclatura): [a, b); (a, b].

Nota: se ubica el menor de los valores a la izquierda y el mayor a la derecha.
Representación gráfica en la **recta real** (R):





Semirrectas con extremo abierto y cerrado: son intervalos no acotados, que sólo indican un extremo que puede estar o no incluido en el conjunto.

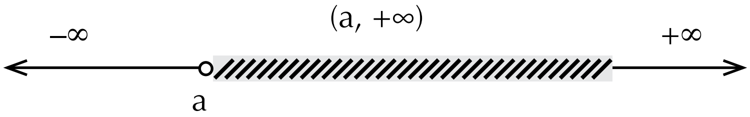
Notación:

Notación de desigualdades: los símbolos < y > excluyen el extremo de la semirrecta; los símbolos ≥ y ≤ incluyen el extremo.

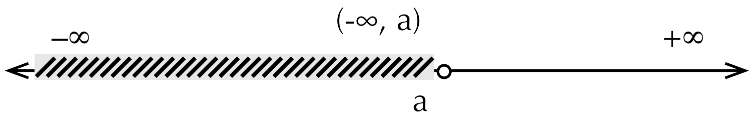
$$x > a;\ x < a;\ x \geq a;\ x \leq a$$

Notación de intervalos simbólica (nomenclatura):

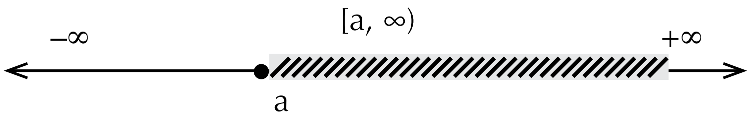
(a, ∞);]a, +∞[semirrecta abierta a la izquierda.



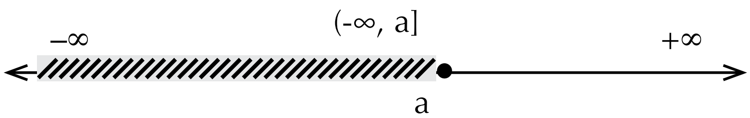
(-∞, a);]-∞, a[semirrecta abierta a la derecha.



[a, ∞); [a,+∞[semirrecta cerrada a la izquierda.



(-∞, a];]-∞, a] semirrecta cerrada a la derecha.



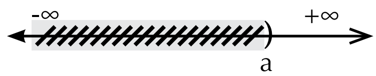
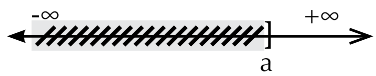
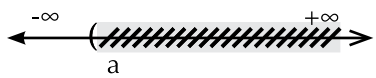
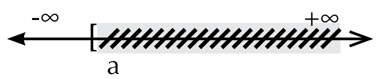
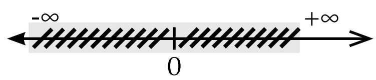
Cuadro 8 Intervalos: tipo, gráfico, significado y nomenclatura

Intervalos	**Gráfico**	**Significado y nomenclatura**
Abierto	a b	a < x < b;]a, b[
Abierto por la izquierda	a b	a < x ≤ b;]a, b]
Abierto por la derecha	a b	a ≤ x < b; [a, b[
Cerrado	a b	a ≤ x ≤ b; [a, b]
Infinito por la izquierda y abierto	a	x < a;]–∞, a[
Infinito por la derecha y abierto	a	x > a;]a, +∞[
Infinito por la izquierda y cerrado	a	x ≤ a;]–∞, a]
Infinito por la izquierda y cerrado	a	x ≥ a; [a, [

Nota. Tomado de http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=138169

En la representación gráfica, pueden sustituirse los puntos abiertos o cerrados por los signos ( ) para los puntos abiertos y [ ] para los puntos cerrados (ver el siguiente cuadro).

Cuadro 9 Intervalos: notación simbólica, tipo, notación de desigualdades y representación gráfica

Notación simbólica	Tipo de intervalo	Notación o definición en desigualdades	Representación gráfica
(a, b)	Abierto	$a < x < b$	
$[a, b]$	Cerrado	$a \leq x \leq b$	
$[a, b)$	Semiabierto a la derecha (semicerrado a la izquierda)	$a \leq x < b$	
$(a, b]$	Semiabierto a la izquierda (semicerrado a la derecha)	$a < x \leq b$	
$(-\infty, a)$	Semirrecta con extremo abierto a la derecha	$x < a$	
$(-\infty, a]$	Semirrecta con extremo cerrado a la derecha	$x \leq a$	
$(a, +\infty)$	Semirrecta con extremo abierto a la izquierda	$x > a$	
$[a, +\infty)$	Semirrecta con extremo cerrado a la izquierda	$x \geq a$	
$(-\infty, +\infty)= R$	Recta Real	-------	

Ejercicios propuestos

Escribe las siguientes desigualdades usando la nomenclatura o notación simbólica de intervalos y represéntalos gráficamente:

1. $x \leq \sqrt{3}$
2. $x > 1/3$
3. $-3{,}2 < x < 2/5$
4. $-4 \leq y < -\frac{1}{2}$

Los siguientes intervalos, escríbelos o defínelos utilizando desigualdades y grafícalos en la recta real:

1. $(\sqrt{6}/2, 10]$.
2. $[-2, 3[$.
3. $(-\infty, -1/4]$.
4. $(7, +\infty)$.

Algunas operaciones con intervalos

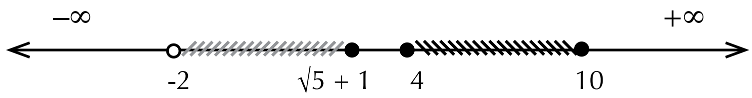
Recordemos las definiciones de intersección y unión de conjuntos:

- **Intersección:** $A \cap B = \{x/\ x \in A \wedge x \in B\}$ $\wedge \approx$ y.
- **Unión:** $A \cup B = \{x/\ x \in A \vee x \in B\}$ $\vee \approx$ o.

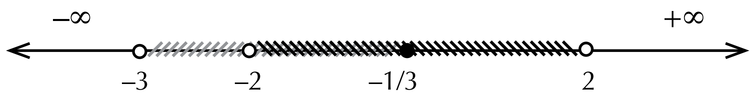
Ejemplos:

Resuelve las siguientes operaciones con intervalos y grafica en la Recta Real:

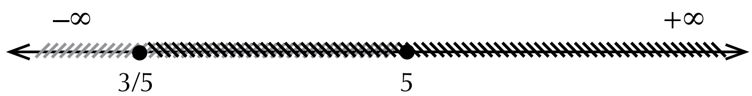
a) $(-2, \sqrt{5} + 1] \cap [4, 10] = \phi$.



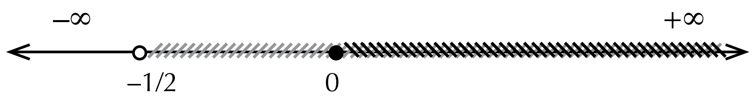
b) $[-3, -1/3] \cap (-2, 2) = (-2, -1/3]$.



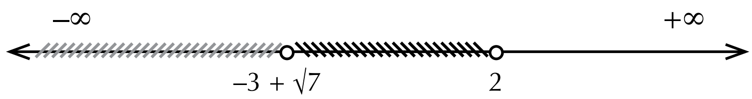
c) $x \leq 5 \cap x \geq 3/5 = (-\infty, 5] \cap [3/5, +\infty) = [3/5, 5]$.



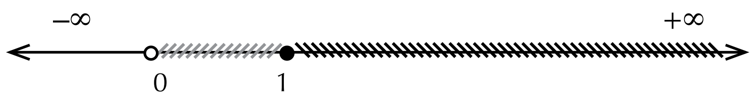
d) $x > (-1/2 \cap x \geq 0 = (-1)/2, +\infty) \cap [0, +\infty) =$



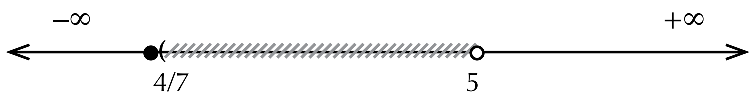
e) $(x \leftarrow 3 + \sqrt{7}) \cap (-3 + \sqrt{7} < x < 2) = \phi$.



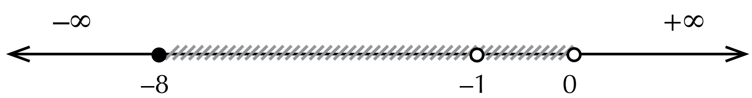
f) $[1, +\infty[\ \cap\ ]0, 1] = \{1\}$.



g) $(4/7, 5) \cap \{4/7\} = \varnothing$

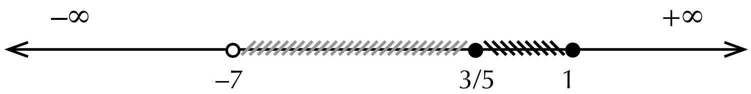


h) $[-8, 0) \cap \{-1\} = \{-1\}$.

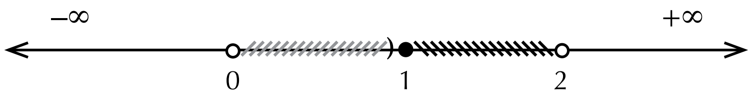


i) $[-3, 1) \cup [-3, 2) = [-3, 2)$.

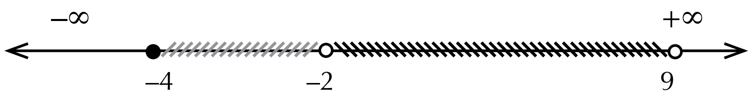
j) $\{3/5\} \cap (-7, 1] = \{3/5\}$.



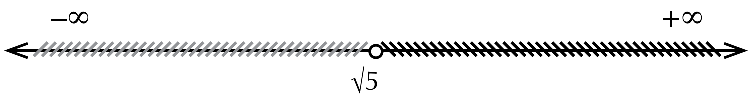
k) $(0, 1) \cup [1, 2) = (0, 2)$.



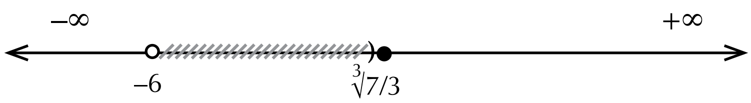
l) $[-4, -2\ [\cup]\ -2, 9] = [-4, 9] - \{-2\}$.



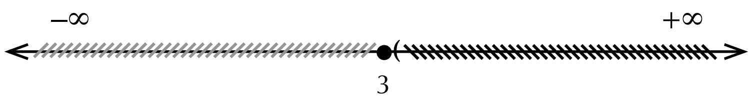
m) $(-\infty, \sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty) = (-\infty, +\infty) - \{\sqrt{5}\} = R - \{\sqrt{5}\}$.



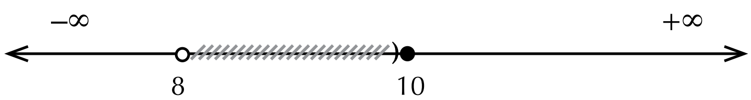
n) $(-6, \sqrt[3]{7/3}) \cup \{\sqrt[3]{7/3})\} = (-6, \sqrt[3]{7/3}]$.



ñ) $(-\infty, 3] \cup (3, +\infty) = (-\infty, +\infty) = R$.



o) $\{10\} \cup (8, 10) = (8,10]$.



Ejercicios propuestos

Escribe empleando la nomenclatura los siguientes intervalos:

1. $\frac{1}{2} < x \leq 9$
2. $x > \sqrt{3}$
3. $4 \leq x < 7$
4. $-2 \leq x \leq 0$
5. $x \leq -5$
6. $x \geq -10$

Escribe en forma de desigualdades los siguientes intervalos:

1. $(-3, 13]$
2. $[4, +\infty)$
3. $[\frac{3}{4}, 11]$
4. $]2, \sqrt{6}]$
5. $(-\sqrt{10}, +\infty)$
6. $(-\infty, 8 - \sqrt{2})$

Resuelve las siguientes operaciones con intervalos:

1. $(-9, 1) \cap (0, 2)$
2. $[7, +\infty) \cap (-\infty, -1]$
3. $]-1, 1[\cup [-1, 4/3[$
4. $x \geq 0 \cap x \leq -2$
5. $(3 \leq x \leq 5) \cap (\frac{1}{2} \leq x < 8)$
6. $x \leq \sqrt{7} \cap x \geq -\frac{3}{4}$
7. $(-5, -3) \cup (-3, 1)$
8. $(-\infty, 0) \cup (-1, +\infty)$
9. $[7, 9] \cap \{8\}$
10. $(-8, 12] \cap \{12\}$
11. $\{-2\} \cap (-2, 5/2]$
12. $(-7, -5) \cup \{-5\}$
13. $[-6, 0) \cap \phi$
14. $x \geq 0 \cap x > 0$
15. $(3, +\infty) \cup [3, 2)$
16. $[4, 13] \cup \phi$
17. $]-\infty, 3] \cup]3, 18[$
18. $(-\sqrt{5}, +\infty) \cap (6, 8]$
19. $[6, 10] \cap [-4, 1)$
20. $(0, +\infty) \cap (-7, 0)$
21. $[-2, -1] \cup (2, 11)$
22. $(5, 6) \cap \{6\}$
23. $(2, 9) \cap \{7\}$
24. $\{4\} \cap [4, 7]$
25. $[-12, -2] \cup \{-2\}$
26. $[-3, 8) \cup \{-3\}$
27. $x < \frac{3}{4} \cup x > \frac{3}{4}$
28. $x \geq 5 \cap x > 5$
29. $(-\infty, 2- \cap (\sqrt{2}, +\infty)$
30. $x < 5 \cup x > 5$

Bibliografía

Acuña, P. (2012). *Lógica formal*. Lima, Perú: UNI-FAUA. Recuperado el 15 de enero de 2016 de http://www.urbanoperu.com/filesitos/L%C3%B3gica%20formal%202a.pdf.

Afcha, K. (1993). *Temas fundamentales de lógica matemática*. Valencia, Venezuela: Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo.

Agudo, C. y Peña, G. (2011, junio). *Lógica y Matemática*. Valencia, Venezuela: Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo.

Aguiar, E. (2009, junio). *Lógica simbólica*. Argentina. Recuperado de http://es.scribd.com/doc/16436343/logica-simbolica1.

Ballester, P. (s.f.). *Lógica elemental. Sistema y lenguaje*. Córdova, Argentina: Seminario Iberoamericano de Estudios Socioeconómicos (Siese) Manuel Ugarte. Unasur, Comunidad Andina y Mercosur. Recuperado el 13 de febrero de 2016 de http://www.manuelugarte.org/modulos/biblioteca/b/ballester/logica_elemental.htm#top.

Becerra, F. (2009, noviembre). *Lógica matemática*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Recuperado de http://logicamatematicaudfer.blogspot.com/.

Burgos, A. (1972). *Iniciación a la matemática moderna*. (4ª ed.). Madrid: Selecciones Científicas.

Corral, Y. (2014a). *La Lógica y el lenguaje*. Manuscrito no publicado. Valencia, Venezuela.

Corral, Y. (2014b). *Lógica proposicional*. Manuscrito no publicado. Valencia, Venezuela.

Corral, Y. (2014c). *Tablas de verdad o de certidumbre e inferencias*. Manuscrito no publicado. Valencia, Venezuela.

Corral, Y. (2014d). *Guía: Teoría de conjuntos*. Manuscrito no publicado. Valencia, Venezuela.

Corral, Y. (2014e). *Guía de desigualdades e intervalos reales*. Manuscrito no publicado. Valencia, Venezuela.

Cornejo, H. (s.f.). *Guía de ejercicios. Conjuntos*. Recuperado el 5 de marzo de 2016 de http://www.hcornejo.com/Algebra/Ejercicios%20de%20Conjuntos.pdf.

Educarchile. (2013). *Intervalos e inecuaciones lineales*. Recuperado de http://www.educarchile.cl/ech/ pro/app/detalle?ID=138169.

Educastur.es. (2009). *Lógica formal. Lógica proposicional*. España: Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno del Principado de Asturias. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://blog.educastur.es/tendales/files/2009/12/logica-teoria2.pdf.

El Blog del Profe Alex. (2008, octubre). *Problemas resueltos sobre teoría de conjuntos*. Recuperado de http://profe-alexz.blogspot.com/2008/10/10-problemas-resueltos-sobre-teoria-de.html.

Euclides.org. (2012). *Breve historia de la lógica*. Recuperado el 29 de julio de 2015 de http://www.euclides.org/menu/articles/article101.htm.

Fernández, M., Preisser, A., Segura, L. y Torres, Y. (1996). *Lógica Elemental*. México: Universidad Autónoma Metropolitana. Unidad Iztapalapa.

García Vascónez; J. (2013). *Manual didáctico para el desarrollo del lenguaje expresivo y comprensivo*. Recuperado el 26 de abril de 2015 de http://www.slideshare.net/MartaCano2/manual-lenguaje-expresivo-y-comprensivo.

García Zárate, O. (2003). *Introducción a la lógica*. Lima, Perú: UNMSM.

Herrera, H. (2012). *Lógica proposicional*. Recuperado de http://www.laselva.edu.mx/hherrera/wp-content/uploads/2012/10/Logica_proposicional.pdf.

Huerta Sánchez, A. y Manzano Arjona, M. (2002, febrero). *Teoría de conjuntos*. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid – UCM. Recuperado el 22 de noviembre de 2015 de http://pendientedemigracion.ucm.es/info/pslogica/teoriaconjuntos.pdf.

Ivorra, C. (s.f.a). *Lógica matemática*. España: Universidad de Valencia. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://www.uv.es/ivorra/Libros/Logica2.pdf.

Ivorra, C. (s.f.b). *Lógica y teoría de conjuntos*. España: Universidad de Valencia. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://www.uv.es/~ivorra/Libros/Logica.pdf.

Jaramillo Atehortúa, A. (2005) *Fundamentos de lógica y teoría de conjuntos*. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://docencia.udea.edu.co/cen/logica/.

Kisbye, P. y Tiraboschi, A. (2008). *Elementos de lógica y teoría de conjuntos*. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://ocw.unc.edu.ar/facultad-de-matematica-astronomia-y-fisica/cursillo-de-ingreso/actividades-y-materiales/elementos-de-logica-y-teoria-de-conjuntos.

Labato, R. (2010). *Lógica*. Buenos Aires, Argentina: Instituto Superior del Profesorado Dr. Joaquín V. González. Recuperado el 26 de abril de 2015 de http://www.rlabato.com/isp/qui/epistemo-003.pdf.

Lago, C. (2007). *Falacias lógicas*. Puerto Rico: Escuela de Artes Plásticas de Puerto Rico. Recuperado el 29 de julio de 2015 de http://cita.eap.edu/moodle/pluginfile.php/1683/mod_resource/content/1/Filosofia/Falacias_LogicasREV.pdf.

León, G. (s.f.). *Ejercicios propuestos de conjuntos*. Universidad de los Andes. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://webdelprofesor.ula.ve/economia/gudberto/materias/metodos_estadisticos1/ ejercicios/ejercicios_de_conjuntos.pdf.

Lowder, J. y Mathew, M. (1997). *Lógica y falacias*. (Sergio trad.). Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://www.elortiba.org/falacias.html#negacion_anteceden.

Manzanares, L. H. (s.f.). *Ejercicios resueltos de lógica matemática*. Manuscrito no publicado. Valencia, Venezuela.

Martín Torres, F. (2014). *Falacias lógicas*. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de https://franciscomartintorres.wordpress.com/2014/01/13/falacias-logicas-2/.

Mata, A. y Reyes, M. (s.f.). *Técnicas para contar*. España: Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Madrid (FI-UPM). Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://www.fiwiki.org/images/1/14/MD_Tema4_Combinatoria.pdf.

Mendiola, E. (1980). *Pruebas de ingreso a la Universidad*. Madrid: Biosfera.

Montero, J. M. (s.f.). *Lenguajes naturales y lenguajes formales*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://lorien.die.upm.es/juancho/pfcs/DPF/capitulo2.pdf.

Napolitano, A. (2012). *Lógica matemática*. (2ª ed.). Guarenas, Venezuela: Biosfera.

Navarro, E. (1970). *Prácticas de matemáticas. 900 problemas resueltos. 5º año*. Caracas: s.e.

Pascual, J. (2006, noviembre). *Apuntes de lógica*. España: Universidad de Castilla-La Mancha. Departamento de Informática.

Pérez, M., Martín, M., Barbero, A., Farran, J. y Arratia, O. (2009, febrero). *Teoría elemental de conjuntos*. [Blog]. España: Invitación a las matemáticas. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Conjuntos/marco_conjuntos.htm.

Polanco, D. (2000, septiembre). *Evaluación y mejora de un sistema automático de análisis sintagmático*. [Proyecto de fin de carrera]. Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicaciones. Departamento de Ingeniería Electrónica. Madrid, España. Recuperado de http://lorien.die.upm.es/juancho/pfcs/DPF/capitulo2.pdf.

Recursostic.educación. (s.f.). *Teoría de conjuntos-ejercicios*. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/conjuntos_y_operaciones_agsm/ejercicios.pdf.

Rojo, A. (1972). *Álgebra I*. Argentina: El Ateneo.

Santizo, J. y García, J. (2009). *Teoría de conjuntos*. Montecillo, México: Universidad Nacional Autónoma de México-UNAM. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://www.colposfesz.galeon.com/ est501/conjunto/conjunto.htm.

Sullivan, M. (2006). *Álgebra y trigonometría*. (7ª ed.). México: Pearson Educación.

Thomas, G. y Weir, M. (2005). *Cálculo: una variable*. México: Pearson Educación.

Universidad Nacional Autónoma de México-UNAM. (s.f.). *Falacias*. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://www.objetos.unam.mx/logica/falacias/index.html.

Vírgüez de Quiñónez, D. y Naveda de Fernández, O. (s.f.). *Lógica y Matemática*. Venezuela: Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Matemática. Cátedra de Lógica y Matemática. Disponible en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo.

Wikibooks.org. (2001). *Teoría de conjuntos/Versión para imprimir*. Recuperado el 21 de agosto de 2015 de http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/ab/Teor%C3%ADa_de_conjuntos.pdf.

Zabullo, J. C. (s.f.). *Lógica y filosofía de la ciencia*. Aguilar de Campoo, España: IES Santa María la Real. Recuperado de http://www.iessantamarialareal.com/descargas/CZB_79.pdf.

Apéndices

APÉNDICE A: FALACIAS LÓGICAS O SOFISMAS

En general, la falacia lógica o sofisma es una inferencia no válida, dado que es un razonamiento incorrecto. Zabullo (s.f.) expresa que la falacia es un argumento en favor de una conclusión que pretende ser válido, aunque no lo es en realidad. Las falacias lógicas (Lago, 2007; Lowder y Mathew, 1997; Martín Torres, 2014; Universidad Nacional Autónoma de México, s.f.; Zabullo, s.f.) se pueden clasificar en:

- **Falacias formales:** inferencias no válidas que suelen tener un esquema muy parecido al de las inferencias válidas.

  * *Afirmación del consecuente*: también llamado error inverso, se comete esta falacia cuando al razonar se sigue la siguiente forma: Si A, entonces B y B. Por lo tanto, A. La verdad de las premisas no garantiza la verdad de la conclusión, aun cuando las premisas y la conclusión sean verdaderas. Ejemplo: si está nevando hace frío. Hace frío. Luego, está nevando.

  * *Negación del antecedente*: ejemplo, si llueve la calle se moja. No llueve. Entonces la calle no estará mojada.

  * *Falso silogismo disyuntivo*: para ser un gran deportista hay que tener talento natural o entrenar duro. Carlos entrena duro. Por tanto, Carlos no tiene talento natural.

- **Falacias no formales:** la invalidez del razonamiento se atribuye a ambigüedad en el lenguaje, la falta de atención u otro motivo. Las falacias no formales se dividen a su vez en falacias de atinencia (relevancia) y falacias de ambigüedad:

  * *Falacias de atinencia o relevancia*: a ellas pertenecen aquellos argumentos cuyas premisas no son adecuadas respecto a la conclusión; es decir, las conclusiones no se corresponden con las premisas. Entre otras, se distinguen las siguientes:

    ◊ *Argumentum ad baculum* (apelación a la fuerza): cuando se apela a la amenaza o a la fuerza para que se acepte la conclusión. Se suele recurrir a ella cuando no hay razones valederas. Se comete sobre todo en el campo político "La fuerza hace el derecho".

    ◊ *Argumentum ad hominem*: se subdivide en:
      ◊ Ofensiva: consiste en aducir que un argumento es falso sin proporcionar razones adecuadas para rebatir una posición o una conclusión, se recurre a la descalificación de la persona (se le ataca o se trata de desacreditarla) que ha hecho la afirmación. La cometen con frecuencia por valores sociales, culturales, religiosos o en derecho.
      ◊ Circunstancial: se divide a su vez en: de intereses personales (para refutar se argumenta que es falsa la afirmación porque quien defiende la posición se ve beneficiado) y de

autocontradicción (cuando se asevera que un argumento es falso porque la persona quien la sostiene hace todo lo contrario a lo que dice).

◊ *Argumentum ad antiquitatem* (apelación a la tradición): esta falacia implica que si algo se viene haciendo por mucho tiempo, es porque está bien, es verdadero y no debe ser cambiado.

◊ *Argumentum ad consequentiam* (dirigido a las consecuencias): esta falacia implica responder a un argumento refiriéndose a las posibles consecuencias (positivas o negativas) del mismo.

◊ *Argumentum ad ignorantiam* (a la ignorancia): se comete cuando se infiere la verdad de un argumento a partir de que no se ha podido demostrar su falsedad o inferir la falsedad porque no se ha probado su verdad.

◊ *Argumentum ad logicam*: se afirma que algo es falso solamente porque surge de un razonamiento contrario al argumento sustentado.

◊ *Argumentum ad nauseam*: falacia en la que se argumenta a favor de un enunciado mediante la reiteración prolongada, ya sea, repetida por una o más personas. Es utilizada regularmente por políticos y fanáticos, es usada para reforzar leyendas urbanas, para adoctrinamiento u otros fines. "Una mentira repetida mil veces se convierte en verdad".

◊ *Argumentum ad novitatem* (apelación a la novedad): sostiene que una idea es correcta o mejor solamente por ser nueva o moderna. Muy usada en publicidad.

◊ *Argumentum ad lazarum* (apelación a la pobreza): consiste en afirmar que lo dicho por un individuo es verdadero porque es pobre.

◊ *Argumentum ad crumenam* (apelación a la riqueza): se concluye que un argumento es cierto solo porque lo propone alguien adinerado.

◊ *Argumentum ad populum* (sofisma populista): implica responder a un argumento refiriendo a la supuesta opinión que tiene la gente en general, en lugar de referirse al argumento en sí. Se usa como base la emoción y el consenso, si mucha gente cree que algo es verdadero, debe serlo.

◊ *Argumentum ad verecundiam* (de autoridad intelectual): consiste en defender un argumento como verdadero solo porque quien lo afirma tiene autoridad en la materia. "El maestro lo dijo" (*Magíster dixit*).

◊ *Argumentum ad silentio* (desde el silencio): considerar que el silencio de un interlocutor sobre el argumento esgrimido prueba o sugiere que él no tiene conocimiento sobre el tema o tiene motivos para no opinar.

◊ *Argumentum ad misecordiam* (apelar a la misericordia): se apela a la compasión.

◊ Accidente inverso (*dicto simpliciter*): cuando se generaliza una afirmación y se confunde una excepción de la regla (caso excepcional) con la regla misma.

◊ Pregunta compleja (presunción): se realiza una pregunta presuponiendo que se conoce la verdad de una conclusión. Se utiliza en interrogatorios policiales.

- **Falacias de ambigüedad**: son aquellos razonamientos en cuya formulación se emplean frases de significado ambiguo, porque cambia su significado en el curso del razonamiento y lo hace falso. Llevan implícitas confusiones lingüísticas. Se distinguen los siguientes:

  * *Equívoco*: cuando una palabra o frase aparece más de una vez en un argumento, pero con sentido diferente. Se debe al uso de palabras homónimas.

  * *Anfiobología*: ocurre debido a una confusión sintáctica, dando como resultado una interpretación en otro sentido.

  * *Acento o énfasis*: cuando las premisas no apoyan la conclusión debido a una interpretación confusa o ambigua debido al énfasis o pausas utilizadas cuando se lee o habla.

APÉNDICE B: MÁS EJERCICIOS RESUELTOS DE LÓGICA

Ejercicios de formalización de expresiones

Formalice las siguientes expresiones:

1. Miguel Ángel Buonarroti vivió en Florencia y trabajó en la Capilla Sixtina por encargo del Papa Julio II, entonces Miguel Ángel conoció al Papa Julio II y trabajó para él. *Respuesta*: $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge q)$.

2. Es falso que disminuirá el índice delictivo en el país, porque los ciudadanos no respectan las leyes, aunque hacen cumplir sus derechos. *Respuesta*: $-[(-q \wedge r) \rightarrow p]$.

3. Este año Simón terminará la construcción de su casa, solamente si los ingenieros entregan los planos de la etapa final y el banco aprueba el crédito. *Respuesta*: $p \leftrightarrow (q \wedge r)$.

4. No es cierto que los estudiantes fueron a la biblioteca y no encontraron el libro recomendado. Por lo tanto, pueden realizar el trabajo asignado. *Respuesta*: $-(p \wedge -q) \rightarrow r$.

5. Si Luis llega tarde al terminal de pasajeros, no conseguirá los pasajes para Coro y tampoco podrá reservar las habitaciones en el hotel para mañana. *Respuesta*: $p \rightarrow (-q \wedge -r)$.

6. O se construyen viviendas económicas y se le dan facilidades de pago a las familias de bajos ingresos, o se otorgan créditos populares para construcción de viviendas. *Respuesta*: $(p \wedge q) \underline{\vee} r$.

7. El sol irradia luz, Irma es odontólogo y la UC está en Bárbula; sin embargo, la clase comienza a las 3:30 pm. *Respuesta*: $(p \wedge q \wedge r) \wedge s$.

8. Venezuela es un país petrolero y Colombia es cafetalero. *Respuesta*: $p \wedge q$.

9. Si salgo bien, entonces apruebo la materia. *Respuesta*: $p \rightarrow q$.

10. Cuando llega la noche, el sol se oculta. *Respuesta*: $p \rightarrow q$.

11. No ocurre que la suma de cinco más cuatro sea igual a doce. *Respuesta*: $-p$.

12. Si estudio medicina, puedo curar a los enfermos; y puedo ayudar a mis semejantes. Y si estudio medicina y puedo ayudar a mis semejantes, soy una persona útil a la sociedad. *Respuesta*: $[(p \rightarrow q) \wedge r] \wedge [(p \wedge q) \rightarrow s]$.

13. Si estudio medicina, puedo curar a los enfermos y puedo ayudar a mis semejantes. Y si estudio medicina, puedo ayudar a mis semejantes y soy una persona útil a la sociedad. *Respuesta*: $[p \rightarrow (q \wedge r)] \wedge [(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)]$.

14. El hexágono es un polinomio de seis lados y $\sqrt{49}=7$. *Respuesta*: $p \wedge q$.

15. Si estudio medicina, puedo curar a los enfermos. Además, puedo ayudar a mis semejantes. Por lo tanto, si estudio medicina y puedo ayudar a mis semejantes, soy una persona útil a la sociedad. *Respuesta*: $[(p \rightarrow q) \wedge r] \rightarrow [(p \wedge q) \rightarrow s]$.

Ejercicios relacionados con tablas de verdad o de certidumbre

Determinar la validez de las siguientes fórmulas o polinomios proposicionales usando tablas de verdad completas o derivadas, e indique si son contradicciones, tautologías o contingencias:

1. $\{-[(-p \vee q) \rightarrow -(p \underline{\vee} -q)] \wedge -p\}$.

p	q	$-p$	$-q$	$-p \vee q$	$p \underline{\vee} -q$	$-(p \underline{\vee} -q)$	$(-p \vee q) \rightarrow -(p \underline{\vee} -q)$	$-[(-p \vee q) \rightarrow -(p \underline{\vee} -q)]$	$-[(-p \vee q) \rightarrow -(p \underline{\vee} -q)] \wedge -p$
V	V	F	F	V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	F	F	V	V

Respuesta: la fórmula es inválida, puesto que es una contingencia.

2. $[(q \underline{\vee} -p) \wedge -(p \rightarrow -p)] \rightarrow (-q \rightarrow -p)$.

p	q	$-p$	$-q$	$q \underline{\vee} -p$	$p \rightarrow -p$	$-(p \rightarrow -p)$	$(q \underline{\vee} -p) \wedge -(p \rightarrow -p)$	$-q \rightarrow -p$	$[(q \vee -p) \wedge -(p \rightarrow -p)] \rightarrow (-q \rightarrow -p)$
V	V	F	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	F	F	V	V

Respuesta: la fórmula es válida, puesto que es una tautología.

3. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (p \vee r)]$.

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$p \vee r$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \vee r)$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (p \vee r)]$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F	V
V	F	F	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F	F

Respuesta: la fórmula es inválida, puesto que es una contingencia.

4. (p ↔ q) → -[(q → p) ⊻ (-p ∨ r)].

p	q	r	-p	p ↔ q	q → p	-p ∨ r	(q → p) ⊻ (-p ∨ r)	-[(q → p) ⊻ (-p ∨ r)]	(p ↔ q) → -[(q → p) ∧ (-p ∨ r)]
V	V	V	F	V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	F	V	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	F	F	V	V	F	V
F	V	F	V	F	F	V	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V

Respuesta: la fórmula es inválida, puesto que es una contingencia.

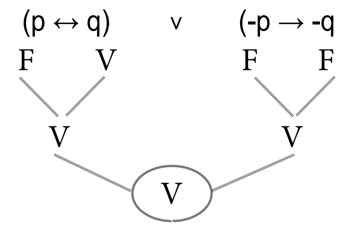
5. [p ∧ (q ∨ r)] ↔ -[(p ∧ q) ∨ (p ∧ r)].

p	q	r	q ∨ r	p ∧ (q ∨ r)	p ∧ q	p ∧ r	(p ∧ q) ∨ (p ∧ r)	-[(p ∧ q) ∨ (p ∧ r)]	[p ∧ (q ∨ r)] ↔ -[(p∧q) ∨ (p∧r)]
V	V	V	V	V	V	V	V	F	F
V	V	F	V	V	V	F	V	F	F
V	F	V	V	V	F	V	V	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F	F	F	V	F
F	F	V	V	F	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F	V	F

Respuesta: la fórmula es inválida, puesto que es una contradicción.

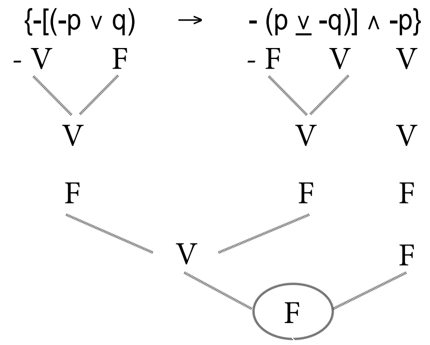
Determinar el valor de verdad de los siguientes polinomios, aplicando tablas de verdad parciales o árboles de verdad:

1. [(p ↔ q) ∨ (-p → -q)] sabiendo que las variables son verdaderas.



Respuesta: el polinomio es verdadero.

2. {-[(-p ∨ q) → -(p ⊻ -q)] ∧ -p} sabiendo que las variables son falsas



Respuesta: el polinomio es falso.

3. {[p ∧ (-q ∨ r)] → [-(-r $\underline{\vee}$ q) ↔ -p]} con: p = V; q = F; r = V.

{[p ∧ (-q ∨ r)] → [-(-r $\underline{\vee}$ q) ↔ -p]}

V V V - F F F

V V - F F

V V F

V F

F

Respuesta: el polinomio es falso.

Comprobar si hay implicación lógica entre los siguientes polinomios:

4. P = [(p→ -q) ∧ (q ∨ r)]; Q = (p → r).

p	q	r	-q	p → -q	q ∨ r	P (p → -q) ∧ (q ∨ r)	Q p → r	P ⇒ Q
V	V	V	F	F	V	F	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F	V	V

Respuesta: hay una tautología, por tanto, existe una implicación lógica.

5. P = [-(p ↔ -q) ∧ (-p ∨ -q)]; Q = [p ∨ (-p → q)].

p	q	-p	-q	p↔-q	-(p↔-q)	-p ∨-q	P -(p↔-q) ∧(-p ∨ -q)	-p → q	Q p ∨ (-p → q	P ⇒ Q
V	V	F	F	F	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	F	F	V

Respuesta: hay una tautología, por tanto, existe una implicación lógica.

6. P = [-(p ∨ q) ∨ (-r → p)]; Q = [p ∧ (q → r)].

p	q	r	-r	p ∨ q	-(p ∨ q)	-r → p	P -(p ∨ q) ∨ (-r → p	q → r	Q p ∧ (q → r)	P ⇒ Q
V	V	V	F	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	V	F	F	V	F	F	V
F	F	V	F	F	V	V	V	V	F	F
F	F	F	V	F	V	F	V	V	F	F

Respuesta: hay una contingencia por tanto, no existe una implicación lógica.

Verificar si hay equivalencia lógica entre los siguientes polinomios:

7. P = [(p→ -q) ∧ (q ∨ r)]; Q = (p → r).

p	q	r	-q	p → -q	q ∨ r	P (p → -q) ∧ (q ∨ r)	Q p → r
V	V	V	F	F	V	F	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F	V

Respuesta: las columnas correspondientes al operador principal de ambos polinomios (en P y Q) no coinciden fila a fila, es decir, no son idénticos los resultados finales de sus tablas de verdad. Por lo cual, se puede afirmar que no son equivalentes.

8. P = [-(p ↔ -q) ∧ (-p ∨ -q)]; Q = [p ∨ (-p → q)].

p	q	-p	-q	p↔-q	-(p↔-q)	-p ∨-q	-(p↔-q) ∧(-p ∨ -q)	P -[-(p ↔ -q) ∧(-p ∨ -q)]	-p → q	Q p ∨ (-p → q
V	V	F	F	F	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	F	F	F

Respuesta: las columnas correspondientes al operador principal de ambos polinomios (en P y Q) coinciden fila a fila; es decir, son idénticos los resultados finales de sus tablas de verdad. Por lo cual, se puede afirmar que los polinomios P y Q son equivalentes.

Ejercicios de inferencias

(en Vírgüez de Quiñónez y Naveda de Fernández, s.f., pp. 58-61)

Las premisas se presentan en forma de enunciados proposicionales. Simbolizar los siguientes argumentos y luego demostrar su validez, justificando cada paso dado:

1. Si la Junta Directiva de la Corporación no despide a los empleados corruptos, nos convertiremos en la empresa con mayor índice de empleados corruptos de América Latina. Y, si la corporación se convierte en la empresa con mayor índice de empleados corruptos de América Latina, entonces, desertarán los inversionistas extranjeros. Pero, los inversionistas extranjeros no desertarán. Por lo tanto, la Junta Directiva de la Corporación despedirá a los empleados corruptos.

   Forma lógica:

   p: la Junta directiva de la corporación despedirá a los empleados corruptos.

   q: la corporación, empresa con mayor índice de empleados corruptos en América Latina.

   r: desertarán los inversionistas extranjeros.

   Fórmula proposicional: $\{[(-p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge -r] \rightarrow p\}$

   En símbolos:

   (Premisa 1) $-p \rightarrow q$ = Si la Junta directiva de la corporación no despide a los empleados corruptos, entonces la corporación se convertirá en la empresa con mayor índice de empleados corruptos en América Latina.

   (Premisa 2) $q \rightarrow r$ = si la corporación se convierte en la empresa con mayor índice de empleados corruptos, entonces, desertarán los inversionistas extranjeros.

   (Premisa 3) $-r$ = no desertarán los inversionistas extranjeros.

   C: p = la Junta directiva de la Corporación despedirá a los empleados corruptos.

   Análisis inferencial:

   C: p
   (1) $-p \rightarrow q$ Premisa 1.
   (2) $q \rightarrow r$ Premisa 2.
   (3) $-r$ Premisa 3.

   ---

   (4) $–p \rightarrow r$ Trans. (1, 2).
   (5) p MTT (4, 3).

   Respuesta: la inferencia es válida.

   Este ejercicio también puede resolverse de la siguiente manera:

   C: p
   (1) $-p \rightarrow q$ Premisa 1.
   (2) $q \rightarrow r$ Premisa 2.
   (3) $-r$ Premisa 3.

   ---

   (4) $–q$ MTT (2, 3).
   (5) p MTT (1, 4).

2. Compramos materiales de óptima calidad o no podremos comenzar a construir la urbanización. Y, si la municipalidad nos da el permiso de construcción, la empresa nos exigirá que cumplamos el contrato antes de fin de año. Si la empresa nos exige que cumplamos el contrato antes de finalizar el año, podríamos estar en graves problemas. Pero, no compramos materiales de calidad y la municipalidad

nos dará el permiso. Entonces, no podremos construir la urbanización y podríamos estar en graves problemas.

Forma lógica:

p: compramos materiales de óptima calidad.

q: podremos comenzar a construir la urbanización.

r: la municipalidad da el permiso de construcción.

s: la empresa exige que se cumpla el contrato antes de fin de año.

t: podríamos estar en graves problemas.

Fórmula proposicional: $\{[(p \vee -q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow t) \wedge (-p \wedge r)] \rightarrow (-q \wedge t)\}$

En símbolos:

(Premisa 1) $p \vee -q$ = compramos materiales de óptima calidad o no podremos comenzar a construir la urbanización.

(Premisa 2) $r \rightarrow s$ = si la municipalidad da el permiso de construcción, entonces, la empresa exigirá que se cumpla el contrato antes de fin de año.

(Premisa 3) $s \rightarrow t$ = si la empresa exige se cumpla el contrato antes de fin de año, entonces, podríamos estar en graves problemas.

(Premisa 4) $-p \wedge r$ = no compramos materiales de óptima calidad y la municipalidad nos dará el permiso.

C: $-q \wedge t$ = entonces, no podremos construir la urbanización y podríamos estar en graves problemas.

Análisis inferencial:

C: $-q \wedge t$

(1) $p \vee -q$	Premisa 1.
(2) $r \rightarrow s$	Premisa 2.
(3) $s \rightarrow t$	Premisa 3.
(4) $-p \wedge r$	Premisa 4.
(5) $r \rightarrow t$	Trans. (2, 3).
(6) $-p$	Simp. (4).
(7) $–q$	MTP (1, 6).
(8) r	Simp. (4).
(9) t	MPP (5, 8).
(10) $–q \wedge t$	Conj. (7, 9).

Respuesta: la inferencia es válida.

Este ejercicio también puede resolverse de la siguiente manera:

C: $-q \wedge t$

(1) $p \vee -q$	Premisa 1.
(2) $r \rightarrow s$	Premisa 2.
(3) $s \rightarrow t$	Premisa 3.
(4) $-p \wedge r$	Premisa 4.
(5) $–p$	Simp. (4).
(6) $–q$	MTP (1, 5).
(7) r	Simp. (4).
(8) s	MPP (2, 7).
(9) t	MPP (3, 8).
(10) $–q \wedge t$	Conj. (6, 9).

3. Si los bancos aumentan la tasa de interés, subirá el índice de ahorristas. Si sube el índice de ahorristas, entonces, no habrá fuga de divisas. Pero, habrá fuga de divisas. Por lo tanto, los bancos no aumentarán la tasa de interés.

Forma lógica:

p: los bancos aumentan la tasa de interés.

q: subir el índice de ahorristas.

r: habrá fuga de divisas.

En símbolos:

(Premisa 1) $p \rightarrow q$ = si los bancos aumentan la tasa de interés, entonces, subirá el índice de ahorristas.

(Premisa 2) $q \rightarrow -r$ = si sube el índice de ahorristas, entonces, no habrá fuga de divisas.

(Premisa 3) r = h.

C: -p = por lo tanto, los bancos no aumentarán la tasa de interés.

Fórmula proposicional: $\{[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow -r) \wedge r] \rightarrow -p\}$

Análisis inferencial:

C: p
(1) $p \rightarrow q$ Premisa 1.
(2) $q \rightarrow -r$ Premisa 2.
(3) r Premisa 3.

---

(4) $p \rightarrow -r$ Trans. (1, 2).
(5) -p MTT (4, 3).

Respuesta: la inferencia es válida.

Este ejercicio también puede resolverse de la siguiente manera:

C: -p
(1) $p \rightarrow q$ Premisa 1.
(2) $q \rightarrow -r$ Premisa 2.
(3) r Premisa 3.

---

(4) -q MTT (2, 3).
(5) -p MTT (1, 4).

4. Si soy un ser humano, entonces, razono. Pero, si estoy dormido, no razono. Sin embargo, soy un ser humano. Entonces estoy despierto y razono.

Forma lógica:

p: soy un ser humano.

q: yo razono.

r: estoy dormido.

En símbolos:

(Premisa 1) $p \rightarrow q$ = soy un ser humano, entonces, razono.

(Premisa 2) $r \rightarrow -q$ = si estoy dormido, entonces no razono.

(Premisa 3) p = soy un ser humano.

C: $-r \wedge q$ = Entonces, estoy despierto y razono.

Fórmula proposicional: $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow -q) \wedge p] \rightarrow (-r \wedge q)\}$

Análisis inferencial: C: $-r \wedge q$

(1) $p \rightarrow q$	Premisa 1.
(2) $r \rightarrow -q$	Premisa 2.
(3) p	Premisa 3.
(4) q	MPP (1, 3).
(5) $-r$	MTT (2, 4).
(6) $–r \wedge q$	Conjunción (5, 4).

5. Si acudimos a la oficina de reclamos y llenamos la planilla explicando la situación, resolveremos legalmente el problema. Si resolvemos legalmente el problema, no tendremos que utilizar la fuerza. Pero tendremos que utilizar la fuerza. Por consiguiente, no acudimos a la oficina de reclamos o no llenamos la planilla explicando nuestro problema.

Forma lógica:

p: acudimos a la oficina de reclamos.

q: llenamos la planilla explicando la situación.

r: resolvemos legamente el problema.

s: tendremos que utilizar la fuerza.

En símbolos:

(Premisa 1) $(p \wedge q) \rightarrow r$ = si acudimos a la oficina de reclamos y llenamos la planilla explicando la situación, entonces resolveremos legalmente el problema.

(Premisa 2) $r \rightarrow -s$ = si resolvemos legalmente el problema, entonces no tendremos que usar la fuerza.

(Premisa 3) s = Pero, tendremos que usar la fuerza.

C: $(-p \vee -q)$ = Por consiguiente, no acudimos a la oficina de reclamos o no llenamos la planilla explicando el problema.

Fórmula proposicional: $|\{[(p \wedge q)\rightarrow r] \wedge (r \rightarrow -s) \wedge s\} \rightarrow (-p \vee -q)|$

Análisis inferencial:

C: $-p \vee -q$

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$	Premisa 1.
(2) $r \rightarrow -s$	Premisa 2.
(3) s	Premisa 3.
(4) $-r$	MTT (2, 3).
(5) $–(p \wedge q)$	MTT (4, 1).
(6) $-p \vee -q$	Morgan (5).

Respuesta: la inferencia es válida.

Este ejercicio también puede resolverse de la siguiente manera:

C: $-p \vee -q$

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$	Premisa 1.
(2) $r \rightarrow -s$	Premisa 2.
(3) s	Premisa 3.
(4) $(p \wedge q) \rightarrow s$	Transitividad (1, 2).
(5) $–(p \wedge q)$	MTT (4, 3).
(6) $-p \vee -q$	De Morgan (5).

6. No se puede ser feliz y ser rico a la vez. Se puede ser feliz o la vida no está llena de desengaños. Si se es feliz, entonces la vida es un camino de rosas. Por consiguiente, la vida está llena de desengaños y no es un camino de rosas.

   Formalización o forma lógica:

   p: se puede ser feliz.

   q: se puede ser rico.

   r: la vida está llena de desengaños.

   s: la vida es un camino de rosas.

   Fórmula proposicional: $\{[\neg (p \wedge q) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (q \rightarrow s)] \rightarrow (r \wedge \neg s)\}$

   En símbolos: construir las premisas.

   Premisa 1: $\neg(p \wedge q)$ No se puede ser feliz y rico a la vez.

   Premisa 2: $p \vee \neg r$ Se puede ser feliz o la vida no está llena de desengaños.

   Premisa 3: $q \rightarrow s$ Si se es feliz, entonces la vida es un camino de rosas.

   Conclusión: $r \wedge \neg s$ Por consiguiente, la vida está llena de desengaños y no es un camino de rosas.

   Análisis lógico o demostración: premisas y conclusión.

   C: $r \wedge \neg s$

(1) $\neg (p \wedge q)$	
(2) $p \vee \neg r$	Demostración.
(3) $q \rightarrow s$	
(4) $\neg p$	Simp. (1).
(5) r	MTP (2, 4).
(6) $\neg q$	Simp. (1).
(7) $\neg s$	MTT (3, 6).
(8) $r \wedge \neg s$	Conj. (5, 7).

   Respuesta: la inferencia es válida.

7. Si anochece o la tormenta continúa, nos quedaremos a cenar o a dormir; si nos quedamos a cenar o a dormir no iremos mañana al cine, pero sí iremos mañana al cine. Por lo tanto, la tormenta no continúa.

   Formalización o forma lógica:

   p: la tormenta continúa.

   q: anochece.

   r: nos quedamos a cenar.

   s: nos quedamos a dormir.

   t: ir mañana al cine.

   Fórmula proposicional: $|\{[(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)] \wedge [(r \vee s) \rightarrow \neg t] \wedge t\} \rightarrow \neg p|$

   En símbolos: construir las premisas.

   Premisa 1: $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$ Si la tormenta continúa o anochece, nos quedaremos a cenar o dormir.

   Premisa 2: $(r \vee s) \rightarrow \neg t$ Si nos quedamos a cenar o a dormir no iremos mañana al cine.

   Premisa 3: t Sí iremos mañana al cine.

   Conclusión: $\neg p$ (Por lo tanto) Así pues, la tormenta no continúa.

Análisis lógico o demostración:

C: $\neg p$

(1) $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$	Premisas y conclusión.
(2) $(r \vee s) \rightarrow \neg t$	
(3) t	Demostración.
(4) $(p \vee q) \rightarrow \neg t$	Trans. (1, 2).
(5) $\neg (p \vee q)$	MTT (4, 3) (*Modus Tollendo Tollens*).
(6) $\neg p \wedge \neg q$	De Morgan (5).
(7) $\neg p$	Simp. (6) (Simplificación).

Respuesta: la inferencia es válida.

8. Si el equipo juega contra el equipo rival, puede ganar el juego. Si tiene posibilidades de ganar, atacará la portería del rival. El equipo juega contra el equipo rival. Por tanto, el equipo ataca la portería del rival y no perderá el juego.

Formalización o forma lógica:

p: el equipo juega contra el equipo rival.

q: ganar el juego (no perderá).

r: ataca la portería.

$\neg q$: perderá el juego (no ganará).

Fórmula proposicional: $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p\ ] \rightarrow (r \wedge q)\}$

En símbolos: construir las premisas.

Premisa 1: $p \rightarrow q$ Si el equipo juega contra el equipo rival, tiene posibilidades de ganar el juego.

Premisa 2: $q \rightarrow r$ Si tiene posibilidades de ganar, atacará la portería.

Premisa 3: p El equipo juega contra el equipo rival.

Conclusión: $r \wedge \neg(\neg q)$ Por tanto, el equipo ataca la portería del rival y no se perderá el juego.

Análisis lógico o demostración: premisas y conclusión.

C: $r \wedge \neg(\neg q)$

(1) $p \rightarrow q$	
(2) $q \rightarrow r$	
(3) p	Demostración.
(4) $p \rightarrow r$	Trans. (1) (Transitividad).
(5) r	MPP (4, 3).
(6) q	MPP (1, 3).
(7) $\neg(\neg q)$	DN (6).
(8) $r \wedge \neg(\neg q)$	Conj. (5, 7).

Respuesta: la inferencia es válida.

9. Si el ejército marcha contra el enemigo, tiene posibilidades de ganar la guerra; si tiene posibilidades de ganar, ataca la capital enemiga. Y el ejército marcha contra el enemigo o se repliega rápidamente. Si se repliega rápidamente, el enemigo atacará su retaguardia y perderá la guerra. Por tanto, si el ejército no ataca la capital enemiga entonces perderá la guerra.

Formalización o forma lógica:

p: el ejército marcha contra el enemigo.

q: tiene posibilidades de éxito.

r: ataca la capital enemiga.

s: se repliega rápidamente.

t: el enemigo atacará la retaguardia.

u: perderá la guerra.

Fórmula proposicional:

$\{[(p \to q) \wedge (q \to r)] \wedge (p \vee s) \wedge [(s \to t) \wedge (t \to u)] \to (\neg r \to u)\}$

En símbolos: construir las premisas.

Premisa 1: $(p \to q) \wedge (q \to r)$ Si el ejército marcha contra el enemigo, tiene posibilidades de ganar la guerra; si tiene posibilidades de ganar, ataca la capital enemiga.

Premisa 2: $p \vee s$ Y el ejército marcha contra el enemigo o se repliega rápidamente.

Premisa 3: $(s \to t) \wedge (t \to u)$ Si se repliega rápidamente, el enemigo atacará su retaguardia y perderá la guerra.

Conclusión: $\neg r \to u$ Por tanto, si el ejército no ataca la capital enemiga entonces perderá la guerra.

Análisis lógico o demostración: premisas y conclusión.

C: $\neg r \to u$
(1) $(p \to q) \wedge (q \to r)$
(2) $p \vee s$
(3) $(s \to t) \wedge (t \to u)$ Demostración.

---

(4) $p \to r$	Trans. (1) (Transitividad).
(5) $s \to u$	Trans. (3).
(6) $r \vee u$	DC (4, 5, 2) (Dilema constructivo).
(7) $\neg r \to u$	Cond. (6) (Condicional).

Respuesta: la inferencia es válida.

Otra solución:

(4) $p \to q$	Simp. (1).
(5) $s \to t$	Simp. (3).
(6) $q \vee t$	Dilema constructivo (2, 4, 5).
(7) $q \to r$	Simp. (1).
(8) $t \to u$	Simp. (2).
(9) $r \vee u$	Dilema constructivo (6, 7, 8).
(10) $\neg r \to u$	Condicional, disyunción, conj. (9).

10. Si es falso que se pueda ser feliz y ser rico a la vez, entonces la vida está llena de desengaños y no es un camino de rosas. Si se es feliz, entonces no se puede ser rico. Por lo tanto, la vida está llena de desengaños.

Formalización o forma lógica:

p: se puede ser feliz.

q: se puede ser rico.

r: la vida está llena de desengaños.

s: la vida es un camino de rosas.

Fórmula proposicional: $|\{[\neg (p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \neg s)] \wedge (q \rightarrow \neg p)\} \rightarrow r|$

En símbolos: construir las premisas.

Premisa 1: $\neg(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Si es falso que se pueda ser rico y feliz a la vez, entonces la vida está llena de desengaños y no es un camino de rosas.

Premisa 2: $q \rightarrow \neg p$ Si se es feliz, no se puede ser rico (tener todo).

Conclusión: r Por consiguiente, la vida está llena de desengaños.

Análisis lógico o demostración: Premisas y conclusión.

C: r
(1) $\neg (p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \neg s)$
(2) $q \rightarrow \neg p$ Demostración.

(3) $\neg p \vee \neg q$	Cond. (2) (Condicional).
(4) $\neg q \vee \neg p$	Conm. (3) (Conmutativa).
(5) $\neg (p \wedge q)$	De Morgan-d (4).
(6) $r \wedge \neg s$	MPP (1, 6).
(7) r	Simp. (6) (Simplificación).

Respuesta: la inferencia es válida.

Ejercicios de cálculo de inferencias: demostraciones a partir de premisas

Demostrar si los siguientes argumentos son válidos o no, justificar cada paso:

1. C: $m \wedge s$

(1) $-r \rightarrow s$
(2) $-r \rightarrow m$
(3) $-r$

(4) s	MPP (1, 3).
(5) m	MPP (2, 3).
(6) $m \wedge s$	Adic. (5, 4).

Respuesta: razonamiento válido.

2. C: $-r$

(1) $-p \vee q$
(2) $p \rightarrow -r$
(3) $-q$

(4) $-p$	MTP (1, 3).
(5) r	MPP (2, 4).

Respuesta: razonamiento inválido.

3. C: $-p$

(1) $p \rightarrow q$
(2) $q \rightarrow -r$
(3) r

(4) $p \rightarrow -r$	Trans. (1, 2).
(5) $-p$	MTT (4, 3).

Respuesta: razonamiento válido.

4. C: $-r \wedge q$

(1) $p \rightarrow q$
(2) $r \rightarrow -q$
(3) p

(4) q	MPP (1, 3).
(5) $-r$	MTT (2, 4).
(6) $-r \wedge q$	Conj. (4, 5).

Respuesta: razonamiento válido.

5. C: $-p \vee -r$

(1) $p \leftrightarrow q$
(2) $r \rightarrow s$
(3) $-q$

---

(4) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	Bicond. (1).
(5) $p \rightarrow q$	Simp. (4).
(6) $-q \vee -s$	Adic. (3).
(7) $-p \vee -r$	Dil. Dest. (4, 2, 6).

Respuesta: razonamiento válido.

6. C: $q \vee s$

(1) $-q \rightarrow -p$
(2) $r \rightarrow s$
(3) r

---

(4) $p \rightarrow q$	Contrarrecíproca (1).
(5) $r \vee p$	Adic. (3).
(6) $p \vee r$	Conm. (5).
(7) $q \vee s$	Dil. Construc. (4, 2, 6).

Respuesta: razonamiento válido.

7. C: $-r$

(1) $p \rightarrow q$
(2) $-q$
(3) $p \vee r$

---

(4) $-p$	MTT (1, 2).
(5) r	MTP (4, 3).

Respuesta: razonamiento inválido.

8. C: $(q \rightarrow r) \wedge q$

(1) $q \rightarrow s$
(2) $s \rightarrow r$

---

(3) $q \rightarrow r$	Trans. (2, 3).
(4) q	MPP (1, 3).
(5) $(q \rightarrow r) \wedge q$	Conj. (3, 4).

Respuesta: razonamiento válido.

9. i) C: $-q \wedge t$

(1) $p \vee -q$
(2) $r \rightarrow s$
(3) $s \rightarrow t$
(4) $-p \wedge r$

---

(5) $r \rightarrow t$	Trans. (2, 3).
(6) r	Simp. (4).
(7) t	MPP (5, 6).
(8) $-p$	Simp. (4).
(9) $-q$	MTP (1, 8) .
(10) $-q \wedge t$	Conj. (9, 7).

Respuesta: razonamiento válido.

10. j) C: $(t \wedge r) \vee s$

(1) $q \wedge q$
(2) $p \rightarrow -q$
(3) $q \rightarrow r$
(4) $p \vee t$

---

(5) q	Idempotencia (1).
(6) $-p$	MTT (2, 4).
(7) t	MTP (4, 6).
(8) r	MPP (3, 5).
(9) $t \wedge r$	Conj. (7, 8).
(10) $(t \wedge r) \vee s$	Adic. (9).

Respuesta: razonamiento válido.

11. C: $t \wedge m$

(1) $p \vee p$
(2) $p \rightarrow (q \wedge r)$
(3) $s \rightarrow -r$
(4) $s \vee m$
(5) $(q \wedge t) \vee t$

---

(6) p	Idemp. (1).
(7) $q \wedge r$	MPP (2, 6).
(8) r	Simp. (7).
(9) $-s$	MTP (3, 8).
(10) m	MTP (4, 9).
(11) t	Absorción (5).
(12) $t \wedge m$	Conj. (11, 10).

Respuesta: razonamiento válido.

12. C: n

(1) $(s \vee q) \rightarrow -r$
(2) $-(-s \wedge -q)$
(3) $r \vee -p$
(4) $-p \rightarrow -(-t \vee -n)$

---

(5) $-(-s) \vee -(-q)$	De Morgan (1).
(6) $s \vee q$	Doble Neg. (5).
(7) $-r$	MPP (1, 6).
(8) $-p$	MTP (3, 7).
(9) $-(-t \vee -n)$	MPP (4, 8).
(10) $-(-t) \wedge -(-n)$	De Morgan (9).
(11) $t \wedge n$	DN (10).
(12) $(t \wedge n) \vee t$	Adic. (11).
(13) n	Absorción (12).

Respuesta: razonamiento válido.

13. C: (-n ∧ -t) ∨ m

(1) (p ∨ -q) → -m
(2) –(-p ∧ q)
(3) m ∨ -s
(4) -s → -(t ∨ n)

(5) p ∨ -q	De Morgan (2).
(6) -m	MPP (1, 5).
(7) -s	MTP (3, 6).
(8) –(t ∨ n)	MPP (4, 7).
(9) –t ∧ -n	De Morgan (8).
(10) –n ∧ -t	Conm. (9).
(11) (–n ∧ -t) ∨ m	Adic. (10).

Respuesta: razonamiento válido.

14. C: -(s ∨ -t)

(1) p → -s
(2) r ↔ t
(3) r ∧ p

(4) p	Simp. (3).
(5) –s	MPP (1, 4).
(6) (r → t) ∧ (t → r)	Bicondicional (2).
(7) r → t	Simp. (6).
(8) r	Simp. (3).
(9) t	MPP (7, 8).
(10) –s ∧ t	Conj. (5, 9).
(11) –(s ∨ -t)	De Morgan (10).

Respuesta: razonamiento válido.

Fondo Editorial
OPSU

El Fondo Editorial OPSU terminó de editar este libro
en septiembre de 2018 para su publicación digital.
Caracas, Venezuela

Fondo Editorial
opsu

FILOSOFÍA

Lógica matemática

y teoría de conjuntos

Yadira J. Corral de Franco
Luis Hernán Manzanares

La lógica es una herramienta que nos permite desarrollar la comunicación simbólica y el acceso al conocimiento científico y tecnológico que está expresado en lenguaje matemático. El aprendizaje de la lógica matemática ayuda a forjar el pensamiento analítico y el razonamiento deductivo.

La obra *Nociones elementales de lógica matemática y teoría de conjuntos* de Corral de Franco y Manzanares está concebida como un texto que abarca el contenido programático básico de la asignatura. Por tanto, puede funcionar como una guía para estudiantes y docentes que cursan o dictan la asignatura de lógica matemática.

Gobierno **Bolivariano** de Venezuela

Ministerio del poder Popular para la **Educación Universitaria Ciencia** y **Tecnología**

Oficina de Planificación del Sector Universitario