Matemática Financiera

Aileén Faridi Schwarzenberg

Ediciones de la Universidad Ezequiel Zamora
Colección **Docencia Universitaria**

UNELLEZ

Universidad Nacional Experimental de los Llanos Occidentales **Ezequiel Zamora**

Publicado por feduez Fondo Editorial Universidad Ezequiel Zamora

Matemática Financiera

Diseño de portada:
Mario Arias

Maquetación:
Jorge Sandoval

Depósito Legal: BA2019000023
ISBN: 978-980-248-225-2

UNELLEZ
UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL
DE LOS LLANOS OCCIDENTALES
EZEQUIEL ZAMORA
La Universidad que Siembra

feduez
Fundación Editorial
Universidad Ezequiel Zamora

ISBN: 978-980-248-225-2
9 789802 482252

ÍNDICE

CAPÍTULO V. MERCADOS FINANCIEROS

PRESENTACION

El mundo en que vivimos está condicionado en buena medida por los movimientos financieros y de capitales, tanto en el plano nacional como internacional, hasta el punto que los ciclos de los negocios se inician en el campo de las finanzas. Es por ello que todo estudiante de las ciencias económicas, administrativas y contables debe involucrarse en el estudio de los elementos técnicos y analíticos en esta área del conocimiento.

La Matemática Financiera constituye una de las ramas más útiles e interesantes de las Matemáticas Aplicadas, sobre todo en estos tiempos, cuando las personas, tanto naturales como jurídicas, aspiran a lograr con su dinero el máximo beneficio como compradores y los mejores rendimientos como inversionistas.

En el ámbito laboral, la Matemática Financiera constituye una de las áreas cognoscitivas de mayor aplicación directa; vale decir, por si misma representa un campo de trabajo específico de la profesión, pues esta aplicación radica en disponer y saber utilizar los medios y elementos necesarios para trasladar en el tiempo y de manera simbólica, las cantidades de dinero que intervienen en cualquier operación de carácter financiero; por lo que resulta evidente su utilidad e importancia en la formación de los(as) futuros(as) Economistas, Administradores y Contadores.

En el cuerpo de contenidos del libro, se incluyen aspectos teóricos que van desde la definición de términos básicos, hasta los procedimientos que permiten el desarrollo de los ejercicios y resolución de los problemas propuestos en cada capítulo.

La estructura del texto comprende cinco capítulos:

Capitulo I. **SISTEMA FINANCIERO SIMPLE:** Se trata la importancia y aplicación del interés simple, el descuento y la actualización de capitales con vencimiento futuro (valor actual); así como, las ecuaciones de valores equivalentes (renegociación de deudas).

Capitulo II. **SISTEMA FINANCIERO COMPUESTO**: Se trata del estudio del interés compuesto (considerado el de mayor aplicación en la práctica financiera), el descuento y valor actual, la tasa de interés y devaluación, el valor presente neto (VPN), la tasa interna de retorno (TIR) – rendimiento - y las ecuaciones de valores equivalentes.

Capitulo III. **ANUALIDADES**: Se definen las anualidades como una sucesión de pagos periódicos, continuando con la clasificación de las mismas, y luego se desarrollan con más detalle las anualidades ordinarias o vencidas, inmediatas y ciertas; para las cuales se han calculado valores finales y valores presentes (actuales).

Capitulo IV. **AMORTIZACIONES**: Se Desarrollan de manera general las amortizaciones (pago gradual de una deuda), los fondos de amortización o capitalización (acumulación de dinero para cumplir un compromiso futuro), la depreciación (disminución del valor de ciertos activos) y agotamiento de activos (obsolescencia o agotamiento por el uso que han llevado), revisando finalmente, la depreciación con inflación.

Capitulo V. **MERCADOS FINANCIEROS**: Se trata del estudio referente a mercados financieros, haciendo énfasis en el mercado de capitales, donde se desenvuelven las operaciones de compra – venta de algunos valores y títulos de inversión que se ofrecen en la bolsa de valores. Finalmente, debido a su reciente data e importancia se aborda como tema de interés la reconversión monetaria en Venezuela.

Finalmente, se debe resaltar que este libro texto es el producto de más de quince años de experiencia en la enseñanza de Matemática Financiera en la Universidad Nacional Experimental de los Llanos Occidentales Ezequiel Zamora “UNELLEZ” . Barinas. Venezuela.

Aileén Faridi Schwarzenberg Castillo

CAPITULO I

SISTEMA FINANCIERO SIMPLE

Justificación

Uno de los factores de producción, esta representado por el capital, siendo este un recurso al igual que los demás; escaso, tiene un precio que en su caso viene dado por la tasa de interés. Es entonces, la tasa de interés la que da valor al dinero en el tiempo.

Calcular el interés no es extraño a ninguna persona, pues no es necesario trabajar en el sector financiero para aplicarlo. En oportunidades será una renta de interés, cuando aperturamos una cuenta de ahorro o un certificado a plazo, entre otros instrumentos financieros; en otras oportunidades será un gasto de interés, como cuando adquirimos un vehiculo con financiamiento, cuando compramos con tarjeta de crédito, etc. Se hace necesario comprender la terminología sobre el interés, la tasa de interés y su campo de aplicación.

Por otro lado, en ciertas ocasiones suele pagarse totalmente una deuda de manera anticipada; es decir, antes de su fecha de vencimiento original, por lo que se genera un descuento. Suele presentarse además, una situación frecuente entre empresas y bancos denominada renegociación de deudas; esto es, la sustitución de unos pagos ya acordados por otros.

En este primer capitulo, todo lo antes mencionado será desarrollado para iniciarnos en el estudio de la Matemática Financiera.

Generalidades

Comenzaremos precisando una definición del término capital, la cual se logra dependiendo del campo del conocimiento donde se aplique.

Desde el punto de vista contable, se refiere al patrimonio de una persona natural o jurídica en un momento determinado; o lo que es lo mismo, la diferencia entre lo que se posee (activos) y lo que se debe (pasivos).

En términos económicos, el capital se refiere a los recursos utilizados en la producción, los cuales son de dos clases: recursos humanos y recursos de propiedad siendo estos los factores de la producción denominados tierra y capital; el capital pues, tiene un sentido técnico puesto que se refiere a los bienes requeridos en el proceso productivo (recursos naturales – como la energía producida por los saltos de agua - , bienes de equipo – maquinarias, herramientas, entre otros, las instalaciones – terrenos – edificaciones – y las materias primas, recursos estos que en su mayoría son consumidos o deteriorados en el proceso productivo).

Para adquirir bienes de capital se requiere dinero ¿como financiarse? es un dilema que se plantea cualquier empresa nueva o en expansión. La persona que financia cede una cantidad de dinero hoy con el objeto de tener una cantidad de dinero mayor en el futuro. Ese dinero, colocado en una operación de transformación intertemporal es el **Capital Financiero.**

Capital Financiero

Es aquella suma de dinero colocada en alguna operación que proporcione un rédito (utilidad que rinde el capital).

En adelante, toda vez que hablemos del capital financiero, estaremos refiriéndonos a El Capital.

Operación Financiera

Es cualquier colocación de dinero en una operación redituable; es decir, en una operación que genere intereses.

En toda operación financiera intervienen tres (3) elementos, estos son:

Capital*; antes definido, se llama comúnmente capital inicial, principal, valor presente o valor actual; lo representaremos por ***C.

Tiempo*; desde el mismo momento que se efectúa la cesión del capital comienza a transcurrir un periodo o lapso ya sea por cada año, semestre, trimestre, mes, semana, día o instante; a ello lo llamamos tiempo y lo representaremos por ***n.

Tasa de Interés*; por el dinero tomado en préstamo es necesario pagar un precio, la expresión de ese precio es la tasa de la operación comercial: de allí que se entienda por tasa de interés, al interés que corresponde a una unidad de capital en una unidad de tiempo. La tasa se expresa en tanto por ciento y es el tipo de interés de la operación. La representaremos por ***i.

Son operaciones financieras los préstamos y operaciones de crédito en general, la compraventa de acciones en una empresa, las operaciones de seguro o de previsión, las operaciones de descuento de letras de cambio, entre otras.

Es importante destacar, que la intención de toda operación financiera es la de cambiar dinero por dinero en el tiempo, llevando esto, al cobro de intereses, ya que todas las operaciones financieras descansan en el pago de intereses por el dinero prestado, razón por la cual podemos decir que la mayor parte de los ingresos de los bancos y compañías de inversión sean el resultado de estas operaciones; suele suceder por ejemplo, que en un contrato con una compañía aseguradora esta paga un siniestro si realmente el mismo ocurre; quiere decir entonces que en algunas operaciones financieras el cambio no es cierto dado que depende de la ocurrencia o no de un hecho; cuando el cambio no es cierto, las operaciones financieras son estudiadas por las Matemáticas Actuariales. Si por el contrario, el cambio es cierto, (se produce el cambio de dinero por dinero en el tiempo) estaremos en presencia de operaciones financieras ciertas, que son aquellas en las cuales siempre se verifica el intercambio de dinero que se intenta con la operación.

Matemática Financiera

Es una rama de las Matemáticas Aplicadas que estudia las operaciones financieras ciertas en atención a las interrelaciones del capital financiero, el tiempo y la tasa de interés.

Interés

Es la ganancia del capital. Podemos apreciarlo desde dos puntos de vista; el primero, cuando pagamos interés es porque estamos usando dinero (capital ajeno); el segundo, cuando recibimos el interés es, porque hemos cedido nuestro dinero a terceras personas. Lo representaremos por ***I.***

Monto

Es la suma del capital mas los intereses devengados por este durante un periodo determinado. Se le suele llamar capital final, valor final. Lo representaremos por ***M.***

Interés Simple

Es la remuneración a un capital, cuando la tasa de interés se aplica únicamente sobre el capital, sin considerar los intereses devengados por este. El capital permanece fijo, invariable.

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Donde,

I : Interés

C: Capital

i: Tasa de interés

n: Tiempo

La unidad de tiempo normalmente es el año, siendo este de 360 días o de 365 días, denominándose el primero Ordinario o Comercial y Real o Exacto el segundo. Se presentan dos formas para medir el tiempo de duración del préstamo; que sea medido en forma exacta según los días del calendario o en forma aproximada suponiendo que todos los meses tienen 30 días, en el primer caso esteremos hablando de un interés simple bien sea ordinario o exacto pero con el tiempo del préstamo calculado en forma exacta; en el segundo, es calculado con tiempo aproximado.

Se tiene entonces:

Interés Simple

- Ordinario o comercial (360 días)
  - Con tiempo exacto
  - Con tiempo aproximado
- Real o exacto (365 ó 366 días)
  - Con tiempo exacto
  - Con tiempo aproximado

Siempre y cuando no se diga lo contrario, en este texto se trabajará el año ordinario o comercial (360 días) con tiempo aproximado (30 días).

<u>Ejemplo 1:</u>

Calcular las diferentes clases de interés simple para un préstamo de Bs. 1.000, al 12%, cuyo plazo es el mes de julio de 2009.

Solución:

Consideremos que la tasa de interés esta expresada en años, pues no se indica lo contrario.

Interés simple ordinario con tiempo exacto

C = 1000 Bs.

i = 0,12 anual

n = 31 días

$$I = C \cdot i \cdot n$$

$$I = 1000 \cdot 0{,}12 \cdot \frac{31}{360}$$

$$\boxed{\boldsymbol{I = 10{,}33\ Bs.}}$$

Interés simple ordinario con tiempo aproximado

$$I = 1000 \cdot 0{,}12 \cdot \frac{30}{360}$$

$$\boxed{\boldsymbol{I = 9{,}99\ Bs.}}$$

Interés simple exacto con tiempo con tiempo exacto

$$I = 1000 \cdot 0{,}12 \cdot \frac{31}{365}$$

$$\boxed{\boldsymbol{I = 10{,}19 \ \ Bs.}}$$

Interés simple exacto con tiempo aproximado

$$I = 1000 \cdot 0{,}12 \cdot \frac{30}{365}$$

$$\boxed{\boldsymbol{I = 9{,}86 \ \ Bs.}}$$

<u>Ejemplo 2:</u>

¿Cual es la tasa de interés simple mensual equivalente a una tasa del 54% anual?

Solución:

$$i = \frac{0{,}54}{12} = 0{,}045$$

$$\boxed{\boldsymbol{i \ = \ \ 4{,}5\ \%\ mensual}}$$

Ejemplo 3:

Una persona compra un teléfono que cuesta Bs. 1.500, Abona Bs. 800 y acuerda pagar otros Bs. 800 tres meses después. ¿Que tipo de interés simple pago?

Solución:

Costo = 1.500 Bs.

Abona = 800 Bs.

Debe = 700 Bs.

Pago acordado = 800 Bs.

n = 3 meses

$$I = C \cdot i \cdot n\,, \quad \text{despejando resulta} \quad i = \frac{I}{C \cdot n}$$

Pago – Deuda = Intereses

800 – 700 = 100

I =. 100 Bs.

luego, la tasa de interés resulta ser

$$i = \frac{100}{700 \cdot 3} = 0{,}0476$$

$$\boxed{\boldsymbol{i = 4{,}76\ \%\ \text{mensual.}}}$$

<u>Ejemplo 4:</u>

Si alguien deposita Bs. 7.500 en una cuenta bancaria que ofrece pagar 2,35 % mensual simple. ¿Cuanto recibirá mensualmente por concepto de intereses?

Solución:

C = 7.500 Bs.

i = 0,0235 mensual

n = 1 mes

$I = C \cdot i \cdot n$

$I = 7.500 \cdot 0,0235 \cdot 1$

$\boxed{\boldsymbol{I = 176{,}25\ Bs.}}$

<u>Ejemplo 5:</u>

Una persona recibe un préstamo de Bs. 850.000 y acepta liquidarlo año y medio después. Acuerda que mientras exista el adeudo pagara un interés simple mensual de 6,5 %. ¿Cuánto deberá pagar de intereses cada mes?

Solución:

C = 850.000 Bs.

i = 0,065 mensual

n = 1 mes

$I = C \cdot i \cdot n$

$I = 850.000 \cdot 0,065 \times 1$

$\boxed{\boldsymbol{I = 55.250{,}oo\ Bs}}$

Monto:

$$M = C + I$$

$$M = C + (C \cdot i \cdot n)$$

Factorizando, tenemos:

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

donde,

$(1 + i \cdot n)$ representa el factor de acumulación con Interés Simple.

Ejemplo 6:

Hallar el valor final de un crédito de Bs. 20.000 otorgado al 32 % y un plazo de 8 meses.

Solución:

C = 20.000Bs.

i = 0,32 anual

n = 8 meses

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 20000\left(1 + 0{,}32 \cdot \frac{8}{12}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = 24.266{,}67\ Bs.}}$$

Ejemplo 7:

Una persona deposita Bs. 255.000 en un fondo de inversiones bursátiles que ofrece un rendimiento de 2,8 % mensual. Si dicha persona retira su depósito 24 días después ¿Cuanto recibe?

Solución:

C = 255.000 Bs.

i = 0,028 mensual

n = 24 días

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 255000\left(1 + 0{,}028 \cdot \frac{24}{30}\right)$$

$$\boxed{\textbf{\textit{M = 260.712 Bs.}}}$$

Ejemplo 8:

Una persona compra mercancía con un valor de Bs. 595.000 que acuerda pagar efectuando un pago hoy por Bs. 255.000 y un pago final 4 meses después. Pacta pagar 60 % de interés simple sobre su saldo. ¿Cuanto deberá pagar dentro de 4 meses?

Solución:

Deuda = Costo - Pago inicial = 595000 – 225000 = 340000

Capital adeudado

C = 340.000 Bs.

n = 4 meses

$i = 0{,}60$ *anual*

El pago dentro de 4 meses se calcula mediante

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 340000\left(1 + 0{,}60 \cdot \frac{4}{12}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = 408.000\ \ Bs.}}$$

Ejemplo 9:

¿En cuanto tiempo se acumularían Bs. 5.000 si se depositaran hoy Bs. 3.000 en un fondo que paga 4 % simple mensual?

Solución:

M = 5.000 Bs.

C = 3.000 Bs.

$i = 0{,}04$ *mensual*

$$M = C + I$$

$$I = M - C$$

$$I = 5000 - 3000$$

I = 2.000 Bs.

$$n = \frac{I}{C \cdot i} = \frac{2000}{3000 \cdot 0{,}04} = \ 16{,}66 \ meses$$

Para hacerlo más comprensible, del resultado ***16,66 meses*** se toma la parte decimal ***0,66 meses*** para convertirlos en días, siguiendo el siguiente procedimiento:

0,66 x 30 días del mes = 19,99 días ≈ 20 días

Finalmente, podemos señalar que los *5.000 Bs.* se acumulan en las condiciones dadas en *16 meses y 20 días.*

Ejemplo 10:

¿En cuanto tiempo se duplica un capital invertido al 49 % de interés simple?

Solución:

$C = 1$

$M = 2$

$i = 0{,}49 \ mensual$

$I = M - C$

$I = 2 - 1$

$I = 1$

$$n = \frac{I}{C \cdot i} = \frac{1}{1 \cdot 0{,}49}$$

$n = 2{,}04$ *años*

0,04 x 360 días = 14,4 ≈ 14 días

Luego, el capital se duplicará en: 2 años y 14 días.

Ejemplo 11:

¿Cual será el monto el 24 de diciembre de un capital de Bs. 10.000 depositado el 15 de mayo del mismo año en una cuenta de ahorro que paga 49 %?

Solución:

C = 10.000 Bs.

i = 0,49 anual

	día	mes	año
	24	12	2008
	15	05	2008
n =	9 días	7 meses	0 años

De esta manera, hemos calculado el tiempo entre estas dos fechas, el cual expresado en años, resulta:

$$n = \frac{7}{12} + \frac{9}{360} = 0{,}58\hat{3} + 0{,}025 = 0{,}608\hat{3} \text{ años}$$

De allí,

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 10000(1 + 0{,}49 \cdot 0{,}608\hat{3})$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = 12.980{,}83 \text{ Bs.}}}$$

Ejemplo 12:

Cierta empresa adquiere un compromiso por Bs. 2.000.000 para pagar en 3 meses al 2 % mensual, pagaderos al vencimiento. Se acuerda que en caso de mora debe pagar el 3 % mensual sobre el saldo vencido ¿Cuanto tendrá que pagar si cancela a los 3 meses y 20 días?

Solución:

C = 2.000.000 Bs.

n = 3 meses

i = 0,02 mensual

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 2000000(1 + 0{,}02 \cdot 3)$$

M = 2.120.000 Bs.

Dado que no cumplió con el pago en la fecha indicada, debe pagar sobre la cantidad antes calculada el 3 % adicional por los 20 días de retraso, de allí que:

$$M = 2120000\left(1 + 0{,}03 \cdot \frac{20}{30}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = 2.162.400\ \ Bs.}}$$

Ejemplo 13:

Un empresario obtiene en préstamo Bs. 4.500.000 a un año, se aplicara un interés del 2,5 % mensual durante el primer semestre y el 2 % mensual durante el segundo semestre. Los intereses serán cancelados al final de la operación. ¿Cuanto pagara al final del plazo?

Solución:

Se hace necesario, en este caso, calcular los intereses para cada 6 meses con la tasa estipulada y con estos resultados sumar al capital prestado para obtener el monto a pagar al final del plazo; esto es, considerar:

$M = C + I$

$C = 4.500.000$ *Bs.*

$I = C \cdot i \cdot n$

Primer Lapso	***Segundo Lapso***
$n_1 = 6$ *meses*	$n_2 = 6$ *meses*
$i_1 = 0{,}025$ *mensual*	$i_2 = 0{,}02$ *mensual*
$I_1 = 4500000 \cdot 0{,}025 \cdot 6$	$I_2 = 4500000 \cdot 0{,}02 \cdot 6$
$I_1 = 675.000$ *Bs.*	$I_2 = 540.000$ *Bs.*

$$I = 675000 + 540000 = 1.215.000 \text{ Bs.}$$

Luego, $M = C + I$

$$M = 4500000 + 1215000$$

$$\boxed{M = 5.715.000 \text{ Bs.}}$$

Descuento y Valor Actual

Suele suceder, que las personas naturales o jurídicas en el desarrollo de sus actividades comerciales, no siempre disponen del capital necesario para cancelar de manera inmediata y efectiva los bienes o servicios que se desea adquirir, es por ello, que se hace necesario recurrir al Sistema de Pagos Diferidos, comúnmente conocido como crédito.

Toda operación de crédito esta referida a la intervención de documentos especiales que constituyen la garantía de la promesa de pago diferido. A estos documentos, se les conoce como Efectos Comerciales y están representados por: cheques, pagarés, letras de cambio, entre otros.

Pudiera presentarse en un momento determinado, que un empresario disponga de una serie de documentos que garantizan el pago de ventas de mercancía pero no cuente con la liquidez necesaria ni siquiera para pagar sueldos, por lo que se ve obligado a vender dichos documentos, negociando sus cuentas por cobrar para hacer frente a sus compromisos.

Definiciones

Vamos ahora, a definir la terminología básica para desarrollar lo referente al Descuento y Valor Actual.

Operación de Descuento

Una operación de descuento esta referida a la compra de documentos comerciales, lo cual implica la transformación de un capital potencial en real o efectivo, antes de la fecha de vencimiento original, por esta razón el portador de un documento comercial acepta una deducción del capital inscrito en él.

Valor Nominal o Principal del documento

Es la cantidad inscrita en el documento. El capital que representa solo es potencial, pues se convertirá en real o efectivo en la fecha del vencimiento. Lo representaremos por ***Vn***.

Valor Actual o Capital Descontado

Es el valor que tiene hoy el documento; es decir, lo que recibe el tenedor; es aquel determinado antes de su vencimiento. Lo representaremos por ***Va***.

Descuento

Es la cantidad que se deduce del valor nominal de cualquier documento de crédito cuando se realiza antes de la fecha de su vencimiento; en otros términos, es el interés que se cobra por una suma de dinero pagado antes de su vencimiento.

En los últimos tiempos, han venido proliferando compañías de financiamiento comercial llamadas Factoring o compra de cartera, que se encargan de comprar documentos sin vencer y cobrarlos a su vencimiento. Lógicamente, estas compañías no van a pagar el mismo valor que van a cobrar al vencimiento del mismo, sino que van a pagar una cantidad menor; esto es, van a realizar un Descuento.

En el Interés: Se agregan los intereses al capital para obtener el *"Vn"* en el futuro.

En el Descuento, se parte del valor nominal para convertirlo en el *"Va"*.

El Valor Actual de una deuda que debe pagarse dentro de *"n"* años o períodos, constituye una incógnita indispensable de conocer en la toma de decisiones económicas

El Descuento es el proceso de obtener valores actuales.

Tipos de descuento:

El Descuento puede realizarse de dos maneras, descritas a continuación:

Descuento Bancario o Comercial: comúnmente se le denomina descuento (a secas) y consiste en cobrar intereses por anticipado, calculados sobre el valor nominal (Vn) del documento. Lo designaremos por ***D.***

$$D = Vn \cdot d \cdot n$$

donde,

D: *Descuento*

Vn: *Valor nominal*

d: *Tasa de descuento*

n: *Tiempo que transcurre entre la fecha de negociación (venta) del mismo*

Este descuento es el de mayor aplicación, dado que le proporciona al prestamista mayores ingresos por calcularse sobre el valor nominal.

Descuento Racional o Matemático*:* Se le suele llamar por su nombre completo para distinguirlo del Bancario, pues de lo contrario siempre nos estaríamos refiriendo al descuento bancario. Se define como el interés simple calculado sobre el valor actual con una tasa de interés. Su aplicación es muy baja, probablemente porque la cantidad que se descuenta es menor y porque su cálculo exige mas trabajo. Lo representaremos por ***D.R***.

$$DR = Va \cdot d \cdot n$$

DR.: *Descuento Racional*

Va: *Valor actual*

d: *Tasa de descuento*

n: *Tiempo que transcurre entre la fecha de negociación (venta) del mismo*

Considerando el Interés y el Descuento, podemos decir:

$Vn = M$

$Va = C$

$D.R. = I$

A partir de las formulas siguientes, tenemos:

$$\boxed{D = Vn \cdot d \cdot n}$$

$$Vn = \frac{D}{d \cdot n} \; ; \qquad d = \frac{D}{Vn \cdot n} \; ; \qquad n = \frac{D}{Vn \cdot d}$$

$$\boxed{D = Vn - Va}$$

$$Vn = Va + D \; ; \qquad Va = Vn - D$$

$Va = Vn - (Vn \cdot d \cdot n)$, factorizando resulta,

$$Va = Vn(1 - d \cdot n)$$

$$Vn = \frac{Va}{(1 - d \cdot n)}$$

Ejemplo 14:

Un empresario ha recibido un documento de valor final Bs. 60.000 con vencimiento en 45 días y desea descontarlo (negociarlo) con una compañía factoring al 3 % mensual. ¿Cuanto le entregaran?

Solución:

Vn = 60.000 Bs.

n = 45 días

d = 0,03 mensual

$$D = Vn \cdot d \cdot n$$

$$D = 60000 \cdot 0{,}03 \cdot \frac{45}{30}$$

$$\mathbf{D = 2.700\ Bs.}$$

Luego, $D = Vn - Va$, despejando resulta

$$Va = Vn - D$$

$$Va = 60000 - 2700$$

$$\boxed{\mathbf{Va = 57.300\ Bs.}}$$

Ejemplo 15:

Se tiene un pagare de Bs. 5.000 que vence dentro de 30 días; luego de haber transcurrido 20 días, el acreedor lo descuenta en un banco el cual le entrega Bs. 4.900. Calcule la tasa de descuento aplicada.

Solución:

$Vn = 5.000\ Bs.$

$n = 30\ días - 20\ días$

$n = 10\ días$

$Va = 4.900\ Bs.$

$$D = Vn - Va$$

$$D = 5000 - 4900$$

$$D = 100\ Bs.$$

$$D = Vn \cdot d \cdot n$$

$$d = \frac{D}{Vn \cdot n}$$

$$d = \frac{100}{5000 \cdot 10}$$

$$\boxed{\mathbf{d = 0{,}2\ \%\ diario}}$$

Ejemplo 16:

Una empresa descontó en un banco un pagare. Recibió Bs. 166.666,67. Si el tipo de descuento es de 60 % y el vencimiento del pagare era 4 meses después de su descuento. ¿Cual era el valor nominal del documento en la fecha de su vencimiento?

Solución:

Va = 166.666,67 Bs.

d = 0,60 anual

n = 4 meses

$$Vn = \frac{Va}{(1 - d \cdot n)}$$

$$Vn = \frac{166666{,}67}{\left(1 - 0{,}60 \cdot \frac{4}{12}\right)}$$

$$\boxed{\mathbf{Vn = 208.333{,}33\ Bs.}}$$

Ejemplo 17:

Cierta persona descuenta dos pagares en un banco que cobra el 59 % por adelantado. Uno de valor nominal Bs. 15.000 a 90 días y otro de valor nominal Bs. 10.000 a 2 meses. ¿Cuanto recibe del banco?

Solución:

$Vn_1 = 15.000$ *Bs.*	$Vn_2 = 10.000$ *Bs.*
$n_1 = 90$ *días*	$n_2 = 2$ *meses*
d = 0,59 anual	*d = 0,59 anual*

$$Va = Vn(1 - d \cdot n)$$

$$Va_1 = 15000\left(1 - 0{,}59 \cdot \frac{90}{360}\right) \qquad Va_2 = 10000\left(1 - 0{,}59 \cdot \frac{2}{12}\right)$$

$$\boldsymbol{Va_1 = 12.787{,}50\ Bs.} \qquad \boldsymbol{Va_2 = 9.016,\ 66\ Bs.}$$

$$\boldsymbol{Va_{total} = Va_1 + Va_2}$$

$$Va_{total} = 12787{,}50 – 9016{,}66$$

$$Va_{total} = 21.804{,}16\ Bs.$$

Descuentos en Cadena

Suele presentarse algunas veces, que se hagan varios descuentos sobre el mismo documento, a esto se le llama Descuentos en Cadena; el procedimiento indica que se realiza un primer descuento, luego el siguiente descuento se aplica sobre el descuento anterior y así sucesivamente.

Ejemplo 18:

Cierto supermercado ofrece los siguientes descuentos: 25 % por venta al mayor, 5 % por pago de contado, 6 % por temporada. Si el valor de una factura es Bs. 85.000 ¿Cual es la tasa única de descuento?

Solución:

Valor factura antes del descuento	Descuento	Valor después del descuento
85.000 Bs.	*25 %*	*63.750 Bs.*
63.750 Bs.	*5 %*	*60.562,50 Bs.*
60.562,50 Bs.	*6 %*	*56.928,75 Bs.*

el descuento total se obtiene de la diferencia

85.000 - 56.928,75 = 28.071,25 Bs.

$$\frac{28071{,}25}{85000} = 0{,}33025 \cdot 100 = 33{,}025\ \%$$

Luego,

$$\boxed{\textbf{\textit{Tasa única de descuento = 33,025 \%}}}$$

En apartados anteriores hemos dicho que el descuento es el proceso de obtener valores actuales; de allí que a partir de la formula siguiente

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

podamos, por simple despeje, obtener la formula para calcular el Valor Actual;

En este sentido, vamos a considerar:

$$\boxed{Va = C}$$

luego,

$$\boxed{Va = C = M(1 + i \cdot n)^{-1}}$$

Ejemplo 19:

Una persona participa en una cooperativa y le toca el octavo mes para pagar. Se dentro de 8 meses recibirá Bs. 300.000 ¿Cual es el valor actual de su cooperativa, con un interés simple de 50 %?

Solución:

$n = 8 \text{ meses}$

$M = 300.000 \text{ Bs.}$

$i = 0{,}50 \text{ anual}$

$$C = M(1 + i \cdot n)^{-1} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{M}{1 + i \cdot n}$$

$$C = \frac{300000}{1 + 0{,}50 \cdot \frac{8}{12}}$$

$$\boxed{C = 225.000 \text{ Bs.}}$$

Seguidamente vamos a calcular el **Valor Actual de una deuda que devenga interés simple**; para ello, como primer paso, procedemos a obtener el Monto y luego con ese valor calculamos el Valor Actual

i) Calculamos el monto a partir de

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

ii) Para calcular el valor actual, según sea el caso, aplicamos una de las ecuaciones siguientes:

a) $C = M(1 + i \cdot n)^{-1}$ *considerando* $Va = C$

b) $Va = Vn(1 - d \cdot n)$ *considerando* $M = Vn$

Ejemplo 20:

Un pagare a 90 días por Bs. 300.000 que gana intereses del 34 % se negocia en un banco que descuenta al 30 % por adelantado. Hallar el valor efectivo que recibe.

Solución:

Calculamos primero el valor final del documento

n = 90 días

C = 300.000 Bs.

i = 0,34 anual

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 300000\left(1 + 0{,}34 \cdot \frac{90}{360}\right)$$

M = Bs. 325.500

Ahora, con la información disponible, calculamos el valor actual

Vn = M = 325.500 Bs.

n = 90 días

d = 0,30 anual

$$Va = Vn(1 - d \cdot n)$$

$$Va = 325000\left(1 - 0{,}30 \cdot \frac{90}{360}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{Va = 301.087{,}50\ Bs.}}$$

Ejemplo 21:

120 días antes de su vencimiento, un comerciante descuenta en un banco un pagare de Bs. 200.000 que gana intereses del 35 %, y que fue firmado a 150 días. ¿Cual es el valor efectivo que recibe, si la tasa de descuento es del 32 %?

Solución:

C = 200.000 Bs.

i = 0,35 anual

n = 150 días

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 200000\left(1 + 0{,}35 \cdot \frac{150}{360}\right)$$

$$\mathbf{M = 229.166{,}66\ Bs.}$$

Considerando $M = Vn$, se tiene

Vn = 229.166,66 Bs.

n = 120 días

d = 0,32 anual

$$Va = Vn(1 - d \cdot n)$$

$$Va = 229166{,}66\left(1 - 0{,}32 \cdot \frac{120}{360}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{Va = 204.722{,}21\ Bs.}}$$

Ejemplo 22:

Se deposita a término fijo de un año Bs. 50.000 en una corporación que paga el 32 %. Si el documento es descontado por otra entidad financiera al 38 % cuatro meses antes del vencimiento, determinar el valor de la transacción.

Solución:

En primer lugar, determinamos el valor final del documento

C = 50.000 Bs.,

i = 0,32 anual

n = 1 año

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 50000(1 + 0{,}32 \cdot 1)$$

M = 66.000 Bs.

Ahora, calculamos el descuento

$$D = Vn \cdot d \cdot n$$

haciendo $Vn = M$

Vn = 66.000 Bs.

d = 0,38 anual

n = 4 meses

$$D = 66000 \cdot 0{,}38 \cdot \frac{4}{12}$$

D = 8.360 Bs.

Luego, $Va = Vn - D$

$$Va = 66000 - 8360$$

$$\boxed{\mathbf{Va = 57.640\ \ Bs.}}$$

Ecuaciones de Valores Equivalentes

Se plantean cuando en una operación financiera se presenta dos o más transacciones diferentes que deban replantearse para expresarlas en una operación única.

Para determinar la equivalencia es necesario encontrar el valor de las diferentes operaciones en una sola fecha para que sea posible compararlas. Esto por lo siguiente: el valor del dinero es diferente en tiempos diferentes, y las operaciones normalmente están planteadas en tiempos distintos.

Las ecuaciones de valor constituyen una igualdad de valores ubicados en una sola fecha que llamamos **Fecha Focal**, y es la misma donde se hacen coincidir tanto deudas como pagos.

En el Sistema Simple la respuesta puede variar un poco, dependiendo de la ubicación de la fecha focal; por tanto, esta debe ser un dato del problema.

Los flujos involucrados en una operación financiera son Deudas y Pagos.

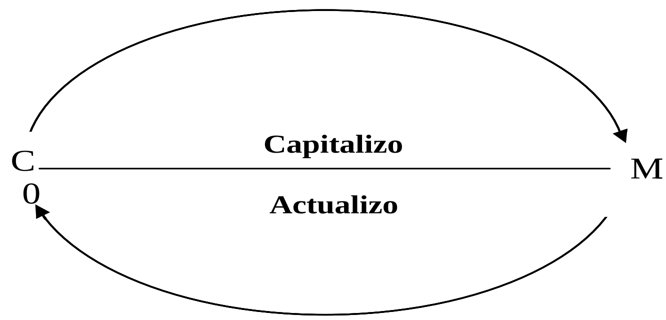
El vencimiento común y medio esta referido a Ecuaciones de Valores Equivalentes para la cancelación de una deuda mediante pago único, varios pagos iguales, en valor actual o en valor futuro y con diferentes vencimientos.

Al trabajar con Ecuaciones Equivalentes se debe cumplir :

DEUDAS = PAGOS

Las operaciones financieras que involucren el cálculo de Ecuaciones de Valores Equivalentes, vamos a trabajarlas graficando; para ello, haremos uso de una línea de tiempo, en donde se indica el plazo de la operación; en dicha línea ubicaremos tanto deudas como pagos.

Veamos a continuación,



El 0 representa el día de hoy

Cuando los flujos involucrados en la operación financiera (deudas y pagos) se trabajan de izquierda a derecha estamos capitalizando intereses.

Cuando los flujos involucrados en la operación financiera (deudas y pagos) se trabajan de derecha a izquierda estamos descontando intereses o actualizando.

El lugar de la línea de tiempo donde nos ubicamos para realizar las transacciones se llama **Fecha Focal** ***(f.f)***

Capitalizo con la formula del Monto

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

Actualizo con la formula del Capital o Valor Actual

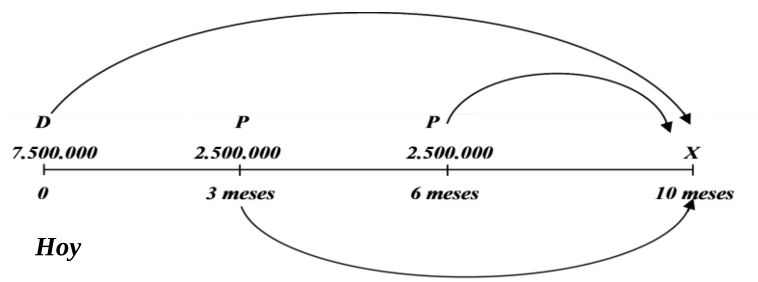
$$C = M(1 + i \cdot n)^{-1}$$

Ejemplo 23:

Hallar el saldo en la fecha de vencimiento de un documento de Bs. 7.500.000 a 10 meses al 60%, si es cancelado mediante dos pagos iguales de Bs. 2.500.000 cada uno realizados 4 y 7 meses antes de la fecha de vencimiento.

Solución:

Graficamos



Deudas = Pagos

La fecha focal (f.f), mientras no se diga lo contrario, la ubicamos donde este la incógnita; por lo tanto,

f.f = 10 meses; el sentido de las flechas en el grafico nos indica que vamos a trabajar de izquierda a derecha; es decir, capitalizando, esto lo haremos haciendo uso de la formula del **monto** ya conocida

$M = C(1 + i \cdot n)$

Planteamos la ecuación:

$$7500000\left(1+0{,}60\cdot\frac{10}{12}\right) = 2500000\left(1+0{,}60\cdot\frac{7}{12}\right) + 2500000\left(1+0{,}60\cdot\frac{4}{12}\right) + X$$

$$11250000 = 3375000 + 3000000 + X$$

$$11250000 = 6375000 + X$$

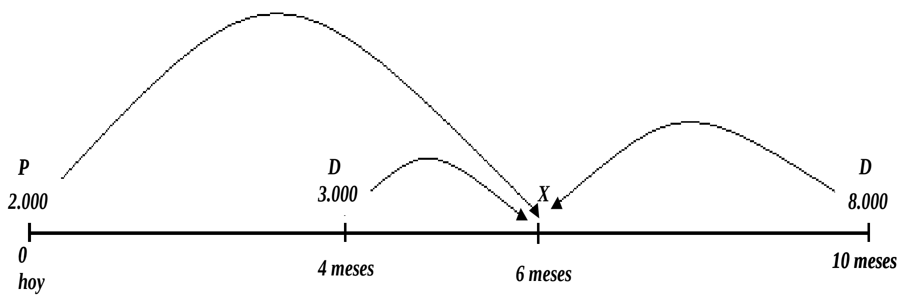
$$\boxed{\boldsymbol{X = 4.875.000\ Bs.}}$$

Ejemplo 24:

Una persona debe pagar Bs. 3.000 en 4 meses y Bs. 8.000 en 10 meses, si ofrece pagar Bs. 2.000 el día de hoy y el resto en 6 meses. ¿Cual debe ser el valor del pago para que las deudas queden canceladas? Supóngase un rendimiento del 24 % y la fecha focal en 6 meses.

Solución:

Graficamos,



$i \ = \ 0{,}24 \ anual$

$f.f = \ 6 \ meses$

El sentido de las flechas en el grafico nos indica que vamos a capitalizar y vamos a actualizar, haciendo uso de :

$$M \ = \ C\,(\,1 + i\,.\,n\,) \qquad \textit{capitalizar}$$

$$C \ = \ M\,(\,1 + i\,.\,n\,)^{-1} \qquad \textit{actualizar}$$

Planteamos la ecuación,

$$3000\left(1+0{,}24\cdot\frac{2}{12}\right)+8000\left(1+0{,}24\cdot\frac{4}{12}\right)^{-1} \;=\; 2000\left(1+0{,}24\cdot\frac{6}{12}\right)+X$$

$$3.120 \ + \ 7.407{,}41 \ = \ 2.240 \ + \ X$$

$$10.527{,}41 \ = 2.240 \ + \ X$$

.

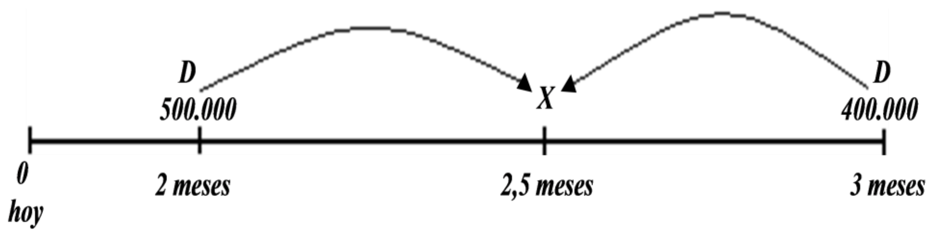
$$\boxed{\mathbf{X \ = \ 8.287{,}41 \ Bs.}}$$

Ejemplo 25:

Se tiene dos documentos. Uno de Bs. 500.000 que vence en 2 meses y otro de Bs. 400.000 que vence dentro de 3 meses. ¿Cual será el valor del documento que sustituya a los mencionados cuyo vencimiento es de 75 días, si la tasa de interés acordada es de 55 %?

Solución:

Graficamos,



75 días = 2,5 meses

i = 0,55 anual

En este caso, la fecha focal se ubica en 2,5 meses, por lo que debemos llevar ambas deudas a ese momento; ahora, planteamos la ecuación capitalizando y actualizando

$$500000\left(1+0{,}55\cdot\frac{0{,}5}{12}\right)+400000\left(1+0{,}55\cdot\frac{0{,}5}{12}\right)^{-1} = X$$

$$511.458{,}33 + 391.038{,}69 = X$$

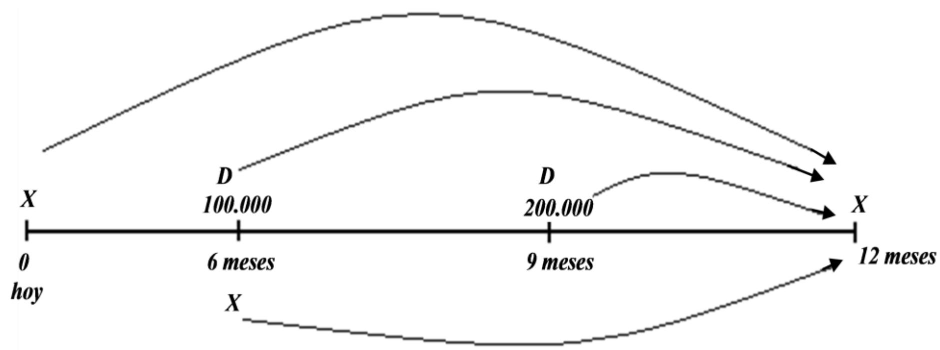
$$\boxed{\mathbf{X = 902.497{,}02\ Bs.}}$$

Ejemplo 26:

Cierta empresa le debe a un comerciante Bs. 100.000 con vencimiento en 6 meses y Bs. 200.000 en 9 meses. El comerciante esta de acuerdo en recibir tres pagos iguales. Uno dentro de 1 año, otro a los 6 meses y el otro de inmediato. ¿Cual será el importe de cada pago si la fecha focal es 12 meses y suponiendo que el rendimiento esperado por el comerciante es del 32%?

Solución:

Graficamos,



f.f = 12 meses

i = 0,32 anual

Dado que la fecha focal esta en 12 meses, trasladamos tanto deudas como pagos hacia ese momento, tal como puede apreciarse en el grafico; seguidamente planteamos la ecuación capitalizando

$$100000\left(1+0{,}32\cdot\frac{6}{12}\right)+200000\left(1+0{,}32\cdot\frac{3}{12}\right)=X\left(1+0{,}32\cdot\frac{12}{12}\right)+X\left(1+0{,}32\cdot\frac{6}{12}\right)+X$$

$$116.000 + 216.000 = 1{,}32\,X + 1{,}16\,X + X$$

$$332.000 = 3{,}48\,X$$

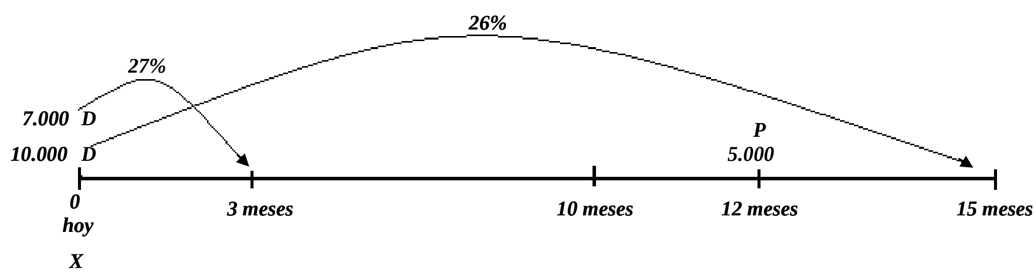
$$\boxed{\mathbf{X = 95.402{,}29\ Bs.}}$$

Ejemplo 27:

Una persona debe Bs. 7.000 para pagar con intereses al 27 % y vencimiento en 3 meses y Bs. 10.000 con intereses al 26% y vencimiento en 15 meses. Si el rendimiento es del 24% y la fecha focal se ubica en 10 meses. ¿Cuanto deberá pagar el día de hoy sabiendo que realizara un pago de Bs. 5.000 al final de un año?

Solución:

Graficamos,



f.f = 10 meses

i = 0,24 anual

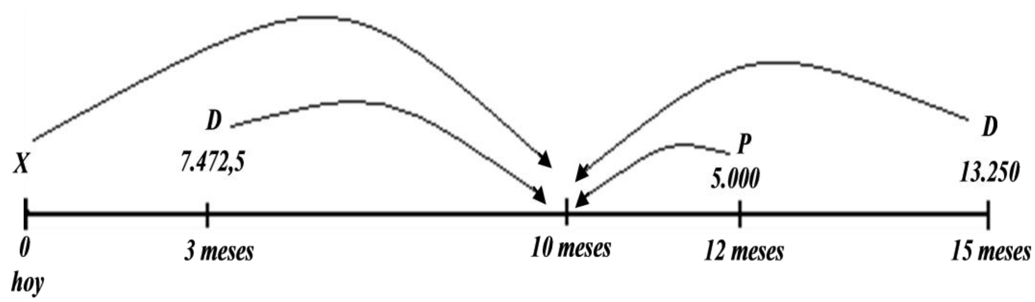
En esta oportunidad vamos primero a calcular la suma a pagar en 3 meses por la deuda de Bs. 7.000 y luego la suma a pagar en 15 meses por la deuda de Bs. 10.000 , para luego trasladarlas hasta los 10 meses que es la fecha focal.

$$7000\left(1+0{,}27\cdot\frac{3}{12}\right) = 7.472{,}50$$

$$10000\left(1+0{,}26\cdot\frac{15}{12}\right) = 13.250$$

Graficando con los nuevos datos, tenemos

$i = 0{,}24$



Ahora, estamos preparados para plantear la ecuación, por un lado capitalizamos y por otro actualizamos.

$$7472{,}5\left(1+0{,}24\cdot\frac{7}{12}\right)+13250\left(1+0{,}24\cdot\frac{5}{12}\right)^{-1}=5000\left(1+0{,}24\cdot\frac{2}{12}\right)^{-1}+X\left(1+0{,}24\cdot\frac{10}{12}\right)$$

$$8518{,}65 + 12045{,}45 = 4807{,}69 + 1{,}2X$$

$$20564{,}10 = 4807{,}69 + 1{,}2X$$

$$15756{,}41 = 1{,}2X$$

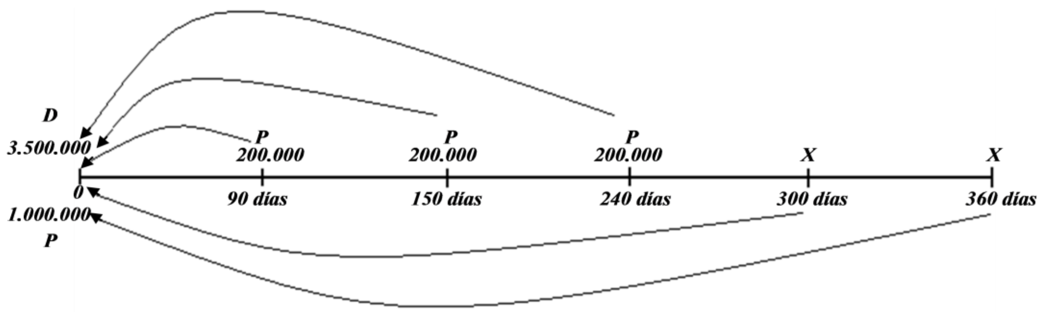
$$\boxed{\mathbf{X = 13.130{,}34\ Bs.}}$$

Ejemplo 28:

Una persona desea comprar un vehiculo que cuesta Bs. 3.500.000, lo quiere comprar en el concesionario de su confianza entregando una inicial de Bs. 1.000.000 y tres giros de Bs. 200.000 cada uno con vencimiento: el primero a los 90 días, el segundo a los 5 meses y el tercero a los 8 meses. Se desea saldar la deuda con dos giros de igual valor con vencimiento el primero a los 300 días y el segundo a los 12 meses con una tasa del 48 %. Calcular el día de hoy, el valor de los últimos dos giros.

Solución:

Graficamos,



i = 0,48

Ubicamos la fecha focal en **hoy**, pues es en ese momento donde se nos indica hacer coincidir deudas y pagos.

Ahora, planteamos la ecuación, actualizando

$$3500000 = 1000000 + 200000\left(1+0{,}48\cdot\frac{90}{360}\right)^{-1} + 200000\left(1+0{,}48\cdot\frac{150}{360}\right)^{-1}$$

$$+\,200000\left(1+0{,}48\cdot\frac{240}{360}\right)^{-1} + X\left(1+0{,}48\cdot\frac{300}{360}\right)^{-1} + X\left(1+0.48\cdot\frac{360}{360}\right)^{-1}$$

$$3500000 = 1000000 + 178571{,}42 + 166666{,}66 + 151515.15 +$$

$$+\,0{,}7142857143\,X + 0{,}6756756757\,X$$

$$3.500.000 = 1.496.753{,}23 + 1{,}38996139\,X$$

$$2.003.246{,}77 = 1{,}38996139\,X$$

$$\boxed{X = 1.441.224{,}75 \text{ Bs.}}$$

Una ecuación de valor significa que la suma de las deudas es igual a la suma de los pagos cuando todas las cantidades han sido trasladadas a la fecha focal

Problemas Propuestos

Consideraciones:

- **Mientras no se diga lo contrario, deberá utilizarse el tiempo ordinario o comercial (Interés ordinario).**
- **Mientras no se diga lo contrario las tasas son anuales.**

1. *¿Cuantas clases de Interés hay? Explique*

2. *¿Que es Descuento Bancario?*

3. *¿Que es Descuento en Cadena?*

4. *¿Que es una Ecuación de Valor?*

5. *Calcular la tasa de interés a la cual colocado un capital de Bs. 10.000, se convierte en 11.436,00 Bs. en 8 meses.* ***Respuesta: 1,795 % mensual***

6. *¿Que interés produce un capital de Bs.1.500.000 en un año, 3 meses y 20 días, invertido al 2 % mensual simple?* ***Respuesta: 470.000 Bs.***

7. *Una persona solicita un préstamo en un banco por Bs. 80.000. Si el plazo concedido por el banco es 90 días y le cobra por adelantado el 29%. ¿Cual es el descuento cobrado sin tomar en cuenta los costos administrativos del crédito y cual es el descuento tomándolos en cuenta? Suponga gastos administrativos en Bs. 500, que incluye estudio del crédito, seguro, papelería.*
Respuesta 1) *5.800 Bs.* ***Respuesta 2) 6.300 Bs.***

8. *Un banco descuenta una letra de cambio de Bs. 75.000 con vencimiento en 60 días. La tasa de interés aplicada es del 34 %, cobrando además el 0,5 % por otros conceptos. ¿Cual será el valor efectivo que recibe? Se sugiere utilizar tasa del 34,5%.* ***Respuesta: 70.687,50 Bs.***

9. *Un documento de valor final Bs. 45.000 va a ser descontado 5 meses antes de la fecha de vencimiento al 32 %. ¿Cuanto se recibe? y ¿Cuánto descuenta el banco?* ***Respuesta 1) 39.000 Bs****.* ***Respuesta 2) 6.000 Bs.***

10. *Una persona debe cancelar un pagare de Bs. 50.000 con intereses del 38% y vencimiento en 6 meses. Si ofrece cancelar el pagare mediante un pago de Bs. 10.000 el día de hoy, y el resto en dos pagos iguales cada uno en 4 meses y 10 meses respectivamente. Determinar el valor de los pagos, cuando la fecha focal es 4 meses y se supone un rendimiento del 27%.*

Respuesta: 24.474,42 Bs.

11. *Una deuda de Bs. 350.000 que vence en 3 meses va a ser cancelada mediante un pago de Bs. 100.000 el día de hoy, Bs. 200.000 en 2 meses y la diferencia en 5 meses. Suponiendo una tasa del 34 %, hallar el saldo pendiente considerando como fecha focal en 3 meses.* ***Respuesta: 37.863,89 Bs.***

12. *Determinar el valor de las siguientes obligaciones el día de hoy, suponiendo una tasa del 40 %. Bs. 1.000.000 con vencimiento hoy, Bs. 2.000.000 con vencimiento en 6 meses y Bs. 2.500.000 con vencimiento en un año.*

Respuesta: 4.452.380,94 Bs.

CAPITULO II

SISTEMA FINANCIERO COMPUESTO

Justificación

Con el desarrollo del Sistema Financiero Simple, se pudo apreciar la importancia y campo de aplicación del Interés Simple. Al estudiar este capitulo vamos a comprender la diferencia que existe entre el interés simple y el interés compuesto. Destacando la importancia del Sistema Financiero Compuesto, cuando los intereses que devenga el capital se capitalizan.

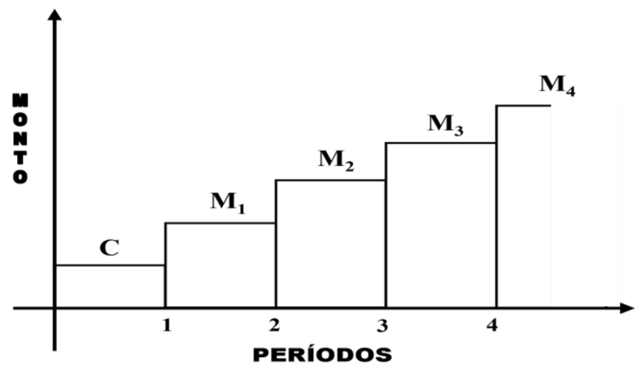
Hoy por hoy, y como resultado de efectuar colocaciones o cancelaciones de deudas, es el cálculo del interés compuesto el de mayor aplicación. En virtud de lo cual, un buen aprendizaje de este tema le permitirá adentrarse en el maravilloso mundo financiero.

Interés Compuesto

En el interés simple durante el tiempo de duración del préstamo el capital permanece fijo, invariable; en cambio en el interés compuesto el capital cambia al final de cada periodo, esto debido a que los intereses se adicionan al capital para luego formar un nuevo capital. Vale decir:

El interés compuesto descansa en el cálculo de intereses sobre el monto anterior para formar un nuevo monto.

Seguidamente, mostramos gráficamente lo antes mencionado:



Donde, se representa:

C: Capital inicial
M_1: Monto al final del periodo 1
M_2: Monto al final del periodo 2
M_3: Monto al final del periodo 3
M_4: Monto al final del periodo 4

Los intereses que devenga el capital se capitalizan; es decir, se agregan al capital para formar un monto

Calculo del Interés Compuesto

La tabla presentada a continuación, representa un capital de Bs. 2.000.000 invertido a una tasa del 10 % semestral durante dos años.

Períodos	Capital Inicial *(C)* Bs.	Intereses *(I)* Bs.	Capital Final *(*M) Bs.
1	*2.000*	*200*	*2.200*
2	*2.200*	*220*	*2.420*
3	*2.420*	*242*	*2.662*
4	*2.662*	*266,20*	*2.928,20*

Algebraicamente lo representaremos como sigue:

Períodos	**Capital Inicial**	**Intereses**	**Capital Final**
1	C	$C \cdot i$	$M_1 = C + C \cdot i = C(1+i)$
2	$C(1+i)$	$C(1+i) \cdot i$	$M_2 = C(1+i) + C(1+i) \cdot i = C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2$
3	$C(1+i)^2$	$C(1+i)^2 \cdot i$	$M_3 = C(1+i)^2 + C(1+i)^2 \cdot i = C(1+i)^2(1+i) = C(1+i)^3$
4	$C(1+i)^3$	$C(1+i)^3 \cdot i$	$M_4 = C(1+i)^3 + C(1+i)^3 \cdot i = C(1+i)^3(1+i) = C(1+i)^4$
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
n	$C(1+i)^{n-1}$	$C(1+i)^{n-1} \cdot i$	$M_n = C(1+i)^n$

Podemos concluir entonces que el interés compuesto se obtiene a partir de la expresión:

$$M = C(1+i)^n$$

Donde,

M: Monto o capital final

C: Capital o capital inicial

i: Tasa de interés para el periodo

n: Número total de periodos

$(1+i)^n$ **es el factor de acumulación con interés compuesto.**

A continuación vamos a definir la terminología básica para una mayor comprensión del Sistema Financiero Compuesto.

Periodo de Capitalización

Es el intervalo de tiempo convenido en la obligación para capitalizar los intereses. Lo designaremos ***"n"***.

Frecuencia de Capitalización

Es el número de veces que el interés se capitaliza en un año. Esta en relación directa con el tiempo convenido en la obligación. La designaremos por ***"m".***

Tasa de Interés Compuesto

Se refiere al interés fijado por periodo de capitalización o tiempo convenido en la obligación. La identificaremos por ***"i".***

Monto Compuesto

Es la cantidad acumulada al final de la operación. Lo distinguiremos por ***"M".***

Hasta ahora, en el desarrollo de este texto, hemos trabajado con la tasa de interés ***(i)*** , mas sin embargo, para desarrollar este capitulo y los siguientes, se hace necesario definir otros tipos de tasas.

Otras Tasas de Interés

Tasa Nominal

Es aquella que se produce cuando el interés es convertible mas de una vez en un año, esta directamente relacionada con la frecuencia de capitalización ***(m)***. La podemos distinguir porque presenta seguido o anterior a la expresión porcentual el término convertible o capitalizable, que la autora ha denominado el apellido de la tasa nominal. La designaremos por ***" j ".***

Tasa Real o Efectiva

Es la tasa del periodo y la representaremos por ***" i ".***

Tasas Proporcionales

Son aquellas que resultan de dividir la tasa nominal ***(j)*** entre la frecuencia de capitalización ***(m)***. Es la tasa de mayor uso en la práctica financiera. La distinguiremos por ***"*** $\boldsymbol{i_m}$ ***"*** .

$$i_m = \frac{j}{m}$$

Tasas Equivalentes

Dos o mas tasas de enteres serán equivalentes, cuando correspondiendo a periodos de capitalización diferentes producen intereses iguales para capitales y tiempos iguales.

$$(1 + i_m) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Veamos una aplicación,

Supongamos una inversión de Bs. 10.000 al 16%, capitalizable semestralmente durante un año, el monto será:

$$M = 10000\left(1 + \frac{0{,}16}{2}\right)^{1 \cdot 2} = 11.664 \ \ Bs.$$

Supongamos también una inversión de Bs. 10.000 al 16%, capitalizable trimestralmente durante un año, el monto será:

$$M = 10000\left(1 + \frac{0{,}16}{4}\right)^{1 \cdot 4} = 11.698{,}59 \ Bs.$$

Quiere decir entonces, considerando lo anterior, que si la tasa hubiese sido 16% capitalizable mensualmente, el monto seria:

$$M = 10000\left(1 + \frac{0,16}{12}\right)^{1 \cdot 12} = 11.722,70\ Bs.$$

es decir, habría sido mas costoso.

Supongamos ahora que se nos dice: Esta autorizado para cobrar el 16% efectivo anual, pero le esta permitido cobrar los intereses mensual, trimestral o semestralmente si realiza la correspondiente rebaja en la tasa, de modo que el resultado final siempre sea igual al 16% efectivo anual.

Podemos entonces plantear: ¿Cual será la tasa nominal ***(J)*** convertible semestralmente que produce el mismo monto que el 16% efectiva anual?

Si $C = 1$

$$M = 1\ (1 + 0,16)^{1} = 1,16\ Bs.$$

Entonces, el monto de Bs.1 con una tasa nominal ***(J)*** convertible semestralmente será:

$$M = 1\left(1 + \frac{j}{2}\right)^{1 \cdot 2}, \quad \text{donde} \quad i_m = \frac{j}{m}, \text{ con } m = 2$$

como los montos deben ser iguales se tendrá:

$$(1 + 0,16)^{1} = \left(1 + \frac{j}{2}\right)^{2}$$

Luego, $\boldsymbol{J = 15,407\%}$ capitalizable semestralmente

Además de la formula del monto, antes obtenida, haremos uso de las siguientes:

$M = C(1+i)^n$,

$C = M(1+i)^{-n}$, donde $(1+i)^{-n}$ se conoce como factor de actualización y **"*n*"** es el tiempo que falta para el vencimiento.

$I = C\left[(1+i)^n - 1\right]$, donde ***I*** es el interés compuesto.

$$n = \frac{\log M - \log C}{\log(1+i)} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1 \quad \Rightarrow \quad i = \left(\frac{M}{C}\right)^{1/n} - 1$$

En el "C***apítulo I"*** hemos dicho que por definición el monto es igual a capital mas intereses; por lo que, en el Sistema Financiero Compuesto también esto se cumple.

$M = C + I$

$C = M - I$

$I = M - C$

Tomando como referencia un año, la capitalización puede ser: mensual, semestral, trimestral, cuatrimestral, bimensual, y así sucesivamente.

Vamos ahora a indicar las formulas considerando Tasas Proporcionales

$$M = C(1+i_m)^{n\cdot m} = C\left(1+\frac{j}{m}\right)^{n\cdot m}$$

$$C = M(1+i_m)^{-n\cdot m} = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}$$

Donde,

$$(1+i_m)^{n\cdot m} = \left(1+\frac{j}{m}\right)^{n\cdot m}$$ Define el factor de acumulación a tasa proporcional

$$(1+i_m)^{-n\cdot m} = \left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}$$ Define el factor de actualización a tasa proporcional

Calculo del Monto Compuesto con Tasa de Interés *(i)*

Ejemplo 29:

¿Cuanto podrá retirarse en diciembre de 2008, por una inversión efectuada en diciembre de 2005 por Bs.950.000,oo al 30 % anualmente ?

Solución:

meses	***años***
12	*2008*
12	*2005*
o meses	*3 años*

n = 3 años

C = 950.000 Bs.

i = 0,30 anual

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 950000\,(1+0{,}30)^3$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = 2.087.150\ Bs.}}$$

Cálculo del Tiempo *(n)* con Tasa de Interés *(i)*

<u>Ejemplo 30:</u>

Una persona recibe en préstamo Bs. 1.250.000 pagadero en 90 días. Dado que no puede pagarlo, se efectúan sucesivas renovaciones, aumentando en cada una de ellas la cantidad en un 18 % del valor anterior. Al saldar pagó Bs. 2.787.787 ¿Cuanto tiempo tardó para saldar la deuda?

Solución:

C = 1.250.000 Bs.

i = 0,18 anual

M = 2.787.787 Bs.

$$n = \frac{\log M - \log C}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log 2787787 - \log 1250000}{\log(1+0{,}18)}$$

n = 4,84 años

Decir que la deuda se saldó en 4,84 años resulta poco claro, en tal sentido vamos a tomar la parte decimal 0,84 años para expresarla en una unidad más comprensible, de allí que tengamos:

$$0{,}84 \ \ x\ 360 \text{ días} \ = \ 302 \text{ días}$$

$$302 \text{ días} \ = 10 \text{ meses y } 2 \text{ días}$$

De allí que el resultado se expresa como sigue:

$$\boxed{n \ = \ 4 \text{ años, } 10 \text{ meses y } 2 \text{ días}}$$

Calculo de la Tasa de Interés *(i)*

<u>Ejemplo 31:</u>

Suponiendo que el proceso inflacionario tiene el mismo comportamiento que la capitalización a interés compuesto. Determinar la tasa de inflación anual habida en los últimos 5 años sabiendo que el nivel de precios se triplicó.

Solución:

$(1 + i)^n$ es el comportamiento de la capitalización a interés compuesto

$n \ = \ 5$ *años*

$C \ = \ 1$

$M \ = \ 3$

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

$$i = \sqrt[5]{\frac{3}{1}} - 1$$

$$\boxed{\boldsymbol{i \approx 25\%}}$$

Ejemplo 32:

Cierta persona deposito Bs.100.000 durante 4 años al 31% con capitalización semestral. Se pregunta:

a) ¿cual es el monto?

b) ¿cuanto son los intereses ganados?

Solución:

C = 100.000 Bs.

n = 4 años

J = 0,31 anual

m = 2 (semestres del año)

a)

$$M = C(1+i_m)^{n \cdot m} = C\left(1+\frac{j}{m}\right)^{n \cdot m}$$

$$M = 100000\left(1+\frac{0{,}31}{2}\right)^{4 \cdot 2} = 100000(1{,}155)^{8}$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = 316.705{,}70 \text{ Bs.}}}$$

b) $I = M - C$

$I = 316705{,}70 - 100000$

$$\boxed{\boldsymbol{I = 216.705{,}70\ Bs.}}$$

Calculo del Valor Actual *(C)*

<u>Ejemplo 33:</u>

Hace 8 años se depositó en un banco cierta cantidad de dinero al 28,5%. A los 3 años se modificó la tasa al 24,5%. Si finalizado el plazo se tiene Bs. 656.856, ¿Que cantidad se depositó?

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Hace 8 años} \quad i = 28{,}5\ \% \sim 0{,}285 \\ \text{A los 3 años} \quad i = 24{,}5\ \% \sim 0{,}245 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{3 años con } i = 0{,}285 \\ \text{5 años con } i = 0{,}245 \end{array}\right.$$

$M = 656.856\ Bs.$

<u>Para los 3 años</u>

$$C = M(1+i)^{-n}$$

$$C = 656856(1+0{,}285)^{-3}$$

$$\boldsymbol{C = 309.571{,}37\ Bs.}$$

Para los otros 5 años

$$C = 309571{,}37(1+0{,}245)^{-5}$$

C = 103.493,73 Bs.

Finalmente, la cantidad depositada inicialmente fue: ***103.493,73 Bs.***

Otra forma mas directa de resolver,

$$C = 656856\left[(1+0{,}285)^{-3}\cdot(1+0{,}245)^{-5}\right]$$

C = 103.493,73 Bs.

Ejemplo 34:

¿Cual sería el capital que produjo un monto de Bs. 1.000.000, habiendo sido colocadas sus 3/4 partes al 27% nominal capitalizable trimestralmente y el resto al 20% nominal capitalizable mensualmente durante 3 años?

Solución:

M = 1.000.000 Bs.

$$\tfrac{3}{4}C \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} J = 0{,}27 \text{ anual} \\ m = 4 \quad \text{trimestres del año} \end{cases}$$

$$\frac{1}{4}C \quad \Rightarrow \begin{cases} J = 0{,}20 \text{ anual} \\ m = 12 \text{ meses del año} \end{cases}$$

n = 3 años

Este ejercicio se trata de calcular el capital o valor actual, pero encontramos en los datos un **monto total** originado al colocar ese capital desconocido en dos partes, de allí que se aplique

$$M = C(1+i)^{n} \quad \text{en lugar de} \quad C = M(1+i)^{-n}$$

entonces, sustituyendo en

$$M = C(1+i_m)^{n \cdot m} = C\left(1+\frac{j}{m}\right)^{n \cdot m}, \qquad \text{tenemos}$$

$$1000000 = \frac{3}{4}C\left(1+\frac{0{,}27}{4}\right)^{3 \cdot 4} + \frac{1}{4}C\left(1+\frac{0{,}20}{12}\right)^{3.12}$$

$$1000000 = 0{,}75C(2{,}189851194) + 0{,}25C(1{,}818130451)$$

$$1000000 = 1{,}642388396C + 0{,}4532826128C$$

$$1000000 = 2{,}095671009C$$

$$\boxed{C = 477.174{,}13 \text{ Bs.}}$$

Ejemplo 35:

¿A que tasa nominal convertible semestralmente, un capital de Bs. 3.000 se convierte en Bs. 9.000 en 3,5 años?

Solución:

m = 2   semestres del año

C = 3.000 Bs.

M = 9.000 Bs.

n = 3,5 años

$n \cdot m$ *= 7 semestres*

$$i = \sqrt[n \cdot m]{\frac{M}{C}} - 1$$

$$i = \sqrt[7]{\frac{9000}{3000}} - 1$$

$$i = 16{,}99\%$$

$$j = m \cdot i$$

$$j = 2 \cdot 16{,}99$$

$\boxed{\boldsymbol{J = 33{,}98\%}}$ capitalizable o convertible semestralmente.

La tasa nominal *(J)* siempre es anual. La frecuencia de capitalización *(m)* siempre indicara a que unidad del tiempo se convierte la tasa nominal *(J)*.

Ejemplo 36:

Un padre desea repartir entre sus tres hijos la cantidad de Bs. 3.200.000 depositando en un banco a nombre de cada uno lo que le corresponde. Los hijos tienen 11, 13 y 16 años. El padre desea que al cumplir los 21 años cada uno de ellos tenga la misma cantidad. El banco capitaliza mensualmente a la tasa del 33 %. ¿Cuanto debe depositar a nombre de cada hijo?

Solución:

Contamos en este ejemplo con un ***capital total***

$C_{total} = 3.200.000\ Bs.$

Las edades son *11, 13 y 16 años*

A los 21 años debe tener cada uno un Monto igual; luego,

$n_1 = 21 - 11 = 10$ *años*

$n_2 = 21 - 13 = 8$ *años*

$n_3 = 21 - 16 = 5$ *años*

$J = 0{,}33$

$m = 12$

La incógnita a despejar será:

$C_1 = ?$
$C_2 = ?$
$C_3 = ?$

Vamos a trabajar en dos partes, primero calcularemos el monto ***(M)*** haciendo uso de la formula del capital ***(C)*** pues ese es el dato disponible como un total.

$$C = M(1+i)^{-n} \qquad\qquad C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}$$

Sustituyendo en esa ecuación resulta:

$$3200000 = M\left(1+\frac{0{,}33}{12}\right)^{-10\cdot 12} + M\left(1+\frac{0{,}33}{12}\right)^{-8\cdot 12} + M\left(1+\frac{0{,}33}{12}\right)^{-5\cdot 12}$$

$$3200000 = 0{,}0385638455M + 0{,}0739510368M + 0{,}1963767947M$$

Luego de efectuar los cálculos se agrupan los términos semejantes y se despeja M.

$$3200000 = 0{,}308891677M$$

$$\mathbf{M = 10.359.618{,}72\ Bs.}$$

Ahora, sustituimos en la formula del capital, resultando

$$C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}$$

$$C_1 = 10359618{,}72\left(1+\frac{0{,}33}{12}\right)^{-10\cdot 12} \Rightarrow \boxed{C_1 = 399.506{,}74\ Bs.}$$

$$C_2 = 10359618{,}72\left(1+\frac{0{,}33}{12}\right)^{-8\cdot 12} \Rightarrow \boxed{C_2 = 766.104{,}55\ Bs.}$$

$$C_3 = 10359618{,}72\left(1+\frac{0{,}33}{12}\right)^{-5\cdot 12} \Rightarrow \boxed{C_3 = 2.034.388{,}72\ Bs.}$$

$$\boxed{C_{total} = 3.200.000\ Bs.}$$

Ejemplo 37:

Cierta empresa compra un inmueble en Bs. 450.000.000 dando como inicial el 50% y el resto pagadero en 6 años, en cuotas anuales, devengando los saldos el 18% de interés anual. ¿Cual es el verdadero costo del inmueble?

Solución:

Costo: *450.000.000 Bs.*

Inicial 50%: *225.000.000 Bs.*

Deuda (C): *225.000.000 Bs.*

$n = 6$ *años*

$i = 0{,}18$ *anual*

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 225000000(1+0{,}18)^6$$

$$M = 607399684{,}43 \text{ Bs.}$$

M Representa el monto que debe pagar a los 6 años, pero el Verdadero costo del inmueble, es

M + Inicial

Costo Verdadero = 607.399.684,43 + 225.000.000

$$\boxed{\textit{Costo Verdadero} = \textit{Bs. } 832.399.684{,}43}$$

Ejemplo 38:

Se efectúan tres ofertas para la compra de un local comercial

a) 4.500.000 Bs .al contado

b) 9.000.000 Bs. dentro de 3 años

c) 4.000.000 Bs. dentro de 5 años y 5.000.000 Bs. dentro de los 5 años siguientes.

¿Cual es la mejor oferta para el vendedor si este capitaliza al 9% nominal anual cuatrimestralmente?

Solución:

Nos encontramos con una situación donde debemos seleccionar la mejor alternativa para el vendedor, por esta razón, y dado que por lo menos una alternativa se encuentra en valor actual o momento presente, se hace necesario trabajar las demás alternativas en el mismo momento (valor actual) pues de lo contrario no podemos establecer comparaciones para seleccionar.

El valor del dinero en tiempos distintos también es distinto

a) $C = 4.500.000$ *Bs.*

b) $M = 9.000.000$ *Bs.*

$J = 0,09$ *anual*

$m = 3$

$n = 3$ *años*

$$C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n \cdot m}$$

$$C = 9000000\left(1+\frac{0,09}{3}\right)^{-3 \cdot 3}$$

$$\boldsymbol{C = 6.897.750,59\ Bs.}$$

c) $M_1 = 4.000.000\ Bs.$

$n_1 = 5\ años$

$M_2 = 5.000.000\ Bs.$

$n_2 = 10\ años$

$J = 0,09\ anual$

$m = 3$

$$C = M_1\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n_1 \cdot m} + M_2\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n_2 \cdot m}$$

$$C = 4000000\left(1+\frac{0,09}{3}\right)^{-5\cdot 3} + 5000000\left(1+\frac{0,09}{3}\right)^{-10\cdot 3}$$

$$C = 2567447,79 + 2059933,80$$

$$\boxed{\boldsymbol{C = 4.627.381,59\ Bs.}}$$

Con estos resultados, se tiene que la mejor oferta para comprar el local comercial es la que corresponde al literal a); pues es con ella donde el desembolso de dinero es menor.

<u>Ejemplo 39:</u>

Hallar una tasa nominal ***(J)*** convertible trimestralmente equivalente al 12% convertible mensualmente.

Solución:

$$\left(1+\frac{0,12}{12}\right)^{12}=\left(1+\frac{j}{4}\right)^{4}$$

Al extraer la raíz 4 a ambos miembros, tenemos:

$$\left(1+\frac{0,12}{12}\right)^{3}=\left(1+\frac{j}{4}\right) \quad \Rightarrow \quad 4,121204 = 4 + j \quad \Rightarrow \quad j = 0,121204$$

luego,

$\boxed{\boldsymbol{J = 12,12\ \%}}$ capitalizable trimestralmente.

Calculo del Valor Actual *(C)* de una deuda que devenga interés *(M)*

En el mercado siempre habrá deudas que las personas adquieren debido a que no cuentan con el dinero suficiente para pagar de contado la compra de un bien o un servicio; en virtud de esto, las deudas devengan un interés que permite convertirlas en valores finales o en monto ***(M)***; por otro lado, además de conocer ese monto, se quiere conocer el valor de esas deudas totales en el momento presente; es decir, a cuánto equivale hoy ese dinero que genera el pago de intereses.

El planteamiento anterior, logramos despejarlo haciendo uso de las fórmulas siguientes:

$$M = C(1+i)^{n} \qquad ò \qquad M = C\left(1+\frac{j}{m}\right)^{n\cdot m}$$

$$C = M(1+i)^{-n} \qquad ò \qquad C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}$$

<u>Ejemplo 40:</u>

¿Qué cantidad invertida al 60 % nominal capitalizando mensualmente durante 10 años, formará el mismo monto que Bs. 100.000 invertidos al 59 % nominal capitalizando semestralmente durante 7 años?

Solución:

J = 0,60 anual

m = 12

n = 10 años

C = 100.000 Bs.

J = 0,59 anual

m = 2

n = 7 años

$$M = C\left(1+\frac{j}{m}\right)^{n\cdot m} = 100000\left(1+\frac{0{,}59}{2}\right)^{7\cdot 2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = 3.730.583{,}43\ Bs}}$$

$$C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m} = 3730583{,}43\left(1+\frac{0{,}60}{12}\right)^{-10\cdot 12}$$

$$\boxed{\boldsymbol{C = 10.692{,}04\ Bs.}}$$

Ejemplo 41:

¿Cuánto deberá pagarse 2 años antes de su vencimiento al 16% capitalizable semestralmente, por un pagare de Bs. 850.000 firmado al plazo de 3,5 años con el 14%?

Solución:

n = 2 años

J = 0,16 anual

m = 2

C = 850.000 Bs.

n = 3,5 años

i = 0,14

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 850000(1+0{,}14)^{3{,}5} = 850000(1{,}581856122)$$

$$\boxed{\mathbf{M = 1.344.577{,}70\ Bs.}}$$

$$C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m} = 1344577{,}70\left(1+\frac{0{,}16}{2}\right)^{-2\cdot 2}$$

$$\boxed{\mathbf{C = 988.304{,}74\ Bs.}}$$

Tasa de Interés y Devaluación

La devaluación está referida al encarecimiento de una moneda con respecto a otra. Por ejemplo, devaluar el signo monetario de Venezuela (el bolívar) con respecto al dólar, significa pagar mas bolívares por el mismo dólar, comportamiento este que trae consigo la perdida del poder adquisitivo en el mercado externo.

Si un ciudadano venezolano o una ciudadana venezolana invierte en el exterior y luego trae al país la ganancia de esa inversión, estará ganando además de la tasa de interés del exterior, la devaluación.

Por otro lado, si una empresa importa mercancías, materia prima o maquinarias con financiamiento, deberá pagar tanto la tasa de interés externa como la devaluación que haya en el país.

<u>Ejemplo 42:</u>

Cierta empresa importa mercancías por $ 50.000 para pagar en 1 año y una tasa de interés 5 % anual. Si la devaluación es del 23% anual. ¿Cuál será el total a pagar en dólares y en bolívares, y cual será la tasa efectiva de la importación? Supóngase que al cerrar la negociación con el exterior, el dólar se cotiza a Bs.2,15

Solución:

Comenzaremos por encontrar el valor final ***(M)*** al termino de 1 año cuando la devaluación del bolívar es 23 % anual.

$$M = 2{,}15\ (1 + 0{,}23)^{1}, \quad \text{luego,}$$

$$M = 2{,}64\ Bs. \quad \text{es el valor futuro del dólar luego de 1 año,}$$

Por lo tanto, al final del año se pagará en dólares un valor de:

$$M = 50000\,(1 + 0{,}05)^1$$

$$M = 52.500\ \$$$

En total, el pago en bolívares será:

$$52.500 \times 2{,}64 = 138.600\ Bs.$$

Ahora, si la compra se hubiese hecho de contado, el total pagado, sería:

$$50.000 \times 2{,}15 = 107.500\ Bs.$$

Como las mercancías se adquirieron a crédito, el costo del financiamiento resultó ser:

$$138.600 - 107.500 = 31.100\ Bs.$$

La tasa efectiva de la importación será:

$$i = \frac{31100}{107500} = 0{,}2893 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{i = 28{,}93\ \%\ anual}$$

Si tomamos lo pagado en una operación de contado, probamos que:

$C = 107.500$

$i = 28{,}93\ \%$

$n = 1$

El valor final será:

$$M = 107500\,(1 + 0{,}2893)^1$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = 138.600\ Bs.}}$$

Descuento Compuesto

En el capitulo I hemos explicado ampliamente una situación donde se hace uso del Sistema de Pagos Diferidos (crédito), se definió la Operación de Descuento y los elementos que en ella intervienen.

Se estudiaron dos formas de descontar un documento antes de su fecha de vencimiento; esto es, con descuento real o matemático y con descuento bancario o comercial.

En este capitulo, veremos otra forma de descontar documentos con Descuento Compuesto; en donde al igual que el descuento real, se aplica la formula del interés compuesto.

$$M = C(1+i)^n \quad \Leftrightarrow \quad M = C\left(1+\frac{j}{m}\right)^{n\cdot m}$$

Al despejar, resulta:

$$C = M(1+i)^{-n} \quad \Leftrightarrow \quad C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}$$

donde,

C: es el valor actual o capital descontado, lo que se recibe

M: es el valor nominal del documento original

i: es la tasa de la operación

El descuento es el proceso de obtener valores actuales

Ejemplo 43:

¿Cuánto deberá pagarse por una deuda de Bs. 60.000, la cual se quiere cancelar 4 meses antes de su vencimiento si la tasa de interés es del 3 % cuatrimestral?

Solución:

n = 4 meses (equivale a un cuatrimestre)

M = 60.000 Bs.

i = 0,03 cuatrimestral

$$C = M(1+i)^{-n}$$

$$C = 60000(1+0{,}003)^{-1}$$

$$\boxed{\mathbf{C = 58.252{,}42\ Bs.}}$$

Ejemplo 44:

¿Cuánto deberá pagarse hoy, por una deuda que vence dentro de 2 años, dada una tasa del 12 % con capitalizaciones semestrales, siendo dicha deuda Bs. 70.000?

Solución:

n = 2 años

J = 0,12 anual

m = 2

M = 70.000 Bs.

$$C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}$$

$$C = 70000\left(1+\frac{0{,}12}{2}\right)^{-2\cdot 2}$$

$$\boxed{\mathbf{C = 55.446{,}55\ Bs.}}$$

<u>Ejemplo 45:</u>

¿En cuanto se descuenta un documento con valor nominal Bs. 20.000 el 10 de junio, si vence el 10 de diciembre y se descuenta al 8% capitalizable mensualmente?

Solución:

M = 20.000 Bs.

	meses	***días***
	12	*10*
	06	*10*
n =	*6 meses*	*0 días*

j = 0,08

m = 12

consideremos $i = j$

$$C = M\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}$$

$$C = 20000\left(1+\frac{0,08}{12}\right)^{-6}$$

$$\boxed{\boldsymbol{C = 19.218,34\ \ Bs.}}$$

Valor Presente Neto *(VPN)*

El Valor Presente Neto se define como la diferencia entre el Valor Presente del dinero recibido y el Valor Presente del dinero invertido.

Veámoslo con la formula siguiente:

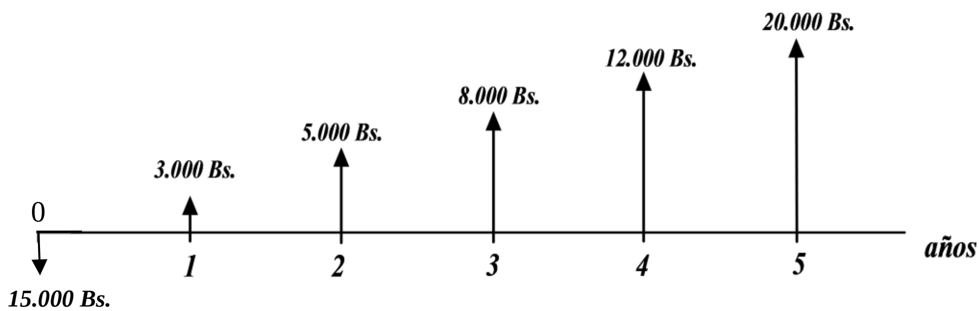
VPN = Σ VP (cada flujo recibido) – Σ VP (cada flujo pagado)

Ejemplo 46:

Calcular el valor presente neto de una empresa donde hemos invertido Bs. 15.000 y recibimos neto anualmente Bs.3.000, Bs.5.000, Bs.8.000, Bs.12.000 y Bs. 20.000 si la tasa efectiva estuvo al 25 %.

Solución:

Para una mejor visualización de la operación financiera, graficaremos todas las transacciones en una línea de tiempo.



Haciendo uso de la formula $C = M(1+i)^{-n}$

$$VPN = -15000 + 3000(1+0{,}25)^{-1} + 5000(1+0{,}25)^{-2} + 8000(1+0{,}25)^{-3} + $$
$$+ 12000(1+0{,}25)^{-4} + 20000(1+0{,}25)^{-5}$$

$$VPN = -15000 + 2400 + 3200 + 4096 + 4915{,}20 + 6553{,}60$$

$$VPN = -15000 + 21164{,}80$$

$$\boxed{VPN = 6.164{,}80 \text{ Bs.}}$$

Ejemplo 47:

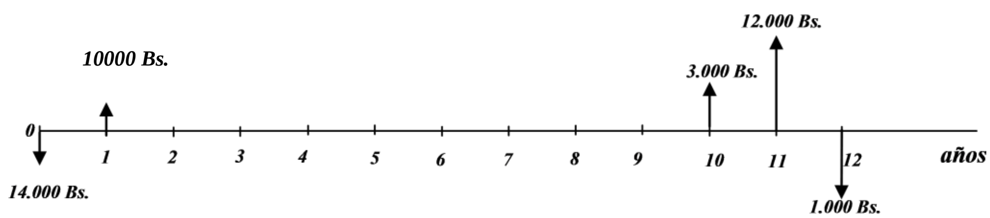
Calcular el valor presente neto a una tasa del 40 % capitalizable mensualmente con flujos anuales, siendo el primero el día de hoy, de - 14.000, 10.000, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3.000, 12.000 y –1.000

Solución:

$J = 0{,}40$

$m = 12$

graficamos,



Comenzaremos calculando la tasa que regirá en la operación

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m} - 1 \qquad \Rightarrow \qquad i = \left(1 + \frac{0{,}40}{12}\right)^{12} - 1$$

$$\boldsymbol{i = 48{,}2126484\%}$$

$$VPN = -14000 + 10000\,(1 + 0{,}482126484)^{-1} + 3000\,(1 + 0{,}482126484)^{-10} + 12000\,(1 + 0{,}482126484)^{-11} - 1000\,(1 + 0{,}482126484)^{-12}$$

$$VPN = -14000 + 6747{,}06 + 58{,}65 + 158{,}28 - 8{,}89$$

$$\boxed{\boldsymbol{VPN = 7.044{,}90\ Bs.}}$$

Tasa Interna de Retorno ***(T I R)***

La Tasa Interna de Retorno se define como la tasa a la cual el Valor Presente Neto de una inversión es igual a cero.

Dependiendo de los flujos de dinero presentes, podemos encontrar para un proyecto en particular varias posibilidades de *TIR*, puede obtenerse una *TIR* positiva, una *TIR* negativa, una *TIR* igual a cero, varias *TIRs* o no existir una *TIR*.

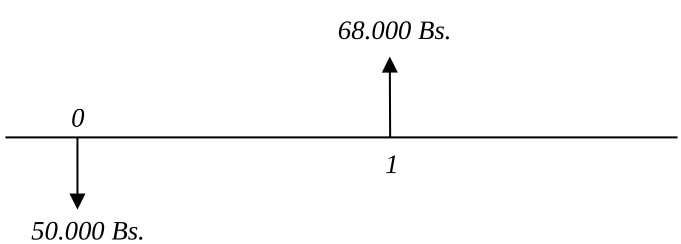
En esencia, la tasa interna de retorno nos indica la conveniencia o no de invertir en un determinado proyecto. Aunado al Valor Presente Neto, son los elementos que le ayudan al inversor a tomar una decisión correcta.

Ejemplo 48:

Calcular la TIR para los flujos semestrales (– Bs. 50.000, Bs. 68.000) y graficar.

Solución:

graficamos haciendo uso de una línea de tiempo.



$$VPN = -C + \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$0 = -50000 + \frac{68000}{(1+i)^1} \quad \Rightarrow \quad 50000 = \frac{68000}{(1+i)}$$

$$(1+i) = \frac{68000}{50000}$$

$$i = 1{,}36 - 1$$

$$i = 0{,}36 \cdot 100$$

$$i = 36\,\% \text{ anual}$$

semestralmente, será:

$$2\,(0{,}36) = 0{,}72 \cdot 100$$

$$\boxed{\boldsymbol{i \text{ semestral} = 72\,\%}}$$

Ecuaciones de Valores Equivalentes

En el Capitulo I hemos presentado los principios que rigen para las ecuaciones de valores equivalentes en el sistema financiero simple, los mismos son absolutamente validos cuando se plantean en el sistema financiero compuesto, solo que en esta oportunidad encontramos cambios en la tasa de interés puesto que ahora conocemos la tasa nominal ***(J)*** y la frecuencia de capitalización ***(m)***; donde, siendo esta tasa anual se convierte en la unidad que indique ***" m "*** ; además, se señala como dato del problema la fecha focal ***(f.f)*** o fecha de referencia donde convergen deudas y pagos, su ubicación queda a libre elección, todo ello porque en el sistema financiero compuesto no hay variación del resultado; de allí que es indistinto el lugar de la línea de tiempo que se tome como fecha focal.

Recordamos las formulas:

Capitalizamos $\quad M = C(1+i)^n \quad \Leftrightarrow \quad M = C\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{n \cdot m}$

Actualizamos $\quad C = M(1+i)^{-n} \quad \Leftrightarrow \quad C = M\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{-n \cdot m}$

Comúnmente tomamos como fecha focal el momento donde se encuentra la incógnita, si es una sola

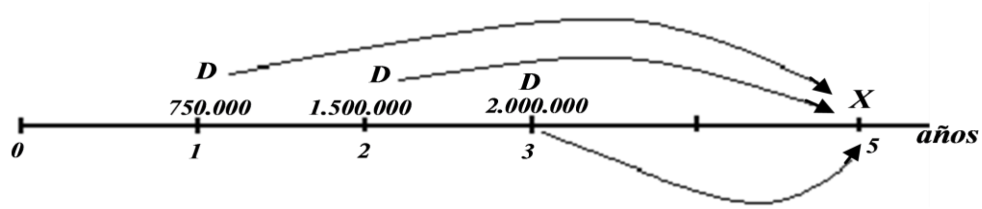
La cantidad o letra que este en la fecha focal, siempre quedara igual, pues se encuentra para los efectos en tiempo cero

Ejemplo 49:

Una persona tiene tres giros firmados a 1, 2, y 3 años por Bs. 750.000, el otro por Bs.1.500.000 y el último Bs. 2.000.000 respectivamente. Quiere sustituirlos por uno solo que venza a los 5 años siendo la tasa del 16%. ¿Cual es el valor del nuevo giro?

Solución:

Graficamos,



$i = 0{,}16$

$$Deudas = Pagos$$

Capitalizamos,

$$750000\,(1 + 0{,}16)^4 + 1500000\,(1 + 0{,}16)^3 + 2000000\,(1 + 0{,}16)^2 = X$$

$$1357979{,}52 + 2341344 + 2691200 = X$$

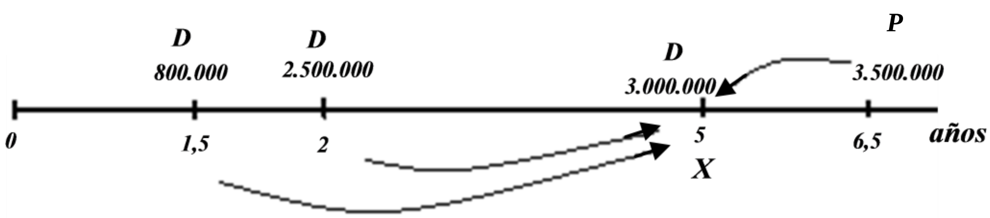
$$\boxed{X = 6.390.523{,}52 \text{ Bs.}}$$

Ejemplo 50:

Se han firmado los siguientes giros: Bs. 2.500.000 con vencimiento en 2 años, Bs. 3.000.000 con vencimiento en 5 años y Bs. 800.000 dentro de 1,5 años. Se quiere reemplazarlos con un giro de Bs. 3.500.000 que venza dentro de 6,5 años y otro giro que venza dentro de 5 años. Si el interés es del 10 % nominal anual capitalizable semestralmente, indicar el valor del segundo giro.

Solución:

Graficamos,



J = 0,10

m = 2

Deudas = Pagos

Capitalizamos: 800.000 Bs. y 2.500.000 Bs.
Actualizamos: 3.500.000 Bs.
Los 3.000.000 Bs. quedan igual porque están en tiempo cero

$$800000\left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^{3{,}5\cdot 2}+2500000\left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^{3\cdot 2}+3000000=X+3500000\left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^{1{,}5\cdot 2}$$

$$1125680{,}33 + 3350239{,}10 + 3000000 = X + 3023431{,}59$$

$$7475919{,}40= X + 3.023.431{,}59$$

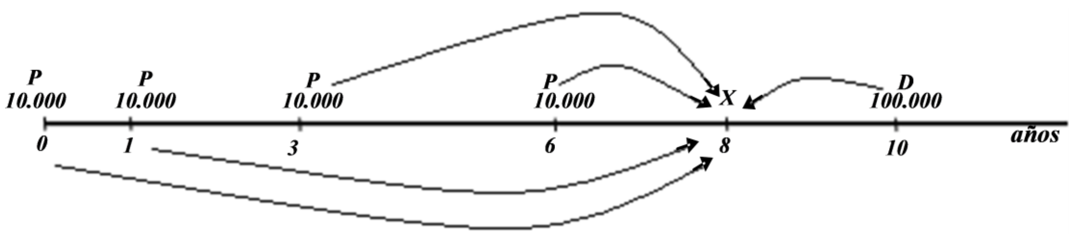
$$\boxed{X = 4.452.487{,}81 \text{ Bs.}}$$

Ejemplo 51:

Una deuda de Bs. 100.000 para pagar en 10 años, se acuerda en liquidarla de la manera siguiente: Bs. 10.000 entregado hoy, Bs. 10.000 al año, Bs. 10.000 a los 3 años, Bs. 10.000 a los 6 años y el resto que corresponde a los 8 años. ¿Cual es el valor del ultimo pago, si la tasa de interés aplicada es del 10 %?

Solución:

Graficamos,



i = 0,10 anual

Deudas = Pagos

Capitalizamos los pagos y actualizamos la deuda

$$100000(1+0{,}10)^{-2} = 10000(1+0{,}10)^{8} + 10000(1+0{,}10)^{7} + 10000(1+0{,}10)^{5} +$$
$$+ 10000(1+0{,}10)^{2} + X$$

$$82644{,}62 = 21435{,}88 + 19487{,}17 + 16105{,}10 + 12100 + X$$

$$82644{,}62 = 69128{,}15 + X$$

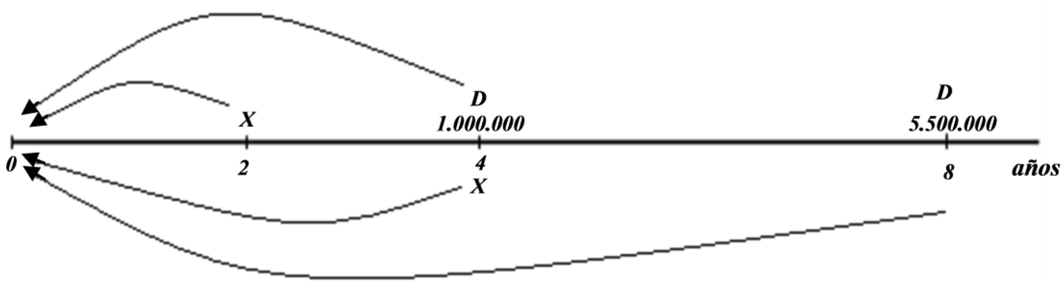
$$\boxed{\mathbf{X = 13.516{,}57\ Bs.}}$$

Ejemplo 52:

Una persona debe Bs. 1.000.000 pagaderos dentro de 4 años y Bs. 5.500.000 en 8 años. Desea cambiar estas deudas efectuando dos pagos iguales a los 2 y 4 años a partir de ahora.¿Cual será el valor de los pagos hoy si la tasa es del 12 % nominal capitalizable mensualmente?

Solución:

Graficamos,



$J = 0{,}12$

$m = 12$

$Deudas \;=\; Pagos$

$$1000000\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{-4\cdot 12}+5500000\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{-8\cdot 12}=X\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{-4\cdot 12}+X\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{-2\cdot 12}$$

$$620260{,}41 \;+\; 2115976{,}33 \;=\; 0{,}6202604051\,X \;+\; 0{,}7875661272\,X$$

$$2736236{,}74 \;=\; 1{,}407826532\;X$$

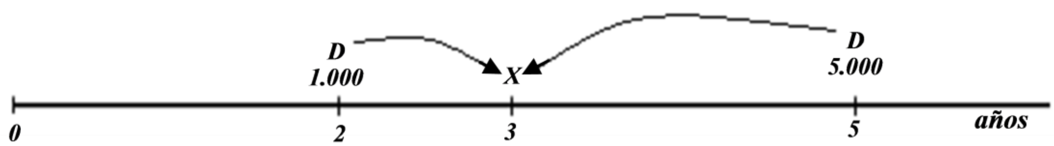
$$\boxed{\mathbf{X \;=\; 1.943.589{,}41\ Bs.}}$$

Ejemplo 53:

Cierta persona debe Bs. 1.000 pagaderos dentro de 2 años y Bs. 5.000 a 5 años. Pacta con su acreedor efectuar un pago único al final de 3 años al 18% capitalizable semestralmente. Calcular el valor de ese pago.

Solución:

Graficamos,



$J = 0{,}18$

$m = 2$

$Deudas = Pagos$

$$1000\left(1+\frac{0{,}18}{2}\right)^{1\cdot 2}+5000\left(1+\frac{0{,}18}{2}\right)^{-2\cdot 2}=X$$

$$1188{,}10 + 3542{,}12 = X$$

$$\boxed{\boldsymbol{X = 4.730{,}22\ Bs}}$$

Problemas Propuestos

<u>Consideraciones:</u>

- **Mientras no se diga lo contrario deberá utilizarse el tiempo ordinario o comercial (Interés ordinario).**
- **Mientras no se diga lo contrario las tasas son anuales.**

1. *¿Cuál es la característica del interés compuesto?*

2. *¿Qué es tasa real o efectiva?*

3. *¿Qué es tasa nominal?*

4. *¿Qué son tasas equivalentes?*

5. *¿Qué son tasas proporcionales?*

6. *¿Cuál será el valor final de un documento de Bs. 50.000 a un plazo de 3 años y 6 meses si capitaliza trimestralmente al 32%?* ***Respuesta: 146.859,68 Bs.***

7. *Una persona coloca un capital de Bs. 500.000 al 30 % durante 5 años y luego al 29% durante 10 años y 3 meses; al mismo tiempo otra persona coloca otro capital de Bs. 600.000 al 29,5% durante 15 años y 3 meses.¿ A cuanto ascenderá la suma de los dos montos?* ***Respuesta: 56.170.083,03 Bs.***

8. *Hallar el monto de Bs. 23.000 en 2 años y 5 meses al 30 % capitalizable semestralmente.* ***Respuesta: 45.196,08 Bs.***

9. *¿Qué deposito debe ser hecho hoy en un fondo que paga al 24% capitalizable mensualmente para tener disponibles Bs.60.000 al final de 2 años?*

Respuesta: 37.303,29 Bs.

10. *¿Cuál seria el capital que colocado durante 15 años, al 1% capitalizable anualmente y luego a 12 años mas al 3% capitalizable semestralmente, produjo un monto de Bs. 8.370?* **Respuesta: 5.043,35 Bs.**

11. *En el día de hoy se contrae una deuda que al final de 4 años con una tasa del 8,5% trimestral representara Bs. 500.000. Determinar la cantidad que se deberá pagar si la deuda se cancela al cabo de 18 meses.* **Respuesta: 221.142,70 Bs**.

12. *¿A que tasa efectiva anual se duplica un capital en 2 años?* **Respuesta: 41,42%**

13. *Un documento de Bs. 10.000.000 debe pagarse en 36 meses, durante ese lapso ganará intereses del 30% capitalizable mensualmente. Se descuenta en un banco y este le carga intereses del 36% capitalizable trimestralmente.¿Cuanto recibe?*

Respuesta: 8.648.507,75 Bs.

14. *Cierta persona desea adquirir un inmueble por un valor de Bs. 15.000.000. La inmobiliaria solicita el 50% anticipado y el resto en un año y medio; esto es, al término de la construcción y entrega del mismo. ¿Cuanto dinero se debe depositar en el banco en este momento para poder garantizar la liquidación de la deuda, si la tasa de interés a aplicar es del 30% capitalizable mensualmente?*

Respuesta: 4.808.744,32 Bs.

15. *Una persona invirtió su capital al 2,25% mensual, a los 2 años retiro todo el valor acumulado y lo coloco a término de un año con interés del 26% capitalizable trimestralmente. Al vencer el plazo recibió Bs. 2.743.014,12; ¿Cuánto había invertido inicialmente?* **Respuesta: 1.250.000 Bs.**

16. *Al morir un padre, su hijo tenia 10 años de edad, el padre le heredo Bs. 20.000.000. De acuerdo a lo estipulado en el testamento, el dinero se invirtió en un fondo de capitalización hasta cumplir los 18 años. Si los primeros 4 años* *le pagaron intereses al 2% mensual y los 4 últimos al 2,5% mensual. ¿Cuánto recibió al cumplir los 18 años?* ***Respuesta: 169.271.475,20 Bs.***

17. *Una empresa determinada trabaja con materia prima importada, que le es financiada a 360 días con un interés del 6 %. Si la devaluación es del 28 % anual y la empresa compra en materia prima $ 80.000. ¿Cuál será el total a pagar en dólares y en bolívares y cual la tasa real de la importación? Supongamos que al momento de contraer la obligación con el exterior, el dólar se cotiza a 2,15.*

Respuesta: 35,58 % anual

18. *Un pagare de Bs. 500.000 es descontado 6 meses antes de vencerse al 7,5% trimestral.¿Cuanto recibe por el?* ***Respuesta: 432.666,30 Bs.***

19. *Una letra de cambio de Bs. 10.000 vence dentro de 4 meses y se ofrece en la bolsa de valores por Bs. 9.313,20; que tasa se recibe?* ***Respuesta: 1,7947% m***

20. *Cierta persona debía pagar hoy Bs. 280.000; al no poder hacerlo, propone endosarle dos letras de Bs. 230.000 cada una con vencimiento a uno y dos años. Se acepta la propuesta y negocia con un banco al 8% trimestral.¿Habrá alguna ganancia en este cambio de pago?* ***Respuesta: ganancia 13.318,64 Bs.***

21. *¿Cuál es el valor presente neto de los flujos anuales siguientes: – Bs. 100.000 0, 0, 0, 0, 0, Bs. 80.000, Bs. 80.000, Bs. 80.000, si en el mercado la tasa efectiva es 47%?* ***Respuesta: – 83.009,10 Bs.***

22. *Se tiene dos proyectos de inversión, el primero con flujos anuales de: – Bs. 13.000, Bs. 2.300, Bs. 4.000, Bs. –2.000, Bs.3.000 y el segundo con flujos de: – Bs. 16.000, – Bs. 2.000, Bs. 5.000, Bs.6.000, Bs. 2.000 ¿Cuál es el* *mejor, considerando el valor presente neto cuando la tasa de mercado esta por el orden del 46 % nominal capitalizable mensualmente?*

Respuesta: VPN = – 9.936,97 Bs. VPN = – 13.368,66 Bs.

23. *Calcular la TIR para los flujos anuales (– Bs. 65.000, Bs. 83.000) y graficar.*

Respuesta: 27,69 % anual

24. *Calcular la TIR para los flujos semestrales (– Bs. 35.000, Bs. 65.000) y graficar.*

Respuesta: 85,71 %

25. *Una vivienda fue adquirida por Bs. 7.800.000, pagándose el 50 % en efectivo, por el saldo deudor se tomo una hipoteca que devenga un interés del 10% capitalizable semestralmente, si al final de 5 años se han pagado Bs. 1.000.000. ¿Qué cantidad deberá pagarse al final del séptimo año para liquidar la hipoteca?* ***Respuesta: 6.506.226,89 Bs.***

26. *Una persona debe Bs. 8.000 pagaderos en 3 meses y Bs. 11.000 pagaderos en 6 meses. Al termino del primer mes, efectúa un abono de Bs. 9.750. ¿Con cuanto saldara su deuda a los 5 meses contados desde el inicio, si le cargan intereses del 12,84 % mensual?* ***Respuesta: 4.127,33 Bs.***

27. *Un comerciante compra mercancías para pagar de la manera siguiente: Bs. 25.000 de inicial, Bs. 40.000 a 2 meses y Bs. 50.000 a 5 meses. Suponiendo un interés del 32 % capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el precio de contado de la mercancía?* ***Respuesta: 106.784,22 Bs.***

28. *Un inmueble que cuesta Bs. 30.000.000 se propone pagarlo de la siguiente forma: Bs. 10.000.000 de contado, dos letras de Bs. 10.000.000 cada una a dos* *y tres años y otras dos letras iguales a 4 y 5 años. ¿Por cuanto debe firmar cada una de éstas si el dinero se cotiza al 24% con capitalización mensual?*

Respuesta: 12.845.795,34 Bs.

29. *Se debe una letra de Bs. 1.000.000 a 15 meses. Se propone al acreedor el cambio por dos letras iguales a 9 y 18 meses. ¿Qué cantidad debe hacer efectiva en cada plazo considerando una tasa del 8% trimestral?*

Respuesta: 477.937 Bs.

30. *Se quiere vender un lote de terreno, para ello se presentan dos alternativas: a) Bs. 90.000 de contado b) Bs. 40.000 de inicial y el saldo en tres pagares iguales de Bs. 20.000 cada uno a 1 , 2 , y 3 años de plazo, si el rendimiento del dinero es del 18 % capitalizable semestralmente.*

Respuesta: a) 90.000 Bs. es la mejor alternativa b) 82.927,43 Bs.

31. *Con qué pagos iguales a 1 , 2 y 3 años de plazo puede reemplazarse una deuda de Bs. 1.200.000 que vence en 4 años, si la tasa de la operación es del 28 % y la fecha focal el año 4.* ***Respuesta: 239.255,81 Bs.***

32. *Se tienen las siguientes obligaciones: Bs. 4.000 que vencen en 6 meses y una tasa de interés del 15 % ; Bs. 5.800 que vencen en 7 meses con una tasa de interés del 16 % y Bs. 6.500 que vencen en 15 meses y una tasa de interés del 18 %. Se desea cancelar las deudas mediante dos pagos iguales uno en 8 meses y el otro en un año. ¿Cuál será el valor de dichos pagos si el rendimiento esperado por el acreedor es del 20 %. y la fecha focal un año?* ***Respuesta: 6.645,89 Bs.***

33. *Sustituir dos deudas de Bs. 40.000 y Bs. 80.000 con vencimiento en 3 y 5 años respectivamente, por dos pagos iguales con vencimiento en 2 y 4 años, suponiendo un rendimiento del 5% convertible semestralmente.*

Respuesta: 59.085,07 Bs.

34. *Una persona debe Bs. 100.000 pagaderos dentro de 3 años. Si el día de hoy realiza un pago de Bs. 40.000. ¿Cuánto tendrá que pagar al final del segundo año para liquidar su deuda, suponiendo un rendimiento del 10% convertible semestralmente?* ***Respuesta: 42.082,69 Bs.***

35. *El día de hoy un comerciante compra mercancías por un valor de Bs. 2.000.000, paga Bs. 1.000.000 de inicial y Bs. 100.000 al final del mes 6. Suponiendo un rendimiento del 18% con capitalización mensual. ¿Cuál será el importe del pago final que tendrá que realizar al cabo de 12 meses?*

Respuesta: 1.079.100 Bs.

CAPITULO III

ANUALIDADES

Justificación

Las personas, sean estas naturales o jurídicas, en algún momento de sus vidas tienen que efectuar operaciones como pagar cada cierto periodo una cuota fija o variable para amortizar una vivienda financiada, pagar el financiamiento por un vehiculo, pagar un alquiler, recibir quincenal o mensualmente un salario por el trabajo que prestan, entre otras actividades.

Todos los pagos mencionados y realizados con cierta periodicidad, son llamados anualidades, y se realizan con el fin de cancelar una obligación o constituir un monto o valor futuro.

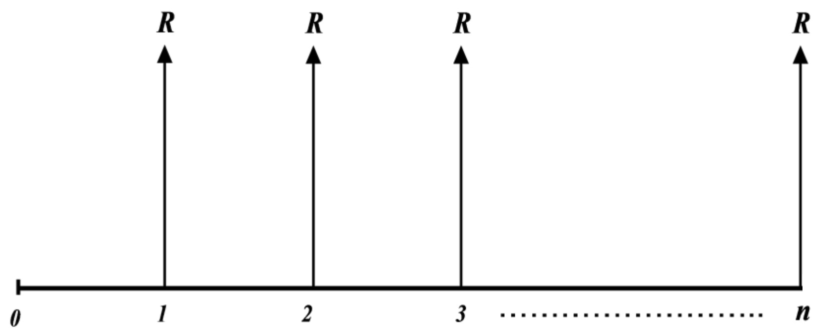
Generalidades

Cuando se habla de Anualidad, nos estamos refiriendo a una serie de pagos iguales efectuados a intervalos de tiempo también iguales. El término Anualidad no debe aplicarse únicamente cuando los pagos se realizan anualmente, sino que en la práctica se utiliza para pagos regulares de tiempo, ejemplo de ello seria: pagos semanales, pagos mensuales, pagos bimensuales, pagos trimestrales, pagos cuatrimestrales, pagos semestrales y otros. Como ejemplo de anualidades, se tiene: retención mensual que se realiza a los trabajadores de la Unellez por concepto de caja de ahorro, ingresos mensuales de un trabajador, pagos anuales de primas de pólizas de seguro, entre otros.

Anualidades

Son una sucesión de pagos periódicos, que se efectúan con la intención de cancelar una deuda o de constituir un capital.

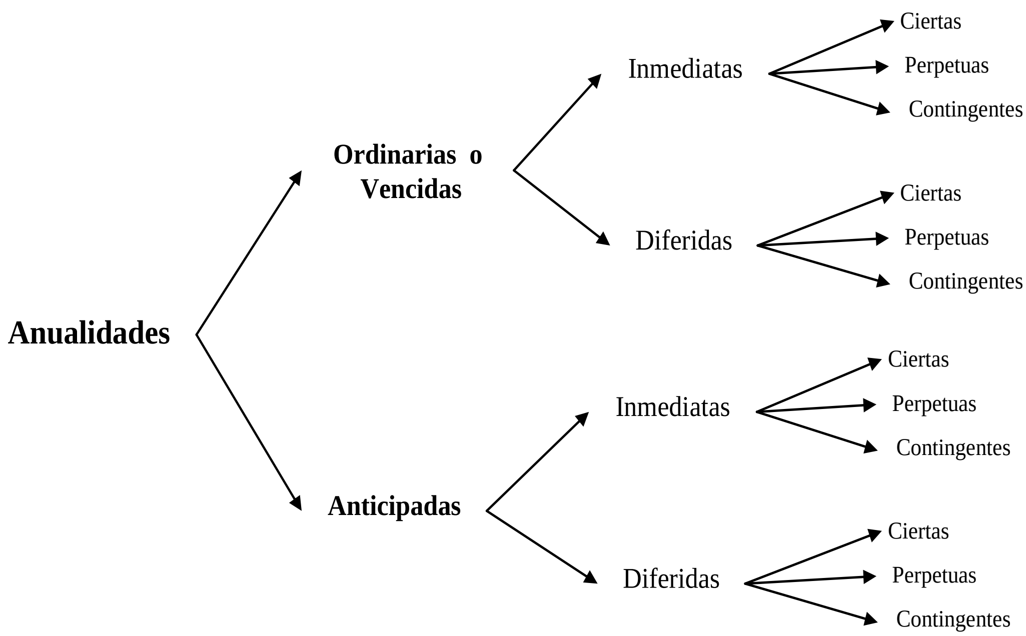
Visto gráficamente,



Seguimos con la definición de una serie de términos, necesarios para el desarrollo del presente capítulo.

- ***Intervalo o periodo de Pago:*** Es el tiempo transcurrido entre cada pago sucesivo de la anualidad.
- ***Plazo de la Anualidad:*** Es el tiempo contado desde el principio del primer intervalo de pago hasta el final del ultimo intervalo de pago.
- ***Renta:*** Es el valor de cada pago periódico, lo representamos por **R.**
- ***Renta Anual:*** Es la suma de todos los pagos hechos en un año.
- ***Tasa de una Anualidad:*** Es el tipo de interés que se fija, puede ser nominal o efectiva.

Clasificación de las Anualidades



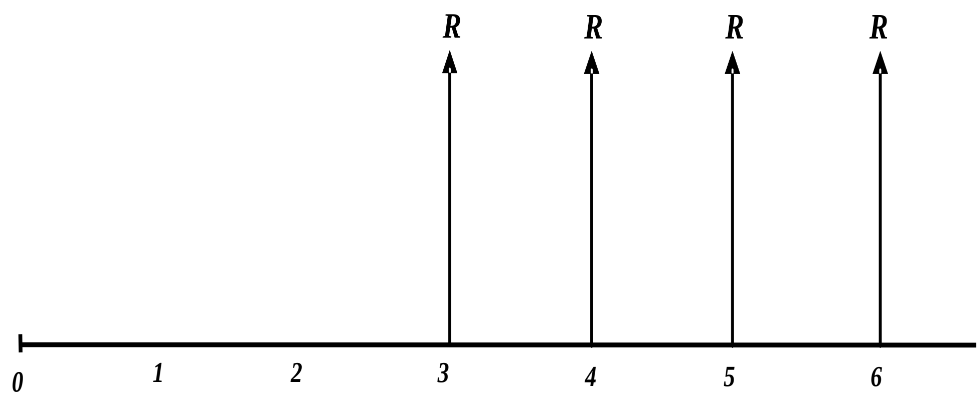
- ***Anualidades Ordinarias o Vencidas*:** Son aquellas anualidades que se presentan cuando el pago de la renta se realiza al final del periodo de pago, por ejemplo el pago del salario de un trabajador.

- ***Anualidades Anticipadas*:** Son aquellas anualidades que se presentan cuando el pago de la renta se realiza al principio del periodo de pago, por ejemplo el alquiler de un inmueble.

- ***Anualidades Inmediatas*:** Son aquellas anualidades en las cuales el primer pago se realiza en el primer periodo de pago y puede ser anticipada o vencida.

- ***Anualidades Diferidas*:** Son aquellas anualidades que se presentan cuando la fecha inicial de la misma no coincide con la fecha del primer pago; es decir, el primer pago se efectúa luego de transcurridos cierto numero de periodos.

Gráficamente, será:



- ***Anualidades Ciertas*****:** Son aquellas cuya fecha inicial y terminal se conocen; es decir, las fechas son fijas. La duración de los pagos es exacta; por ejemplo cuando se efectúa una compra a crédito se fija la fecha tanto del primero como del último pago.

- ***Anualidades Perpetuas*****:** Son aquellas anualidades en las cuales como su nombre lo indica, el pago de la renta que se efectúa no tiene fin, solo se sabe cuando comienza, por ejemplo donaciones filantrópicas que se invierten en bienes para que la renta la disfrute una institución beneficiaria a perpetuidad.

- ***Anualidades Contingentes*****:** Son aquellas anualidades que se presentan cuando el inicio o su terminación dependen de la ocurrencia o no de un evento determinado, por ejemplo una pensión de sobreviviente que se paga cuando se produce la muerte del trabajador titular.

En este Texto de Matemática Financiera se estudiara mas en detalle las Anualidades Ordinarias o Vencidas, Inmediatas y Ciertas

Una anualidad presenta dos valores: valor final y valor presente

En el valor final todos los pagos son trasladados al final de la anualidad; es decir, calculamos el Monto

En el valor presente todos los pagos son trasladados al principio de la anualidad; es decir, calculamos el Valor Actual

Las anualidades van a ser estudiadas atendiendo a:

- **Si el periodo de pago coincide con el periodo de interés**
- **Si los periodos de pago no coinciden con los periodos de interés**

Cuando los periodos de pago no coinciden con los periodos de interés, se tienen las siguientes maneras para hacer que estos coincidan: calculamos los pagos equivalentes que deben hacerse en concordancia con los periodos de interés; es decir, se encuentra el valor de los pagos que hechos al final de cada periodo de pago de interés sean equivalentes al pago único que se hace al final del periodo de pago o calculamos una tasa equivalente.

Cálculo del Valor Final de una Anualidad Ordinaria o Vencida, Inmediata y Cierta.

Representaremos el Valor Final o Monto por el símbolo $\boldsymbol{S_{n)i}}$; donde

S: es el monto o valor final

n: es el numero de periodos

i: es la tasa de interés de la anualidad

Considerando que ***R*** es la renta, tenemos:

$$S_{n)i} = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S_{n)i}(m) = R\left[\frac{\left(1+{}^{j}\!/_{m}\right)^{n\cdot m} - 1}{{}^{j}\!/_{m}}\right]$$

Si hacemos $\dfrac{(1+i)^n - 1}{i} = s_{n)i}$ entonces, $S_{n)i} = R\cdot s_{n)i}$

En lo sucesivo, convenimos hacer $S_{n)i} = S$

Puede presentarse el caso, atendiendo a los datos del problema en cuestión que la incógnita requerida no sea ***S*** sino ***R*** , ***n*** ,ó ***i***; por lo cual, podemos calcular cualquiera de ellas haciendo uso de las formulas respectivas.

Ejemplo 54:

Una persona deposita Bs. 200.000 al final de cada año, durante 15 años,.en una cuenta de ahorros que paga el 18%. Hallar el monto al efectuar el último depósito.

Solución:

R = 200.000 Bs. anual

n = 15 años

i = 0,18

$$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S = 200000\left[\frac{(1+0{,}18)^{15} - 1}{0{,}18}\right]$$

$$\boxed{\mathbf{S = 12.193.053{,}21\ Bs.}}$$

Ejemplo 55:

Una señora debe pagar una anualidad de Bs. 60.000 trimestrales durante 10 años. Si no efectúa los 4 primeros pagos, ¿Cuánto debe pagar al vencer la quinta cuota, para poner al día su deuda si la tasa de la operación es del 10% con capitalización trimestral?

Solución:

R = 60.000 Bs. trimestral

n = 10 años

J = 0,10

m = 4

En este caso requerimos usar la formula atendiendo a las tasas proporcionales

$$i_m = \frac{j}{m}$$

sin descuidar que ahora, la renta, el tiempo y la tasa de la operación deben estar expresadas en la misma unidad de medida.

Al vencer la quinta cuota deberá pagar

$$S = 60000\left[\frac{\left(1+\frac{0{,}10}{4}\right)^{5}-1}{\frac{0{,}10}{4}}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{S = 315.379{,}71\ Bs.}}$$

<u>Ejemplo 56:</u>

Hallar el valor final de 30 pagos de Bs. 20.000 hechos al final de cada mes suponiendo intereses del 30% capitalizable mensualmente.

Solución:

n = 30 meses

R = 20.000 Bs. mensual

J = 0,30

m = 12

$$S = 20000\left[\frac{\left(1+\frac{0{,}30}{12}\right)^{30}-1}{\frac{0{,}30}{12}}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{S = 878.054{,}06\ Bs.}}$$

Ejemplo 57:

Al cumplir su hijo 18 años, el padre decide depositar cada 6 meses en una cuenta de ahorros que paga el 19% nominal convertible semestralmente, la cantidad de Bs. 20.000. Si efectúa estos depósitos, durante 5 años consecutivos, calcular la cantidad que tendrá en su cuenta el hijo al cumplir 30 años.

Solución:

Edad 18 años

J = 0,19

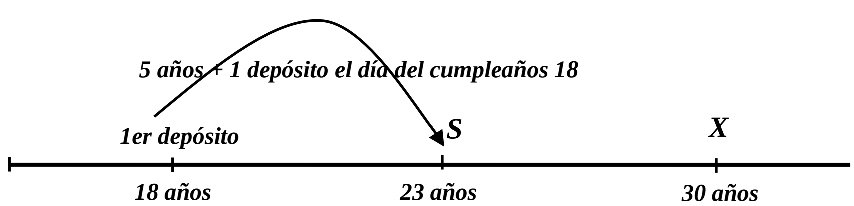
m = 2

R = 20.000 Bs. semestral

5 años consecutivos deposita R

Se debe graficar para una mejor visualización del tiempo $n \cdot m$ y del número de depósitos.

5 x 2 = 10 semestres (10 depósitos)



10 semestres + 1 semestre = 11 semestres

$$S = 20000\left[\frac{\left(1+{}^{0{,}19}\!/\!_{2}\right)^{11}-1}{{}^{0{,}19}\!/\!_{2}}\right]$$

S = 360.770,36 Bs

Luego,

30 años – 23 años = 7 años

$$n \cdot m \quad \Rightarrow \quad 7 \cdot 2 = 14 \text{ semestres}$$

ahora, calculamos el monto para este tiempo, haciendo uso de la fórmula siguiente

$$M = C\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m \cdot n}$$

pues el dinero acumulado hasta los 23 años (11 semestres) genera intereses al quedarse depositado en el banco, aún cuando ya no se realicen depósitos.

C = 360.770,36 Bs.

J = 0,19

m = 2

$n \cdot m = 14$ *semestres*

$$M = 360770{,}36\left(1+\frac{0{,}19}{2}\right)^{14}$$

M = 1.285.371, 06 Bs.

El hijo tendrá en su cuenta al cumplir treinta años

$$\boxed{\mathbf{1.285.371,\ 06\ Bs.}}$$

Cálculo de la Renta a partir del Monto

$$R = \frac{S \cdot i}{(1+i)^n - 1} \qquad \Leftrightarrow \qquad R = S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

Ejemplo 58:

Cierta señora debe pagar Bs. 30.000 al final de cada año, durante varios años. ¿Cuánto tendría que pagar a fin de cada mes para sustituir el pago anual si se consideran intereses del 25 % convertible mensualmente?

Solución:

S = 30.000 Bs. anual

J = 0,25

m = 12

n = 1

$$R = 30000\left[\frac{\frac{0,25}{12}}{\left(1+\frac{0,25}{12}\right)^{1 \cdot 12} - 1}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{R = 2.226{,}32\ Bs.}}$$

Ejemplo 59:

Cuanto debe invertir una persona al final de cada mes durante los próximos 7 años en un fondo que paga 33 % convertible mensualmente a fin de tener al efectuar el ultimo deposito Bs. 100.000.

Solución:

n = 7 años

J = 0,33

m = 12

S = 100.000 Bs.

$$R = 100000\left[\frac{\frac{0,33}{12}}{\left(1+\frac{0,33}{12}\right)^{7\cdot 12}-1}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{R = 313,74\ Bs.}}$$

Ejemplo 60:

Una persona contrae una deuda de Bs. 500.000 para ser cancelada mediante pagos semestrales dentro de 2,5 años. Calcular el valor de ese pago, suponiendo una tasa del 28 % capitalizable semestralmente.

Solución:

S = 500.000 Bs.

n = 2,5 años

J = 0,28

m = 2

$$R = 500000\left[\frac{\frac{0{,}28}{2}}{\left(1+\frac{0{,}28}{2}\right)^{2{,}5\cdot 2}-1}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{R = 75.641{,}77\ Bs.}}$$

Cálculo del Tiempo a partir del Monto

$$n = \frac{log(\,S\cdot i + R\,) - log\,R}{log(\,1+i\,)}$$

<u>Ejemplo 61:</u>

Una persona desea acumular Bs. 50.000. Para ello deposita Bs. 100 en su banco al final de cada mes, logrando un rendimiento del 45,6% capitalizable mensualmente sobre el saldo. ¿Cuántos pagos mensuales deberá efectuar?

Solución:

S = 50.000 Bs.

R = 100 Bs. mensual

J = 0,456

m = 12

$$n = \frac{log\left(50000\cdot\frac{0{,}456}{12}+100\right) - log\,100}{log\left(1+\frac{0{,}456}{12}\right)}$$

$$n = \frac{log\,2000 - log\,100}{log\,1{,}038}$$

$$n = \frac{3{,}301029996 - 2}{0{,}0161973535}$$

$$n = \frac{1{,}301029996}{0.0161973535} = 80{,}3236 \cong 80$$

$$\boxed{\boldsymbol{n = 80 \text{ pagos mensuales}}}$$

<u>Ejemplo 62:</u>

Una panadería desea acumular Bs. 300.000. Para lograr su propósito decide efectuar depósitos semestrales vencidos en un fondo de inversiones que rinde 32% convertible trimestralmente. Si deposita Bs. 5.000 al termino de cada trimestre ¿Cuánto tiempo tardara para tener la cantidad deseada?

Solución:

S = 300.000 Bs.

J = 0,32

m = 4

R = 5.000 Bs. Trimestral

$$n = \frac{log\left(300000 \cdot \frac{0{,}32}{4} + 5000\right) - log\,5000}{log\left(1 + \frac{0{,}32}{4}\right)}$$

$$n = \frac{log\,29000 - log\,5000}{log\,1{,}08}$$

$$n = \frac{4{,}462397998 - 3{,}698970004}{0{,}0334237554}$$

$$n = \frac{0{,}763427994}{0{,}0334237554} = 22{,}84 \cong 23$$

$n \cong 23$ *Trimestres, lo cual es equivalente a:*

$$n \cong 23 = \frac{23}{4} = 5{,}75 \, años$$

Finalmente, $\boxed{\boldsymbol{n = 5 \text{ años y } 9 \text{ meses}}}$

Cálculo del Valor Presente de una Anualidad Ordinaria o Vencida, Inmediata y Cierta

Representaremos el valor presente o valor actual por el símbolo $A_{n)i}$; donde

A: es el valor presente o valor actual

n: es el numero de periodos

i: es la tasa de interés de la anualidad

$$A_{n)i} = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$A_{n)i}(m) = R\left[\frac{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}}{\frac{j}{m}}\right]$$

$$si \qquad \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = a_{n)i}\,, \quad entonces \qquad A_{n)i} = R \cdot a_{n)i}$$

en lo sucesivo vamos a convenir hacer $A_{n)i} = A$

Ejemplo 63:

Hallar el valor presente de 30 pagos de Bs. 200.000 hechos al final de cada mes suponiendo intereses del 30% capitalizable mensualmente.

Solución:

n = 30 meses

R = 200.000 Bs. mensual

J = 0,30

m = 12

$$A = 200000\left[\frac{1-\left(1+\frac{0{,}30}{12}\right)^{-30}}{\frac{0{,}30}{12}}\right]$$

$$\boxed{\mathbf{A \; = \; Bs.\; 4.186.058{,}52}}$$

Ejemplo 64:

Un automóvil de alquiler rinde Bs. 18.500 mensuales vencidos. Se considera que esa cantidad es constante por tiempo indefinido, pues incluye gastos, depreciación y otros. ¿Qué cantidad máxima deberá invertirse en el vehiculo si se desea obtener un rendimiento de 80% mensual efectivo sobre la inversión por un período de 3 años?

Solución:

R = 18.500 Bs. mensual

i = 0,80

n = 3 años (36 meses)

$$A = 18500\left[\frac{1-(1+0{,}80)^{-36}}{0{,}80}\right]$$

$$\boxed{\mathbf{A = 23.125\ Bs.}}$$

Ejemplo 65:

¿Que es mas conveniente para comprar un terreno?

a) pagar Bs. 26.000 de contado

b) pagar Bs. 13.000 de contado y Bs. 1.300 al final de cada uno de los 12 meses siguientes.

Suponga para toda la operación un interés del 42% convertible mensualmente.

Solución:

a) *Contado: Un solo pago: A = 26.000 Bs.*

b) <u>Crédito:</u> Inicial: 13.000 Bs.

R = 1.300 Bs. Mensual

$n = 12$ *meses*

J = 0,32

m = 12

$$A = 1300\left[\frac{1-\left(1+\dfrac{0{,}42}{12}\right)^{-12}}{\dfrac{0{,}42}{12}}\right]$$

A = 12.562,33 Bs.

El desembolso de dinero en la alternativa b) será:

El valor actual (A) + la inicial

12.562, 33 + 13.000

$\boxed{\textbf{\textit{25.562,33 Bs.}}}$

Quiere decir entonces, que la alternativa ***b)*** es la más conveniente, pues el gasto, aun con financiamiento resulta menor.

Ejemplo 66:

¿Cuál será la cantidad pagada, en valor actual, por la compra de una mercancía por la que se entrego una inicial de Bs. 14.000, se efectuaron 7 pagos mensuales vencidos por Bs. 1.600 cada uno y un pago al final del mes 8 por Bs. 2.300 considerando intereses del 27 % con capitalización mensual?

Solución:

Inicial 14.000 Bs.

n = 7 meses

R = 1.600 Bs. mensual

Pago al final del 8vo mes 2.300 Bs.

J = 0,27

m= 12

$$Cantidad\ \ pagada = 14000 + 1600\left[\frac{1-\left(1+\frac{0,27}{12}\right)^{-7}}{\frac{0,27}{12}}\right] + 2300\left(1+\frac{0,27}{12}\right)^{-8}$$

$$Cantidad\ pagada\ =\ 14000\ +\ 10256,39\ +\ 1924,95$$

$$\boxed{\textbf{Total Pagado } \ 26.181,34 \textbf{ Bs.}}$$

Cálculo de la Renta a partir del Valor Presente

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad \Leftrightarrow \qquad R = A\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

Ejemplo 67:

Cierta persona contrae una deuda de Bs. 500.000 para ser cancelada mediante pagos semestrales durante 2 años y 6 meses. Calcular el pago semestral que debe realizar con una tasa del 28 % capitalizable semestralmente.

Solución:

A = 500.000 Bs.

n = 2,5 años

J = 0,28

m = 2

$$R = 500000\left[\frac{\frac{0,28}{2}}{1-\left(1+\frac{0,28}{2}\right)^{-2,5\cdot 2}}\right]$$

$$\boxed{\textbf{R = Bs. 145.641,77}}$$

Ejemplo 68:

¿Cuánto deberá pagarse mensualmente por un préstamo de Bs. 1.000.000 durante 15 años al 27% capitalizable mensualmente?

Solución:

A = 1.000.000 Bs.

n = 15 años

J = 0,27

m = 12

$$R = 1000000\left[\frac{\frac{0,27}{12}}{1-\left(1+\frac{0,27}{12}\right)^{-15\cdot 12}}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{R = 22.917,61\ Bs.}}$$

Ejemplo 69:

En esta misma fecha, se compra una maquina de coser a crédito. La maquina cuesta Bs. 97.500. Se acuerda el pago mediante 4 mensualidades vencidas. ¿Cuánto tendrá que pagar cada mes si le cobran el 3,5 % mensual de interés?

Solución:

A = 97.500 Bs.

n = 4 meses

i = 0,035 mensual

$$R = 97500\left[\frac{0,035}{1-(1+0,035)^{-4}}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{R = 26.544,48\ Bs.}}$$

Ejemplo 70:

Una persona contrae una deuda el día de hoy por Bs. 500.000,oo. Deberá pagar dicha deuda mediante 4 abonos trimestrales vencidos con una tasa del 30 % capitalizable trimestralmente.

Solución:

$A = 500.000\ Bs.$

$J = 0,30$

$m = 4$

$n = 4\ trimestres$

$$R = 500000\left[\frac{\frac{0,30}{4}}{1-\left(1+\frac{0,30}{4}\right)^{-4}}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{R\ =\ Bs.\ 149.283,75}}$$

Ejemplo 71:

Una señora compró mercancía por Bs.320.000 de inicial, comprometiéndose a pagar Bs. 20.000 trimestralmente durante los próximos 8 trimestres con una tasa del 6 % capitalizable trimestralmente. Responda las preguntas que mas adelante se formulan.

Solución:

Inicial 320.000 Bs.

$R = 20.000\ Bs.\ trimestral$

$n = 8\ trimestres$

$J = 0,06$

$m = 4$

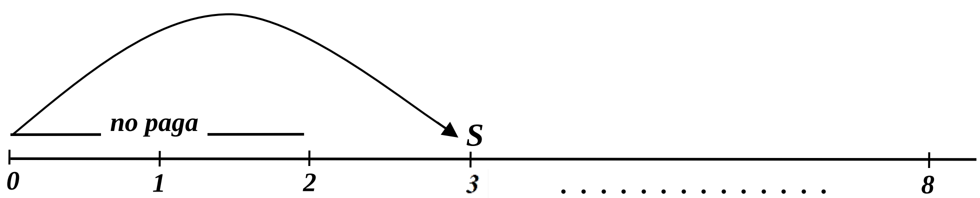
$j/m = 0,015\ \ trimestral$

a) ¿Cuál era el valor de contado de la lavadora?

$$A = 20000\left[\frac{1-(1+0{,}015)^{-8}}{0{,}015}\right]+320000$$

$$\boxed{\textbf{A = 469.718,50 Bs.}}$$

b) Si no se han pagado las primeras 2 cuotas. ¿Cuánto debe pagarse en el vencimiento de la número 3 para ponerse al día?

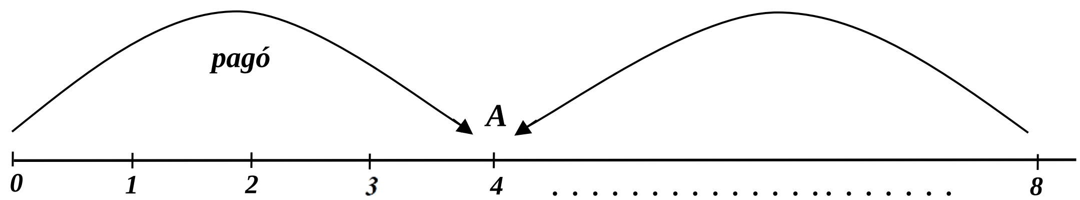


$$S = 20000\left[\frac{(1+0{,}015)^{3}-1}{0{,}015}\right]$$

$$\boxed{\textbf{S = 60.904,50 Bs.}}$$

c) Luego de haber efectuado 4 pagos, se desea cancelar totalmente la deuda mediante un pago único. ¿Cuál es el valor de ese pago?

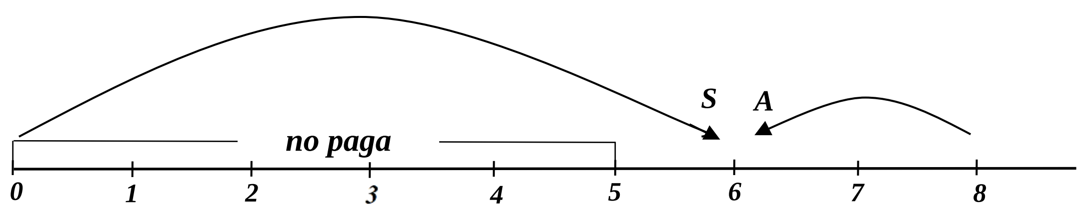
$$n = 8 - 4 = 4 \text{ trimestres}$$



$$A = 20000\left[\frac{1-(1+0{,}015)^{-4}}{0{,}015}\right]$$

$$\boxed{A = 77.087{,}69 \text{ Bs.}}$$

d) Si no paga las primeras 5 cuotas. ¿Cuánto debe pagar cuando venza la numero 6 para liquidar totalmente la deuda?



$$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S = 20000\left[\frac{(1+0{,}015)^6 - 1}{0{,}015}\right]$$

S = 124.591,01 Bs.

$$A = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$A = 20000\left[\frac{1-(1+0{,}015)^{-2}}{0{,}015}\right]$$

A = 39.117,66 Bs.

Luego, para liquidar la deuda deberá pagar

$$S + A = 124.591{,}01 + 39.117{,}66$$

$$\boxed{\boldsymbol{S + A = Bs.\ 163.708{,}67}}$$

Problemas Propuestos

<u>**Consideraciones:**</u>

- **En este capitulo solo hemos desarrollado la forma de calcular anualidades Ordinarias o Vencidas, Inmediatas y Ciertas.**
- **Los problemas propuestos están enmarcados dentro de este tipo de anualidades.**
- **La resolución de los problemas propuestos se hará tomando en cuenta que los periodos de pago coinciden con los periodos de interés.**
- **Cuando los periodos de pago no coincidan con los periodos de interés se realizarán las conversiones correspondientes.**

1. *¿Qué es anualidades?*

2. *¿Qué es anualidades ordinarias o vencidas?*

3. *¿Qué es anualidades anticipadas?*

4. *¿Qué es anualidades contingentes?*

5. *¿Qué es anualidades inmediatas?*

6. *¿Qué es anualidades ciertas?*

7. *Una empresa realizó un aporte al final de cada año por Bs. 1.000.000 con el fin de crear un fondo para redimir una emisión de obligaciones de Bs. 20.000.000 dentro de 10 años, si el dinero se invierte al 10% anual ¿Cuánto tendrá que desembolsar la empresa a la fecha de redención además de la anualidad para cancelar las obligaciones?* ***Respuesta: 4.062.575,40 Bs.***

8. *Una sociedad esta formando un fondo de ahorro efectuando abonos de Bs. 100.000 cada 6 meses invirtiéndolos al 6% semestral. ¿Cuánto dinero habrá en el fondo al final de 20 años?* ***Respuesta: 15.476.196,57 Bs.***

9. *Un fumador murió al cumplir 55 años de edad, él no dejó de fumar desde que tenía 20 años, gastando mensualmente Bs. 3.200. ¿Qué capital hubiera dejado al morir, si lo que se gastó lo hubiera colocado al final de cada mes al 1% mensual?* ***Respuesta: 20.579.070,31 Bs.***

10. *Una persona deposita Bs. 1.000.000 al final de cada año durante 10 años en un banco que le abona intereses al 6%, el monto resultante se deja depositado acumulándose a la tasa del 12% nominal con capitalización mensual para los siguientes 5 años. ¿De cuanto se dispondrá luego de 15 años?*

Respuesta: 23.945.506,68 Bs.

11. *Si una persona ahorra Bs. 100.000 cada tres meses y los invierte al 8% convertible trimestralmente. ¿Cuál será la cantidad acumulada luego de 20 años?* ***Respuesta: 19.377.195,78 Bs.***

12. *Una empresa retira de su banco Bs. 1.000.000 para crear un fondo de jubilación a sus trabajadores, dicho dinero gana intereses mensuales del 0,75%. ¿Cuál será la cantidad que tendrá dentro de 20 años si decide realizar al final de cada mes un aporte de Bs. 100.000 hasta el décimo año y deja ese dinero invertido por 10 años más?* ***Respuesta: 53.446.410,81 Bs.***

13. *Una persona esta pagando Bs. 100.000 al final de cada mes por concepto de una póliza de seguro dotal, la cual le pagará Bs. 12.000.000 al término de 5 años. ¿Qué cantidad tendrá si en su lugar depositara cada pago en una cuenta de ahorro que le produjera el 18% convertible mensualmente?*

Respuesta: 9.621.465,17 Bs.

14. *Un padre deposita cada 6 meses Bs. 1.000.000 en una cuenta de ahorros la cual producía intereses al 18% nominal con capitalización semestral. El primer depósito lo realizó cuando el hijo tenía 6 meses de edad y el último cuando* *cumplió 20 años. El dinero permaneció en la cuenta y fue entregado al hijo cuando cumplió 30 años. ¿Cuánto recibió?* ***Respuesta: 1.893.632.013 Bs.***

15. *Una persona piensa realizar estudios en el exterior, para lo cual requiere Bs.1.000.000. ¿Qué cantidad necesitaría ahorrar mensualmente durante 2 años para así poder cumplir con los estudios, siendo la tasa mensual de 1%?*

Respuesta: 37.073,47 Bs.

16. *Una persona compra una moto por la que debe pagar Bs. 2.000.000 en un plazo de 1,5 años. ¿Cuánto tendrá que pagar mensualmente si se considera una tasa del 24% convertible mensualmente?* ***Respuesta: 93.404,20 Bs.***

17. *¿Cuánto debe invertirse al final de cada cuatrimestre durante los próximos 3 años en un fondo que paga 27% convertible cuatrimestralmente para acumular al final del último depósito Bs. 2.500.000?* ***Respuesta: 191.997 Bs.***

18. *Se desea tener al final de 4 años la cantidad de Bs. 3.000.000. Para lo cual se deposita Bs. 350.000 al final de cada mes en una cuenta bancaria que paga intereses con una tasa del 24% capitalizable mensualmente sobre el saldo. ¿Cuántos pagos mensuales deberán realizarse?*

Respuesta: 35 pagos mensuales

19. *Hallar el valor presente de una renta de Bs. 100.000 pagadera por trimestres vencidos durante 6 años y 9 meses al 6% trimestral.*

Respuesta: 1.321.053,41 Bs.

20. *Se alquila un local comercial por Bs. 100.000 mensual. El contrato se extiende por 20 años. El arrendador se plantea que al finalizar el vigésimo año pueda haber reconstituido el valor de la renta. Se quiere saber cuanto debe depositar hoy en un banco si el depósito lo efectúa a la tasa del 6% con capitalización mensual?* ***Respuesta: 13.958.077,17 Bs.***

21. *Un televisor se compra pagando Bs. 100.000 de contado y Bs. 10.000 mensuales durante 20 meses. ¿Cuál es el precio equivalente en efectivo hoy, si el interés es del 12% capitalizable mensualmente?* ***Respuesta: 280.455,52 Bs.***

22. *Una empresa obtiene un préstamo que debe cancelar mediante 6 anualidades de Bs. 3.500.000 cada una, incluyendo intereses a la tasa del 14 %. ¿Cuál es el valor del préstamo?* ***Respuesta: 13.610.336,31 Bs.***

23. *Qué cantidad debió ser depositada el 1 de enero de 2001 en un fondo que produjo el 9% nominal anual con capitalización semestral con el fin de poder realizar retiros semestrales de Bs. 100.000 cada uno; a partir del 01 de julio de 2001 y terminando el 01 de julio de 2008.* ***Respuesta: 1.073.954,57 Bs.***

24. *Calcúlese el valor actual de un inmueble, utilizando un interés de 40% con capitalización mensual, si se vendió con las siguientes condiciones: de inicial Bs. 40.000, Mensualidades vencidas de Bs. 3.500 durante 4,25 años y un pago final de Bs. 5.000 un mes después de la ultima mensualidad.*

Respuesta: 126.187,88 Bs.

25. *Se compra una nevera que cuesta Bs. 400.000 y se pagan Bs. 250.000 de inicial. Se acuerda con el vendedor, pagos mensuales iguales y consecutivos en los próximos 4 meses. Hallar el pago mensual con intereses al 12% convertible mensualmente.* ***Respuesta: 38.442,16 Bs.***

26. *Una persona ha solicitado un préstamo a su banco por Bs. 600.000 para ser cancelado en 5 años, mediante anualidades vencidas y pagando intereses a la tasa 12%. ¿Cuál será el valor de las anualidades?* ***Respuesta: 166.445,83 Bs.***

27. *Para los efectos de recibir una herencia, los beneficiarios, además de recibir de manera inmediata Bs. 50.000; tienen otra alternativa, esto es,* *recibir una renta vencida durante 10 años. La tasa de rendimiento para esta alternativa seria 20%. De aceptarla, ¿Cuál seria el valor de la renta anual?*

Respuesta: 11.926,13 Bs.

28. *Se tiene un préstamo de Bs. 20.000 para ser cancelado en 5 años con intereses del 15%. ¿Cuánto deberá pagarse al final de cada año?* ***Respuesta: 5.966,31 Bs.***

29. *Una persona compra a plazos un automóvil cuyo precio de contado es Bs. 180.000. Entrega de inicial Bs. 72.000 y el resto ofrece cancelarlo en 18 meses mediante cuotas mensuales fijas. Hallar el valor de las mensualidades, si la tasa de interés sobre el saldo deudor es del 24% capitalizable mensualmente.*

Respuesta: 7.203, 82 Bs.

30. *Un comerciante vende cocinas en Bs. 185.000 de contado. Para promover sus Ventas, prepara el siguiente plan de crédito: 3% mensual de intereses, inicial Bs. 100.000 y el saldo en 3 abonos mensuales ¿Cuál es el valor de las mensualidades?* ***Respuesta: 30.050, 08 Bs.***

31. *Una persona compro un vehiculo por Bs. 50.000 de inicial, comprometiéndose a pagar Bs. 2.000 mensualmente durante los próximos 7 meses. Se acordó una tasa del 0,5 % mensual.*

a) *¿Cuál era el valor de contado del vehiculo?*

b) *Si no se han pagado las primeas 3 cuotas. ¿Cuánto debe pagarse al vencimiento de la número 4 para ponerse al día?*

c) *Luego de haber efectuado 4 pagos, se desea cancelar totalmente la deuda mediante un pago único. ¿Cuál es el valor de ese pago?*

d) *Si no paga las primeras 5 cuotas ¿Cuánto debe pagar al vencimiento de la número 6 para liquidar totalmente la deuda?*

Respuesta: a) 63.724,14 Bs.; b) 26.867,33 Bs.;
c) 5.940,49 Bs. d) 14.141,04 Bs.

CAPITULO I V

AMORTIZACIONES

Justificación

Las Amortizaciones constituyen una derivación de las anualidades *(son una forma de anualidades)* y las mismas se presentan cuando se trata de cancelar una deuda.

Por otro lado, los Fondos de Amortización o Capitalización se crean con la intención de constituir un capital. Suele establecerse en las empresas los fondos de pensiones, los fondos de jubilaciones, para crea cooperativas, entre otros.

Como contribución a las empresas, tenemos lo referido a la Depreciación y Agotamiento de los Activos, pues estas informaciones actualizadas les permitirá estar al tanto para saber en que momento deben reponer esos activos.

Generalidades

En le ámbito financiero, **amortizar**, no es mas que saldar gradualmente una deuda por medio de una serie de pagos, generalmente iguales y efectuados a intervalos de tiempo también iguales. La deuda a pagar es una cantidad en Valor Presente o Valor Actual (A).

Cuando se habla de Fondos de amortización o capitalización, se habla de una cantidad que debe pagarse a futuro, para lo cual se acumulan los pagos periódicos en un fondo a fin de tener en esa fecha futura la cantidad necesaria y requerida.

Bienes como los edificios, maquinarias, equipos, entre otros, pueden hacerse obsoletos, o por el uso que han llevado pueden agotarse con el tiempo; por lo que las empresas con el deseo de no realizar altos desembolsos de dinero en mantenimiento y reparaciones los retiran de su uso o circulación. El valor de este tipo de activos disminuye con el tiempo, dando paso a lo que también en el ámbito financiero se conoce como Depreciación.

Amortización

Se define como una sucesión de pagos periódicos, generalmente en montos y períodos iguales, que se efectúan con el fin de cancelar una deuda y sus intereses dentro de un plazo determinado.

La Amortización se refiere a la extinción de una deuda actual mediante pagos periódicos

Los pagos que se efectúan, llevaran incluidos los intereses vencidos y el remanente se aplicara al pago de parte de la deuda; por lo tanto, los intereses serán menores, a la vez que la porción que se aplicara al pago de la obligación será mayor.

La cuota periódica es la renta (R) y la misma se descompone en dos partes: una parte que se destina al pago de intereses y otra parte a rebajar la deuda, a amortizar el capital.

$$\boxed{R = \textbf{Intereses} + \textbf{Amortización}}$$

Para que exista "amortización" del capital, es indispensable que la cuota periódica supere a los intereses simples devengados por el "saldo insoluto" en el periodo que se cancela, al hablar de saldos insolutos nos estamos refiriendo al saldo de los capitales adeudados.

Formas de amortizar una deuda.

Las formas de amortizar una deuda o un capital es variada, pero la autora, dependiendo de la forma en que varía la relación entre los intereses y la amortización en cada pago, presenta la clasificación que a continuación se detalla:

- Amortización Gradual
- Amortización Constante
- Amortización con renta variable

Amortización Gradual: Es aquella en que los pagos (la renta) son todos iguales, el saldo deudor (saldo insoluto) disminuye con cada cuota de amortización; por lo que, los intereses diminuyen a la par que la cuota de amortización aumenta.

Amortización Constante**:** Es cuando la cuota de amortización es constante; es decir, la parte de la cuota periódica ***(R)*** destinada a amortizar la deuda será siempre igual, no varía; lo anterior implica que cada cuota sea menor que la anterior. Con este sistema puede obtenerse de manera rápida el saldo insoluto para cualquier momento en que se requiera.

Amortización con renta variable**:** Este implica abonos crecientes, razón por la cual, la parte de la cuota periódica destinada a amortizar el capital crece en cada periodo. Suele suceder que los pagos en los primeros periodos sean tan pequeños que no alcancen a cubrir los intereses de dicho periodo; originando esto, que la deuda en lugar de disminuir, aumente. Claro está, que luego de efectuar varios pagos, esa deuda comience a reducirse. Este es un sistema donde los intereses generados son mayores que en los sistemas antes mencionados.

Tabla de Amortización

También llamada cuadro de amortización o servicio de la deuda, se define como la tabla que muestra el comportamiento de una deuda actual período a período.

De manera general, la tabla de amortización presenta la siguiente estructura:

Fecha	Renta o Cuota Periódica	Intereses sobre saldos	Amortización del capital	Saldo Deudor o Saldo Insoluto
1				
2				
3				
.				
.				
.				
.				
.				
n				

donde,

la Renta o Cuota Periódica ***(R)*** se calcula:

$$R = A\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] \qquad ó \qquad R = A\left[\frac{j/m}{1-\left(1+j/m\right)^{-n\cdot m}}\right]$$

Los intereses pagados cada periodo son el producto del saldo deudor (deuda) de dicho periodo por la tasa de la operación financiera.

$$\textbf{Intereses} = \textbf{Deuda} \cdot \textbf{Tasa}$$

La amortización parcial del capital en cada periodo es la diferencia entre la cuota periódica y los intereses causados en el periodo.

$$\textbf{Amortización} = \textbf{R} - \textbf{Intereses}$$

El saldo deudor o saldo insoluto se obtiene de la diferencia entre la deuda del periodo anterior y la cuota de amortización del capital del periodo que se este tratando.

El total amortizado hasta cada periodo es la sumatoria de todas las amortizaciones parciales del capital de los periodos precedentes.

Ejemplo 72:

Una deuda de Bs. 5000.000 se debe amortizar en 5 años, con pagos anuales iguales con el 8% sobre saldos insolutos. Hallar el valor de cada pago y elaborar la tabla de amortización.

Solución:

$A = 5.000.000$ *Bs.*

$n = 5$ *años*

$i = 0,08$

$$R = A\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

$$R = 5000000\left[\frac{0{,}08}{1-(1+0{,}08)^{-5}}\right]$$

R = 1.252.282,27 Bs.

La tabla de amortización será:

Fecha	Renta o cuota periódica	Intereses sobre saldos	Amortización del capital	Saldo deudor
0	----------	----------	----------	*5.000.000*
1	*1.252.282,27*	*400.000*	*852.282,27*	*4.147.717,73*
2	*1.252.282,27*	*331.817,41*	*920.464,86*	*3.227.252,87*
3	*1.252.282,27*	*258.180,22*	*994.102,05*	*2.233.150,82*
4	*1.252.282,27*	*178.652,06*	*1.073.630,21*	*1.159.520,61*
5	*1.252.282,25 =*	*92.761,64*	*+ 1.159.520,61*	----------

6.261.411,33 – 1.261.411,33 = 5.000.000

<u>Periodo 1</u>

Intereses = 5.000.000 · 0,08

I = 400.000 Bs.

Amortización = 1.252.282,27 – 400.0000

Amortización = 852.282,27 Bs.

<u>Saldo deudor al final del periodo 1</u>

Deuda = 5.000.000 – 852.282,27

$\boxed{\textbf{\textit{Deuda = 4.147.717,73 Bs.}}}$

El saldo deudor al final del último periodo siempre deberá ser igual a cero

Método para hallar el pago único que cancela la deuda.

La deuda del periodo inmediato anterior se traslada a la amortización del capital del ultimo periodo, luego se calculan los intereses del ultimo periodo al multiplicar la deuda del periodo anterior por la tasa de la operación; ahora, conocida la amortización del capital e intereses en el ultimo periodo sumamos ambos y se logra el PAGO UNICO que cancela la deuda.

Considerando los datos del Ejercicio 72, tenemos:

Deuda periodo 4 = 1.159.520,61 Bs.

Amortización periodo 5 = 1.159.520,61 Bs.

Intereses periodo 5 = 1.159.520,61 · 0,08

$I_5 = 92.761,64$ *Bs.*

Amortización periodo 5 + Intereses periodo 5 = ***R*** *periodo 5*

1.159.520,61 + 92.761,64 = 1.252.282,25

Cuota periodo 5 que cancela la deuda R = 1.252.282,25 Bs.

<u>Ejemplo 73:</u>

Una deuda de Bs. 1.000.000 debe amortizarse en 2,5 años; con 4 cuotas semestrales de Bs. 250.000 cada una y una cuota al final del quinto semestre que extinga totalmente la deuda. Elaborar un cuadro de amortización con una tasa del 10% capitalizable semestralmente sobre saldos insolutos.

Solución:

A = 1.000.000 Bs.

n = 2,5 años

4 semestres $\Rightarrow$ *R = 250.000 Bs. semestral*

J = 0,10

m = 2

J/m = 0,10/2 = 0,05 semestral

$n \cdot m = 2{,}5 \cdot 2 = 5$ *semestres*

Fecha	**Renta o cuota periódica**	**Intereses sobre saldos**	**Amortización del capital**	**Saldo deudor**
0	--------	----------	---------	*1.000.000*
1	*250.000*	*50.000*	*200.000*	*800.000*
2	*250.000*	*40.000*	*210.000*	*590.000*
3	*250.000*	*29.500*	*220.500*	*369.500*
4	*250.000*	*18.475*	*231.525*	*137.975*
5	*144.873,75* =	*6.898,75* +	*137.975*	--------

1.144.873,75 – 144.873,75 = 1.000.000

Con este ejemplo hemos trabajado la elaboración del cuadro de amortización cuando **el pago, cuota periódica o renta es fija, es constante** hasta el periodo inmediato anterior al ultimo.

Ejemplo 74:

Una empresa debe pagar Bs. 1.000.000,oo con el plan de amortización siguiente: 3 años de plazo, pagos semestrales iguales con el 10 % capitalizable semestralmente; durante 1,5 años pagara solo intereses; luego, pagara las cuotas semestrales hasta extinguir la deuda al termino del plazo.

Solución:

A = 1.000.000 Bs.

n = 3 años

J = 0,10

m = 2

$n \cdot m = 3 \cdot 2 = 6$ *semestres*

J/m = 0,10/2 = 0,05 semestral

Fecha	Renta o cuota periódica	Intereses sobre saldos	Amortización del capital	Saldo deudor
0	-------	---------	--------	*1.000.000*
1	*50.000*	*50.000*	-------	*1.000.000*
2	*50.000*	*50.000*	-------	*1.000.000*
3	*50.000*	*50.000*	-------	*1.000.000*
4	*367.208,56*	*50.000*	*317.208,56*	*682.791,44*
5	*367.208,56*	*34.139,57*	*333.068,99*	*349.722,45*
6	*367.208,57* =	*17.486,12* +	*349.722,45*	----------

1.251.625,69 – 251.625,69 = 1.000.000

Calculamos la cuota periódica para el tiempo que falta; esto es,

$$1{,}5 \text{ años} \quad \Rightarrow \quad 1{,}5 \cdot 2 = 3 \text{ semestres}$$

$$R = A\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

$$R = 1000000\left[\frac{0{,}05}{1-(1+0{,}05)^{-3}}\right]$$

$$\boxed{R = \text{Bs. } 367.208{,}56}$$

Con el ejemplo 74, hemos elaborado una tabla de amortización en la cual se tiene la presencia de PERIODOS DE GRACIA; esto es, se paga durante el primer o los primeros períodos solamente los intereses causados en dicho(s) periodo(s). Puede apreciarse en la tabla que para los periodos de gracia, la renta o cuota periódica se hace igual a la salida de dinero por concepto de intereses, mientras que la amortización del capital es igual a cero, siendo por consiguiente el saldo deudor en esos periodos igual a la deuda original.

Ejemplo 75:

Una persona solicita en préstamo Bs. 150.000 con una tasa del 4% mensual y 5 meses para pagar. En el tercer mes no puede cancelar la anualidad, pero paga los intereses correspondientes a ese periodo. Se pide elaborar la tabla de amortización.

Solución:

A = 150.000 Bs.

i = 0,04

n = 5 meses

$$R = A\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

$$R = 150000\left[\frac{0{,}04}{1-(1+0.04)^{-5}}\right]$$

R = 33.694,06 Bs.

Fecha	Renta o cuota periódica	Intereses sobre saldos	Amortización del capital	Saldo deudor
0	---------	-----------	------------	*150.000*
1	*33.694,06*	*6.000*	*27.694,06*	*122.305,94*
2	*33.694,06*	*4.892,23*	*28.801,83*	*93.504,11*
3	*3.740,16*	*3.740,16*	-------	*93.504,11*
4	*49.575,51*	*3.740,16*	*45.835,35*	*47.668,76*
5	*49.575,51* =	*1.906,75* +	*47.668,76*	----------

170.279,30 – 20.279,30 = 150.000

Considerando que en el tercer mes se puede pagar solamente los intereses correspondientes a ese periodo, la renta o cuota periódica es igual a ese pago, mientras que la amortización del capital es igual a cero y el saldo deudor al final del periodo tres se mantiene igual al del periodo dos. En todo caso, dado que se rompió la secuencia de los pagos, se hace necesario recalcular la renta considerando el tiempo faltante para extinguir la deuda.

n = 2

$$R = A\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

$$R = 93504{,}11\left[\frac{0{,}04}{1-(1+0{,}04)^{-2}}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{R\ =\ 49.575{,}51\ Bs.}}$$

Ejemplo 76:

Una deuda de Bs. 1.000.000 con intereses del 8% debe pagarse con cuotas de amortización de Bs. 20.000 hasta el año 5. Elaborar el servicio de la deuda y calcular la cuota que cancela la deuda en el año 6.

Solución:

A = 1.000.000 Bs.

i = 0,08

amortización Bs. 20.000 hasta el año 5

Fecha	Renta o cuota periódica	Intereses sobre saldos	Amortización del capital	Saldo deudor
0	---------	----------	-----------	*1.000.000*
1	*100.000*	*80.000*	*20.000*	*980.000*
2	*98.400*	*78.400*	*20.000*	*960.000*
3	*96.800*	*76.800*	*20.000*	*940.000*
4	*95.200*	*75.200*	*20.000*	*920.000*
5	*93.600*	*73.600*	*20.000*	*900.000*
6	*972.000* =	*72.000* +	*900.000*	----------

1.456.000 – 456.000 = 1.000.000

Con el ejemplo 76 trabajamos el servicio de la deuda cuando estamos en presencia de una **Cuota de amortización del capital que es fija, lo cual repercute en una cuota periódica variable.**

Método para determinar el saldo deudor o saldo insoluto en cualquier fecha.

Comenzaremos por distinguir el saldo deudor o saldo insoluto con "***P***" **.**

P es equivalente al valor presente o valor actual de una deuda (A), por lo que,

$$\boldsymbol{P = A}$$

donde,

$$P = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = R\left[\frac{1-\left(1+{}^{j}\!/_{m}\right)^{-n\cdot m}}{{}^{j}\!/_{m}}\right]$$

considerando, que ***"n"*** es el tiempo que falta para vencer la deuda.

Ejemplo 77:

Una deuda de Bs. 500.000 debe amortizarse en 4 años mediante pagos semestrales con la tasa del 10% capitalizable semestralmente. Hallar el saldo deudor al final del tercer año.

Solución:

A = 500.000 Bs.

n = 4 años

J = 0,10

m = 2

n · m = 4 · 2 = 8 semestres

$j/m = 0{,}10/2 = 0{,}05 \quad semestral$

$$R = A\left[\frac{j/m}{1-(1+j/m)^{-n\cdot m}}\right]$$

$$R = 500000\left[\frac{0{,}05}{1-(1+0{,}05)^{-8}}\right]$$

R = 77.360,90 Bs.

n = 4 – 3 = 1 x 2 = 2 semestres

$$P_{3er.\,año} = 77360{,}90\left[\frac{1-(1+0{,}05)^{-2}}{0{,}05}\right]$$

$$\boxed{\mathbf{P_{3er\ año} = 143.845{,}66\ Bs.}}$$

Ejemplo 78:

La mercería Doña Vicenta solicita un préstamo de Bs. 2.000.000. Acuerda pagar su deuda al 4,5% mensual, mediante pagos mensuales por los próximos 8 meses, el primero con vencimiento en un mes. Hallar:

a) Costo mensual de la deuda

b) Saldo insoluto justo después del sexto pago

c) En cuanto se reduce la deuda con el cuarto pago.

Solución:

A = 2.000.000 Bs.

i = 0,045 mensual

n = 8 meses

a) Costo mensual de la deuda

$$R = A\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

$$R = 2000000\left[\frac{0{,}045}{1-(1+0{,}045)^{-8}}\right]$$

$$\boxed{\mathbf{R \;=\; 303.219{,}30\ Bs.}}$$

b) Saldo insoluto después del 6to pago

$$n = 8 - 6 = 2 \text{ meses}$$

$$P = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P_{6t0\ pago} = 303219{,}30\left[\frac{1-(1+0{,}045)^{-2}}{0{,}045}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{P_{6to.\ pago} = 567.829\ Bs.}}$$

c) *Para saber en cuanto se reduce la deuda, necesitamos calcular la amortización del capital procediendo de la manera siguiente: calculamos el saldo insoluto en el periodo tres, luego, este saldo lo multiplicamos por la tasa de la operación financiera y tenemos los intereses causados para el periodo cuatro, como ya hemos calculado la renta o cuota periódica, procedemos a restar a esta cuota periódica los intereses del periodo cuatro y se tiene la amortización del capital para el periodo cuatro.*

$P_{tercer\ pago} = ?$

$n = 8 – 3 = 5$ *meses*

$$P = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P_{3er\ pago} = 303219{,}30\left[\frac{1-(1+0{,}045)^{-5}}{0{,}045}\right]$$

$\boldsymbol{P_{tercer\ pago}}$ **= 1.331.125,67 Bs.** *(deuda al final del 3er mes)*

Intereses mes cuatro = 1331125,67 · 0,045

Intereses mes cuatro = 59.900,65 Bs.

Amortización mes cuatro = R – I

Amortización mes cuatro = 303219,3 – 59.900,65

Amortización cuarto pago (mes cuatro) = 243.318,65 Bs.

<u>Ejemplo 79:</u>

Una deuda de Bs. 10.000.000 con intereses al 16% capitalizable trimestralmente esta siendo amortizada mediante pagos trimestrales iguales durante los próximos 8 años. Hallar:

a) Saldo insoluto justamente después del pago 12

b) Intereses del pago 15

c) Distribución del pago 20 en cuanto a intereses y disminución del saldo deudor.

Solución:

A = 10.000.000 Bs.

$J = 0{,}16$

$m = 4$

n = 8 años

$n \cdot m = 8 \cdot 4 = 32$ *trimestres*

$j/m = 0{,}16/4 = 0{,}04$ *trimestral*

$$R = A\left[\frac{j/m}{1-(1+j/m)^{-n\cdot m}}\right]$$

$$R = 10000000\left[\frac{0{,}04}{1-(1+0{,}04)^{-32}}\right]$$

R = 559.485,89 Bs.

a) Saldo insoluto justamente después del pago 12

$n \cdot m = 32$

$32 - 12 = 20$ *trimestres*

$$P = R\left[\frac{1-\left(1+{j}/{m}\right)^{-n\cdot m}}{{j}/{m}}\right]$$

$$P_{12} = 559485{,}89\left[\frac{1-(1+0{,}04)^{-20}}{0{,}04}\right]$$

$$\boxed{\mathbf{P_{12} = 7.603.595{,}83\ Bs.}}$$

b) Intereses del pago 15

$n = 32 - 14 = 18$

$$P = R\left[\frac{1-\left(1+{j}/{m}\right)^{-n\cdot m}}{{j}/{m}}\right]$$

$$P_{14} = 559485{,}89\left[\frac{1-(1+0{,}04)^{-18}}{0{,}04}\right]$$

$$\mathbf{P_{14} = 7.082.698{,}03\ Bs.}$$

$$I_{15} = 7082698{,}03 \cdot 0{,}04$$

$$\boxed{\mathbf{I_{15} = 283.307{,}92\ Bs.}}$$

c) *Distribución del pago 20 en cuanto a intereses y disminución del saldo deudor*

$n = 32 - 19 = 13$

$$P = R\left[\frac{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-n\cdot m}}{\frac{j}{m}}\right]$$

$$P_{19} = 559485{,}89\left[\frac{1-(1+0{,}04)^{-13}}{0{,}04}\right]$$

$$\mathbf{P_{19} = 5.586.829{,}07\ Bs.}$$

$$I_{20} = 5586829{,}07 \cdot 0{,}04$$

$$\mathbf{I_{20} = 223473{,}16\ Bs.}$$

$$Amortización = R - I$$

$$Amortización_{20} = 559.485{,}89 - 223.473{,}16$$

$$Amortización_{20} = 336.012{,}73$$

Fondos de Amortización o Capitalización

Se define como la cantidad que se va acumulando mediante pagos periódicos que devengan interés, con la intención de poder pagar una deuda a su vencimiento o cualquier intención de ahorro futuro. Por ejemplo, reposición de maquinaria y equipo, fondos de ahorros, fondos de previsión de salud, entre otros.

Los fondos de amortización se refieren a acumulación de pagos para liquidar una futura deuda o juntar un monto antes establecido

Debido a que se refieren a cantidades futuras, la deuda siempre se encontrará en valor final, valor futuro o monto

Cuando el fondo de amortización es para pagar una deuda, los intereses que gana el fondo son independientes y los mismos pueden ser diferentes a los que devenga la deuda que fue objeto de creación del fondo.

Los fondos de amortización, dependiendo del fin que persigan presentarán la forma de crearse, mas sin embargo, son de mayor uso y aplicación aquellos donde los abonos (cuota periódica o renta) y los intervalos o periodos de pago no se modifican.

Hemos visto en las amortizaciones, la utilidad de elaborar la tabla de amortización; en este apartado vamos también a construir una tabla o un cuadro donde una vez aprobada la constitución del fondo, mostramos cómo crece el fondo y cómo varían los intereses con cada depósito.

En términos generales, el cuadro de fondos de amortización presenta la siguiente estructura:

Fecha	**Renta o cuota periódica**	**Intereses sobre el fondo**	**Total agregado al fondo**	**Total en el fondo**
1				
2				
3				
4				
5				
6				Monto (S)

donde, la Renta o cuota periódica ***(R)*** se calcula:

$$R = S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \quad \text{ó} \quad R = S\left[\frac{j/m}{\left(1+j/m\right)^{n\cdot m} - 1}\right]$$

Los intereses sobre el fondo en el primer periodo son igual a cero, pues antes no ha habido nada en el fondo; luego, una vez que ingresa al fondo la primera renta o cuota periódica el total agregado al fondo y el total en el fondo presentan la misma cantidad.

Para el segundo periodo y los siguientes, los intereses sobre el fondo se calculan multiplicando el total en el fondo por la tasa de la operación financiera.

Periodo 1

Renta = Total agregado al fondo = Total en el fondo

Periodo 2

I = Total en el fondo x tasa

El total agregado al fondo en cada periodo se obtiene al sumar la renta o cuota periódica del periodo en estudio con los intereses ganados en el mismo período.

Total agregado al fondo Período 2	=	**Renta o cuota periódica periodo 2**	+	**I período 2**

El total en el fondo en cada periodo se logra al sumar el total en el fondo del periodo anterior con el total agregado al fondo del periodo en estudio.

Total en el fondo Período 2	=	Total en el fondo periodo 1	+	Total agregado Al fondo período 2

Ejemplo 80:

Una empresa adquiere una deuda de Bs. 5.000.000 para ser cancelada dentro de 4 años. En la empresa se decide efectuar reservas anuales con la intención de cumplir el compromiso en la fecha de su vencimiento; si el dinero puede invertirse ganando el 18%, hallar la suma que es necesario acumular cada año y elaborar un cuadro que muestre el crecimiento del fondo.

Solución:

S = 5.000.000 Bs.

n = 4 años

i = 0,18

$$R = S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$R = 5000000\left[\frac{0{,}18}{(1+0{,}18)^4 - 1}\right]$$

R = 958.693,35 Bs.

Fecha	Renta o cuota periódica	Intereses sobre el fondo	Total agregado al fondo	Total en el fondo
1	958.693,35	---------	958.693,35	958.693,35
2	958.693,35	172.564,80	1.131.258,15	2.089.951,50
3	958.693,35	376.191,27	1.334.884,62	3.424.836,12
4	958.693,38 = 616.470,50 – 1.575.163,88 – 5.000.000			

3.834.773,43 + 1.165.226,57 = 5.000.000

Periodo 1

Total en el fondo = R = 958.693,35 Bs. (primer depósito)

Periodo 2

Intereses sobre el fondo = 958693,35 · 0,18

I = 172.564,80 Bs.

Total agregado al fondo = 958.693,35 + 172.564,80

Total agregado al fondo = 1.131.258,15 Bs.

Total en el fondo = 958.693,35 + 1.131.258,15

Total en el fondo = 2.089.951,50 Bs.

El total en el fondo al final del último periodo siempre deberá ser igual al monto que se estipula acumular

Método para hallar el pago único que completa el fondo

Se toma el valor final o monto que se quiere acumular, a este monto se le resta el total en el fondo del periodo anterior; luego, la diferencia resultante será el total agregado al fondo en el último periodo. Habiendo calculado los intereses sobre el fondo para el último periodo, se procede a restar el total agregado al fondo de los intereses sobre el fondo y esa diferencia será la **Renta, cuota periódica o pago único que completa el fondo**.

Tomando los datos del ejercicio 80, tenemos:

Monto a ser acumulado = 5.000.000 Bs.

Total en el fondo periodo 3 = 3.424.836,12 Bs.

Total agregado al fondo periodo 4 = 5.000.000 – 3.424.836,12

Total agregado al fondo periodo 4 = 1.575.163,88 Bs.

$$\begin{matrix}\textit{Intereses sobre el}\\ \textit{fondo periodo 4}\end{matrix} = \begin{matrix}\textit{total en el fondo}\\ \textit{periodo 3}\end{matrix} \cdot \textit{tasa} = 3424836{,}12 \cdot 0{,}18$$

$$\begin{matrix}\textit{Intereses sobre el}\\ \textit{fondo periodo 4}\end{matrix} = 616.470{,}50\ \textit{Bs.}$$

$$\begin{matrix}\textit{Renta, cuota periódica}\\ \textit{o pago único}\end{matrix} = \begin{matrix}\textit{total agregado al}\\ \textit{fondo periodo 4}\end{matrix} - \begin{matrix}\textit{intereses sobre el}\\ \textit{fondo periodo 4}\end{matrix}$$

$$\begin{matrix}\textit{Renta, cuota periódica}\\ \textit{o pago único}\end{matrix} = 1.575.163{,}88 - 616.470{,}50$$

$$\boxed{\boldsymbol{R = 958.693{,}38\ Bs.}}$$

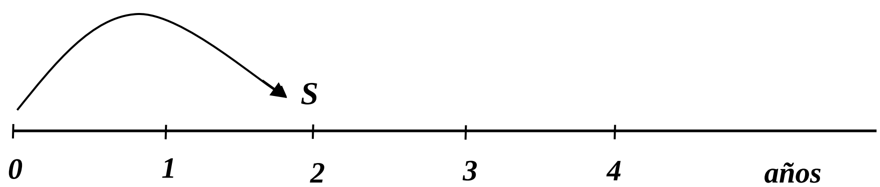
<u>Ejemplo 81:</u>

Considerando el ejemplo 80, calcular: el importe del fondo justo después del segundo depósito.

Solución:

n = 2 años

Gráficamente, se observa:



$$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S = 958693{,}35\left[\frac{(1+0{,}18)^2 - 1}{0{,}18}\right]$$

$$\boxed{\textbf{\textit{S = Bs. 2.089.951,50}}}$$

Ejemplo 82:

Considerando los ejemplos 80 y 81, calcular: cual fue el aumento del fondo tomando en cuenta los intereses del tercer depósito.

Solución:

Para conocer los intereses del tercer depósito necesitamos saber el total en el fondo en el periodo 2, esto es:

$$2089951{,}50 \cdot 0{,}18 = 376.191{,}27 \text{ Bs.}$$

Conocida ***R***, entonces le sumamos los intereses del periodo 3 y tenemos el total agregado al fondo en el periodo 3

$$958693{,}35 + 376191{,}27 = 1.334.884{,}62 \text{ Bs.}$$

Finalmente, el total en el fondo para el periodo 3, será:

$$\begin{matrix} \textit{Total en el} \\ \textit{fondo periodo 2} \end{matrix} + \begin{matrix} \textit{Total agregado} \\ \textit{al fondo periodo 3} \end{matrix}$$

$$2.089.951{,}50 + 1.334.884{,}62 = 3.424.836{,}12$$

$$\begin{matrix} \textit{Total en el} \\ \textit{fondo periodo 3} \end{matrix} = 3.424.836{,}12 \text{ Bs.}$$

Ejemplo 83:

Una persona debe pagar Bs. 400.000 dentro de 6 meses. Para asegurar el cumplimiento de ese compromiso, decide acumular un fondo mediante depósitos mensuales con intereses del 30% capitalizable mensualmente. Indique el valor de los depósitos y muestre en una tabla el crecimiento del fondo periodo a periodo.

Solución:

S = 400.000 Bs.

n = 6 meses

J = 0,30

m = 12

$$j/m = \frac{0{,}30}{12} = 0{,}025 \ \ mensual$$

$$R = S\left[\frac{j/m}{\left(1+j/m\right)^{n\cdot m} - 1}\right]$$

$$R = 400000\left[\frac{0{,}025}{(1+0{,}025)^{6} - 1}\right]$$

R = 62.619,98 Bs.

Fecha	Renta o cuota periódica	Intereses sobre el fondo	Total agregado al fondo	Total en el fondo
1	*62.619,98*	---------	*62.619,98*	*62.919,98*
2	*62.619,98*	*1.565,49*	*64.185,47*	*126.805,45*
3	*62.619,98*	*3.170,13*	*65.790,11*	*192.595,56*
4	*62.619,98*	*4.814,88*	*67.434,86*	*260.030,42*
5	*62.619,98*	*6.500,76*	*69.120,74*	*329.151,16*
6	*62.620,07* =	*8.228,77* –	*70.848,84* –	*400.000*

375.719,97 + 24.280,03 = 400.000

Ejemplo 84:

Una persona deposita semestralmente Bs. 200.000 en un fondo que rinde el 5,5% semestral. ¿Cuánto acumulará el fondo al final de 2,5 años?

Solución:

R = 200.000 Bs. semestral

i = 0,055 semestral

n = 2,5 años x 2 semestres = 5 semestres

$$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S = 200000\left[\frac{(1+0{,}055)^5 - 1}{0{,}055}\right]$$

$$\boxed{\mathbf{S = 1.116.218{,}20\ Bs.}}$$

Ejemplo 85:

Elabore una tabla que muestre el comportamiento del fondo que ha sido constituido mediante depósitos mensuales de Bs. 6.000 y cuyo rendimiento es del 27,6% capitalizable mensualmente durante 5 meses.

Solución:

R = 6.000 Bs. mensual

J = 0,276

m = 12

n = 5 meses

$$j/m = \frac{0{,}276}{12} = 0{,}023 \text{ mensual}$$

Fecha	Renta o cuota periódica	Intereses sobre el fondo	Total agregado al fondo	Total en el fondo
1	*6.000,00*	---------	*6.000,oo*	*6.000,oo*
2	*6.000,00*	*138,oo*	*6.138,00*	*12.138,oo*
3	*6.000,00*	*279,17*	*6.279,17*	*18.417,17*
4	*6.000,00*	*423,59*	*6.423,59*	*24.840,76*
5	*6.000,00*	*571,33*	*6.571,33*	*31.412,09*

30.000 + 1.412,09 = 31.412,09

<u>Ejemplo 86:</u>

Se constituyó un fondo con depósitos mensuales de Bs. 100.000. Durante 2 años el fondo obtuvo intereses del 42% capitalizable mensualmente y el tercer año el rendimiento disminuyó hasta 30% capitalizable mensualmente. ¿Cuánto logró acumularse al final del tercer año?

Solución:

2 primeros años

$$\left\{\begin{array}{l} R = 100.000 \text{ Bs. mensual} \\ n = 2 \text{ años} \\ J = 0{,}42 \\ m = 12 \\ j/m = \dfrac{0{,}42}{12} = 0{,}035 \text{ mensual} \\ n \cdot m = 2 \cdot 12 = 24 \text{ meses} \end{array}\right.$$

Tercer año

$$\textbf{Tercer año}\left\{\begin{array}{l} n = 1 \text{ año} \\ J = 0{,}30 \\ m = 12 \\ j/m = \dfrac{0{,}30}{12} = 0{,}025 \text{ mensual} \\ n \cdot m = 1 \cdot 12 = 12 \text{ meses} \end{array}\right.$$

$$S = R\left[\frac{\left(1 + j/m\right)^{n \cdot m} - 1}{j/m}\right]$$

$$S_1 = 100000\left[\frac{(1 + 0{,}035)^{24} - 1}{0{,}035}\right]$$

S_1 = 3.666.652,82 Bs.

$$S_2 = 100000\left[\frac{(1 + 0{,}025)^{12} - 1}{0{,}025}\right]$$

S_2 = 1.379.555,29 Bs.

S_1 + S_2 = 3.666.652,82 + 1.379.555,29

$$\boxed{S_1 + S_2 = 5.046.208{,}11 \text{ Bs.}}$$

Ejemplo 87:

Se constituyó un fondo para cancelar un préstamo de Bs. 200.000 en 5 años, los aportes se efectúan mensualmente y ganan el 2,5 % mensual. Calcular:

a) Cantidad a depositar mensualmente

b) Intereses para el fondo en el mes 36

c) Total en el fondo en el mes 48

Solución:

S = 200.000 Bs.

n = 5 años · 12 meses = 60 meses

i = 0,025 mensual

a) *Cantidad a depositar mensualmente*

$$R = S\left[\frac{i}{(1+i)^{n}-1}\right]$$

$$R = 200000\left[\frac{0{,}025}{(1+0{,}025)^{60}-1}\right]$$

R = 1.470,67 Bs.

b) *Intereses para el fondo en el mes 36*

En primer lugar, necesitamos conocer el total en el fondo ***(S)*** para el período 35; luego ,

n = 35 meses

$$S = R\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

$$S = 1470{,}67\left[\frac{(1+0{,}025)^{35}-1}{0{,}025}\right]$$

S = 80.781,26 Bs

I_{36} = 80781,26 · 0,025

$$\boxed{\boldsymbol{I_{36} = 2.019{,}53\ Bs.}}$$

c) Total en el fondo en el mes 48

n = 48 meses

$$S = R\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

$$S_{48} = 1470{,}67\left[\frac{(1+0{,}025)^{48}-1}{0{,}025}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{S_{48} = 133.624{,}46\ Bs.}}$$

Depreciación y Agotamiento de Activos

Depreciación

Se define como la disminución o pérdida de valor de activos tangibles por desgaste (uso) o deterioro (obsolescencia).

La depreciación presenta periodicidad anual. Por ser un gasto periódico constituye una renta o pago periódico

Terminología Básica

A continuación estudiaremos la definición de una serie de términos, la cual es necesaria para el estudio de la depreciación de activos.

Costo Inicial. Es el valor de adquisición de un activo, se incluye los impuestos, fletes y otros pertinentes al bien. Es por lo tanto el valor inicial para comenzar la depreciación. Lo representaremos por **C.**

Vida Útil. Es el tiempo que se estima durará el activo tangible; es decir, el tiempo que transcurre entre el momento de adquirirlo y su retiro. Lo representaremos por ***N.***

La vida útil de un activo tangible, usualmente se mide en años, número de piezas producidas o en horas de servicio

Costo de Reemplazo. Es el valor por el cual se adquirirá otro activo tangible que reemplazará el actual cuando éste llegue al final de su vida útil. Lo representaremos por ***C. R.***

Valor de Rescate*.** También llamado de salvamento, es el que supuestamente tiene o tendrá el activo al final de su vida útil. Lo representaremos por ***V. R.

El valor de recate, puede ser positivo; esto es, si cuenta con alguna recuperación económica o se vende para otros usos. Puede ser negativo, si es que acaso para su desincorporación amerita un gasto adicional. Puede ser nulo; esto cuando el activo está totalmente deteriorado

Depreciación Acumulada. Es aquella que se obtiene sumando la de un año cualquiera con la de los años anteriores.

Valor en Libros**.** También llamado valor contable, es el valor del costo inicial menos el capital que se haya reunido o acumulado; es decir; valor que tiene el activo al final del año **x**, luego de depreciarse. Lo representaremos por ***V. L***.

El valor en libros al iniciar la vida útil del activo es igual al costo original del mismo

El valor en libros varía de acuerdo a la depreciación anual, hasta coincidir finalmente con el valor de rescate

El costo original del activo, se logra al sumar el valor en libros con la depreciación acumulada de cualquier periodo

Sistemas de Depreciación

Para calcular la depreciación de un activo, encontramos variados sistemas; de allí que se presente la siguiente clasificación:

Promedios
- Línea recta
- Horas de servicio o unidades de producción

Cargo decreciente
- Suma de dígitos
- Tasa fija

Interés compuesto $\begin{cases} \text{Fondo de amortización} \\ \text{Anualidad ordinaria} \end{cases}$

En el presente texto, solamente trataremos el sistema de depreciación mediante Promedios, específicamente, de la Línea Recta, considerando la tasa de depreciación ***(d)*** y la inflación, cuya tasa se indica por ***(i)***.

Agotamiento

Se refiere a la disminución de un bien debido a su uso. El agotamiento es el equivalente a la depreciación aplicada a los recursos naturales no renovables tales como minas, pozos petrolíferos, canteras, entre otros.

Lo que produce el activo debe ser igual al interés que desea ganar el inversionista, más el valor de la cuota que periódicamente se acumula, para que cuando se haya llegado al final de la vida útil, (cuando se haya agotado totalmente el bien) el valor reunido sea igual a la inversión inicial

Sistema de la Línea Recta

Con la aplicación de este sistema, vamos a suponer que para todos los años de vida útil del activo, el cargo por concepto de depreciación es fijo, no varía durante cada uno de los periodos.

La depreciación anual se obtiene dividiendo la diferencia entre el costo original del activo ***(C)*** y el valor de recate ***(V. R.)*** que da origen a lo que se llama base de depreciación entre el numero de años estimados de la vida útil.

$$D = \frac{C - VR}{N}$$

donde,

D: Depreciación anual

C: Costo original del activo

V.R: Valor de rescate

N: Vida útil del activo expresada en años

En la depreciación; así como, en la amortización y fondos de amortización, resulta de gran utilidad elaborar una tabla o cuadro donde se muestre la depreciación del activo.

Tabla de Depreciación

También llamada cuadro de depreciación, es la tabulacion ordenada que muestra la depreciación de un activo periodo a periodo de manera detallada.

La tabla de depreciación, presenta de manera general la siguiente estructura:

Fin del año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	---------	---------	C
1			
2			
.			
.			
.			
.			
N			

Periodo 0

No hay depreciación anual ni depreciación acumulada, solo la columna de valor en libros refleja el costo inicial ***(C)*** del activo.

Periodo 1

Una vez que se ha calculado la depreciación anual (D) con la formula antes indicada, colocamos en la columna depreciación anual y depreciación acumulada este dato, finalmente en la columna valor en libros colocamos la diferencia resultante al restarle al valor en libros **inicial** la depreciación acumulada.

La depreciación acumulada, como ya se ha indicado, resulta al ir acumulando la columna 2, que corresponde a la depreciación anual.

La suma de las columnas depreciación acumulada y valor en libros en cualquier periodo es igual al costo inicial del activo

El valor de venta para un activo, viene dado por el valor en libros al término de su vida útil

Ejemplo 88:

Cierta empresa adquirió una maquinaria en Bs. 15.200, se espera tenga una vida útil de 4 años y un valor de rescate de Bs. 4.420. Haciendo uso del método de la línea recta, calcular la depreciación anual y elaborar la tabla de depreciación que corresponda, considerando el método de la línea recta.

Solución:

C = 15.200 Bs.

N = 4 años

V.R. = 4.420 Bs.

$$D = \frac{C - VR}{N}$$

$$D = \frac{15200 - 4420}{4}$$

$$\boldsymbol{D = 2.695 \ \ Bs.}$$

Fin del año	**Depreciación anual**	**Depreciación acumulada**	**Valor en libros**
0	---------	---------	15.200
1	2.695	2.695	12.505
2	2.695	5.390	9.810
3	2.695	8.085	7.115
4	2.695	10.780	4.420

Periodo 3

Valor en libros = 15200 – 8085

Valor en libros periodo 3 = 7.115 Bs.

Ejemplo 89:

Una maquina tiene una vida útil de 5 años, su precio inicial es de Bs. 400.000 y tiene un valor de rescate de Bs. 305.474,65. Se pide elaborar la tabla de depreciación utilizando el método de la línea recta.

Solución:

N = 5 años

C = 400.000 Bs,

V.R. = 305.474,65 Bs.

$$D = \frac{C - VR}{N}$$

$$D = \frac{400000 - 305473{,}65}{5}$$

D = 18.905,07 Bs.

Fin del año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	-----------	----------	400.000
1	18.905,07	18.905,07	381.094,93
2	18.905,07	37.810,14	362.189,86
3	18.905,07	56.715,21	343.284,79
4	18.905,07	75.620,28	324.379,72
5	18.905,07	94.525,35	305.474,65

Ejemplo 90:

Se compro un equipo de sonido por Bs. 7.250, la vida útil esperada es de 6 años, con un valor de rescate de Bs. 1.500. Calcular la depreciación anual y elaborar el cuadro de depreciación haciendo uso del método de la línea recta.

Solución:

C = 7.250 Bs.

N = 8 años

V.R. = 1.500 Bs.

$$D = \frac{C - VR}{N}$$

$$D = \frac{7250 - 1500}{8}$$

D = 718,75 Bs.

Fin del año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	----------	----------	7.250
1	718,75	718,75	6.531,25
2	718,75	1.437,50	5.812,50
3	718,75	2.156,25	5.093,75
4	718,75	2.875	4.375
5	718,75	3.593,75	3.656,25
6	718,75	4.312,50	2.937,50
7	718,75	5.031,25	2.218,75
8	718,75	5.750	1.500

<u>Ejemplo 91:</u>

¿Cuál será la depreciación anual de un inmueble que ha costado en construcción Bs. 530.000.000, suponiendo que tendrá de vida en servicio 53 años y que luego de ese tiempo se deberá invertir Bs. 12.000.000 para su demolición y bote de escombros? Calcule además, el valor en libros al termino de su vida en servicio. Para todo haga uso del método de la línea recta.

Solución:

C = 530.000.000 Bs.
N = 53 años
V.R. = –12.000.000 Bs. (negativo por representar un gasto)

$$D = \frac{C - VR}{N}$$

$$D = \frac{530000000 - (-12000000)}{53}$$

D = 10.226.415,09 Bs.

Para calcular el valor en libros en el año 53, requerimos conocer la depreciación acumulada; entonces,

$$10226415{,}09 \cdot 53 = 542.000.000$$

luego,

Valor en libros año 53 = 530.000.000 – 542.000.000

Valor en libros año 53 = – 12.000.000 = Valor de rescate (VR)

Depreciación con Inflación

Por lo general, al comprar un bien material usado, digamos un vehiculo, puede apreciarse que el valor de compra – venta es superior al que se refleja en la factura original. Todo esto sucede porque, el efecto que produce la inflación es mayor que el que produce la depreciación.

Para trabajar el cálculo de la depreciación en presencia de la inflación haciendo uso del método o sistema de la línea recta, vamos a considerar que tanto la depreciación como la inflación permanecen constantes durante el periodo de tiempo que se esté tratando.

Ejemplo 92:

¿Cuál será el valor de rescate 5 años después? de un activo cuyo costo inicial es de Bs. 10.000. Dicho bien se deprecia de manera constante en Bs. 950 anuales y la inflación anual es del 12%.

Solución:

N = 5 años

C = 10.000 Bs.

D = 950 Bs. anuales

i = 0,12

Período 1

$$V.R_1 = C + (i \cdot C) = C (1 + i)$$

$$\boldsymbol{V.R_1 = C (1 + i)}$$

$$V.R_1 = 10000 + (0{,}12 \cdot 10000)$$

$$\boldsymbol{V.R_1 = 11.200\ Bs.}$$

$V.R_1$ = costo al final del primer año

luego, el valor efectivo cuando se deduce la depreciación será:

$$V.R_1 = C\,(1 + i) - D$$

$$V.R_1 = 10000\,(1 + 0{,}12) - 950$$

$$\boldsymbol{V.R_1 = 10.250\ Bs.}$$

Periodo 2

$$V.R_2 = C_1\,(1 + i)$$

$$V.R_2 = 10250\,(1 + 0{,}12)$$

$$\boldsymbol{V.R_2 = 11.480\ Bs.}$$

al deducir la depreciación, tenemos:

$$V.R_2 = C_1\,(1 + i) - D$$

$$V.R_2 = 11.480 - 950$$

$$\boldsymbol{V.R_2 = 10.530\ Bs.}$$

Periodo 3

$$V.R_3 = C_2\,(1 + i)$$

$$V.R_3 = 10530\,(1 + 0{,}12)$$

$$\boldsymbol{V.R_3 = 11.793{,}60\ Bs.}$$

al deducir la depreciación:

$$\boldsymbol{V.R_3} = C_2\,(\,1 + i\,) - D$$

$$\boldsymbol{V.R_3} = 11793{,}60 - 950$$

$$\boldsymbol{V.R_3 = 10.843{,}60\ \ Bs.}$$

Periodo 4

$$V.R_4 = C_3\,(\,1 + i\,)$$

$$V.R_4 = 10843{,}60\,(\,1 + 0{,}12\,)$$

$$V.R_4\ \boldsymbol{= 12.144{,}83\ Bs.}$$

al deducir la depreciación,

$$V.R_4 = C_3\,(\,1 + i\,) - D$$

$$V.R_4 = 12144{,}83 - 950$$

$$V.R_4\ \boldsymbol{= 11.194{,}83\ Bs.}$$

Periodo 5

$$V.R_5 = C_4\,(\,1 + i\,)$$

$$V.R_5 = 11194{,}83\,(\,1 + 0{,}12\,)$$

$$V.R_5\ \boldsymbol{= 12.538{,}21\ Bs.}$$

al deducir la depreciación,

$$V.R_5 = C_4\,(1 + i) - D$$

$$V.R_5 = 12538{,}21 - 950$$

$$V.R_5 = \mathbf{11.588{,}21\ Bs.}$$

Podemos observar, cómo al transcurrir los 5 años el valor de rescate con inflación (12.538,21 Bs.) es superior al valor de rescate luego de deducir la depreciación (11.588,21 Bs.). Significa entonces, que aún cuando el activo se depreció, aumentó su valor cuando comparamos con el costo inicial; es decir:

Costo inicial = 10.000 Bs.

V.R. = 11.588,21 Bs. ***se produjo un aumento de 1.588,21 Bs.***

Cálculo del valor de rescate o de compra – venta de un activo con una inflación constante

Aplicando el sistema o método de la línea recta, podemos calcular este valor a partir de la formula siguiente:

$$VR = C(1+i)^n - D\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

donde,

C: Precio original o inicial

i: Tasa de inflación anual

D: Depreciación anual, constante

N: Número de años de vida útil del activo

Ejemplo 93:

Resolver el ejemplo 92 por medio del método de la línea recta.

Solución:

C = 10.000 Bs.

D = 950 anual

N = 5 años

i = 0,12

$$VR = C(1+i)^n - D\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$VR = 10000(1+0{,}12)^5 - 950\left[\frac{(1+0{,}12)^5 - 1}{0{,}12}\right]$$

V.R. = 17623,41 – 6035,20

$$\boxed{\textbf{V.R. = 11.588,21 Bs.}}$$

Ejemplo 94:

¿Cuál será la cantidad por depreciación anual de un activo que costó Bs. 35.600 y que pasados 6 años tiene un valor de rescate de Bs. 30.200 cuando la inflación habida es del 8% anual?

Solución:

C = 35.600 Bs.

N = 6 años

V.R. = 30.200 Bs.

i = 0,08

$$VR = C(1+i)^n - D\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$30200 = 35600(1+0{,}08)^6 - D\left[\frac{(1+0{,}08)^6 - 1}{0{,}08}\right]$$

$$30200 = 56492{,}72 - D\,(7{,}335929038)$$

$$D\,(7{,}335929038) = 56492{,}72 - 30200$$

$$D\,(7{,}335929038) = 26292{,}72$$

$$\boxed{\mathbf{D = 3.584{,}10\ Bs.}}$$

<u>Ejemplo 95:</u>

Considerando los datos del ejemplo 88. Hallar la cantidad por depreciación anual cuando la inflación es del 11 % anual.

Solución:

C = 15.200 Bs.

N = 4 años

V.R. = 4.420

i = 0,11

$$VR = C(1+i)^n - D\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$4420 = 15200(1+0{,}11)^4 - D\left[\frac{(1+0{,}11)^4 - 1}{0{,}11}\right]$$

$$4420 = 23074{,}67 - D\,(4{,}709731)$$

$$D\,(4{,}709731) = 23.074{,}67 - 4.420$$

$$D\,(4{,}709731) = 18.654{,}67$$

$$\boxed{\mathbf{D = 3.960{,}87\ Bs.}}$$

También la depreciación con inflación podemos mostrarla por medio de una tabla o cuadro, para ello tomamos la tabla elaborada para mostrar la depreciación normal con el método de la línea recta y solamente agregamos una columna que llamamos Valor con Inflación.

Fin del año	Valor con inflación	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0				
1				
.				
.				
.				
.				
N				

El valor con inflación al final del año 1 será el producto del costo original o inicial por la tasa.

$$\textit{Valor con inflación} = C \cdot (1 + i)$$

El valor en libros se obtiene por la diferencia entre el valor con inflación y la depreciación anual.

$$V.L. = \textit{Valor con inflación} - D$$

El valor con inflación para el periodo siguiente (año 2) se obtiene mediante:

$$\textit{Valor con inflación } 2 = \textit{Valor en libros } 1 \cdot (1 + i)$$

Ejemplo 96:

Con los datos de los ejemplos 88 y 95; y una inflación del 11% anual. Elaborar el cuadro de depreciación.

Solución:

C = 15.200 Bs.

N = 4 años

V.R. = 4.420 Bs.

i = 0,11

D = 3.960,87 Bs.

Fin del año	Valor con inflación	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	-------	--------	---------	15.200
1	16.872	3.960,87	3.960,87	12.911,13
2	14.331,35	3.960,87	7.921,74	10.370,48
3	11.511,23	3.960,87	11.882,61	7.550,36
4	8.380,89	3.960,87	15.843,48	4.420,02 (*)

(*)La diferencia es debido al redondeo

Valor con inflación año 1

15200 (1 + 0,11) = 16.872 Bs.

Valor en libros año 1

16872 – 3.960,87 = 12.911,13 Bs.

Valor con inflación año 2

12911,13 (1 + 0,11) = 14.331,35 Bs.

Valor en libros año 2

14331,35 - 3960,87 = 10.370,48 Bs.

Valor con inflación año 3

10370,48 (1 + 0,11) = 11511,23 Bs.

Valor en libros año 3

11511,23 - 3960,87 = 7.550,36 Bs.

Valor con inflación año 4

7550,36 (1 + 0,11) = 8.380,89 Bs.

Valor en libros año 4

8380,89 – 3960,87 = 4.420,02 Bs.

Problemas Propuestos

<u>Consideraciones:</u>

- **Todos los problemas propuestos están en correspondencia con los ejercicios desarrollados en el capitulo.**

- **La depreciación será calculada atendiendo al sistema o método de la línea recta.**

1. *¿Qué es amortizar?*

2. *¿Cómo se descompone la renta o cuota periódica?*

3. *¿Por qué la amortización del último periodo es igual a la deuda del periodo anterior?*

4. *¿Qué es saldo insoluto?*

5. *Explique la utilidad de la tabla de amortización.*

6. *¿Qué es fondo de amortización?*

7. *¿Que muestra la tabla del fondo de amortización?*

8. *Explique la utilidad de la tabla de fondos de amortización.*

9. *¿Qué es depreciación de un activo?*

10. *¿Qué es valor de rescate de un activo?*

11. *¿Qué es vida útil de un activo?*

12. *¿Qué es valor en libros o valor contable?*

13. *¿Cuántos sistemas o métodos hay para calcular la depreciación?*

14. *¿En que consiste el sistema o método de la línea recta?*

15. *¿Qué muestra la tabla de depreciación?*

16. *¿Cuál es la utilidad de calcular el valor con inflación de un activo?*

17. *¿El valor en libros de un activo es mayor que el valor con inflación del mismo activo? Explique.*

18. *Una persona ha llevado a cabo un hipoteca para ser amortizada con abonos mensuales de Bs. 2.000 e intereses del 12% capitalizable mensualmente. Si se tiene 7 meses para pagar. ¿Cuál es el valor de la hipoteca?*

Respuesta: 13.456,38. Bs.

19. *¿Cuál será el valor presente de una deuda que se amortiza con 14 abonos mensuales vencidos de Bs. 260.000 e intereses del 32% mensualmente?*

Respuesta: 79.583,56 Bs.

20. *Elabore el cuadro de amortización para una deuda de Bs. 30.000 que se cancela en 5 abonos mensuales. Los intereses son del 8 % capitalizable mensualmente.*

21. *Con intereses del 37 % y capitalización trimestral, se amortiza un préstamo por Bs. 35.000 en 48 trimestres. a) ¿De cuanto es cada pago? b) ¿Cuál es el saldo insoluto luego del pago 24?*

Respuesta: a) Bs. 372.962,15 b) Bs. 3.549.622,09

22. *Elabore la tabla de amortización de una deuda de Bs. 5.000.000 con pagos mensuales de Bs. 250.000 e intereses del 48 % capitalizable mensualmente.*

23. *Se compra un vehiculo en Bs. 85.000 con 36 mensualidades para pagar y una tasa del 12% convertible mensualmente. Calcular: a) la renta mensual; b) el saldo insoluto luego de realizar el pago 20; c) distribución de la cuota 32* ***Respuesta: a) 2.823,21 Bs b) 50.946,38 Bs. c) I = 137,02 Bs. Amortización = 2.686,19 Bs.***

24. *Hallar el valor final de una serie de 25 depósitos mensuales, si el primer deposito es de Bs. 10.000 y la tasa de interés del 12% mensual.*

    Respuesta: 1.333.338,70 Bs.

25. *Se tiene una deuda de Bs. 600.000 con vencimiento en 2 años. Con el objeto de poder pagar la deuda a su vencimiento se invierte mensualmente una renta en un fondo que paga el 30% capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el costo mensual de la deuda?.* ***Respuesta: 18.547,69 Bs.***

26. *Elaborar una tabla para capitalizar Bs. 500.000 en pagos semestrales durante 3 años y una cuota semestral de Bs. 105.000,00 con intereses del 20 % capitalizable semestralmente.*

27. *Con el fin de pagarse las vacaciones de su familia, un padre crea un fondo de ahorro depositando mensualmente Bs. 400.000. Hallar el monto acumulado luego de realizar depósitos durante 7 meses y elaborar el cuadro que muestra el crecimiento del fondo, siendo que la inversión gana intereses del 15 % capitalizable mensualmente.* ***Respuesta: 2.907.215,04 Bs.***

28. *Se constituyó un fondo para cancelar una deuda de Bs. 15.000.000 en 5 años, los aportes se realizan mensualmente y ganan el 2,5 % mensual. Calcular: a) Cantidad a depositar mensualmente; b) Intereses para el fondo en el mes 36; c) Total en el fondo en el mes 42.*

    Respuesta: a) 110.300,93 Bs. b) 15.147, 73 Bs c) 8.034.298,54 Bs.

29. *Una empresa determinada adquiere una deuda por Bs. 25.000.000 pagaderos en 6 años mediante abonos semestrales que ganan intereses del 12 % capitalizable semestralmente. Calcular: a) Cantidad a depositar cada semestre b) Intereses que se agregan al fondo con el pago 7 c) Total en el fondo en el mes 10* ***Respuesta: a) 1.481.925,73 Bs. b) 620.214,24 Bs. c) 19.532.959,17 Bs.***

30. *Una maquinaria tiene una vida útil de 10 años, el precio de compra fue Bs. 700.000 y su valor de rescate es de Bs. 150.000. Suponiendo una tasa del 22%, elaborar una tabla de depreciación haciendo uso del método de la línea recta.*

31. *Cierta empresa compro un equipo en Bs. 9.000.000. Se espera tenga una vida útil de 5 años y un valor de rescate de Bs. 1.200.000. Empleando el método de la línea recta, obtener la depreciación anual.* ***Respuesta: 1.560.000 Bs.***

32. *¿Cuál será la depreciación anual de un inmueble que ha costado inicialmente Bs. 950.000, asumiendo tenga una vida en servicio de 30 años y que al final se tenga que gastar Bs. 50.000 por concepto de demolición y bote de escombros. Calcular la depreciación y el valor en libros al final del año 25, todo haciendo uso del método de la línea recta.* ***Respuesta: 40.000 Bs. 50.000 Bs.***

33. *¿Cuál será el Valor de rescate 6 años después de un activo cuyo costo de compra fue Bs. 950.000, con una depreciación constante de Bs.250.000 anuales y una inflación anual del 27%?.* ***Respuesta: 1.026.937,68 Bs.***

CAPITULO V

MERCADOS FINANCIEROS

Justificación

Desde el punto de vista económico, el mercado financiero constituye un mecanismo por medio del cual los agentes económicos propician el intercambio de dinero por valores o materias primas.

Las finanzas, tratan acerca de cómo los recursos financieros se asignan a través del tiempo en un contexto de incertidumbre. Estas asignaciones se desarrollan en los mercados financieros, donde existen unidades superavitarias dispuestas a hacer préstamos y unidades deficitarias que buscan fondos para tomar prestado.

Los mercados financieros están formados de manera general por el mercado de capitales, el mercado de dinero y el mercado de divisas; más sin embargo, son los mercados de capitales y dinero los que constituyen uno de los elementos principales en que operan las empresas.

Vale decir entonces, que las empresas, dentro de las cuales encontramos los organismos estadales, en algún momento de sus vidas necesitan cantidades considerables de dinero para llevar adelante programas de desarrollo. Dado que este dinero, difícilmente puede ser otorgado por una sola persona o entidad, es necesario acudir al crédito de varios acreedores, siendo la forma más común la emisión de bonos, mecanismo este muy usado para poder llevar a cabo grandes proyectos industriales.

En razón de lo antes expuesto; es importante estudiar todo lo concerniente a operaciones de compra – venta de algunos valores y títulos de inversión que se ofrecen en la Bolsa de Valores.

Por otro lado, el incrementar los ahorros es la meta de toda sociedad, y esto implica en la forma de vida de los individuos. Existen muchas formas de multiplicar el dinero, pero una de las más seguras y rentables es mediante la colocación de esos ahorros en Títulos Valores.

Generalidades

En el presente texto, vamos a desarrollar algunos elementos teóricos que sustentan el estudio de los Mercados Financieros, en el mismo abordaremos con mayor amplitud el Mercado de Capitales, que es donde se desarrolla la compra – venta de algunos valores y títulos de inversión que se negocian en la Bolsa de Valores.

Mercado Financiero.

Se define desde el punto de vista de las Finanzas, como el conjunto de mercados formados por el mercado de capitales, el mercado de dinero y el mercado de divisas. En ellos se opera al contado y a plazo (opciones y futuros). Es un mercado en el que se contratan solo activos financieros.

En Finanzas, los mercados financieros facilitan:

- El aumento de capital; esto en los mercados de capitales.
- La transferencia del riesgo; en los mercados de derivados.
- El comercio internacional; en los mercados de divisas.

Son usados para reunir a aquellos que quieren capital con aquellos que lo tienen

Normalmente, un prestatario emite un vale al acreedor, por el cual le promete devolver el préstamo. Estos vales son títulos o valores que pueden ser libremente comprados o vendidos.

Al prestarle dinero a un prestatario, un prestamista esperará alguna compensación en forma de interés o dividendos

Características de los Mercados Financieros.

1. ***Amplitud:*** Se refiere al número de títulos financieros que se negocian en un mercado financiero. Cuantos más titulas se negocien más amplio será el mercado financiero.

2. ***Profundidad:*** Es la existencia de curvas de oferta y demanda por encima y por debajo del precio de equilibrio en un momento determinado (siempre existen personas capaces de comprar a un precio superior al precio de equilibrio y alguien que está dispuesta a vender a un precio inferior).

3. ***Libertad:*** Esto es, que no existen barreras en la entrada o salida del mercado financiero.

4. ***Flexibilidad:*** Se refiere a que los precios de los activos financieros que se negocian en un mercado, pueden cambiar ante fluctuaciones en la economía.

5. ***Transparencia:*** Estos mercados proporcionan información fácilmente y sin ocultar nada.

Los Mercados Financieros, son mercados basados esencialmente en la especulación

Tipos de Mercados Financieros.

- ***Mercados de Commodities***, que permiten el comercio de materias primas.

- ***Mercados Monetarios o Mercados de Dinero***. Son aquellos en los que se provee financiamiento e inversión de deuda a corto plazo que dada su alta seguridad se pueden considerar sustitutivos del dinero (pagarés del Tesoro).

- ***Mercados de Derivados*****.** Son mercados que proveen instrumentos para el manejo del riesgo financiero.

- ***Mercados de Divisas*****.** Son aquellos en los cuales se permite la compra – venta de monedas extranjeras o divisas tanto al contado como a plazo.

- ***Mercados de Capitales*****.** Los mercados de capital se componen del mercado de valores primarios y el mercado de valores secundarios. En estos mercados, se produce el intercambio de renta variable y renta fija.

Mercado Primario: es el mercado de los títulos cuando salen por primera vez a la venta

Mercado Secundario: es el mercado de intercambio de títulos previamente emitidos y que ya figuran en posesión de los inversores. Por ejemplo: las bolsas de valores

Renta Variable: se refiere al mercado bursátil, donde se provee financiamiento por medio de la emisión de acciones, permitiendo además, el intercambio de dichas acciones

Renta Fija: se refiere al mercado de bonos, acá se provee financiamiento por medio de la emisión de bonos, letras, pagarés, obligaciones, etc; permitiendo el intercambio de dichos instrumentos financieros.

Quiere decir entonces, que el mercado de capitales consiste en mercados primarios y en mercados secundarios. Los valores recién emitidos son comprados y vendidos en mercados primarios. Los mercados secundarios permiten a los inversionistas vender títulos que ellos tienen o comprar valores existentes.

Bolsas de Valores

Las Bolsas de valores se pueden definir como mercados organizados y especializados, en los que se efectúan transacciones con títulos valores por medio de intermediarios autorizados, conocidos como Casas de Bolsa o Puestos de Bolsa. Las Bolsas ofrecen al público y a sus miembros las facilidades, mecanismos e instrumentos técnicos que permiten la negociación de títulos valores susceptibles de oferta pública, a precios determinados mediante subasta. Dependiendo del momento en que un titulo ingresa al mercado, estas negociaciones se transarían en el mercado primario o en el mercado secundario.

Características de las Bolsas de Valores

1. Propician el contacto de las empresas con las personas que ahorran.
2. Proporcionan liquidez al crear un mercado de compra venta.
3. Permiten a los pequeños ahorristas acceder al capital de grandes sociedades.
4. Sirven como índice para medir la evolución de la economía.
5. Determinan el precio de las sociedades a través de la cotización.
6. Proporcionan al ahorrista protección frente a la inflación, pues normalmente los rendimientos son mayores que en otras inversiones.

Funciones de las Bolsas de Valores

Proporcionar a los participantes, información veraz, objetiva, completa y constante tanto de los valores como de las empresas inscritas en la Bolsa, sus emisiones y las operaciones que en ella se realicen; de igual manera, supervisar todas las actividades en cuanto al cumplimiento de las regulaciones vigentes.

Bolsa de Valores de Caracas.

Se define como una institución privada con fines de lucro cuyas actividades son reguladas y supervisadas por la Comisión Nacional de Valores, en concordancia con la Ley de Mercado de Capitales de Venezuela.

Objetivo de la Bolsa de Valores de Caracas

Prestar al público los servicios necesarios para realizar de manera continua y ordenada las operaciones con títulos valores, con la finalidad de brindarles liquidez.

Títulos que se negocian en la Bolsa de Valores de Caracas

En la Bolsa de valores se compran y se venden títulos valores representativos de una parte del capital o de una deuda contraída por una empresa emisora. Cuando se refieren a una parte del capital de la empresa, se les conoce como Acciones. Cuando se trata de deuda contraída se llaman Bonos u Obligaciones, Papeles Comerciales, Cédulas Hipotecarias; Pagarés, Letras del Tesoro, Bonos Cero – Cupón, Bonos de la Deuda Pública Nacional (DPN) y de la Deuda Pública Externa Nacional (tales como: Bonos Brady y Bonos Globales), Títulos en moneda extranjera (GDS) y otros.

Los valores mas comunes que se cotizan en la Bolsa de Valores son:

Títulos de Renta Variable

Acciones: Son títulos que representan una parte del capital de la empresa que las emite, convirtiendo al poseedor de la misma en copropietario en la medida de su inversión. Para el inversionista, **las acciones** representan un activo en su patrimonio y puede negociarlas con un tercero a través de las Bolsas de Valores.

ADR (American Depositary Receipt)**:** Son certificados emitidos por bancos de EE.UU. y representan la titularidad de un numero determinado de acciones de una compañía de otro país. Posibilitan la negociación de acciones de empresas extranjeras en las bolsas estadounidenses.

GDS's (Global Depositary Shares)**:** Cada unidad de este titulo representa un numero determinado de acciones de la empresa, estos se transan en dólares a nivel internacional, y son emitidos por un banco extranjero; sin embargo, las acciones que representan están depositadas en un banco localizado en el país de origen de la compañía.

Títulos de Renta Fija

Bonos y Obligaciones**:** Son instrumentos de crédito para obtener dinero, se definen como títulos valores que representan una deuda contraída por la empresa o el ente publico que los emite, poseen características como valor, duración o vida del titulo, fecha de emisión, fecha de vencimiento, cupones para el cobro de los intereses y destino que se dará al dinero que se capte con ellos. Son los más comerciales y negociables en el Mercado de Valores. Los bonos son emitidos por el estado y las obligaciones por empresas privadas.

Vebono: Son títulos electrónicos negociables y al portador; representan obligaciones para la Republica, de acuerdo a lo contemplado en la Ley Orgánica de Administración Financiera del Sector Publico y su Reglamento. Los Vebonos, son la denominación que le ha dado el hoy Ministerio del Poder Popular para las Finanzas a la Quincuagésima Décima Primera emisión de Bonos de la Deuda Publica Nacional (DPN's), correspondiente a empréstitos internos por un monto de Bs.300 mil millones, destinados al pago de pasivos laborales de los profesores, personal administrativo y obrero de las universidades por la homologación de sueldos y salarios realizada durante los años 1998 y 1999. El Decreto de esta emisión 511 de DPN's fue publicado en la Gaceta Oficial de la Republica Bolivariana de Venezuela Extraordinaria numero 5.564, del 24 de diciembre de 2001. Cada beneficiario ha recibido su deuda en bonos, cuyo valor se ha ido ajustando a través de la fijación periódica de las tasas de interés.

Papeles Comerciales: Son valores representativos de deuda de una sociedad anónima. La validez de estos títulos oscila entre 15 días y un año. Su vigencia, es pues, sumamente breve, lo cual constituye su principal ventaja.

***Cedulas Hipotecarias*:** Se refiere a los títulos emitidos por los Bancos Hipotecarios de conformidad con las disposiciones de la Ley General de Bancos y otros Institutos de Crédito. Tienen como garantía los créditos concedidos por el banco emisor, los cuales a su vez gozan del respaldo de una hipoteca sobre un inmueble urbano. Es un instrumento financiero representado por una obligación de rendimiento fijo, vencimiento cierto, amortizable por sorteos y que presenta la garantía especifica de todos o determinados prestamos hipotecarios otorgados por el instituto emisor, además de la garantía general de los activos del instituto que los emite. Los intereses devengados por las cedulas hipotecarias están exentos del pago de impuesto sobre la renta.

¿Cómo negociar en la Bolsa de Valores de Caracas?

Para negociar en la Bolsa de Valores de Caracas, se debe contactar a través de corredores miembros de la institución y sus representantes, quienes acuden a la misma con el fin de vender títulos en nombre de sus clientes.

La relación entre el corredor y el inversionista se basa en la confianza, el interesado (el cliente) en comprar o vender títulos inscritos debe acudir a una Casa de Bolsa miembro de la Bolsa de Valores de Caracas donde se atiende dando respuesta a sus necesidades. Una vez definida la compra o la venta, el corredor debe ejecutar de manera fiel las instrucciones de su representado y hacerlo en las mejoras condiciones.

Durante las sesiones de mercado, también llamadas ruedas, que se llevan a cabo de lunes a viernes dentro de un horario predeterminado, las estaciones de trabajo quedan enlazadas entre si con el computador central, permitiendo que los corredores introduzcan las ordenes de sus clientes y cierren sus negocios con acciones, bonos y otros papeles a la vista de todos.

Seguidamente, la casa de bolsa o el corredor que efectuó la transacción recibe del inversionista el dinero y le hace entrega de la propiedad de los títulos y paralelamente se encarga de entregar al corredor o casa de bolsa de la parte vendedora los fondos correspondientes. El inversionista vendedor recibe este dinero y entrega a su vez, los títulos que ha vendido.

Finalmente, otra manera de invertir es acudiendo a un fondo mutual u otro fondo de inversión, ya que estos manejan portafolios que suelen incluir títulos que se cotizan en el mercado bursátil (Bolsa de Valores).

La Bolsa de Valores es de gran importancia para los ahorristas, empresas o estado, ya que ellos con sus ahorros invierten en títulos valores por los que perciben una utilidad

A continuación desarrollamos con mayor detalle Bonos y Obligaciones; así como, Acciones.

Bonos y Obligaciones

Como ya hemos dicho, tanto los bonos como las obligaciones son instrumentos de crédito que permiten obtener de varios inversionistas cantidades de dinero considerables a largo plazo.

Cuando los bonos y las obligaciones tienen el nombre del propietario se dice son **registrados**; si por el contrario, no tienen el nombre del propietario, entonces se dice son **no registrados.**

El nombre del Bono, esta en concordancia con el propósito para el cual se emite

Las Obligaciones son fundamentalmente, hipotecarias y quirografarias

Hipotecaria, si tiene una garantía real (hipoteca) sobre inmueble o inmuebles propiedad de la empresa emisora

Quirografaria, si está garantizada solamente por el prestigio y solvencia de quien la emite

Características del Bono

1. *Instrumento de crédito*. El portador de un bono es un acreedor de la firma emisora; es por ello que, el poseedor del bono tiene derecho a recibir pagos de intereses y de capital. Sin embargo, un bono no representa propiedad de la firma emisora; por lo tanto, los poseedores de bonos no reciben pago de dividendos como los accionistas.

2. *Fecha definida de vencimiento*. Todas las emisiones de bonos que se venden tienen fecha fija de vencimiento.

3. *Denominación*. Es la cuantía del valor par del bono. Las denominaciones de los bonos tienen generalmente incrementos de Bs. 1, Bs. 10 y Bs. 100.

4. *Prioridad en caso de liquidación*. En caso de que la empresa sea liquidada, los poseedores de bonos son indemnizados primero que los accionistas.

5. *Resguardo o garantía*. La emisión de bonos puede estar o no respaldada por una garantía. Un bono de deuda es un bono que no esta respaldado por una propiedad especifica.

Terminología Básica

Valor Nominal: También llamado *denominación*, es el valor que esta inscrito o impreso en el bono, lo representaremos por ***F*.**

Valor en Redención*:** También llamado *valor de rescate*, es el valor que será pagado al vencimiento del documento y la representaremos por ***V. Algunas veces el valor en redención es igual al valor nominal; cuando esto sucede $F = V$ y se dice que el bono es redimible a la par; pero, cuando $F \neq V$ entonces el valor en redención se expresa como un porcentaje del valor nominal. Esto podemos apreciarlo en el siguiente ejemplo: Si un bono de Bs. 1.000 es redimible al 110% significa que su valor en redención es Bs. 1.100. Generalmente, suele omitirse las palabras por ciento, por lo que es más común decir: un bono de valor nominal Bs. 1.000 redimible a 110.

Tasa de Interés del bono: La cantidad ***I*** que periódicamente paga el bono, se calcula aplicando la tasa ***K*** al valor nominal ***F***, por lo que los intereses periódicos serán

$$\boxed{I = K \cdot F}$$

donde,

I: Intereses del bono

K: Tasa de interés del bono

La tasa de interés del bono (K) se acostumbra a darla en años, pero sin decir los periodos de convertibilidad, y en su defecto se coloca seguidamente de la tasa las iniciales de los meses en que el interés va a ser pagado, entendiéndose que el interés va a ser cancelado el día primero del mes que se indique.

Veamos lo anterior con un ejemplo:

Si un bono de valor nominal Bs. 1.000 paga el 12% EJ., significa que pagará todos los primero de enero el 6%; es decir, 1.000 · (0,06) = 60 Bs. y otros 60 Bs. el primero de julio.

No hay peligro en confundir julio con junio puesto que los periodos deben ser iguales, si hubiésemos pensado que los intereses se pagan el primero de enero y el primero de junio nos habría resultado periodos disparejos, uno de 5 meses y otro de 7 meses.

Si $V = F$ el bono es redimible a la par
Si $V < F$ el bono es redimible con descuento
Si $V > F$ el bono es redimible con premio o con prima

Los intereses *I* del bono se conocen como cupones

Precio de Compra de un bono: El precio de compra se representa por **P**, y equivale al valor actual en la fecha de compra. Si el valor actual se calcula en la fecha de emisión del bono, se denomina **Valor de Emisión**.

***Periodos del bono**:* Se representa por **n** y esta referido al número de pagos de interés desde la fecha de compra hasta su redención.

***Fecha de Emisión**:* Es aquella fecha en que la empresa emisora coloca en el mercado de valores sus obligaciones o bonos.

***Fecha de Redención**:* También llamada fecha de vencimiento, es aquella en que el emisor se compromete a reintegrar el capital que los inversionistas le prestaron.

Continuando con este ejemplo, tenemos:

Supongamos que este bono de Bs. 1.000 se redime a 115, quiere decir que su valor de redención será:

$$1000 \cdot 115 = 1.150 \text{ Bs.}$$

significa este resultado que por cada 1.000 Bs. que se invierten se recibe 1.150 Bs. al momento de la redención, todo ello indica que la redención es con premio o con prima.

Ahora, si por el contrario el valor de redención fuese 990 Bs., quiere decir que dicho bono es redimible con descuento a 990.

Valor de Compra – Venta: Este valor se presenta cuando la obligación o bono se transfiere en una fecha posterior a la de emisión pero generalmente anterior a la de redención. Dicho valor también puede ser a la par, con premio o con descuento.

Valor de Mercado: También conocido como valor de venta o de cotización. Es el precio al que se compra o vende una obligación o valor en el mercado.

Valor de Rescate: Se define como el valor del activo al momento del vencimiento o de la cancelación anticipada; es decir, esta referido al monto recuperable cuando se cancela un titulo antes de su fecha de vencimiento.

Ganancias de Capital: Son aquellas que se logran a partir de una tasa i capitalizable en un determinado número de periodos por año. Es con la que gana el inversionista al comprar obligaciones o bonos.

Cupones: Constituyen el instrumento con que el emisor paga al inversionista los intereses, son desprendibles del bono.

Información que se incluye en las Obligaciones, Bonos u otro Valor

1. Nombre o razón social del emisor
2. Valor nominal
3. Fecha de redención
4. Tasa de interés
5. Fechas de pago de cupones (intereses)
6. Total de bonos emitidos
7. Nombre del propietario, si el documento es registrado
8. Cláusulas adicionales

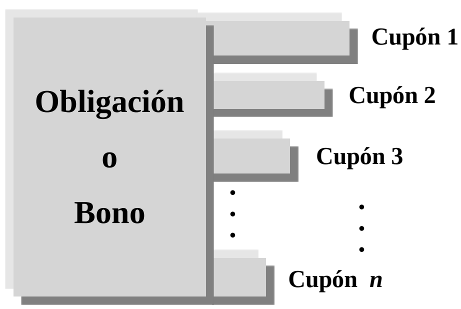
Información que se incluye en cada cupón

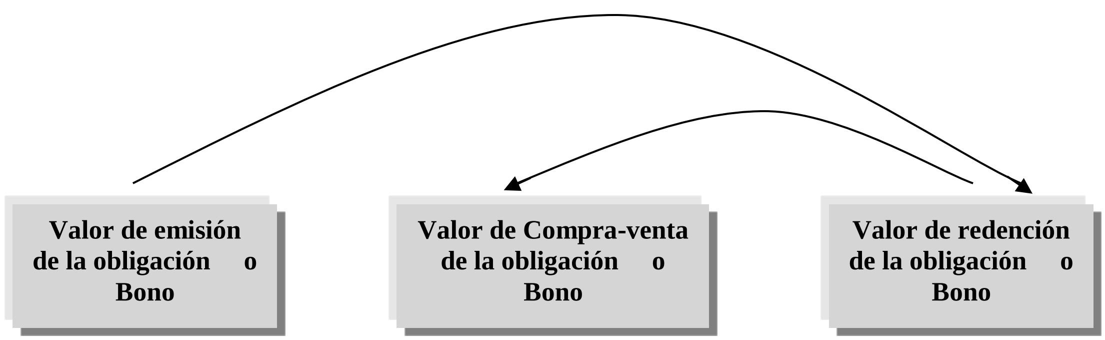
1. Cantidad por la que se cambia; es decir, de intereses tanto en letra como en número.
2. Fecha de cobro y emisión de la obligación o bono a que corresponda.
3. Nombre de la empresa que lo (a) emite.
4. Numero de bono correspondiente.
5. Numero de cupón.

La tasa de interés *(K)* se aplica para el cálculo de los cupones

La tasa de ganancias o de rendimiento *(i)* determina cuanto produce la misma obligación o bono

A continuación mostramos gráficamente el comportamiento de una obligación o bono:





Calculo del Precio de Compra

Vamos a utilizar la formula conocida como **Formula del Bono,** la misma nos permitirá hallar el precio de compra del bono o lo que es lo mismo el valor al momento de la emisión.

$$P = I\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + V(1+i)^{-n}$$

donde,

P: Precio del bono

I: Intereses o cupones

i: Rendimiento del bono (T.I.R)

n: Tiempo que hay entre la fecha de compraventa y de redención

V: Valor en redención

<u>Ejemplo 97:</u>

Un bono de valor nominal Bs. 1.000 es redimible a 115 en 4 años. Si paga el 18% E.A.J.O., hallar el precio de compra para que reditúe el 28% capitalizable trimestralmente.

Solución:

F = 1.000 Bs.

$n = 4 \text{ años} \quad \Rightarrow \quad 4 \cdot 4 = 16 \text{ trimestres}$

$K = 0{,}18 \text{ anual} \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}18}{4} = 0{,}045 \text{ trimestral}$

$i = 0{,}28 \text{ anual} \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}28}{4} = 0{,}07 \text{ trimestral}$

$m = 4$

$V = 1000 \cdot 115\% = 1.150 \text{ Bs.}$

$$\boldsymbol{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}045 \cdot 1000$$

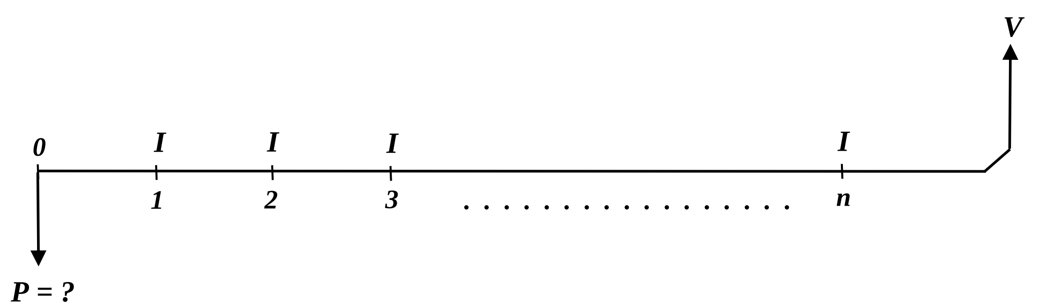
I = 45 Bs. trimestral

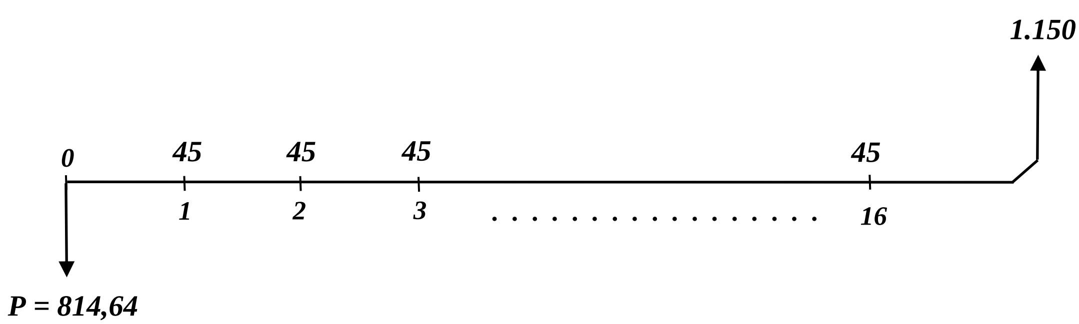
$$P = 45\left[\frac{1-(1+0{,}07)^{-16}}{0{,}07}\right]+1150(1+0{,}07)^{-16}$$

$P = 425{,}10 + 389{,}54$

$\boldsymbol{P = 814{,}64}$ **Bs.**

Podemos apreciarlo ahora gráficamente,





Quiere decir entonces, que un inversionista que espere un rendimiento de 7% trimestral, deberá pagar hoy Bs. 814,64 por el bono de Bs. 1.000, y sus 16 cupones, redimible en 4 años.

Ejemplo 98:

Hallar el precio de compraventa de un bono de Bs. 100 emitido a la par que se coloco en el mercado de valores al 40% pagadero cada semestre. Asuma que el mencionado bono se transfiere 3 años antes de su redención y se espera un beneficio del 30% capitalizable semestralmente para su comprador.

Solución:

$F = 100\ Bs.$

$V = 100\ Bs.$

$K = 0{,}40 \text{ pagadero J.D} \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}40}{2} = 0{,}20 \text{ semestral}$

$n = 3 \text{ años} \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot 2 = 6 \text{ semestres}$

$i = 0{,}30 \text{ anual} \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}30}{2} = 0{,}15 \text{ semestral}$

$m = 2$

$$\mathbf{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}20 \cdot 100$$

$$\mathbf{I = 20\ Bs.\ semestral}$$

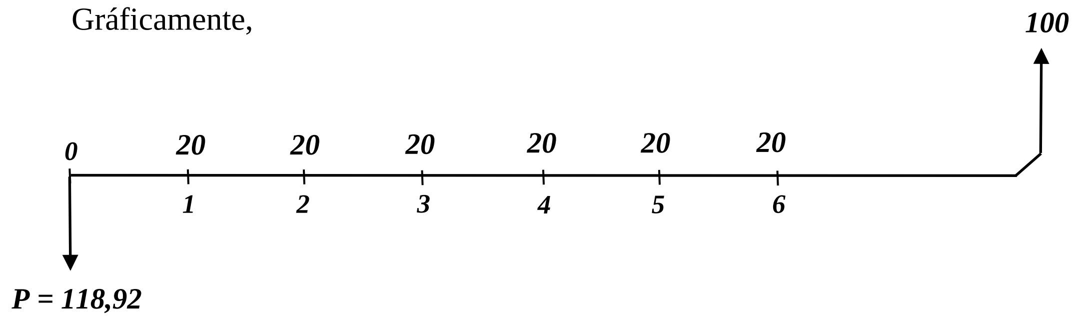
$$P = 20\left[\frac{1-(1+0{,}15)^{-6}}{0{,}15}\right] + 100(1+0{,}15)^{-6}$$

$$P = 75{,}69 + 43{,}23$$

$$\mathbf{P = 118{,}92\ \ Bs.}$$

Quiere decir entonces, que cuando un inversionista espera un rendimiento de 30% pagadero semestralmente; es decir, 15% semestral, deberá pagar Bs. 118,92 por este bono de Bs. 100 y los 6 cupones que lo acompañan antes de su redención (3 años antes).

Gráficamente,



Ejemplo 99:

Con los datos y resultados del ejemplo 98. Calcule la utilidad neta para el comprador por cada uno de los bonos.

Intereses = Bono + Cupones - Inversión

Utilidad Neta = Intereses que gana con su inversión

Bono = F = 100 Bs.

I = 20

n = 6 numero de cupones

Inversión = P = 118,92 Bs.

$$Intereses = 100 + 6\,(\,20\,) - 118{,}92$$

$$Intereses = 100 + 120 - 118{,}92$$

$$\boxed{\boldsymbol{Intereses = 101{,}\ 08\ Bs.}}$$

Ejemplo 100:

Hallar el precio de compraventa de un bono de Bs. 10.000 redimible a 110 en 2 años, que se coloco en le mercado de valores al 30% pagadero semestralmente J.D. Suponga que se espera reditúe el 20% capitalizable semestralmente para su comprador.

Solución:

$F = 10.000 \text{ Bs.}$

$V = 10.000 \cdot 110\% \quad \Rightarrow \quad V = 11.000 \text{ Bs.}$

$K = 0{,}30 \text{ J.D.} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{0{,}30}{2} = 0{,}15 \text{ semestral}$

$i = 0{,}20 \text{ anual} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{0{,}20}{2} = 0{,}10 \text{ semestral}$

$m = 2$

$n = 2 \text{ años} \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot 2 = 4 \text{ semestres}$

$\mathbf{I = K \cdot F}$

$I = 0{,}15 \cdot 10.000$

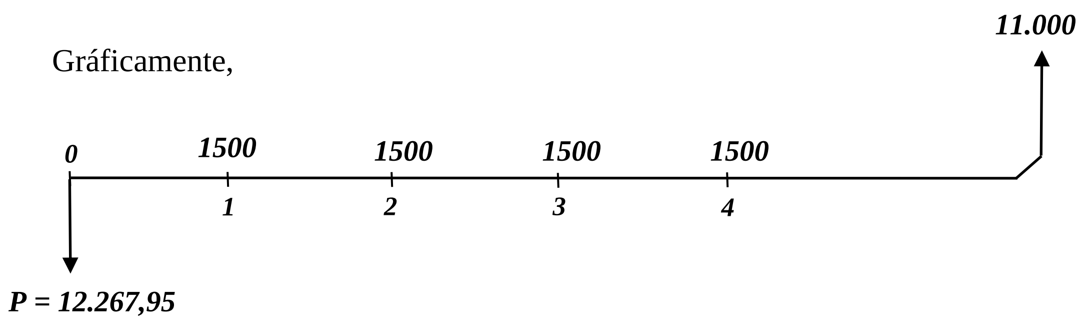
$\mathbf{I = 1.500 \text{ Bs.}}$

$$P = 1500\left[\frac{1-(1+0{,}10)^{-4}}{0{,}10}\right] + 11000(1+0{,}10)^{-4}$$

$P = 4754{,}80 + 7513{,}15$

$\mathbf{P = 12.267{,}95 \text{ Bs.}}$

Gráficamente,



<u>Ejemplo 101:</u>

Con los datos y resultados del ejemplo 100, calcule los intereses que gana el comprador con su inversión.

Solución:

Intereses = Bono + Cupones – Inversión

Bono = F = 10.000 Bs.

Intereses = 1.500 Bs.

Numero de cupones = 4

Inversión = 12.267,95 Bs.

Intereses = 10000 + 4 (1500) – 12267,95

Intereses = 10000 + 6000 – 12267,95

Intereses = 16000 – 12267,95

Intereses = 3732,05 Bs.

Ejemplo 102:

Una empresa realiza una emisión de 200.000 bonos a Bs. 1.000 cada uno, para redimirlos en 5 años, pagando el 9% cada semestre, pero al venderlos a la par queda pagando el 10% semestral. ¿Cuánto recibirá la empresa?

Solución:

Emisión 200.000 bonos

$F = 1.000$ *Bs.*

$n = 5$ *años* $\quad 5 \cdot 2 = 10$ *semestres*

$K = 0{,}09$ *semestral*

$i = 0{,}10$ *semestral*

$$\boldsymbol{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}09 \cdot 1.000$$

$$\boldsymbol{I = 90 \text{ Bs. semestral}}$$

$V = 1.000$ *Bs.*

$$P = 90\left[\frac{1-(1+0{,}10)^{-10}}{0{,}10}\right] + 1000(1+0{,}10)^{-10}$$

$$P = 553{,}01 + 385{,}54$$

$$\boldsymbol{P = 938{,}55 \text{ Bs.}}$$

Significa que la empresa recibirá ***938,55 Bs.*** al quedar pagando el 10% semestral.

Cálculo del Precio de Compra de un Bono en general

La formula que se ha utilizado hasta ahora, es aplicable únicamente para hallar el valor al momento de la emisión o para calcular el precio de compra, pero en una fecha de pago de un cupón; si embargo, cuando la transacción se hace en cualquier otra fecha distinta a pago de cupón se procede de la manera siguiente:

Se halla el precio de compra en la fecha del último pago del cupón y luego se recarga el valor acumulándolo a interés simple, hasta la fecha de compra, aplicando la tasa de rendimiento o de ganancias *(i)*.

Ejemplo 103:

Un bono de valor nominal Bs. 1.000 es comprado el 15 de diciembre de 2002, paga intereses del 18% liquidable mensualmente, dicho bono es redimible a 105 el primero de enero de 2009. Calcular el precio de compra si se espera lograr un rendimiento del 21%.

Solución:

$F = 1.000 \text{ Bs.}$

$$K = 0{,}18 \text{ anual} \quad \Rightarrow \quad \text{paga cada mes } \frac{0{,}18}{12} = 0{,}015 \text{ mensual}$$

$$i = 0{,}21 \text{ anual} \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}21}{12} = 0{,}0175 \text{ mensual}$$

$$\boldsymbol{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}015 \cdot 1000$$

$$I = 15 \text{ Bs.}$$

$$V = 1000 \cdot 105\%$$

$$V = 1.050 \text{ Bs.}$$

Luego, del 01 de enero 2003 al 01 de enero de 2009 el tiempo transcurrido es:

$$6 \text{ años} \cdot 12 \text{ meses} = 72 \text{ meses}$$

El último cupón fue pagado el 01/12/2002, por lo que hallaremos el precio en esa fecha.

$$P = 15\left[\frac{1-(1+0{,}0175)^{-72}}{0{,}0175}\right] + 1050(1+0{,}0175)^{-72}$$

$$P = 611{,}35 + 301{,}10$$

$$\boldsymbol{P = 912{,}45 \text{ Bs.}}$$

El precio de 912,45 Bs. corresponde al 01/12/2002, pero la transacción se hace el 15/12/2002 y como entre el primero y el quince de diciembre hay 14 días, entonces calculamos el monto a interés simple de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{M = C\,(1 + i \cdot n)}$$

C = 912,45

i = 0,21

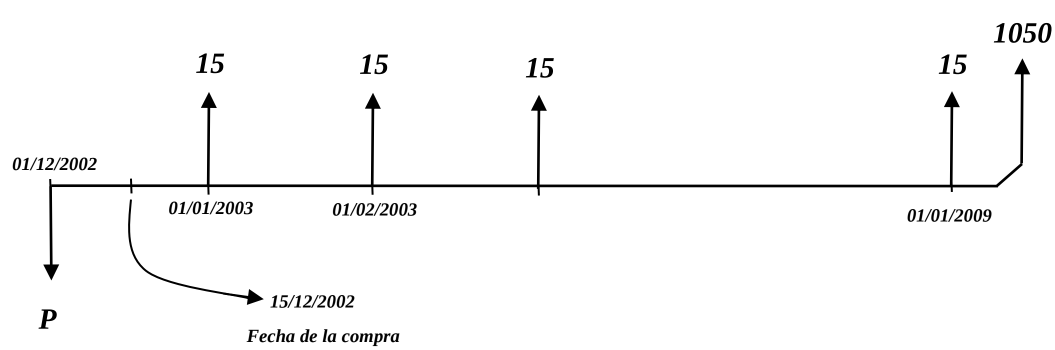
n = 14 días

considerando que **M = P** tenemos,

$$P = 912{,}45\left(1 + 0{,}21 \cdot \frac{14}{360}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{P = 919{,}90\ Bs.}}$$

Gráficamente,



Ejemplo 104:

Un bono cuyo valor nominal es Bs. 10.000, se compra el 15 de diciembre de 2006, el mismo paga intereses de 24% liquidables mensualmente, es redimible a 110 el 01 de enero de 2010. Calcular el precio de compra si se espera un rendimiento del 30%.

Solución:

$F = 10.000\ Bs.$

$K = 0{,}24\ anual \quad \Rightarrow \quad liquida\ mensualmente \quad \frac{0{,}24}{12} = 0{,}02\ mensual$

$V = 10.000 \cdot 110\%$

$V = 11.000\ Bs.$

$i = 0{,}30\ anual \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}30}{12} = 0{,}025\ mensual$

$$\mathbf{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}02 \cdot 10000$$

$$\mathbf{I = 200\ Bs.}$$

El tiempo transcurrido del 01/01/2007 al 01/01/2010 viene a ser:

$$3\ años \cdot 12\ meses = 36\ meses$$

El ultimo cupón fue pagado el 01/12/2006, entonces hallaremos el precio en esa fecha

$$P = 200\left[\frac{1-(1+0{,}025)^{-36}}{0{,}025}\right] + 11000(1+0{,}025)^{-36}$$

$$P = 4711{,}25 \ + \ 4522{,}03$$

$$\boldsymbol{P = 9233{,}28 \ Bs.}$$

Este precio de 9233,28 Bs. corresponde al 01/12/2006, pero como la transacción se realiza el 15/12/2006, entonces, habiendo una diferencia de 14 días, calculamos el interés simple.

$$\boldsymbol{M = P}$$

$$\boldsymbol{M = C\,(1 + i \cdot n)}$$

$C = 9.233{,}28 \ Bs.$

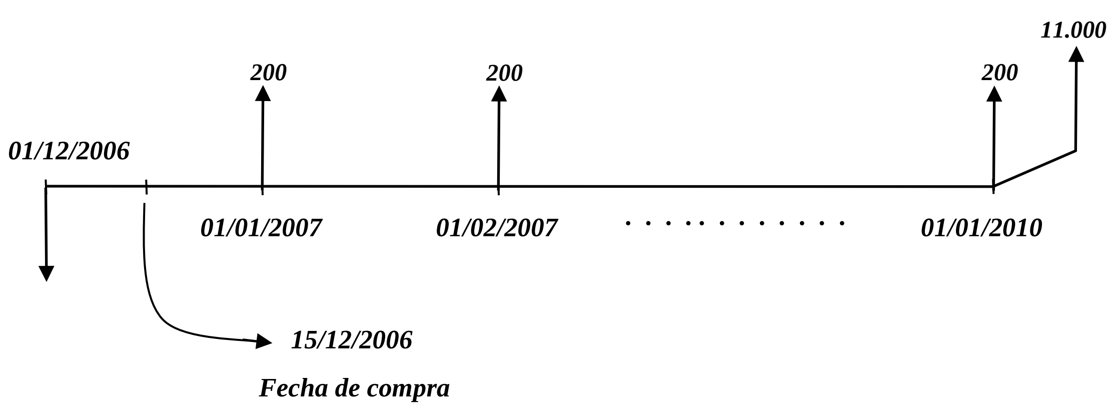
$i = 0{,}30$

$n = 14$ *días*

$$P = 9233{,}28\left(1 + 0{,}30 \cdot \frac{14}{360}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{P = 9.341 \ Bs.}}$$

Gráficamente,



Calculo del Precio entre fechas de Cupón

Ahora vamos a calcular el precio de compra venta de un bono u obligación entre dos fechas; pues no es necesario esperar que venza algún cupón para efectuar su transferencia.

Se puede efectuar este cálculo, atendiendo a dos maneras, a saber:

Operación al seco o al descubierto, se da cuando no se incluyen los intereses del cupón correspondiente al periodo que se transfiere, negociándose a precio de mercado.

Operación con precio neto o precio efectivo, se produce cuando la operación de compraventa se adelanta con intereses.

Precio de Mercado. Se produce de la manera siguiente: hallamos el valor en las fechas de cupón entre las que se encuentra la fecha de transferencia para luego restar o sumar, la parte proporcional de la diferencia entre los dos valores. Para ello hacemos uso de la interpolación lineal.

Ejemplo 105:

Se transfiere un bono de valor nominal Bs. 100 catorce meses antes de su redención. Si pagan intereses del 30 % simple pagadero trimestralmente y se espera un rendimiento del 34 % capitalizable trimestralmente, ¿Cuál es su precio de mercado?

Solución:

$F = 100 \text{ Bs.}$

$$K = 0{,}30 \text{ anual} \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}30}{4} = 0{,}075 \text{ trimestral}$$

$$i = 0{,}34 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}34}{4} = 0{,}085 \text{ trimestral}$$

14 meses antes de su vencimiento se transfiere el bono

1 trim. ——— *3 meses*

n ——— *14 meses*

$$3n = 14$$

$$n = 4{,}66 \text{ trimestres}$$

en este caso, la transferencia del bono se produce cuando faltan entre cuatro y cinco cupones (4,66 trimestres) por lo que debemos efectuar los cálculos considerando

$$n = 4 \text{ trimestres} \qquad y \qquad n = 5 \text{ trimestres}$$

$$\boldsymbol{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}075 \cdot 100$$

$$I = 7{,}50 \text{ Bs.}$$

Cuando faltan 4 trimestres, el valor del bono y sus cupones es:

$$P_1 = 7{,}5\left[\frac{1-(1+0{,}085)^{-4}}{0{,}085}\right] + 100(1+0{,}085)^{-4}$$

$$P_1 = 24{,}56 + 72{,}16$$

$$\boldsymbol{P_1 = 96{,}72 \text{ Bs.}}$$

Cuando faltan 5 trimestres, el valor del bono y sus cupones es:

$$P_2 = 7{,}5\left[\frac{1-(1+0{,}085)^{-5}}{0{,}085}\right] + 100(1+0{,}085)^{-5}$$

$$P_2 = 29{,}55 + 66{,}50$$

$$\mathbf{P_2 = 96{,}05\ Bs.}$$

Luego, la variación de precios entre ambos trimestres es:

$$\Delta P = P_1 - P_2$$

$$= 96{,}72 - 96{,}05$$

$$\Delta P = 0{,}67\ Bs.$$

ahora, el incremento que se tiene en un mes es 1/3 de ΔP

$$\frac{1}{3} \cdot 0{,}67 = 0{,}22\ Bs.$$

Finalmente, el precio de mercado cuando faltan 14 meses para la fecha de redención se obtiene de la suma:

$$P = P_2 + \tfrac{1}{3}\Delta P$$

$$= 96{,}05 + 0{,}22$$

$$\boxed{\mathbf{P = 96{,}27\ Bs.}}$$

Podemos señalar entonces, que el bono se transfiere con descuento. Véase que al calcular ***P*** en las dos fechas, nos resulta un valor menor al de redención.

Ejemplo 106:

El 01/11/2007 se compra una obligación que se redime el 01/07/2009 con valor nominal Bs. 20.000. Los intereses son del 24% y se pagan el 01/01 y el 01/07 de cada año. Si la tasa de rendimiento que se espera es del 16% capitalizable semestralmente. ¿Cuál es el precio de compraventa?

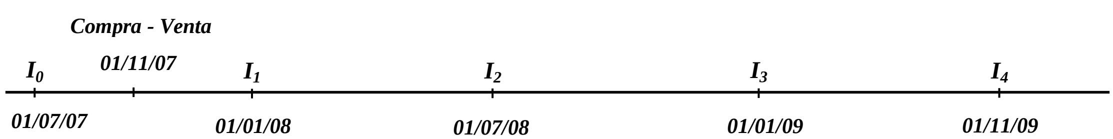
Solución:

$$F = 20.000 \text{ Bs.}$$

$$K = 0{,}24 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}24}{2} = 0{,}12 \text{ semestral}$$

$$i = 0{,}16 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}16}{2} = 0{,}08 \text{ semestral}$$

graficamos para una mejor visualización de las fechas y cantidades



Calculamos el precio de compraventa entre 3 y 4 semestres; es decir, con estos dos valores para interpolar:

- 3 semestres que es la fecha del siguiente cupón
- 4 semestres faltantes para la redención, en la fecha de cupón antes de la compraventa.

$$\boldsymbol{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}12 \cdot 20.000$$

$$\boldsymbol{I = 2.400 \ Bs.}$$

$$P_1 = 2400\left[\frac{1-(1+0{,}08)^{-3}}{0{,}08}\right] + 20000(1+0{,}08)^{-3}$$

$$P_1 = 6185{,}03 + 15876{,}64$$

$$\boldsymbol{P_1 = 22.061{,}67 \ Bs.}$$

$$P_0 = 2400\left[\frac{1-(1+0{,}08)^{-4}}{0{,}08}\right] + 20000(1+0{,}08)^{-4}$$

$$P_0 = 7949{,}10 + 14.700{,}59$$

$$\boldsymbol{P_0 = 22.649{,}69 \ Bs.}$$

Tomando en cuenta que el precio de compra al calcularse para 3 y 4 semestres resulta mayor que al valor de redención, podemos decir que la obligación se estaría adquiriendo con premio.

Viendo la variación de precios, se tiene:

$$\Delta P = P_0 - P_1$$

$$= 22649{,}69 - 22061{,}67$$

$$\boldsymbol{= 588{,}02 \ Bs.}$$

Significa entonces que entre las dos fechas de cupón la obligación reduce su valor en 588,02 Bs., por lo que la reducción entre la primera fecha y la de compraventa será 4/6 de este valor

D	***M***	***A***
01	*07*	*2009*
01	*11*	*2007*
0 d	*-4 m*	*2 a*

$$\frac{-4}{6} \ \text{meses}$$

6 meses equivale a 1 semestre, pues habrían transcurrido 4 de los 6 meses del semestre correspondiente, entonces:

$$588{,}02 \cdot \frac{-4}{6} = -392{,}01$$

Ahora, el valor de compraventa el 01/11/2007 es:

$$P = 22649{,}69 - 392{,}01$$

$$\boxed{\boldsymbol{P = 22.257{,}68\ Bs.}}$$

Precio Neto o Efectivo

Suele suceder, en este caso que el nuevo propietario compra en una fecha donde ya ha transcurrido un número de días que corresponde al pago del siguiente cupón, en ese caso, aun cuando el vendedor desista de la cuota parte de intereses que le corresponde legalmente, es **justo** que el comprador le entregue ese dinero, y es esto lo que ahora vamos a calcular; es decir, la parte del valor del cupón que realmente debe percibir el antiguo propietario.

Para ello vamos a proceder de la siguiente manera:

Encontrar ***I'*** que se obtiene al estimar los I del periodo, por la fracción ***a/b***

donde:

a = tiempo entre la fecha de cupón inmediato anterior y la de compraventa

b = tiempo que hay entre las dos fechas de cupones

Ejemplo 107:

En fecha 19 / 03 se transfiere una obligación cuyo valor nominal es de Bs. 5.000 redimible a la par el 05 / 09 del año siguiente. Si el interés que devenga es del 21% pagadero el día 05 de los meses enero, mayo y septiembre de cada año. ¿Cuál es el precio efectivo de la obligación si se espera un rendimiento del 24,39% capitalizable cuatrimestralmente?

Solución:

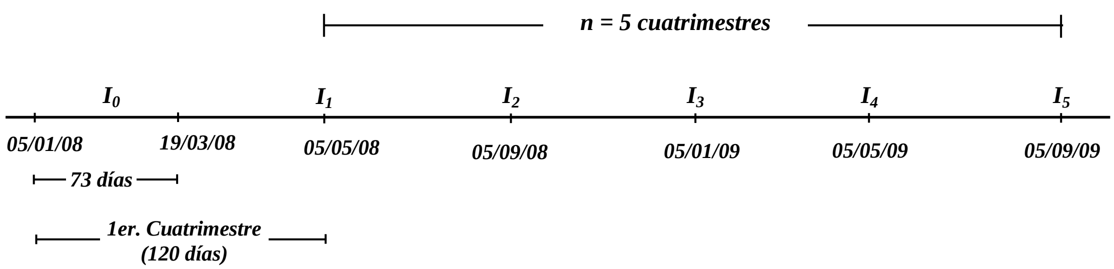
$F = 5.000$

$V = 5.000$

$$K = 0{,}21 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}21}{3} = 0{,}07 \text{ cuatrimestral}$$

$$i = 0{,}2439 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}2439}{3} = 0{,}0813 \text{ cuatrimestral}$$

graficamos,



Entre el 05/01/ 2008 y el 19/03/2008 tenemos exactamente 73 días.

05 de enero – 19 de marzo

= 26 días enero
28 días febrero
<u>19 días marzo</u>
73 días

$$\boldsymbol{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}07 \cdot 5000$$

$$\boldsymbol{I = 350 \text{ Bs.}}$$

$$P_0 = 350\left[\frac{1-(1+0{,}0813)^{-5}}{0{,}0813}\right] + 5000(1+0{,}0813)^{-5}$$

$$P_0 = 1392{,}67 + 3382{,}50$$

$$\boldsymbol{P_0 = 4775{,}17 \text{ Bs.}}$$

Ahora, si tomamos el valor en la siguiente fecha de cupón se tiene:

$$Para \quad n = 4$$

$$P_1 = 350\left[\frac{1-(1+0{,}0813)^{-4}}{0{,}0813}\right] + 5000(1+0{,}0813)^{-4}$$

$$P_1 = 1155{,}89 + 3657{,}50$$

$$\boldsymbol{P_1 = 4.813{,}39\ Bs.}$$

Podemos apreciar que el precio efectivo en ambos periodos toma valores menores al valor de redención de la obligación, por lo que podemos decir que ésta se está adquiriendo con descuento.

Calculando el precio de mercado tomamos los precios obtenidos en las fechas de cupón antes citadas.

$$4813{,}39 - 4775{,}17 = 38{,}22\ Bs.$$

Los intereses proporcionales o la cuota parte del cupón es:

$$\frac{73}{120} \cdot 38{,}22 = 23{,}25\ Bs.$$

El precio de mercado el 19/03/2008 es entonces

$$P = 4775{,}17 + 23{,}25$$

$$\boldsymbol{P = 4.798{,}42\ Bs.}$$

Si los intereses de cada periodo son 350 cuatrimestral, la porción que el comprador debe entregar al vendedor será:

$$\boldsymbol{I'} = \frac{73}{120} \cdot 350$$

$$\boldsymbol{I' = 212{,}91\ Bs.}$$

El precio efectivo o precio neto es:

$$\boldsymbol{P_E} = \textit{precio de mercado en la fecha de transferencia} + \boldsymbol{I'}$$

$$\boldsymbol{P_E} = P_M + I'$$

$$\boldsymbol{P_E} = 4798{,}42 + 212{,}91$$

$$\boxed{\boldsymbol{P_E = 5011{,}33\ Bs.}}$$

<u>Ejemplo 108:</u>

Un bono de valor nominal Bs. 25.000 se redime a 110, 10 años después de su emisión gana intereses del 36%, pagaderos en cupones semestrales. 14 meses después de su emisión, se transfiere rindiendo el 45% capitalizable semestralmente. Hallar el precio de mercado y el precio efectivo.

Solución:

$F = 25.000\ Bs.$

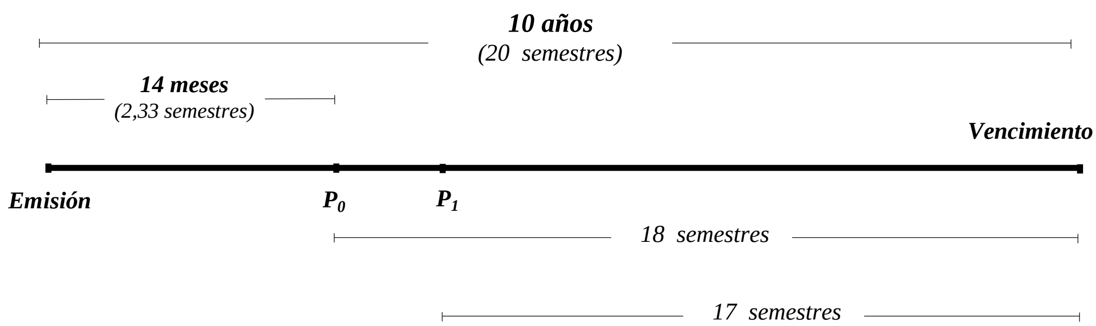
$V = 25000 \cdot 110 = 27.500\ Bs.$

$n = 10$ *años*

$$K = 0{,}36 \qquad \frac{0{,}36}{2} = 0{,}18 \text{ semestral}$$

$$i = 0{,}45 \qquad \frac{0{,}45}{2} = 0{,}225 \text{ semestral}$$

graficamos,



P_0 se encuentra 2 semestres luego de la emisión y 18 semestres antes de la fecha de vencimiento, luego $n = 18$ y $n = 17$

$$\boldsymbol{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}18 \cdot 25.000$$

$$\boldsymbol{I = 4.500 \text{ Bs.}}$$

$$P_0 = 4500\left[\frac{1-(1+0{,}225)^{-18}}{0{,}225}\right] + 27500(1+0{,}225)^{-18}$$

$$P_0 = 19481{,}70 + 712{,}66$$

$$\boldsymbol{P_0 = 20.194{,}36 \text{ Bs.}}$$

$$P_1 = 4500\left[\frac{1-(1+0{,}225)^{-17}}{0{,}225}\right]+27500(1+0{,}225)^{-17}$$

$$P_1 = 19365{,}08 \;+\; 873$$

$$\boldsymbol{P_1 = 20.238{,}08 \text{ Bs.}}$$

Podemos apreciar que ambos precios están por debajo del valor de redención, por lo que podemos decir que el bono se compra con descuento.

Tomando la diferencia

$$\Delta P = P_1 - P_0$$

$$= 20238{,}08 - 20194{,}36$$

$$= 43{,}72$$

Luego, la cuota parte de los intereses es

2 meses entre emisión y P_0

$$= \frac{2}{6}\cdot 43{,}72$$

1 semestre

$$\boldsymbol{= 14{,}57}$$

El valor o precio de mercado es

$$P_M = P_0 + \text{cuota parte } I \;\; (I')$$

$$P_M = 20194{,}36 + 14{,}57$$

$$\boldsymbol{P_M = 20.208{,}93 \text{ Bs.}}$$

$$I' = I \cdot \frac{1}{3}$$

$$I' = 4500 \cdot \frac{1}{3}$$

$$\boldsymbol{I' = 1.500\ Bs.}$$

Precio efectivo o neto

$$P_E = P_M + I'$$

$$P_E = 20208{,}93 + 1500$$

$$\boxed{\boldsymbol{P_E = 21.708{,}93\ Bs.}}$$

Tabla de Inversión para Bonos

Se define como una tabla que muestra el cambio que sufre el valor en libros de un bono a través de toda su vida y este valor es igual a la suma invertida hasta esa fecha; por lo tanto, el valor en libros variará desde su precio de compra, que es su valor inicial hasta el valor de redención que es su valor final.

La tabla de inversión para bonos viene dada por cinco columnas.

n	**Valor en libros**	**Interés**	**Valor cupón**	**Cambio de valor en libros**
1				
2				
3				
.				
.				

donde,

n: es el numero de periodos

Valor en libros:

En el período 1 es el precio de compra inicial; luego el valor en libros del periodo 2 será valor en libros periodo 1 menos cambio de valor en libros periodo 1 y así sucesivamente.

Interés:

Se obtiene al multiplicar el valor en libros por la tasa de rendimiento (***i***).

Valor del cupón:

Es el valor al cual es redimible el bono.

Cambio de valor en libros:

Es la diferencia entre el interés y el valor del cupón.

Cuando el precio de compra (*P*) de un bono es mayor que el valor de redención, se dice que el bono es comprado con prima o premio

Cuando el precio de compra (*P*) de un bono es menor que el valor de redención, se dice que el bono es comprado con descuento

La diferencia entre interés y valor del cupón, que da el cambio de valor en libros, será positiva cuando el bono es comprado con descuento

La diferencia entre interés y valor del cupón que da el cambio de valor en libros, será negativa cuando el bono es comprado con prima o premio

Ejemplo 109:

Elaborar una tabla de inversión para un bono de valor nominal Bs. 1.000 redimible a 110 en 3 años , si paga un interés del 22% M.S. y su tasa de rendimiento (T.I.R) es del 15% capitalizable semestralmente.

Solución:

$F = 1000$ *Bs.*

$V = 1000 \cdot 110\% = 1.100$ *Bs.*

$n = 3$ *años* $\Rightarrow$ $3 \cdot 2 = 6$ *semestres*

$K = 0{,}22 \qquad \frac{0{,}22}{2} = 0{,}11$ *semestral*

$i = 0{,}15 \qquad \frac{0{,}15}{2} = 0{,}075$ *semestral*

$$\mathbf{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}11 \cdot 1000$$

$$\mathbf{I = 110\ Bs.}$$

Calculamos primero el precio de compra

$$P = 110\left[\frac{1-(1+0{,}075)^{-6}}{0{,}075}\right] + 1100(1+0{,}075)^{-6}$$

$$P = 516{,}32 + 712{,}76$$

$$\mathbf{P = 1.229{,}08\ Bs.}$$

n	Valor en libros	Interés	Valor cupón	Cambio de valor en libros
1	*1.229,08*	*92,18*	*110*	*- 17,82*
2	*1.211,26*	*90,84*	*110*	*-19,16*
3	*1.192,10*	*89,41*	*110*	*-20,59*
4	*1.171,51*	*87,86*	*110*	*-22,14*
5	*1.149,37*	*86,20*	*110*	*-23,80*
6	*1.125,57*	*84,42*	*110*	*-25,58*

V = 1.099,99 Bs.

Ejemplo 110:

Un bono de valor nominal Bs. 1.000 será redimido a la par el 01/11/ 2010, paga intereses del 10% M.N. y su tasa de rendimiento es del 20% capitalizable semestralmente. Hallar su precio de compra y elaborar una tabla de inversión, si es comprado el 20 de junio de 2008.

Solución:

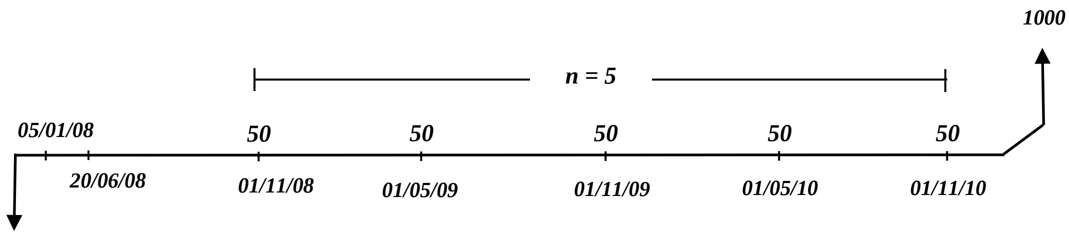
$F = 1.000 \text{ Bs.}$

$V = 1.000 \text{ Bs.}$

$$K = 0{,}10 \text{ M.N.} \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05 \text{ semestral}$$

$$i = 0{,}20 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}20}{2} = 0{,}10 \text{ semestral}$$

graficamos para visualizar mejor el tiempo,



$$\boldsymbol{I = K \cdot F}$$

$$I = 0{,}05 \cdot 1.000$$

$$\boldsymbol{I = 50\ Bs.}$$

$$P = 50\left[\frac{1-(1+0{,}10)^{-5}}{0{,}10}\right] + 1000(1+0{,}10)^{-5}$$

$$P = 189{,}54 + 620{,}92$$

$$\boldsymbol{P = 810{,}46\ Bs.}$$

Ahora vamos a hallar el precio de compra el 20 / 06 / 2008, para ello calculamos el monto a interés simple por el tiempo que transcurre desde la fecha de pago del cupón, hasta la fecha de transacción.

D	***M***	***A***
20	*06*	*2008*
01	*05*	*2008*
19 días	*1 mes*	*0 años*

Considerando días exactos, *mayo 31 días*

junio 19 días

= 50 días

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 810{,}46\left(1 + 0{,}20 \cdot \frac{50}{360}\right)$$

$$\boldsymbol{M = 832{,}97\ Bs.}$$

Este es el precio del bono en la fecha de transacción.

Pero el antiguo dueño tiene derecho a una fracción de cupón por haber tenido el bono 50 días todavía en su propiedad, entonces calculamos el valor del cupón considerando la cuota parte correspondiente así:

1 semestre = 180 días

luego ,

180 días ______________ *50 (interés = cupón)*

50 días _______________ *X*

$$180 \cdot X = 50 \cdot 50$$

$$180\,X = 2500$$

$$\boldsymbol{X = 13{,}89\ Bs.}$$

es lo que corresponde al antiguo propietario del cupón.

Entonces **el valor en libros** debe ser el precio del bono en la fecha de transacción, menos el importe de la fracción de cupón, esto es:

$$832{,}97 - 13{,}89 = 819{,}08\ Bs.$$

Ahora procederemos a elaborar la tabla de inversión teniendo en cuenta que para el primer periodo el valor en libros es

819,08 Bs.

y que el interés de

$$\mathbf{\mathit{819{,}08 \cdot 0{,}10 = 81{,}91\ Bs.}}$$

es para todo el periodo; como hasta el momento de la transacción han pasado 50 días y faltan 130 días, entonces calculamos el interés sobre el valor en libros en forma de cuota parte (proporcional) así:

$$81{,}91 \cdot \frac{130}{180} = 59{,}16 \quad Bs.$$

y el valor del cupón también es calculado en forma de cuota parte (proporcional)

$$50 \cdot \frac{130}{180} = 36{,}11\ Bs.$$

seguidamente se elabora la tabla como se realizó en el ejemplo 109.

n	**Valor en libros**	**Interés**	**Valor cupón**	**Cambio de valor en libros**
1	*819,08*	*59,16*	*36,11*	*23,05*
2	*842,13*	*84,21*	*50*	*34,21*
3	*876,34*	*87,63*	*50*	*37,63*
4	*913,97*	*91,40*	*50*	*41,40*
5	*955,37*	*95,54*	*50*	*45,54*

$V = \quad 1.000{,}91$

Acciones

Ya hemos dicho en apartados anteriores, que las acciones son títulos que representan una parte del capital de la empresa que las emite, estas empresas pueden ser industriales, comerciales y/o de servicios.

Existe diversidad de formas para calcular el rendimiento o beneficio de acciones; sin embargo, aún cuando la más idónea de acuerdo al negocio que se lleve a cabo, sería aquella que el corredor de bolsa considere o él mismo genere, en este libro texto abordaremos ciertas formas de lograrlo.

A continuación, se considerará la tasa efectiva de rendimiento tanto mensual como anual

Tasa efectiva de rendimiento mensual: Es de aplicación en la compra venta de valores en el mercado bursátil.

$$\boxed{e = (1+i)^{\frac{30}{q}} - 1}$$

donde,

e: Tasa de rendimiento mensual

i: Tasa que corresponde a un período de "***q***" días.

q = *n* (tiempo)

$$i = \frac{I}{C}$$

siendo,

$$I = \text{ interés} \quad y \quad C = capital$$

Tasa efectiva de rendimiento anual:

$$\boxed{e = (1+i)^{\frac{365}{q}} - 1}$$

Ejemplo 111:

Supongamos que las acciones de una determinada empresa se cotizaron en Bs. 11.500 el 01/03/2008 y en Bs. 11.896,85 el 29/03/2008. Calcular la tasa efectiva de rendimiento mensual.

Solución:

$C = 11.500$ *Bs.*

$M = 11.896{,}85$

$n = 29 - 01 = 28$ *días*

$$\mathbf{I = M - C}$$

$$I = 11896{,}85 - 11500$$

$$\mathbf{I = 396{,}85\ Bs.}$$

$$i = \frac{I}{C}$$

$$i = \frac{396{,}85}{11500}$$

$$i = 0{,}0345086956$$

$$e = (1+i)^{\frac{30}{q}} - 1$$

$$e = (1 + 0{,}0345086956)^{\frac{30}{28}} - 1$$

$$e = 0{,}0271328159 \cdot 100$$

$$\boxed{\mathbf{e = 2{,}71\ \%\ \ aproximadamente}}$$

Ejemplo 112:

Con los datos del ejemplo 111. ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual?

Solución:

$$e = (1+i)^{\frac{365}{q}} - 1$$

$$e = (1+0{,}0345086956)^{\frac{365}{28}} - 1$$

$$e = 0{,}556216849 \cdot 100$$

.

$$\boxed{\boldsymbol{e = 55{,}62\ \%\quad aproximadamente}}$$

Ejemplo 113:

Las acciones de una empresa comercial se cotizaron el 16/03/2008 en Bs. 25,32 cada una y el 16/06/2008 estaban en Bs. 26,43. Diga: ¿Cuál es la tasa de rendimiento mensual? Y ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual?

Solución:

$C = 25{,}32$

$M = 26{,}43$

D	**M**	**A**
16	*06*	*2008*
16	*03*	*2008*
0 días	*3 meses*	*0 años*

15 días de marzo

30 días de abril

31 días de mayo

<u>*16 días de junio*</u>

92 días

$$\boldsymbol{I = M - C}$$

$$I = 26{,}43 - 25{,}32$$

$$I = 1{,}11 \ \ Bs.$$

$$i = \frac{I}{C}$$

$$i = \frac{1{,}11}{25{,}32}$$

$$i = 0{,}0438388625$$

$$e = (1+i)^{\frac{30}{q}} - 1$$

$$e = (1 + 0{,}0438388625)^{\frac{30}{92}} - 1$$

$$e = 0{,}014089133 \cdot 100$$

$$\boxed{\boldsymbol{e = 1{,}41\ \%\ \ \text{mensual aproximadamente}}}$$

$$e = (1+i)^{\frac{365}{q}} - 1$$

$$e = (1 + 0{,}0438388625)^{\frac{365}{92}} - 1$$

$$e = 0{,}185567362 \cdot 100$$

$$\boxed{\boldsymbol{e = 18{,}56\ \%\ anual\ aproximadamente}}$$

Ejemplo 114:

¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual de las acciones que el 10/02/2008 se cotizaron en Bs. 19,57 y el 28 / 02 / 2008 descendieron a Bs. 19,08.

Solución:

$C = 19{,}57$ *Bs.*

$M = 19{,}08$ *Bs.*

$n = 28 - 10 = 18$ *días* $= q$

$$\boldsymbol{I = M - C}$$

$$I = 19{,}08 - 19{,}57$$

$$I = -0{,}49 \ Bs.$$

$$i = \frac{I}{C}$$

$$i = \frac{-0{,}49}{19{,}57}$$

$$\boldsymbol{i = -0{,}0250383239}$$

$$e = (1+i)^{\frac{30}{q}} - 1$$

$$e = [1+(-0{,}0250383239)]^{\frac{30}{18}} - 1$$

$$e = -0{,}0413812751 \cdot 100$$

$$\boxed{\boldsymbol{e = -4{,}14\ \%\ \text{mensual aproximadamente.}}}$$

El valor

$$\boldsymbol{e = -4{,}14\ \%}$$

significa que si el ritmo de baja en el precio de las acciones se mantiene, en 30 días la pérdida que habría estaría por el orden del 4,14 %.

<u>Ejemplo 115:</u>

¿Cuál es la tasa de rendimiento anual en el ejemplo 114?

Solución:

$$e = (1+i)^{\frac{365}{q}} - 1$$

$$e = [1+(-0{,}0250383239)]^{\frac{365}{18}} - 1$$

$$e = -0{,}4020128117 \cdot 100$$

$$\boxed{\boldsymbol{e = -40{,}20\ \%\ \text{anual aproximadamente}}}$$

El resultado obtenido significa que si el ritmo de baja en el precio de las acciones se mantiene, en un año la pérdida sería de aproximadamente 40,20 %.

Problemas Propuestos

Consideraciones:

- **Mientras no se diga lo contrario, estaremos refiriéndonos al mercado de capitales, donde se produce el intercambio de algunos títulos valores y títulos de inversión que se negocian en la Bolsa de Valores.**

- **Nos referiremos a la emisión, financiamiento, compra venta de acciones, bonos y obligaciones.**

1. 1 . *¿Qué es Mercado Financiero?*

2. *¿Cómo esta conformado el mercado financiero?*

3. *¿Qué es Mercado de Capitales'*

4. *¿Qué es Mercado Primario?*

5. *¿Qué es Mercado Secundario?*

6. *¿Qué es Renta Variable?*

7. *¿Qué es Renta Fija?*

8. *¿Qué es Bolsa de Valores?*

9. *¿Qué es Bolsa de valores de Caracas?*

10. *¿Cuáles son los valores mas comunes que se negocian en la Bolsa de Valores de Caracas?*

11. *¿Qué es un Bono?*

12. *¿Qué es una Obligación?*

13. *¿Qué es un Cupón?*

14. *¿Qué son Acciones?*

15. *Un bono de valor nominal Bs. 1.000 redimible a la par el 01/06/2011 paga intereses del 10% J.D. Hallar su precio de compra al 01/12/2007 para que su tasa de rendimiento sea 15% capitalizable semestralmente.*

Respuesta: 867,58 Bs.

16. *Un bono de valor nominal Bs. 5.000 es redimible a 110 el 01/ 10 / 2020 y paga intereses del 18% E.A.J.O. Hallar su precio de compra el 01/ 04 / 2014 para que su tasa de rendimiento sea 10% capitalizable trimestralmente.*

Respuesta: 7.158,18 Bs.

17. *Un bono de valor nominal Bs. 10.000 es redimible a 105 el 01/08/2011 y paga intereses del 8% F.A. Hallar su precio de compra el 01/02/2009 si su tasa de rendimiento es del 12% capitalizable semestralmente.*

Respuesta: 9.531,16 Bs.

18. *Un bono de valor nominal Bs. 10.000 es redimible a la par el 01/12/2015 pero puede ser redimido el 01/06/2011 o en cualquier momento dentro de estas fechas siempre que coincida con el pago de un cupón. Si el bono paga un interés del 12% J.D. y es emitido el 01/12/2005. ¿Cuál debe ser el precio de emisión para que su tasa de rendimiento sea mínimo del 15% capitalizable semestralmente.*

Respuesta: 8.470,82 Bs.

19. *Una compañía telefónica emitió bonos por Bs. 15.000 que devengan intereses del 42% y que vencen a la par el 01/07/2020. Los intereses se pagan el día primero de E.A.J.O. de cada año; es decir; cada trimestre. Se pide determinar su valor el 01/10/2012 si se pretende una ganancia con el 40% capitalizable trimestralmente. Determinar el precio de compra – venta el 01/07/2015.*

Respuesta: a) 15.710,93 Bs. b) 15.638,51 Bs.

20. *Calcular el valor de compra venta, 6 años antes de su redención de un bono de valor nominal Bs. 5.000 que paga intereses en cupones semestrales de Bs. 450 y se espera un beneficio del 36% capitalizable semestralmente.*

Respuesta: 2.843,05 Bs.

21. *Una obligación con valor nominal Bs. 6.000 se redime a 106 después de 5 años ganando intereses del 27% que se paga en cupones trimestrales. 20 meses después de la emisión se transfiere con un rendimiento para el comprador del 23.8% capitalizable trimestralmente. Hallar el precio de mercado.*

Respuesta: 6.666,11 Bs.

22. *Hallar el precio efectivo del problema 21.* ***Respuesta: 7.071,11 Bs.***

23. *El 10/01/2008 se negocia un grupo de obligaciones de valor nominal Bs. 12.000 cada una y con redención a la par el 10/01/2009. ¿Cuál es el precio de mercado de cada una de las 10 obligaciones si el interés que devengan es del 21% pagadero el día 10 de los meses de E.M.S. de cada año y se espera un rendimiento del 19,17% con capitalización cuatrimestral?*

Respuesta: 12.194,26 Bs.

24. *Elaborar una tabla de inversión para el bono del problema 15.*

25. *Elaborar una tabla de inversión para el bono del problema 17.*

26. *¿Cuál será la tasa efectiva de rendimiento anual de un grupo de acciones que un día determinado se cotizaron en Bs. 15.250 y a los 23 días estaban en Bs. 15.920?* ***Respuesta: 97,85% anual***

27. *¿Cuál es la tasa efectiva de rendimiento mensual de las acciones de una compañía que estuvieron en Bs. 2.705 y descendieron a Bs. 2.693 en 16 días?*

Respuesta: – 0,083% mensual

Tema de interés: La Reconversión Monetaria en Venezuela

Hemos considerado importante tocar este tema, pues constituye una medida de política económica implementada desde poco tiempo en nuestro país. Queremos proporcionar información sobre los resultados de la implementación en otros países, causas que la originan en Venezuela, fundamento legal en Venezuela, instituciones que deben velar por el cumplimiento del decreto ley, objetivo de la reconversión monetaria en Venezuela, definición de reconversión monetaria, el nuevo cono monetario en Venezuela, la regla del redondeo, el código ISO del bolívar, los tipos de cambio; así como, algunos resultados de la reconversión monetaria en Venezuela, luego de transcurrido más de doce meses de su implementación.

Países de América y Europa que han llevado a cabo la Reconversión Monetaria.

La reconversión o desmonetización, como se llama el cambio que realiza el Estado a su moneda de curso legal, tiene innumerables ejemplos en América y en Europa. Este fenómeno consiste en trasladar matemáticamente los valores existentes a la fecha de la reconversión en valores de una nueva moneda. En todos los casos se observan distintas formas y distintas consecuencias. El ejemplo mas conocido y, además similar a lo establecido en Venezuela, fue el utilizado en **Francia** en 1959, donde se modificó el franco, hoy conocido como franco viejo y se trasladó a una nueva unidad monetaria, llamada franco nuevo. Cada 100 francos viejos correspondían a 1franco nuevo. Se comenta que el propósito fundamental de esta medida fue psicológico; es decir, buscar la mayor confianza en la moneda.

Otro ejemplo de interés fue la reconversión monetaria en **Alemania**, ocurrida en 1948, que no solo cambió el nombre del dinero, sino que fijó la proporción de 10 a 1, con una serie de excepciones que complicaron la aplicación práctica de estas operaciones. Los sacrificios sociales que esta reforma produjo fueron tolerados probablemente porque Alemania en aquel entonces había sido ocupada militarmente.

En **Argentina** el peso tiene una historia caracterizada por los cambios. La última etapa responde a una brutal inflación de 4.900 % en 1989 y 2.300 % en 1990. En 1991 comienza el plan de convertibilidad con el cual nace la moneda actual, denominada peso convertible, a razón de 10.000 australes por un peso o un dólar. Desde 1992 es la moneda vigente con algunos ajustes que datan de 2002.

En 1942 **Brasil**, toma el cruzeiro como su unidad monetaria equivalente a 1000 reales. Luego de una serie de adaptaciones y cambios de nombres, en 1990 se le devuelve su denominación tradicional de cruzeiro que, en 1993, se convierte en el cruzeiro real, equivalente a 1000 cruzeiros. En 1994 se constituye el real como unidad del sistema monetario con equivalencia de 2.750 cruzeiros reales.

Chile ha pasado por el peso y el escudo. En 1959 el peso fue reemplazado por el escudo, con la equivalencia de 1.000 pesos por escudo. Luego, en 1975 se reestableció el peso, equivalente a 1.000 escudos, que es la unidad monetaria oficial actualmente.

En **México** la transformación de mayor importancia ocurrió en el año 1992, cuando se creó una nueva unidad monetaria transitoriamente denominada nuevo peso, equivalente a 1.000 pesos de la unidad anterior. El adjetivo “nuevo” se eliminó en años recientes.

El sol de oro, unidad monetaria que entró en vigencia en **Perú** a partir de abril de 1931, tuvo vigencia hasta 1985. El inti lo reemplazó con equivalencia de 1.000 soles de oro por un inti. Esta unidad monetaria tuvo vigencia hasta 1991. Transitoriamente se estableció el inti millón que equivalía a un millón de intis. En el mismo año entró en vigencia el nuevo sol que equivale a un inti millón.

Aunque en situaciones diferentes y mucho mas complicada, en 1999, en algunos países miembros de la **Unión Europea**, comenzó a regir una moneda única denominada Euro. La creación de esta moneda tenía como fin lograr una unión económica y monetaria. Los primeros años de su implementación estuvieron llenos de problemas, particularmente en materia de redondeo, que solo con el tiempo ha podido en parte, resolverse.

Si miramos con atención las diversas situaciones antes descritas, que aun con un denominador común, consistente en convertir una unidad monetaria en una nueva, con una determinada equivalencia con la anterior, sin o con cambio de nombre, nos daremos cuenta que las operaciones de reconversión no han sido fáciles y han tenido que afrontar problemas y consecuencias de la más diversa índole, tanto positivos como negativos.

Cabe señalar, que en lo referente a reconversión monetaria, solo la experiencia de Brasil dejó consecuencias positivas; ya que a través, del "Plan Real", implementado en el año 1994 el gobierno brasileño logró controlar una inflación que llegó a alcanzar el 40 %.

Causas de la Reconversión Monetaria en Venezuela

Con el paso del tiempo y debido a la pérdida del poder de compra de las monedas y billetes, entraron en circulación nuevas especies monetarias de mayor denominación, y fueron desapareciendo las de menor denominación, por lo que se experimentaron sucesivos cambios en el cono monetario. Por ejemplo, en los años setenta el billete de mayor denominación era el de 100 bolívares; en los ochenta, el billete de 500 bolívares; para finales de los noventa ya estaba en circulación el billete de 20.000 bolívares y para el año dos mil dos entró en circulación el billete de 50.000 bolívares. A medida que la economía fue demandando la introducción de billetes de mayor denominación, se fue complicando la comprensión, uso y manejo del dinero nacional. Por ello, se veía llegar una reconversión monetaria.

Bases Legales de la Reconversión Monetaria en Venezuela

En fecha seis de marzo del año dos mil siete, según decreto Nº 5.229 y publicado en Gaceta Oficial Nº 38.638, de fecha 06/03/07, se dicta el decreto con Rango, Valor y Fuerza de Ley de Reconversión Monetaria.

Dicha Ley indica en su artículo 1:

> "A partir del primero de enero de 2008, se expresa la unidad del sistema monetario en la República Bolivariana de Venezuela, en el equivalente a un mil bolívares actuales. El bolívar resultante de esta reconversión, continuará representándose con el símbolo "Bs.", siendo divisible en cien (100) céntimos. En consecuencia todo importe expresado en moneda nacional antes de la citada fecha, deberá ser convertido a la nueva unidad dividiendo entre 1.000 y llevado al céntimo más cercano".

Instituciones que deben velar por el cumplimiento del Decreto Ley de Reconversión Monetaria en Venezuela

El cumplimiento de la Ley será atendido por los siguientes organismos:

- Banco Central de Venezuela (BCV)
- Comisión Nacional de Valores (CNV)
- Superintendencia de Bancos y Otras Instituciones Financieras
- Superintendencia de Seguros
- Servicio Nacional Integrado de Administración Aduanera y Tributaria (SENIAT)
- Defensoría del Pueblo
- Instituto Nacional de Defensa del Consumidor y el Usuario.

Objetivos de la Reconversión Monetaria en Venezuela

- Lograr mayor eficiencia en los sistemas de pago vigentes en la nación, al manejar cifras pequeñas. Unido a una mayor confianza del signo monetario.
- Disminución de los gastos operativos de la banca.
- Facilitar el manejo presupuestario del estado, municipios, concejos comunales, empresas públicas y privadas; así como, facilitar procedimientos contables.
- Incrementar la seguridad de las personas en el manejo de billetes y monedas.
- Reducir la inflación.
- Producir efectos psicológicos "positivos".
- Facilitar las transacciones en dinero.
- Facilitar la comprensión de cantidades muy grandes de dinero.

Para el BCV ; de manera general, la reconversión monetaria forma parte de un conjunto de medidas orientadas a lograr un crecimiento sostenido, generalizado y diversificado, incrementar la inclusión social y la reducción de la inflación, como parte de una estrategia de corto, mediano y largo plazo. La iniciativa monetaria estará acompañada de un conjunto de políticas (reducción de la alícuota del impuesto al valor agregado – IVA- , reorientación de los ingresos petroleros, reducción de los euro públicos no utilizados, emisión de títulos de deuda publica para disminuir la liquidez, entre otros) que en su conjunto ayudarán a alcanzar la meta de abatir el incremento de los precios.

¿Qué es la Reconversión Monetaria?

Es una medida de política pública que simplifica la comprensión, uso y manejo del dinero nacional, mediante su expresión en una nueva y menor escala equivalente. Es decir, la reconversión monetaria consiste en eliminar un número específico al dinero y llevar a esa nueva escala monetaria todo aquello que se exprese en moneda nacional. Abarca todos los importes, a saber: precios de los bienes y servicios que se venden en el país, sueldos y salarios, ahorros, pensiones, deudas, alquileres y demás compromisos de pago, tipo de cambio e impuestos, entre otros.

Durante algún tiempo se plantean mecanismos que ayudan a los ciudadanos a establecer las equivalencias de las monedas y billetes de la escala monetaria que se reconvierte, con las monedas y billetes de la nueva escala, para que las personas puedan utilizar ambas denominaciones monetarias con facilidad y confianza durante el tiempo que circulen conjuntamente las dos familias de monedas y billetes.

En el caso de Venezuela, la reconversión monetaria consiste en dividir entre mil (1.000) o eliminar tres ceros a la moneda nacional y adaptar esa nueva escala monetaria a todo importe que se exprese en bolívares. La medida significa que los precios, salarios, pensiones y demás prestaciones de carácter social, bonos, tributos, sumas en moneda nacional contenidas en estados financieros u otros documentos contables o en títulos de crédito y, en general, cualquier operación o referencia en bolívares actuales deberá ser convertida a "bolívares fuertes" dividiendo sus montos entre mil (1.000).

Con la reconversión monetaria no se da cambio en la denominación de la moneda nacional, ésta sigue siendo el bolívar, pero para lograr una familiarización mas tranquila, efectiva y rápida con la nueva escala monetaria, durante un periodo transitorio se le añade el adjetivo “fuerte” a la palabra “bolívar”, para quedar “bolívar fuerte”. Este se representará como “Bs.F.”. Por ejemplo, un salario de Bs. 672.000, al llevarlo a la nueva escala monetaria equivaldrá a Bs.F. 672. Un pago de electricidad de Bs. 23.170 equivaldrá a Bs.F. 23,17. Un kilo de harina de maíz de Bs. 1.400 equivaldrá a Bs.F. 1,40. Como se puede observar, para obtener la nueva escala monetaria, lo que se hizo en los ejemplos mencionados, fue dividir entre mil (1.000) cada precio o correr la coma tres lugares hacia la izquierda. Significa entonces, que:

1.000 Bs. = 1 Bs.F.

El nuevo Cono Monetario en Venezuela

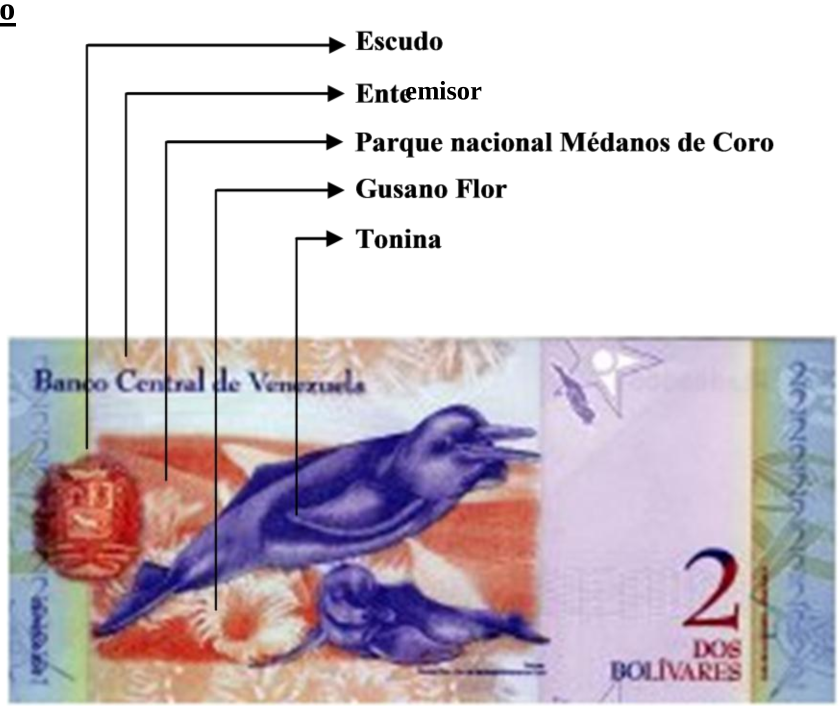
Se llama cono monetario a la familia de billetes y monedas en circulación. El nuevo cono monetario contiene siete (7) monedas y seis (6) billetes. Las monedas son de 1 bolívar fuerte, 50 céntimos, 25 céntimos, 12,5 céntimos, 10 céntimos, 5 céntimos y 1 céntimo. Los billetes son de las siguientes denominaciones: Bs.F. 2, Bs.F. 5, Bs.F. 10, Bs.F.20, Bs.F.50 y Bs.F.100. Las nuevas monedas y billetes no contienen la palabra “fuerte”, pero sus características permitirán diferenciarlos de la familia de billetes y monedas actuales, por lo que se reconocen fácilmente.

A continuación se presenta una descripción detallada del Cono Monetario de Venezuela:

Diseño del Billete de Bs. 2

Anverso

Reverso



FRANCISCO DE MIRANDA "GENERALÍSIMO"

Nació en Caracas el 28 de marzo de 1750.Hijo de un canario y una caraqueña se convirtió en precursor de la Independencia de Venezuela e Hispanoamérica, pero además participó en la independencia de los Estados Unidos y en la Revolución Francesa. Fue reconocido como el "primer criollo universal" por su formación y espíritu viajero. Conoció las principales lenguas de occidente y traducía del latín y del griego. Le dio a la nación la bandera tricolor, que izó en la Vela de Coro el3 de agosto de 1806, y estampó su firma en el Acta de Independencia Murió preso en Cádiz (España), el 14 de junio de 1816.

El retrato del Generalísimo Francisco de Miranda es una copia del original de Georges Rouget elaborada por Charles Ventrillon-Horber (s/f).

TONINA
"Unia Geoffrensis"

Se encuentra desde Venezuela hasta Perú y es considerado el cetáceo de agua dulce más grande del mundo. En Venezuela puede ser apreciada en la cuenca del Orinoco, incluyendo los ríos Casiquíare y Negro. La principal amenaza para su supervivencia es la construcción de represas hidroeléctricas en su hábitat, que fracciona sus poblaciones e interfiere con el flujo genético entre ellas.

PARQUE NACIONAL MEDANOS DE CORO

Fue declarado Parque Nacional el 6 de febrero de 1974. Su territorio abarca el Istmo que lleva su nombre, en el estado Falcón. Su formación se debe a la acción constante de los vientos alisios que soplan por lo general de este a oeste. Este parque es una de las representaciones naturales más importantes del paisaje venezolano.

GUSANO FLOR

Especie marina que pertenece a la familia de los poliquetos. Se puede encontrar en el Mar Caribe, Océano Pacífico y Océano Atlántico, sobre sustratos duros como rocas y corales, pilotes de muelles y cascos de embarcaciones.

<u>Diseño del Billete de Bs. 5</u>

<u>Anverso</u>

País

Serial

Denominación en números y letras

Firmas de las Autoridades del BCV

Pedro Camejo (Negro Primero)

<u>Reverso</u>

Escudo

Ente emisor

Llanos Venezolanos

Cuspón o Cachicamo Gigante

PEDRO CAMEJO (NEGRO PRIMERO

Nació en el estado Apure, en la población de San Juan de Paraya, en 1790. A comienzos de la Guerra de Independencia formó parte del ejército realista. En 1816 llegó a las fuerzas republicanas comandadas por el General José Antonio Páez. En este ejército ostentó el grado de oficial de caballería (teniente). Fue uno de los 150 lanceros que participaron en la batalla de las Queseras del Medio (2 abril 1819) y en esa ocasión recibió la Orden de los Libertadores de Venezuela. Murió en plena batalla de Carabobo, el 24 de junio de 1821. Célebre es su frase a Páez: “Mi general vengo a decirle adiós, porque estoy muerto”.

La imagen está inspirada en el busto en bronce del Teniente Pedro Camejo (Negro Primero), elaborado en 1930 por Antonio Rodríguez del Villar. La pieza forma parte de las esculturas que se encuentran en el Campo de Carabobo.

CUSPÓN O CACHICAMO GIGANTE
“Priodontes Maximus”

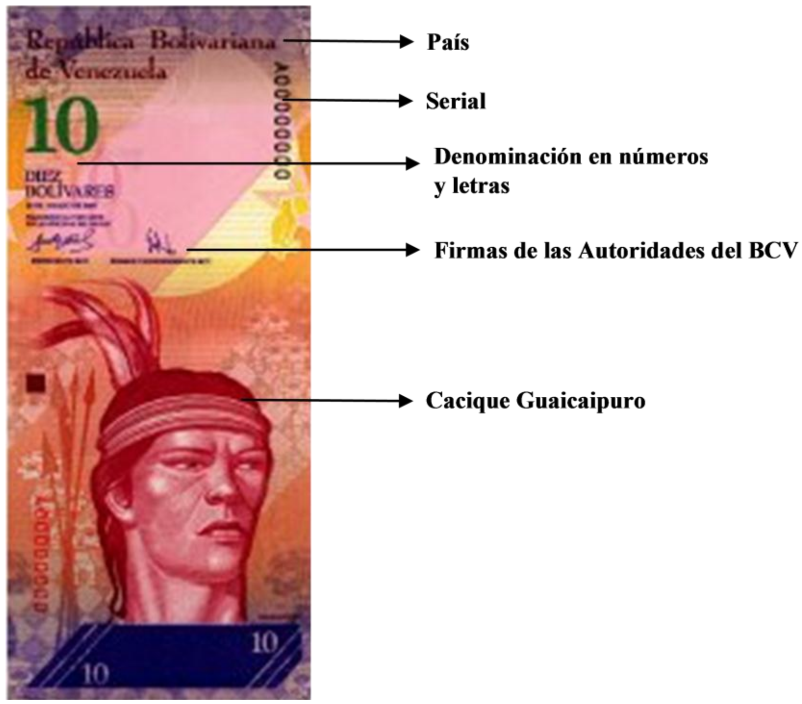
Su presencia se extiende desde el norte de Venezuela, Colombia y las Guyanas, hasta Argentina, abarcando la cuenca del río Amazonas. En Venezuela se encuentra a lo largo de los bosques del piedemonte de las cordilleras de La Costa y Los Andes. Su principal amenaza es la cacería indiscriminada para el consumo humano y la utilización de sus pezuñas con el fin de fabricar ornamentos.

LLANOS VENEZOLANOS

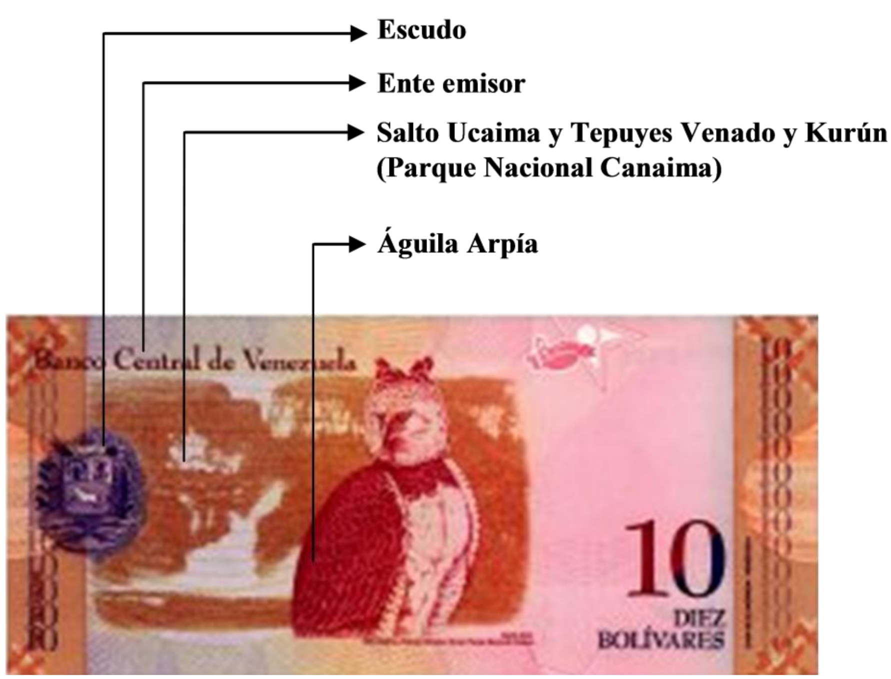
Desde la Cordillera de la Costa por el norte, la Cordillera de los Andes por el poniente, el Macizo Guayanés por el sur y el Océano Atlántico, a través del Delta del Orinoco, por el naciente, se extienden los llanos venezolanos, ocupando unos 260.000 Km2. Este es un inmenso territorio aluvial que han ido formando, con el pasar del tiempo, los arrastres de los ríos que descienden de las montañas circunvecinas.

<u>Diseño del Billete de Bs. 10</u>

<u>Anverso</u>



<u>Reverso</u>



CACÍQUE GUAICAIPURO

Cacique de los indios Teques y Caracas, que lideró la resistencia ante la penetración europea en la zona nor-central de Venezuela durante la década de 1560. Es importante mencionar que su nombre originario es Guacaipuro. Los caciques Naiquatá, Guaicamacuto, Aramaipuro, Chaca o, Baruta, Paramaconi y Chicuramay lo reconocieron como jefe supremo al impulsar el levantamiento de todas las tribus contra los españoles. Tras su frustrado ataque a la recién fundada ciudad de Caracas, en 1856, Diego de Losada ordenó su detención. Murió tras una emboscada a su borno. En diciembre de 2001 se colocó en el Panteón Nacional una placa conmemorativa en su nombre.

La imagen está tomada de la obra Mapas y Alegorías Venezolanas (sin fecha), óleo sobre tela de Pedro Centeno Vallenilla

SALTO UCAIMA Y TEPUYES VENADO Y KURÚN
“Parque Nacional Canaima”

Ubicado en el extremo sureste de Venezuela, en el Escudo Guayanés, en jurisdicción de los municipios Piar, Sifontes y Gran Sabana del Estado Bolívar, el Parque Nacional Canaima fue creado el 12 de junio de 1962 con una superficie de 1.000.000 hectáreas ampliándose a 3.000.000 de hectáreas en 1975. Es uno de los espacios naturales más grandes del planeta Se encuentra ocupado en su la mayoría por mesetas que reciben el nombre de tepuyes. Abarca la totalidad de la cuenca oriental y superior del río Caroní, fuente hídrica del mayor complejo hidroeléctrico de Venezuela.

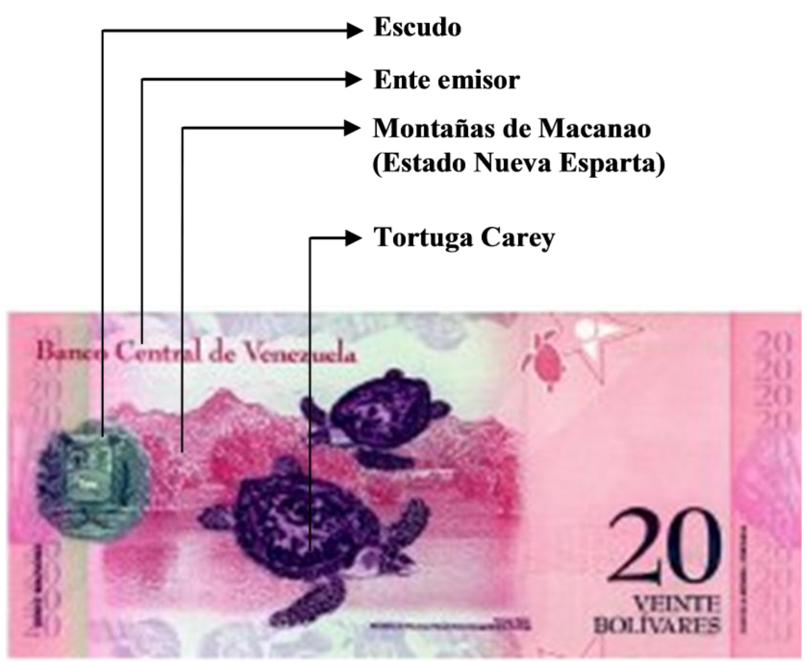
ÁGUILA ARPÍA
“Harpia Harpyja”

Vive en un extenso territorio desde México hasta Argentina. En Venezuela representa la especie más grande de nuestros accipítridos. Se distribuye al norte del Orinoco, en los estados Carabobo, Aragua, Miranda y Distrito Capital. Son vulnerables por la invasión de su hábitat, por lo que el hombre representa su mayor amenaza.

Diseño del Billete de Bs. 20

Anverso

Reverso



LUÍSA CÁCERES DE ARISMENDI

Nació en Caracas el 25 de septiembre de 1799. Esposa de militar y líder patriota Juan Bautista Arismendi. Fue arrestada por los realistas como medida de extorsión ante su esposo, por lo que permaneció en cautiverio y destierro por 3 años. Hija de partidarios de la nueva República, apoyo incondicionalmente la causa patriota y a su esposo, pese a las penurias que padeció durante su encierro. Murió en Caracas, en 1866. Sus restos fueron trasladados al Panteón Nacional el 24 de agosto de 1876.

El retrato de Luisa Cáceres de Arismendi, es un óleo sobre tela pintado por Emilio Jacinto Mauri, hacia 1899.

TORTUGA CAREY,
"Eretmochelys Imbricata"

Habita las aguas tropicales poco profundas sobre sustratos rocosos o coralinos. Pese a que sucede desovar en tierra firme, sus áreas de anidación mas importantes se encuentran en el Archipiélago de los Roques y en la Isla La Blanquilla Las poblaciones de este animal están amenazadas por cazadores que buscan hacerse con el carey contenido en su caparazón.

MONTAÑAS DE MACANAO
"Estado Nueva Esparta"

La península de Macanao es un lugar extraordinario y poco conocido de Margarita, unido a ésta por el Parque Nacional de la Restinga. Macanao está muy poco poblado y alberga diversas bellezas naturales y playas paradisíacas.

Diseño del Billete de Bs. 50

Anverso

Reverso

SIMÓN RODRÍGUEZ

Nació en Caracas el 28 de Octubre de 1769. Pedagogo y filósofo con una obra intelectual perdurable y pene1nmte, y profundo conocedor de la sociedad hispanoamericana. Maestro y mentor de Simón Bolívar, quien le llamo "El Sócrates de Colombia". En 1797 se vincula al proyecto de independencia de Manuel Gual y José María España y como consecuencia del fracaso de este proyecto parte a Jamaica, en donde cambiará su nombre por Samuel Robinson.

Murió en Perú, en 1854. Hasta 1954 su cuerpo se mantuvo en Lima, en el Panteón de los Próceres. El 28 de febrero de ese año fue trasladado al Panteón Nacional. El retrato es un óleo sobre tela de Juan Agustín Guerrero.

OSO FRONTINO
"Tremarctos Ornatos"

Es la única especie de oso que existe en Suramérica Vive a lo largo de Venezuela, Colombia, Ecuador, Perú y Bolivia, ocupando una gran variedad de ambientes a lo largo de la Cordillera Andina. En Venezuela se puede encontrar en los estados Barinas, Táchira, Mérida, Trujillo y Zulia La cacería furtiva constituye la principal causa de la disminución de las poblaciones de estos animales.

LAGUNA DEL SANTO CRISTO
Parque Sierra Nevada

Es uno de los emblemas del Estado Mérida y es la laguna de montaña más grande de Venezuela.

Diseño del Billete de Bs. 100

Anverso

Reverso

SIMÓN BOLÍVAR

Nació en Caracas el 24 de julio de 1783. Influenciado por las ideas republicanas, fue uno de los propulsores ideológicos de la emancipación venezolana y suramericana. Bolivia, Colombia, Ecuador, Perú y Venezuela logran la independencia gracias a su pensamiento y acción. Estadista, militar y estratega, comandó diversas campañas con una vasta lista de triunfos contra las fuerzas realistas. Entre sus obras figuran documentos políticos invalorables como el Manifiesto de Cartagena, la Carta de Jamaica y el Discurso de Angostura Murió en Santa Marta, Colombia, el 17 de diciembre de 1830. En 1842 su cuerpo fue trasladado y sepultado en la Catedral de Caracas y desde 1876 descansa en el Panteón Nacional.

El retrato del Libertador, "Bolívar Diplomático" (1860) fue realizado por la artista Rita Matilde de la Peñuela "Aita". Técnica: Óleo sobre tela

CARDENALITO
"Carduelis Cucullata"

Es considerada la especie más amenazada de Venezuela Actualmente se concentra entre los estados Falcón y Lara y entre los estados Anzoátegui, Guárico y Miranda El cardenalito es cazado de forma indiscriminada para utilizar su plumaje como ornamento y también para cruzarlo con canarios con el fin de obtener crías de color rojo. Si no se toman medidas urgentes, esta bella ave podría extinguirse en un futuro muy cercano.

GUARAIRA REPANO
"Parque Nacional El Ávila"

Situado en la Cordillera de la Costa, limita al norte con el mar Caribe y al sur con el valle de Caracas. Fue declarado Parque Nacional el 12 de diciembre de 1958 para preservar las áreas verdes cercanas a Caracas, servir de agente moderador de la contaminación ambiental y fungir como espacio recreacional.

NUEVA FAMILIA DE MONEDAS DE LA REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

- La nueva familia está conformada por siete monedas.
- La moneda de 1 representará la principal referencia de la nueva familia.
- Se reintroducen las denominaciones de 5, 10, 25 Y 50 céntimos, así como la locha (12 ½ céntimos).
- Las monedas de 1 céntimo, 5 céntimos, 10 céntimos, 25 céntimos y 50 céntimos se identifican en el anverso por el número de su denominación y las ocho estrellas de la bandera nacional. La moneda de 12 ½ céntimos está decorada con síntesis gráficas que simbolizan palmas.
- La moneda de 1 bolívar, en ambas caras, tiene el borde dorado y el centro de color plateado y además conserva la efigie del Libertador que se utilizó por primera vez en el año 1873 y que fue elaborada por el grabador de la Casa de Moneda de París, Albert. D. Barre (1818-1878). Barre se inspiró en un dibujo atribuido al pintor venezolano Carmelo Fernández.
- Las monedas de 10, 12½ , 25 Y 50 céntimos mantienen el tradicional color plateado.
- Las monedas de 1 y 5 céntimos son de color cobrizo.
- Las monedas son importantes porque permiten al público hacer sus pagos exactos.

FAMILIA DE MONEDAS

<u>Anversos</u>

<u>Reversos</u>

Regla del Redondeo

Con la reconversión, al dividir los precios y cualquier importe o cantidad de dinero entre mil (1.000) pueden resultar cifras o cantidades con mas de dos decimales, las cuales deben llevarse a dos decimales mediante la aplicación de la regla del redondeo, salvo algunas excepciones.

La regla del redondeo es la siguiente:

- Cuando el tercer decimal de una cantidad convertida a Bs.F. sea igual o superior a 5, el segundo decimal se eleva en una unidad.
- Cuando el tercer decimal sea inferior a 5, el segundo decimal queda igual.

Veamos los siguientes ejemplos:

- Bs. 38.568 convertidos y redondeados pasan a ser Bs.F. 38,57
- Bs. 38.562 convertidos y redondeados pasan a ser Bs.F.38,56

En cuanto a los casos de excepción, se tiene que son expresados con al menos tres decimales, así por ejemplo, los precios unitarios de:

- Combustibles para uso automotor (gasolina, GNV y gasoil).
- Gas licuado del petróleo (GLP) que se comercializa a granel.
- Servicios de agua, electricidad, gas metano, telefonía e Internet.
- Acciones que se coticen en el mercado bursátil según la Resolución numero 07-09-01 del BCV, publicada en Gaceta Oficial de la República.
- En la unidad tributaria se emplean tres decimales.

- Para el caso de los tipos de cambio, el numero de decimales es el que corresponda a cada divisa conforme lo establecido por el BCV.

Veamos los siguientes ejemplos:

- El precio de un litro de gasolina de 95 octanos antes de la reconversión monetaria era de Bs. 97 con la reconversión es de Bs.F. 0,097. Asimismo, la unidad tributaria establecida para el año 2008 de Bs. 37.632 será Bs.F. 37,632.

Aun cuando los precios e importes considerados como casos especiales tengan al menos tres decimales, para efectos del pago o contabilización deben redondearse a dos decimales. Dicho redondeo será aplicado sobre el resultado de multiplicar el precio por la cantidad de unidades consumidas, compradas o contabilizadas del bien, servicio o importe monetario.

- Así, por ejemplo, si el precio de un litro de gasolina de 95 octanos es de 0,097 Bs.F. y se compra 21 litros, el resultado de multiplicar dicha cantidad por el precio es igual a Bs.F. 2,037. En este caso, para pagar, debe redondearse esa cantidad a dos decimales, conforme a lo establecido en la regla general del redondeo; quedando como sigue: como el tercer decimal es siete (mayor que cinco) se le suma uno al segundo decimal y queda Bs.F. 2,04.

El Código ISO del Bolívar

El código ISO (siglas en ingles de la Organización Internacional para la Estandarización) es un código internacional estándar, utilizado para identificar cada moneda en el mercado internacional y en algunos casos para el mercado local. Su estructura es de tres caracteres: antes de la reconversión monetaria, para el bolívar son utilizados los caracteres VEB. Cualquier modificación a una moneda debe reflejarse en su código ISO.

A partir del primero de enero de dos mil ocho, el nuevo código ISO alfabético para la moneda venezolana es VEF. Este código tiene un equivalente numérico también de tres dígitos, utilizado para el registro de operaciones especificas como por ejemplo tarjetas de crédito, cuyo código numérico nuevo es 937.

El nuevo código ISO del bolívar (VEF) seguirá siendo utilizado aun después de finalizado el periodo de transición, cuando el adjetivo “fuerte” deje de utilizarse.

Los Tipos de Cambio

Los tipos de cambio estarán sujetos a la misma regla de reconversión 1.000 a 1. En tal sentido, el proceso de reconversión monetaria será neutro frente a las monedas del resto del mundo; es decir, la reconversión no implica la devaluación del bolívar.

Ejemplo con la moneda de Estados Unidos

Antes de la reconversión monetaria, el tipo de cambio para la venta es de Bs. 2.150 por dólar; a este tipo de cambio, con Bs. 215.000 se obtienen $100. En bolívares fuertes, el tipo de cambio será de Bs.F. 2,15 por dólar. Con Bs.F. 215 se obtienen igualmente $100.

Por otro lado, cuando el tipo de cambio para la compra es de Bs. 2.144,60 por dólar; se obtienen $100 por Bs.214.460. En bolívares fuertes el tipo de cambio será de Bs.F. 2,1446 por dólar; quiere decir, que por $100 se obtendrán Bs.F. 214,46 que equivale a Bs. 214.460

Ejemplo con la moneda de Colombia

Si el tipo de cambio es de Bs. 1,09137056 por peso colombiano, con Bs. 10.000 se obtienen 9.162,79 pesos colombianos. En bolívares fuertes, el tipo de cambio para el valor utilizado en el ejemplo será de Bs.F. 0,00109137056 por peso colombiano. Con Bs.F. 10 se obtendrán igualmente 9.162,79 pesos colombianos. Es decir, con Bs.F 10 se obtendrá en el exterior, bien sea en Colombia, Estados Unidos u otro país, la misma cantidad de bienes y servicios que se obtienen con Bs. 10.000

De acuerdo con las normas que rigen la reexpresión monetaria y el redondeo, una vez que se divida entre mil (1.000), el numero de decimales utilizado para los tipos de cambio de cada divisa será el que esta determine. Por lo tanto, la reconversión monetaria no afecta el valor de las importaciones y exportaciones del país.

Por ejemplo, el productor colombiano que exporta a Venezuela recibirá por sus ventas la misma cantidad de pesos colombianos que recibe en la actualidad. De igual forma, un productor venezolano que exporta a Colombia recibirá la cantidad de bolívares fuertes equivalentes a los bolívares antes de la reconversión monetaria. De esta manera, el intercambio comercial de Venezuela con otros países no se verá afectado por la reconversión monetaria.

Resultados de la Reconversión Monetaria en Venezuela

A un año de su implementación, y teniendo, entre otros objetivos, la intención de controlar la inflación; podemos decir que se ha producido todo lo contrario, pues al cierre del año 2008 la inflación alcanzó una tasa del 30,9 %. Todo esto, creemos, ha sido el resultado de no aplicar de manera colateral una disciplina fiscal por parte del gobierno; esto es, el gobierno en vez de minimizar el gasto público lo que ha hecho es incrementarlo. Quiere decir entonces, que para lograr un verdadero impacto positivo sobre la inflación, la reconversión monetaria tiene que acompañarse con medidas económicas y fiscales efectivas.

Por otro lado, pareciera que la elevada inflación reinante en el país es sinónimo de bolívar débil; sin embargo, la simple eliminación de tres ceros al signo monetario no garantiza la fortaleza del mismo. En esencia, la reconversión monetaria solo ha traído -hasta ahora- ventajas en el aspecto contable, en el sistema de pagos; más no un fortalecimiento del bolívar, pues la pérdida del poder de compra del mismo se mantiene.

La crisis económica mundial y los bajos precios del petróleo, perfilan en el corto plazo una devaluación que permitirá al gobierno cubrir el gasto público tan elevado que viene presentando.

De manera general, podemos decir, considerando lo hasta hoy visto, que mas allá del efecto psicológico que ha producido en la población, se ha derivado un repunte de la inflación, se ha incrementado el desabastecimiento de productos básicos, trayendo como consecuencia una disminución de la calidad de vida de la familia venezolana.

Capítulo I

5) $C = 10.000$ *Bs.*

$I = 11436 - 10000 = 1436$ *Bs.*

$n = 8$ *meses*

$i = ?$

$$i = \frac{I}{C \cdot n} = \frac{1436}{10000 \cdot 8}$$

$i = 0,01795 \cong 1,795\%$

$i = 1,795\%$ *mensual*

6) $I = ?$

$C = 1.500.000$ *Bs.*

$i = 0,02$ *mensual*

$n = 1\ a + 3\ m + 20 \approx 15,\hat{6}$ *meses*

$I = C \cdot i \cdot n$

$I = 1500000 \cdot 0,02 \cdot 15,\hat{6}$

$I \approx 470.000$ *Bs.*

7) $V_n = 80.000$ *Bs.*

$n = 90$ *días*

$d = 0,29$

$D = ?$

$V_a = V_n\,(1 - d \cdot n)$

$D = V_n - V_a$

$$V_a = 80000\left(1 - 0,29 \cdot \frac{90}{360}\right) = 74.200 \text{ Bs.}$$

$D = 80000 - 74200$

$D_1 = 5.800$ *Bs.*

$D_2 = 5800 + 500 = 6.300$ *Bs.*

8) V_n = 75.000 Bs.

n = 60 días

d = 0,34

V_a = ?

+ 5%

Utilizar tasa del 34,5%

$$V_a = 75000\left(1-0{,}345\cdot\frac{60}{360}\right)$$

V_a =70.687,50 Bs.

9) V_n = 45.000 Bs.

n = 5 meses

d = 0,32

V_a = ?

D = ?

$$V_a = 45000\left(1-0{,}32\cdot\frac{5}{12}\right)$$

V_a = 39.000 Bs.

D = 45000 – 39000

D_1 = 6.000 Bs.

10) $$M = 50000\left(1+0{,}38\cdot\frac{6}{12}\right) = 59.500 \text{ Bs.}$$

$$59500\left(1+0{,}27\cdot\frac{2}{12}\right)^{-1} = 10000\left(1+0{,}27\cdot\frac{4}{12}\right) + X + X\left(1+0{,}27\cdot\frac{6}{12}\right)^{-1}$$

56937,79 = 10900 + X + 0,8810572687 X

46037,79 = 1,8810572687 X

X = 24.474,42 Bs.

11) $$350000 = 100000\left(1 + 0{,}34 \cdot \frac{3}{12}\right) + 200000\left(1 + 0{,}34 \cdot \frac{1}{12}\right) + X\left(1 + 0{,}34 \cdot \frac{2}{12}\right)^{-1}$$

$$350000 = 108500 + 205666{,}66 + 0{,}9463722395\ X$$

$$35833{,}34 = 0{,}9463722395\ X$$

$$X = 37.863{,}89\ \ Bs.$$

12) $i = 0{,}40$

$$X = 1000000 + 2000000\left(1 + 0{,}40 \cdot \frac{6}{12}\right)^{-1} + 2500000\left(1 + 0{,}40 \cdot \frac{12}{12}\right)^{-1}$$

$$X = 1000000 + 1666666{,}66 + 1785714{,}28$$

$$X = 4.452.380{,}94\ Bs.$$

Capítulo II

6) $M = ?$

$C = 50.000\ Bs.$

$n = 3$ años y 6 meses

$j = 32$

$m = 4$

$$M = 50000\left(1 + \frac{0,32}{4}\right)^{14}$$

$$M = 146.859,68\ Bs.$$

7)

$C = 500.000\ Bs$

$n_1 = 5$ años

$i_1 = 0,30$

$i_2 = 0,29$

$n_2 = 10\ a + 3m \Rightarrow 10 + \frac{3}{12}$

$n_2 = 10,25$ años

$C = 600.000\ Bs$

$i = 0,295$

$n = 15\ a + 3m \Rightarrow 15 + \frac{3}{12}$

$n = 15,25$ años

$$M_1 = 500000(1 + 0,30)^5 \cdot (1 + 0,29)^{10,25}$$

$$M_1 = 500000 \cdot 50,4965017$$

$$M_1 = 25.248.250,85\ Bs.$$

$$M_2 = 600000\ (1 + 0,295)^{15,25}$$

$$M_2 = 30.921.832,18\ Bs.$$

$$M_1 + M_2 = 56.170.083,03\ Bs.$$

8)

$M = ?$

$C = 23.000\ Bs,$

$n = 2a\ y\ 5m \quad \Rightarrow \quad n = 2(2) + \frac{5}{6} \quad \Rightarrow \quad n = 4,8\hat{3}\ semestres$

$j = 0,30$

$m = 2$

$$M = 23000\left(1 + \frac{0,30}{2}\right)^{4,8\hat{3}}$$

$$M = 45.196,08\ Bs.$$

9)

$C = ?$

$j = 0,24$

$m = 12$

$M = 60.000\ Bs.$

$n = 2$

$$C = 60000\left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^{-2 \cdot 12}$$

$$C = 37.303,29\ Bs.$$

10) $C = ?$

$n_1 = 15\ años$

$j = 0,01$

luego, $n_2 = 12\ años$

$j = 0,03$

$m = 2$

$M = 8.370\ Bs.$

$$C = 8370\left[(1 + 0,01)^{-15} \cdot \left(1 + \frac{0,03}{2}\right)^{-24}\right]$$

.

$$C = 8370(0,8613494748 \cdot 0,6995439195)$$

$$C = 5.043,35\ Bs.$$

11) $C = ?$

$i = 0{,}085$ *trimestral*

$M = 500.000$ *Bs.*

$n = 18$ *meses*

$$C = 500000(1+0{,}085)^{-10}$$

4 años $= 48$ *meses* $-$ 18 *meses*

$= 30$ *meses* $\div 3 = 10$ *trimestres*

$$C = 221.142{,}70 \text{ Bs.}$$

12) $n = 2$

$M = 2$

$C = 1$

$$i = \sqrt{\frac{2}{1}} - 1$$

$$i = 41{,}42\%$$

13) $C = 10.000.000$ *Bs.*

$n = 36$ *meses*

$j = 0{,}30$

$m = 12$

$j = 0{,}36$

$m = 4$ *trimestres*

$$M = 10000000\left(1+\frac{0{,}30}{12}\right)^{36}$$

$$M = 24.325.353{,}16 \text{ Bs.}$$

$$C = 24.325.353{,}16\left(1+\frac{0{,}36}{4}\right)^{-\frac{36}{3}}$$

$$C = 8.648.507{,}75 \text{ Bs.}$$

14) *valor = 15.000.000 Bs.*

50% inicial = 7.500.000 Bs.

Debe M = 7.500.000 Bs.

n = 1,5 años

C = ?

j = 0,30

m = 12

$$C = 7500000\left(1+\frac{0,30}{12}\right)^{-1,5\cdot 12}$$

$$C = 4.808.744,32 \text{ Bs.}$$

15) *i = 0,0255 mensual*

n = 2 años (retiró todo)

M = 2.743.014,12 Bs,

j = 0,26

m = 4

n = 1 año

$$C = 2743014,12\left(1+\frac{0,26}{4}\right)^{-4}$$

$$C = 2.132.208,21 \text{ Bs.}$$

$$C = 2132208,21(1+0,0225)^{-2\cdot 12}$$

$$C = 1.250.000 \text{ Bs.}$$

16) *n = 18 años – 10 años = 8 años* $\begin{cases} \text{4 años al 2\% mensual} \\ \text{4 años al 2,5\% mensual} \end{cases}$

C = 20.000.000 Bs.

$$M = 20000000\left[(1+0,02)^{4\cdot 12}\cdot(1+0,025)^{4\cdot 12}\right]$$

$$M = 169.271.475,20 \text{ Bs.}$$

17) *Se comienza hallando el M del dólar al cabo de 360 días (1 año) con devaluación del bolívar del 28% anual.*

C = 2,15 Bs.

i = 0,28

n = 1 año

$$M = 2{,}15\left(1+0{,}28\right)^{1}$$

$$M = 2{,}75 \text{ Bs.}$$

El valor a pagar al año, en dólares será:

C = 80.000 $

i = 0,06

n = 1 año

$$M = 80000\left(1+0{,}06\right)^{1}$$

$$M = 84.800 \ \$$$

El total a pagar en bolívares será:

84.800 · 2,75 = 233.200 Bs.

Si se hubiese comprado de contado, el total pagado habría sido:

80.000 · 2,15 = 172.000 Bs.

Costo de la materia prima 80.000 $ ________ total a pagar 84.800 $

Costo de contado 172.000 Bs. ________ total a pagar 233.200 Bs.

El costo de financiamiento es:

233.200 – 172.000 = 61.200 Bs.

Expresado como una tasa será:

$$i = \frac{61200}{172000} \cdot 100 = 35{,}58\% \ \text{anual}$$

M = 233.200 Bs.

C = 172.000 Bs.

n = 1

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{1/n} - 1 = \left(\frac{233200}{172000}\right)^{1/1} - 1 = 0{,}3558 \cdot 100$$

$$i = 35{,}58\% \ \text{anual}$$

18) *M = 500.000 Bs.*

n = 6 meses

i = 7,5% $\cong 0{,}075$ *trimestral*

$$C = 500000(1+0{,}075)^{-2}$$

$$C = 432.666{,}30 \ \ Bs.$$

19) *M = 10.000 Bs.*

n = 4 meses

C = 9.313,20 Bs.

i = ?

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{1/n} - 1 = \left(\frac{10000}{9313{,}20}\right)^{1/4} - 1$$

$$i = 1{,}7947\% \ mensual$$

20) *Deuda = 280.000 Bs.*

$C_1 = 230000\ (1 + 0{,}08)^{-4}$

$C_1 = 169.056{,}86$ *Bs.*

$C_2 = 230000\ (1 + 0{,}08)^{-8}$

$C_2 = 124.261{,}84$ *Bs.*

Total que recibe el acreedor

169.056,86 + 124.261,84 = 293.318,64

Total que paga el deudor = 280.000 Bs.

Ganancia del acreedor

293.318,64 – 280.000 = 13.318,64 Bs.

21) $i = 0{,}47$

$$VPN = -100000 + 80000\,(1 + 0{,}47)^{-6} + 80000\,(1 + 0{,}47)^{-7} + 80000\,(1 + 0{,}47)^{-8}$$

$$VPN = -100000 + 7928{,}40 + 5393{,}47 + 3669{,}03$$

$$VPN = -100000 + 16990{,}90$$

$$VPN = -\ 83.009{,}10\ Bs.$$

22) **A)** $j = 0{,}46$

$m = 12$

$$VPN_1 = -13000 + 2300\left(1+\frac{0{,}46}{12}\right)^{-1\cdot 12} + 4000\left(1+\frac{0{,}46}{12}\right)^{-2\cdot 12} - 2000\left(1+\frac{0{,}46}{12}\right)^{-3\cdot 12}$$

$$+\,3000\left(1+\frac{0{,}46}{12}\right)^{-4\cdot 12}$$

$$VPN_1 = -13000 + 1464{,}48 + 1621{,}72 - 516{,}30 + 493{,}12$$

$$VPN_1 = -\ 9.936{,}98\ Bs.$$

B) $j = 0{,}46$

$m = 12$

$$VPN_2 = -16000 - 2000\left(1+\frac{0{,}46}{12}\right)^{-1\cdot 12} + 5000\left(1+\frac{0{,}46}{12}\right)^{-2\cdot 12} + 6000\left(1+\frac{0{,}46}{12}\right)^{-3\cdot 12}$$

$$+\,2000\left(1+\frac{0{,}46}{12}\right)^{-4\cdot 12}$$

$$VPN_2 = -16000 - 1273{,}46 + 2027{,}15 + 1548{,}91 + 328{,}74$$

$$VPN_2 = -13.368{,}66\ Bs.$$

23) $VPN = -C + M(1+i)^{-n}$

$$0 = -65000 + 83000(1+i)^{-1}$$

$$(1+i)^{-1} = \frac{65000}{83000} \quad \Rightarrow \quad (1+i) = \frac{83000}{65000}$$

$$i = \frac{83000}{65000} - 1$$

$$i = 27{,}69\% \text{ anual}$$

24) $VPN = -C + M(1+i)^{-n}$

$$0 = -35000 + 65000(1+i)^{-1}$$

$$1 + i = \frac{65000}{35000} = 1{,}8571 \quad \Rightarrow \quad i = 1{,}8571 - 1$$

$$i = 85{,}71\%$$

$$inominal = 2 \cdot 0{,}8571 = 1{,}7142 \cong 171{,}42\%$$

25) $i = 0{,}10$

$m = 2$

$$7800000\left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^{14} = 3900000\left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^{14} + 1000000\left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^{4} + X$$

$$15443466{,}47 = 7721733{,}23 + 1215506{,}25 + X$$

$$X = 6.506.226{,}89 \text{ Bs.}$$

26) $i = 0{,}1284$ *mensual*

$$8000\,(1 + 0{,}1284)^{2} + 11000\,(1 + 0{,}1284)^{-1} = 9750\,(1 + 0{,}1284)^{4} + X$$

$$10186{,}29 + 9748{,}31 = 15807{,}27 + X$$

$$X = 4127{,}33 \text{ Bs.}$$

27) $j = 0{,}32$

$m = 12$

precio de contado (C) = ?

$$X = 25000 + 40000\left(1+\frac{0{,}32}{12}\right)^{-2} + 50000\left(1+\frac{0{,}32}{12}\right)^{-5}$$

$$X = 106.784{,}22$$

28) $j = 0{,}24$

$m = 12$

$$30000000 = 10000000 + 10000000\left(1+\frac{0{,}24}{12}\right)^{-24} + 10000000\left(1+\frac{0{,}24}{12}\right)^{-36} +$$

$$+ X\left(1+\frac{0{,}24}{12}\right)^{-48} + X\left(1+\frac{0{,}24}{12}\right)^{-60}$$

$$30000000 = 21119446{,}37 + 0{,}6913198751\,X$$

$$X = 12.845.795{,}34 \text{ Bs.}$$

29) *i = 0,08 trimestral*

$$1000000\,(1 + 0,08)^{1} = X\,(1 + 0,08)^{3} + X$$

$$1080000 = 2,259712\,X$$

$$X = 477.937 \text{ Bs.}$$

30) *C = 90.000 Bs.*

j = 0,18

m = 2

$$X = 40000 + 20000\left(1+\frac{0,18}{2}\right)^{-1\cdot 2} + 20000\left(1+\frac{0,18}{2}\right)^{-2\cdot 2} + 20000\left(1+\frac{0,18}{2}\right)^{-3\cdot 2}$$

$$X = 40000 + 16883,59 + 14168,50 + 11925,34$$

$$X = 82927,43 \text{ Bs.}$$

Se concluye que la mejor alternativa es vender de contado en 90.000 Bs.

31) *i = 0,28*

$$1200000 = X\,(1 + 0,28)^{3} + X\,(1 + 0,28)^{2} + X\,(1 + 0,28)^{1}$$

$$1200000 = 5,015552\,X$$

$$X = 239.255,81 \text{ Bs.}$$

32) $$M = 4000(1+0{,}15)^{\frac{6}{12}} = 4289{,}52$$

$$M = 5800(1+0{,}16)^{\frac{7}{12}} = 6324{,}53$$

$$M = 6500(1+0{,}18)^{\frac{15}{12}} = 7994{,}03$$

$i = 0{,}20$

$$4289{,}52(1+0{,}20)^{\frac{9}{12}} + 6324{,}53(1+0{,}20)^{\frac{8}{12}} + 7994{,}03(1+0{,}20)^{\frac{3}{12}} = X(1+0{,}20)^{4} + X$$

$$4918{,}06 + 7141{,}93 + 8366{,}83 = 2{,}0736\,X + X$$

$$X = 6.645{,}89 \text{ Bs.}$$

33) $$\left.\begin{array}{l} j = 0{,}05 \\ m = 2 \end{array}\right\} \; j/m = 0{,}025$$

$$40000\,(1 + 0{,}025)^{1\cdot 2} + 80000\,(1 + 0{,}025)^{-1\cdot 2} = X\,(1 + 0{,}025)^{2\cdot 2} + X$$

$$42025 + 76145{,}15 = 2X$$

$$X = 59.085{,}07 \text{ Bs.}$$

34) $$\left.\begin{array}{l} j = 0{,}10 \\ m = 2 \end{array}\right\} \; j/m = 0{,}05$$

$$100000\,(1 + 0{,}05)^{-1\cdot 2} = 40000\,(1 + 0{,}05)^{2\cdot 2} + X$$

$$90702{,}94 = 48620{,}25 + X$$

$$X = 42.082{,}69 \text{ Bs.}$$

35) $\left.\begin{array}{l} j = 0{,}18 \\ m = 2 \end{array}\right\}$ $j/m = 0{,}09$

$$2000000\ (1 + 0{,}09)^2 = 1000000\ (1 + 0{,}09)^2 + 100000\ (1 + 0{,}09)^1 + X$$

$$2376200 = 1188100 + 109000 + X$$

$$2376200 = 1297100 + X$$

$$X = 1.079.100\ Bs.$$

Capítulo III

7) $R = 1.000.000$ *Bs. anual*

Deuda $= 20.000.000$ *Bs.*

$n = 10$ *años*

$i = 0{,}10$

$S = ?$

$$S = 1000000\left[\frac{(1+0{,}10)^{10}-1}{0{,}10}\right]$$

$S = 15.937.424{,}60$ *Bs.*

$$\begin{array}{r} 20.000.000 \\ \underline{15.937.424{,}60} \\ 4.062.575{,}40 \end{array}$$

Bs. Desembolso adicional

8) $R = 100.000$ *Bs. semestral*

$i = 0{,}06$ *semestral*

$n = 20$ *años*

$S = ?$

$$S = 100000\left[\frac{(1+0{,}06)^{20\cdot 2}-1}{0{,}06}\right]$$

$S = 15.476.196{,}57$ *Bs.*

9) $n = 55 - 20 = 35$ *años*

$R = 3.200$ *Bs. mensual*

$S = ?$

$i = 0{,}01$ *mensual*

$n = 35 \cdot 12 = 420$

$$S = 3200\left[\frac{(1+0{,}01)^{420}-1}{0{,}01}\right]$$

$S = 20.579.070{,}31$ *Bs.*

10) $R = 1.000.000$ *Bs. anual*

$n = 10$ *años*

$i = 0{,}06$

$M = ?$

$n = 5$ *años*

$j = 0{,}12$

$m = 12$

$$S = 1000000\left[\frac{(1+0{,}06)^{10}-1}{0{,}06}\right]$$

$M = 13.180.794{,}95$ *Bs.*

$$M = 13180794{,}95\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{5\cdot 12}$$

$M = 23.945.506{,}68$ *Bs.*

11) $R = 100.000$ *Bs. trimestral*

$j = 0{,}08$

$m = 4$

$S = ?$

$n = 20$ *años*

$n \cdot m = 20 \cdot 4 = 80$ *trimestres*

$$S = 100000\left[\frac{\left(1+\frac{0{,}08}{4}\right)^{80}-1}{\frac{0{,}08}{4}}\right]$$

$S = 19.377.195{,}78$ *Bs.*

12) *Retiro* $C = 1.000.000$ *Bs.*

$i = 0{,}75\%\ m = 0{,}0075\ m$

$n = 20$ *años*

$M = ?$

$M = 1000000\,(1+0{,}0075)^{20\cdot 12}$

$M = 6.009.151{,}52$ *Bs.*

$R = 100.000$ *Bs. mensual*

$n = 10$ *años*

$n \cdot m = 10 \cdot 12 = 120$ *meses*

$i = 0{,}0075 \; m$

$$S = 100000\left[\frac{(1+0{,}0075)^{120} - 1}{0{,}0075}\right]$$

$S = 19.351.427{,}71$ *Bs.*

$19.351.427{,}71\,(1+0.0075)^{120} = 47.437.259{,}29$

El total será: $6.009.151{,}52 + 47.437.259{,}29$

$53.446.410{,}81$ *Bs.*

13) $R = 100.000$ *Bs. mensual*

$n = 5$ *años* $\cdot 12 = 60$ *meses*

$S = ?$

$j = 0{,}18$

$m = 12$

$$S = 100000\left[\frac{\left(1+\frac{0{,}18}{12}\right)^{60} - 1}{\frac{0{,}18}{12}}\right]$$

$S = 9.621.465{,}17$ *Bs.*

14) $R = 1.000.000$ *Bs. semestral*

$j = 0{,}18$

$m = 2$

$n = 20$ *años*

$n \cdot m = 40$ *meses*

$$S = 1000000\left[\frac{\left(1+\frac{0{,}18}{2}\right)^{40} - 1}{\frac{0{,}18}{2}}\right]$$

$S = 337.882.445$ *Bs.*

$337882445(1+0{,}09)^{10 \cdot 2} = 1.893.632.013$ *Bs.*

15) *S = 1.000.000 Bs.*

R = ? mensual

n = 2 años · 12 = 24 meses

i = 0,01

$$R = 1000000\left[\frac{0{,}01}{(1+0{,}01)^{24}-1}\right]$$

R = 37.073,47 Bs.

16) *S = 2.000.000 Bs.*

n = 1,5 años = 1 año +6 meses = 18 meses

R = ? mensual

j = 0,24

m = 12

$$R = 2000000\left[\frac{\frac{0{,}24}{12}}{\left(1+\frac{0{,}24}{12}\right)^{18}-1}\right]$$

R = 93.404,20 Bs.

17) *S = 2.500.000 Bs.*

R = ? cuatrimestral

n = 3 años

j = 0,27

m = 3

$$R = 2500000\left[\frac{\frac{0{,}27}{3}}{\left(1+\frac{0{,}27}{3}\right)^{3\cdot 3}-1}\right]$$

R = 191.997 Bs.

18) $n = 4$ años

$S = 3.000.000$ Bs.

$R = 350.000$ Bs. m

$\left.\begin{array}{l} j = 0{,}24 \\ m = 12 \end{array}\right\} 0{,}02\ m$

n = ?

$$n = \frac{\log\left(3000000 \cdot \frac{0{,}24}{12} + 350000\right) - \log 350000}{\log\left(1 + \frac{0{,}24}{12}\right)}$$

$$n = \frac{\log 710000 - \log 350000}{\log 1{,}02}$$

$n = 35{,}72$ meses $\approx$ 2 años, 11meses y 22 días

19) $A = ?$

$R = 100.000$ Bs. trimestral

$n = 6$ años y 9 meses ≈ 27 trimestres

$i = 0{,}06$ trimestres

$$A = 100000\left[\frac{1-(1+0{,}06)^{-27}}{0{,}06}\right]$$

$A = 1.321.053{,}41$ Bs.

20) $R = 100.000$ Bs. mensual

$n = 20$ años

$A = ?$

$\left.\begin{array}{l} j = 0{,}06 \\ m = 12 \end{array}\right\} 0{,}005\ m$

$n \cdot m = 20 \cdot 12 = 240$ meses

$$A = 100000\left[\frac{1-(1+0{,}005)^{-240}}{0{,}005}\right]$$

$A = 13.958.077{,}17$ Bs.

21) *Inicial = 100.000 Bs.*

R = 10.000 Bs. mensual

n = 20 meses

A = ?

$$\left.\begin{array}{l} j = 0{,}12 \\ m = 12 \end{array}\right\} 0{,}01\ m$$

$$A = 10000\left[\frac{1-(1+0{,}01)^{-20}}{0{,}01}\right]$$

A = 180.455,52 Bs.

Precio equivalente hoy = A + inicial

= 180.455,52 + 100.000

= 280.455,52

22) *n = 6 años*

R = 3.500.000 anual

i = 0,14

A = ?

$$A = 3500000\left[\frac{1-(1+0{,}14)^{-6}}{0{,}14}\right]$$

A = 13.610.336,31 Bs.

23) *A = ?*

Del 01-01-2001 al 01-07-2008 se tiene: n = 15 semestres

$$\left.\begin{array}{l} j = 0{,}09 \\ m = 2 \end{array}\right\} 0{,}045\ m$$

R =100.000 Bs. semestral

$$A = 100000\left[\frac{1-(1+0{,}045)^{-15}}{0{,}045}\right]$$

A = 1.073.954,57 Bs.

24) $j = 0{,}40$
$\left.\begin{array}{l} j = 0{,}40 \\ m = 12 \end{array}\right\} 0{,}03\hat{3}$

$m = 12$

$Inicial = 40.000$ *Bs.*

$R = 3.500$ *Bs. mensuales*

$n = 4{,}25$

$n \cdot m = 4{,}25 \cdot 12 = 51$ *meses*

$$A = 3500\left[\frac{1-\left(1+\frac{0{,}40}{12}\right)^{-51}}{\frac{0{,}40}{12}}\right]$$

$A = 85.279{,}09$ *Bs.*

Pago final $= 5.000$ *Bs.*

$$5000\left(1+\frac{0{,}40}{12}\right)^{-52} = 908{,}79 \ Bs.$$

Valor actual $= 40000 + 85279{,}09 + 908{,}79$

Valor actual $= 126.187{,}88$

25) $A = 400000 - 250000 = 150.000$ *Bs.*

$n = 4$ *meses*

$R = ?$

$\left.\begin{array}{l} j = 0{,}12 \\ m = 12 \end{array}\right\} 0{,}01$

$$R = 150000\left[\frac{0{,}01}{1-(1+0{,}01)^{-4}}\right]$$

$R = 38.442{,}16$ *Bs.*

26) *A = 600.000 Bs.*

n = 5 años

i = 0,12

R = ?

$$R = 600000\left[\frac{0,12}{1-(1+0,12)^{-5}}\right]$$

R = 166.445,83 Bs.

27) *A = 50.000 Bs.*

n = 10 años

i = 0,20

R = ?

$$R = 50000\left[\frac{0,20}{1-(1+0,20)^{-10}}\right]$$

R = 11.926,13 Bs.

28) *A = 20.000 Bs.*

n = 5 años

i = 0,15

R = ?

$$R = 20000\left[\frac{0,15}{1-(1+0,15)^{-5}}\right]$$

R = 5.966,31 Bs.

29) *A = 180000 – 72000 (inicial) = 108.000 Bs.*

n = 18 meses

R = ?

$$\left.\begin{array}{l} j = 0,24 \\ m = 12 \end{array}\right\} 0,02$$

$$R = 108000\left[\frac{0,02}{1-(1+0,02)^{-18}}\right]$$

R = 7.203,82 Bs.

30) *i = 0,03 mensual*

Inicial = 100.000 Bs.

Precio = 185000 – 100000 = 85.000 Bs.

n = 3 m

R = ?

$$R = 85000\left[\frac{0,03}{1-(1+0,03)^{-3}}\right]$$

R = 30.050,08 Bs.

31) *Inicial = 50.000 Bs.*

R = 2.000 Bs. mensual

n = 7 meses

i = 0,005 mensual

a) $$A = 2000\left[\frac{1-(1+0,005)^{-7}}{0,005}\right]+50000$$

A = 63.724,14 Bs.

b) $$S = 2000\left[\frac{(1+0,005)^{4}-1}{0,005}\right]$$

S = 26.867,33 Bs.

c) $n = 7 - 4 = 3$

$$A = 2000\left[\frac{1-(1+0{,}005)^{-3}}{0{,}005}\right]$$

$A = 5.940{,}49$ *Bs.*

d) $$S = 2000\left[\frac{(1+0{,}005)^{6}-1}{0{,}005}\right]$$

$S = 12.151$ *Bs.*

$$A = 2000\left[\frac{1-(1+0{,}005)^{-1}}{0{,}005}\right]$$

$A = 1.990{,}04$ *Bs.*

$12.151 + 1.990{,}04 = 14.141{,}04$ *Bs.*

Capítulo IV

18) *R = 2.000 Bs. mensual*

$j = 0{,}12$

$m = 12$

$n = 7$ *meses*

$A = ?$

$$A = 2000\left[\frac{1-\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{-7}}{\frac{0{,}12}{12}}\right]$$

$A = 13.456{,}39$ *Bs.*

19) $A = ?$

$n = 14$ *meses*

R = 26.000 Bs. mensuales

i = 0.32 mensual

$$A = 26000\left[\frac{1-(1+0{,}32)^{-14}}{0{,}32}\right]$$

$A = 79.583{,}56$ *Bs.*

21) $j = 0{,}37$

$m = 4$

A = 35.000 Bs.

n = 48 trimestres

$j/m = 0{,}0925\ t$

a) $$R = 35000\left[\frac{1-(1+0{,}0925)^{-48}}{0{,}0925}\right]$$

$R = 372.962{,}15$ *Bs.*

b) $n = 48 - 24 = 24\ t$

$$P = 372962{,}15\left[\frac{1-(1+0{,}0925)^{-24}}{0{,}0925}\right]$$

$P = 3.549.622{,}09$ *Bs.*

23) $A = 85.000$ Bs.

$n = 36\ m$

$j = 0,12$

$m = 12$

$j/m = 0,01\ m$

a) $$R = 85000\left[\frac{0,01}{1-(1+0,01)^{-36}}\right]$$

$R = 2.823,21$ Bs.

b) $n = 20$

$$P = 2823,21\left[\frac{1-(1+0,01)^{-20}}{0,01}\right]$$

$P = 50.946,38$ Bs.

c) $n = 36 - 31 = 5$

$$P = 2823,21\left[\frac{1-(1+0,01)^{-5}}{0,01}\right]$$

$P = 13.702,25$ Bs.

$I_{32} = 13702,25 \cdot 0,01 = 137,02$ Bs.

$A_{32} = 2823,21 - 137,02$

$A_{32} = 2.686,19$ Bs.

24) *S = ?*

n = 25 meses

R = 10.000 Bs. Mensuales

i = 0,12 mensual

$$S = 10000\left[\frac{(1+0,12)^{25}-1}{0,12}\right]$$

S = 1.333.338,70 Bs.

25) *S = 600.000 Bs.*

n = 2 años = 24 meses

j = 0,30

m =12

R = ?

$$j/m = 0,025$$

$$R = 600000\left[\frac{0,025}{(1+0,01)^{24}-1}\right]$$

R = 18.547,69 Bs.

27) *R = 400.000 Bs*

S = ?

n = 7 m

j = 0,15

m = 12

$$j/m = 0,0125$$

$$S = 400000\left[\frac{(1+0,0125)^{7}-1}{0,0125}\right]$$

S = 2.907.215,04 Bs.

28) $S = 15.000.000$ *Bs.*

$n = 5$ *años* $\cdot 12 = 60$ *meses*

$i = 0{,}025$ *mensual*

a) $$R = 15000000\left[\frac{0{,}025}{(1+0{,}025)^{60}-1}\right]$$

$$R = 110.300{,}93 \quad Bs.$$

b) $$S_{35} = 110300{,}93\left[\frac{(1+0{,}025)^{35}-1}{0{,}025}\right]$$

$$S_{35} = 605.909{,}21 \quad Bs.$$

$$I_{36} = 605909{,}21 \cdot 0{,}025 = 15.147{,}73 \quad Bs.$$

c) $$S_{42} = 110300{,}93\left[\frac{(1+0{,}025)^{42}-1}{0{,}025}\right]$$

$$S_{42} = 8.034.298{,}54 \quad Bs.$$

29) $S = 25.000.000$ *Bs.*

$n = 6$ *años* $\cdot 2 = 12$ *semestres*

$j = 0{,}12$

$m = 2$

$j/m = 0{,}06$ *semestral*

a) $$R = 25000000\left[\frac{0{,}06}{(1+0{,}06)^{12}-1}\right]$$

$$R = 1.481.925{,}73 \quad Bs.$$

b) $$S_{6} = 1481925{,}73\left[\frac{(1+0{,}06)^{6}-1}{0{,}06}\right]$$

$$S_{6} = 10.336.904{,}01 \quad Bs.$$

$$I_7 = 10336904,02 \cdot 0,06 = 620.214,24 \ Bs.$$

$$I_7 = 620.214,24 \ Bs.$$

c) $$S_{10} = 1481925,73\left[\frac{(1+0,06)^{10}-1}{0,06}\right]$$

$$S_{10} = 19.532.959,17 \ Bs.$$

31) $C = 9.000.000 \ Bs.$

$VR = 1.200.000 \ Bs.$

$N = 5$ años

$D = ?$

$$D = \frac{C - VR}{N}$$

$$D = \frac{9000000 - 1200000}{5}$$

$$D = 1.560.000 \ Bs.$$

32) $D_{25} = ?$

$C = 950.000 \ Bs.$

$N = 30$ años

VR_{25} = gastos -50.000 Bs.

$VR_{25} = -50.000$ Bs.

$VL_{25} = ?$

$$D = \frac{C - VR}{N}$$

$$D_{25} = \frac{950000 - (-50000)}{25}$$

$$D = 40.000 \ Bs.$$

Para calcular el valor en libros en el año 25 se requiere conocer la depreciación acumulada

$$40.000 \cdot 25 = 1.000.000 \text{ Bs.}$$

$$VL_{25} = 950000 - 1000000$$

$$VL_{25} = -50000 \cong VR_{25}$$

33) *VR = ?*

C = 950.000 Bs.

$$VR = C(1+i)^n - D\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

D = 250.000 Bs.

i = 0,27

n = 6 años

$$VR = 950000(1+0{,}27)^6 - 250000\left[\frac{(1+0{,}27)^6 - 1}{0{,}27}\right]$$

$$VR = 3986079{,}27 - 2959141{,}59$$

$$VR = 1.026.937{,}68 \text{ Bs.}$$

Capítulo V

15) *F = 1.000 Bs.*

V = 1.000 Bs.

$K = 0{,}10 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}10}{2} = 0{,}05 \text{ semestral} \quad (J.D.)$

$i = 0{,}15 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}15}{2} = 0{,}075 \text{ semestral}$

$P = ? \qquad I = K \cdot F$

$I = 0{,}05 \cdot 1000 = 50$

$$P = 50\left[\frac{1-(1+0{,}075)^{-7}}{0{,}075}\right] + 1000(1+0{,}075)^{-7}$$

$P = 264{,}83 + 602{,}75$

$P = 867{,}58$ *Bs.*

16) *F = 5.000 Bs.*

$V = 5000 \cdot 110\% = 5.500$ *Bs.*

$K = 0{,}18 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}18}{4} = 0{,}045 \text{ trimestral}$

$i = 0{,}10 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}10}{4} = 0{,}025 \text{ trimestral}$

$$I = K \cdot F$$

$$I = 0{,}045 \cdot 5000 = 225$$

Entre el 01-04-2014 y 01-10-2020 se tienen 26 trimestres

$$P = 225\left[\frac{1-(1+0{,}025)^{-26}}{0{,}025}\right] + 5500(1+0{,}025)^{-26}$$

$$P = 4263{,}89 + 2894{,}29$$

$$P = 7.158{,}18 \text{ Bs.}$$

17) $F = 10.000$ *Bs.*

$V = 10000 \cdot 105\% = 10.500$ *Bs.*

$$K = 0{,}08 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}08}{2} = 0{,}04 \text{ semestral} \quad (F.A.)$$

$$i = 0{,}12 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}12}{2} = 0.06 \text{ semestral}$$

Del 01-02-2009 hasta el 01-08-2011 se tienen 5 semestres.

$$I = 0{,}04 \cdot 10000 = 400$$

$$P = 400\left[\frac{1-(1+0{,}06)^{-5}}{0{,}06}\right] + 10500(1+0{,}06)^{-5}$$

$$P = 1684{,}95 + 7846{,}21$$

$$P = 9.531{,}16 \text{ Bs.}$$

18) $F = 10.000$ *Bs.*

$V = 10.000$ *Bs.*

$K = 0{,}12 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}12}{2} = 0{,}06$ *semestral*

$i = 0{,}15 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}15}{2} = 0{,}075$ *semestral*

$I = 0{,}06 \cdot 10000$

$I = 600$

Del 01-12-2005 al 01-12-2015 se tienen 20 semestres

$$P = 600\left[\frac{1-(1+0{,}075)^{-20}}{0{,}075}\right] + 10000(1+0{,}075)^{-20}$$

$P = 6116{,}69 + 2354{,}13$

$P = 8470{,}82$ *Bs.*

19) $F = 15.000$ *Bs.*

$K = 0{,}42 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}42}{4} = 0{,}105$ *trimestral*

$V = 15.000$ *Bs.*

$i = 0{,}40 \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}40}{4} = 0{,}10$ *trimestral*

$I = 15.000 \cdot 0{,}105 = 1.575$ *Bs.*

Del 01-10-2012 al 01-07-2020, se tienen 31 trimestres

a) $$P = 1575\left[\frac{1-(1+0{,}10)^{-31}}{0{,}10}\right] + 15000(1+0{,}10)^{-31}$$

P =14929,45 + 781,48

$P_{01/10/2012}$ *= 15.710,93*

Un inversionista pagará 14.929,45 por cada bono de 15.000 y 781,48 por los 31 cupones de 1.575 c/u trimestralmente.

Luego, la utilidad neta será:

I = 15000 + 31(1575) – 15710,93

I = 48.114,07 Bs.

Del 01-07-2015 al 01-07-2020 se tienen 20 trimestres

b) $$P = 1575\left[\frac{1-(1+0{,}10)^{-20}}{0{,}10}\right] + 15000(1+0{,}10)^{-20}$$

P = 13408,86 + 2229,65

$P_{01/07/2015}$ *= 15.638,51 Bs.*

20) $F = 5.000$ *Bs.*

$I = 450$ *Bs. semestrales*

$n = 6 \text{ años} \cdot 2 = 12 \text{ semestres}$

$i = 0,36 \quad \Rightarrow \quad \frac{0,36}{2} = 0,18 \text{ semestral}$

$V = 5.000$ *Bs.*

$$P = 450\left[\frac{1-(1+0,18)^{-12}}{0,18}\right] + 5000(1+0,18)^{-12}$$

$P = 2.843,05$ *Bs.*

21) $F = 6.000$ *Bs.*

$V = 6000 \cdot 106\% = 6.360$ *Bs.*

$K = 0,27 \quad \Rightarrow \quad \frac{0,27}{4} = 0,0675$

$n = 5 \text{ años} \cdot 4 = 20 \text{ trimestres}$

$i = 0,238 \quad \Rightarrow \quad \frac{0,238}{4} = 0,0595 \text{ trimestral}$

$$I = 0,0675 \cdot 6000 = 405 \text{ Bs.}$$

$$P = 405\left[\frac{1-(1+0,0595)^{-20}}{0,0595}\right] + 6360(1+0,0595)^{-20}$$

$P = 6.666,11$ *Bs. valor de mercado*

22) $E = P\ mercado + I$

$E = 6.666{,}11 + 405$

$E = 7.071{,}11\ Bs.$

23) $F = 12.000\ Bs.$

$K = 0{,}21 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{0{,}21}{3} = 0{,}07$ *cuatrimestral (E.M.S.)*

P de mercado = ?

$i = 0{,}1917 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{0{,}1917}{3} = 0{,}0639$ *cuatrimestral*

Desde 10-01-2008 hasta 10-01-2009 transcurre 1 año o tres cuatrimestres

$I = 12000 \cdot 0{,}07 = 840\ Bs.$

$$P = 840\left[\frac{1-(1+0{,}0639)^{-3}}{0{,}0639}\right] + 12000(1+0{,}0639)^{-3}$$

$$P = 2229{,}23 + 9965{,}03$$

$$P = 12.194{,}26\ Bs.$$

26) *e = ? anual*

C = 15.250 Bs.

M = 15.920 Bs.

n = 23 días

$$i = \frac{I}{C}$$

$$I = M - C$$

$$I = 15920 - 15250 = 670 \text{ Bs.}$$

$$i = \frac{670}{15250} = 0{,}0439344262$$

$$e = (1 + 0{,}0439344262)^{\frac{365}{23}} - 1$$

$$e = 0{,}978499189 \cdot 100$$

$$e = 97{,}85\%$$

27) *e = ?*

C = 2.705 Bs.

M = 2.693 Bs.

n = 16 días

$$I = 2693 - 2705 = -12 \text{ Bs.}$$

$$i = \frac{I}{C} = \frac{-12}{2075} = -0{,}0004436229205$$

$$e = [1 + (-0{,}0004436229205]^{\frac{30}{16}} - 1$$

$$e = -0{,}0008316315344 \cdot 100$$

$$e = -0{,}083\% \text{ mensual}$$

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

- Achong, E. 1985. Matemática Financiera. Editorial ULA. Mérida. Venezuela.
- Alvarez, A. 1992. Matemáticas Financieras. Editorial Paraninfo, S.A. Madrid. España.
- Ayres, F. 1971. Matemática Financiera. Colección Schaum. Editorial Mac Graw Hill. México.
- Barandiarán, R. 1993. Diccionario de Términos Financieros. Editorial Trillas. Tercera edición. México.
- Bosch G., C. 1972. La técnica de investigación documental. Caracas. UCV. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales.
- Díaz, A y Aguilera, V. 1993. Matemáticas Financieras. Editorial Mac Graw Hill. México.
- Gitman, L. 1986. Fundamentos de Administración Financiera. Tercera edición. Harla. México.
- Gutiérrez, L. 1992. Finanzas prácticas para países en desarrollo. Editorial Norma. Barcelona. España.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. 1998. Metodología de la Investigación. Editorial. Mc Graw Hill. México.
- Jaguan, A. 1994. Matemáticas Financieras. Gráficas Monfort. Caracas. Venezuela.
- Ley del Mercado de Capitales. Venezuela.

- Ley de Reconversión Monetaria 2007. Venezuela
- Maravalle, D.1970. Matemática Financiera. Editorial Dossat, S.A. Madrid. España.
- Moore, J. H. 1975. Manual de Matemáticas Financieras. Editorial Hispanoamericana. México.
- Murioni, O. y Trossero, A. 1993. Manual de Calculo Financiero. Ediciones Macchi. Argentina.
- Portus, L.1988. Matemáticas Financieras. Editorial Mc Graw Hill. México.
- Redondo, A. 1981. Curso práctico de Matemática Financiera. Editorial Centro Contable Venezolana.
- Schwarzenberg C., A. 2008. Material de apoyo y papeles de trabajo sobre Matemática Financiera. Unellez. Barinas. Venezuela.
- Universidad Nacional Abierta 1983. Ledezma, Leonardo. Especialista de contenido. Administración Financiera. Tomo I. Caracas. Venezuela.
- Van H., J.1993. Administración Financiera. Editorial Mc Graw Hill. Tomo I y II. Octava edición. México.
- Villalobos, J. 2007. Matemáticas Financieras. Editorial Prentice Hall. Tercera Edición México.
- Watts, B.K.R. 1985. Elementos de Finanzas para Gerentes. Ediciones-Distribuciones, S.A. España.
- Weston , F. 1998. Manual de Administración Financiera. Tomo I. Mac Graw Hill. México.

- Weston, J. y Copeland, T.1998. Finanzas en Administración. Tomo I. Mc Graw Hill. México.
- Yohnson, R.1974. Administración Financiera. Editorial Continental, S.A. México.