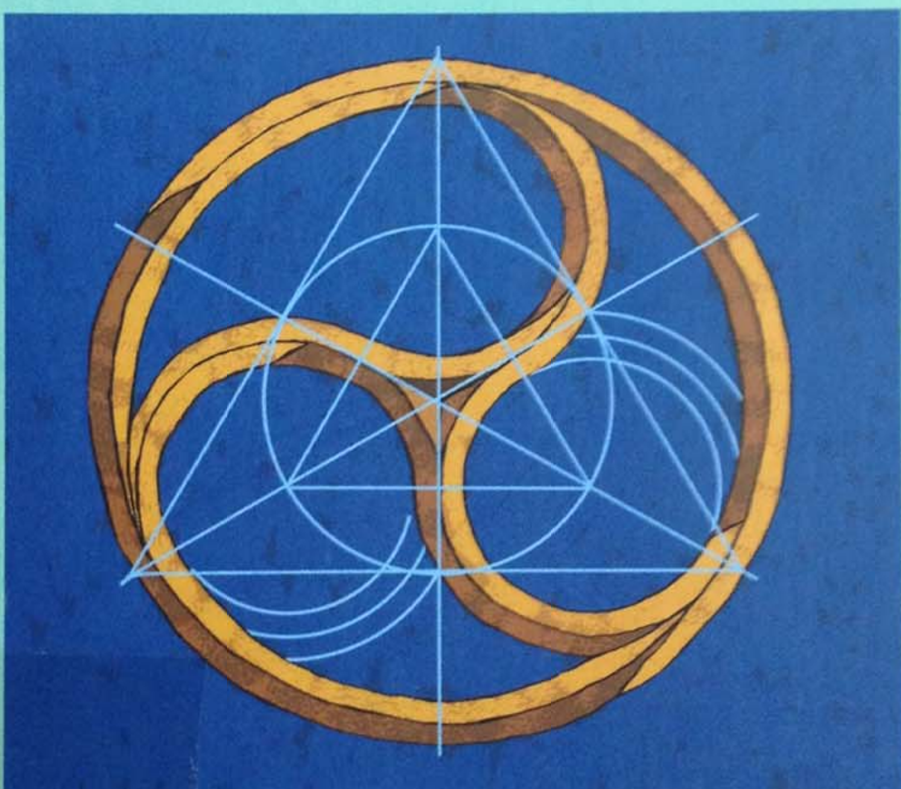
LA AVENTURA DE LA CIENCIA

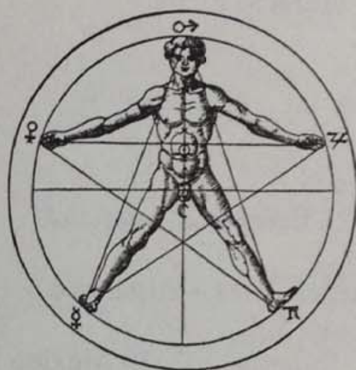
GEOMETRÍA SAGRADA



Miranda Lundy

ONIRO

GEOMETRÍA SAGRADA



COLECCIÓN DIRIGIDA POR CARLO FRABETTI

Título original: *Sacred Geometry*
Publicado en inglés por Wooden Books / Walker Publishing Company, Inc.

Traducción de Irene Amador

Diseño de cubierta: Valerio Viano

Ilustración de cubierta: Horacio Elena

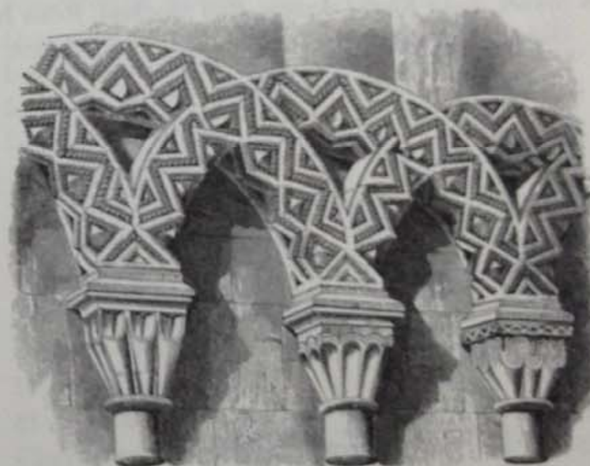
Distribución exclusiva:
Ediciones Paidós Ibérica, S.A.
Mariano Cubí 92 – 08021 Barcelona – España
Editorial Paidós, S.A.I.C.F.
Defensa 599 – 1065 Buenos Aires – Argentina
Editorial Paidós Mexicana, S.A.
Rubén Darío 118, col. Moderna – 03510 México D.F. – México

ISBN: 84-9754-132-4
Depósito legal: B-47.417-2004

Impreso en Hurope, S.L.
Lima, 3 bis – 08030 Barcelona

Impreso en España – *Printed in Spain*

GEOMETRÍA SAGRADA



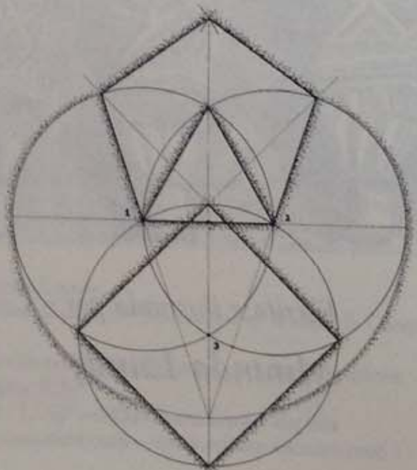
Escrito e ilustrado por

Miranda Lundy

ONIRO

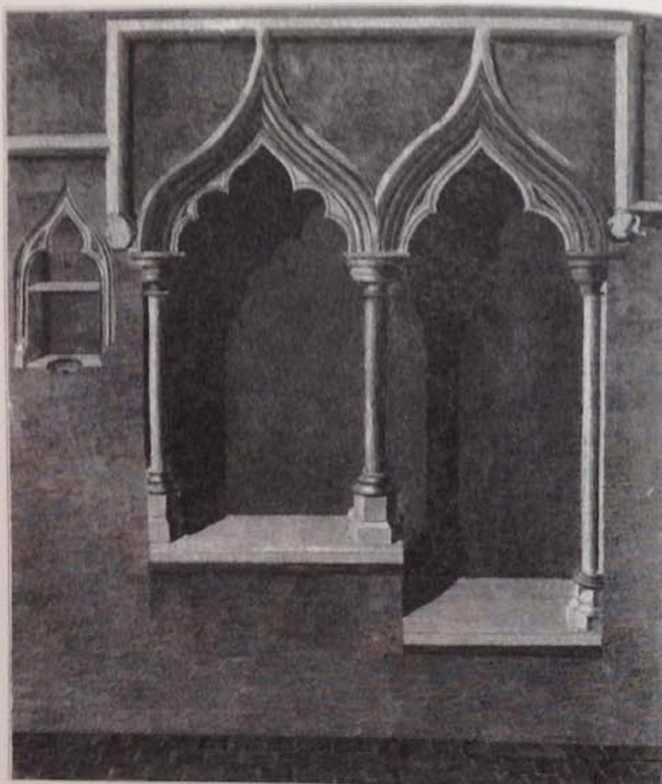
A los diseñadores del futuro.

Con sincero agradecimiento para mis profesores Keith Critchlow, John Michell, doctor Khaled Azzam, Paul Marchant, Robin Heath, Michael Glickman, doctor Stephan René y Tony Ashton.



Índice

Introducción	7
El punto, la línea y el plano	8
La esfera, el tetraedro y el cubo	10
Uno, dos y tres	12
Seis alrededor de uno	14
Doce alrededor de uno	16
Los cinco elementos	18
La cuadratura del círculo	20
El canon	22
La tarta pirámide	24
La mitad y el tercio	26
Las formas de los sonidos	28
La sección áurea	30
Cómo dibujar un pentágono	32
Espirales diversas	34
El heptágono	36
El eneágono	38
Círculos con monedas	40
Mosaicos	42
Más mosaicos	44
La parte más pequeña	46
Un diseño islámico	48
Una vidriera de una iglesia	50
Tréboles y cuatréboles	52
Círculos de piedra e iglesias	54
Arcos preciosos	56
Una espiral celta	58
Posibilidades pentagonales	60
Diecisiete simetrías	62



Bancos de cantería Norwoods, iglesia de Milton, Kent.

Introducción

La Geometría Sagrada explora el desarrollo del número en el espacio. El viaje básico es del punto a la línea, de la línea al plano, y del plano a la tercera dimensión y más allá, regresando al punto y viendo lo que ocurre en el camino.

Este pequeño libro analiza los elementos de la geometría de dos dimensiones, la representación del número sobre una superficie plana. Otro libro de esta serie trata los asuntos de la geometría tridimensional. Durante mucho tiempo, este tipo de material fue utilizado como introducción a la metafisica. La geometría y la música, su disciplina gemela, nos revelan la verdad como una sombra de la Realidad, como un mito de creación en sí mismo.

Las cuatro grandes Artes Liberales del mundo antiguo se ocuparon de los números, la música, la geometría y la cosmología. Estos lenguajes simples y universales se nos revelan hoy del mismo modo que lo han hecho siempre, y siguen cautivando a los estudiosos de la ciencia y la cultura. Aquí esbozamos un camino de indagación que puede ayudarte a comprender cualquier objeto tridimensional que encuentres en el universo.

Espero que te diviertas con este pequeño volumen y te recomiendo que leas más libros de esta serie para que profundices en tus conocimientos. Mis agradecimientos a los editores de Wooden Books.

Penzance, junio de 2000 d.C.

El punto, la línea y el plano

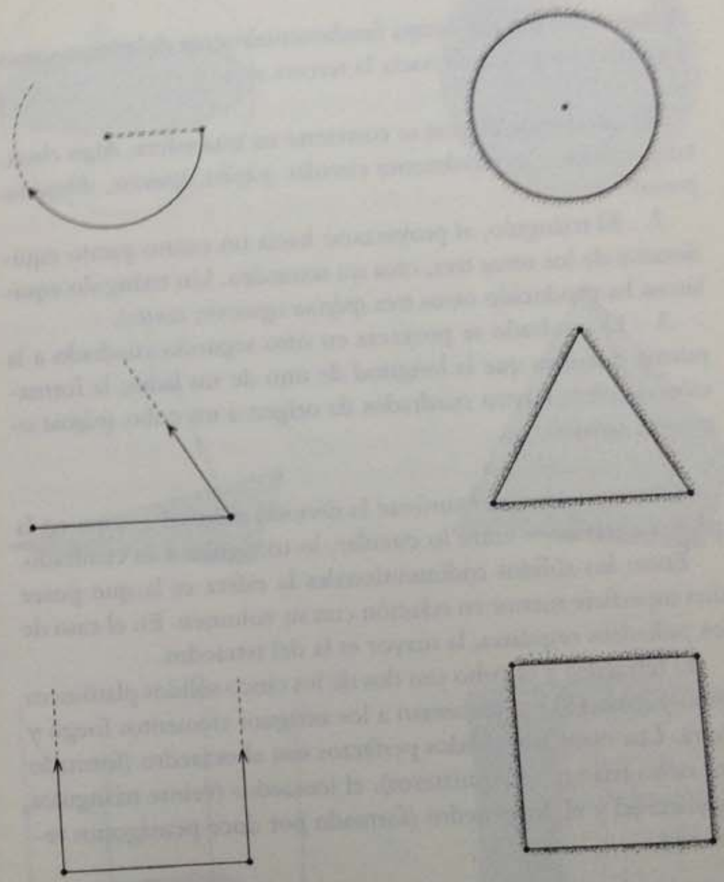
Cero, una y dos dimensiones

Para comenzar tomemos una hoja de papel. Lo primero que podemos dibujar es un punto. No tiene dimensión, ni está en el espacio. El punto, sin interior ni exterior, es el origen de todo lo que vendrá a continuación. Se representa como una diminuta mancha redonda.

La primera dimensión, la línea, cobra existencia cuando el uno emerge en dos principios: activo y pasivo *(dibujo inferior)*. La línea nace como fruto del movimiento del punto en una dirección. Una línea no tiene grosor y a veces tampoco tiene fin. En la página siguiente se representan tres trayectorias:

1. Un extremo de la línea es estacionario o pasivo; el otro es libre para girar y describir un círculo, que representa el Cielo.
2. El punto activo puede trasladarse a una tercera posición equidistante de las otras dos, describiendo así un triángulo equilátero.
3. La línea puede producir otra moviéndose a distancias iguales para formar un cuadrado, que representa la Tierra.

Se han puesto de manifiesto las tres formas: círculo, triángulo y cuadrado. Están llenas de significado. Empieza nuestro viaje.



La esfera, el tetraedro y el cubo

De dos a tres dimensiones

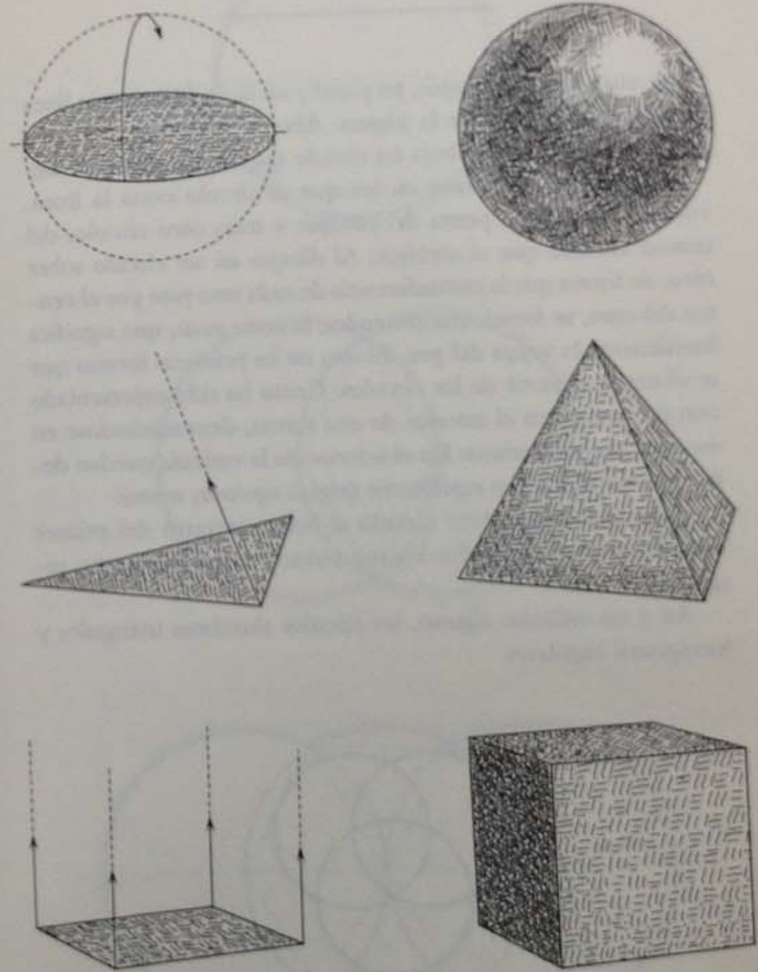
Aunque este libro se ocupa fundamentalmente del plano, vamos a avanzar un paso más hacia la tercera «vía».

1. El círculo al girar se convierte en una esfera. Algo circular permanece esencialmente circular *(página siguiente, dibujo superior).*
2. El triángulo, al proyectarse hacia un cuarto punto equidistante de los otros tres, crea un tetraedro. Un triángulo equilátero ha producido otros tres *(página siguiente, centro).*
3. El cuadrado se proyecta en otro segundo cuadrado a la misma distancia que la longitud de uno de sus lados; la formación de otros cuatro cuadrados da origen a un cubo *(página siguiente, inferior).*

Observa cómo se mantiene la división esencial —vista en la página anterior— entre lo circular, lo triangular y lo cuadrado.

Entre los sólidos tridimensionales la esfera es la que posee una superficie menor en relación con su volumen. En el caso de los poliedros regulares, la mayor es la del tetraedro.

El tetraedro y el cubo son dos de los cinco sólidos platónicos *(véase página 18)* y representan a los antiguos elementos fuego y tierra. Los otros tres sólidos perfectos son el octaedro (formado por ocho triángulos equiláteros), el icosaedro (veinte triángulos equiláteros) y el dodecaedro (formado por doce pentágonos regulares).



Uno, dos y tres

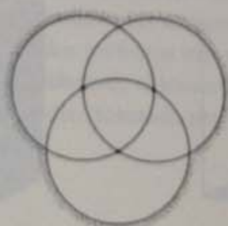
Juegos con círculos

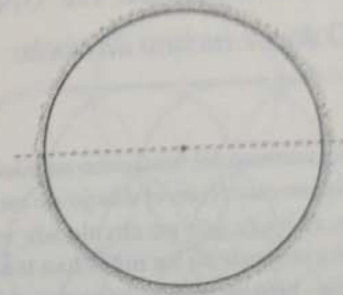
Coge una regla, un compás, un papel y un lápiz. Dibuja una línea horizontal que atraviese la página. Abre el compás y coloca la punta sobre la línea. Dibuja un círculo *(página siguiente, superior).*

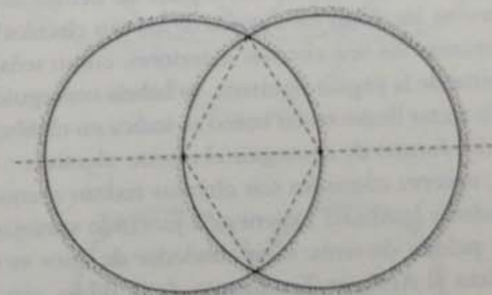
En uno de los puntos en los que el círculo corta la línea, vuelve a colocar la punta del compás y traza otro círculo, del mismo tamaño que el anterior. Al dibujar así un círculo sobre otro, de forma que la circunferencia de cada uno pase por el centro del otro, se forma una almendra, la *vesica piscis*, que significa literalmente la vejiga del pez. Es una de las primeras formas que se obtienen a partir de los círculos. Cristo ha sido representado con frecuencia en el interior de esta forma, denominándose en ese caso *almendra mística.* En el interior de la vesícula quedan definidos dos triángulos equiláteros *(página siguiente, centro).*

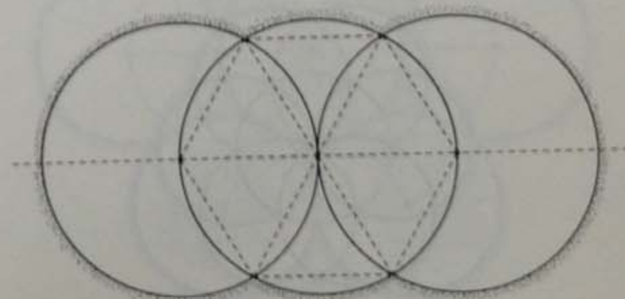
Si se añade un tercer círculo al lado contrario del primer círculo, quedan definidos los seis puntos de un hexágono regular.

Así y sin esfuerzo alguno, los círculos alumbran triángulos y hexágonos regulares.









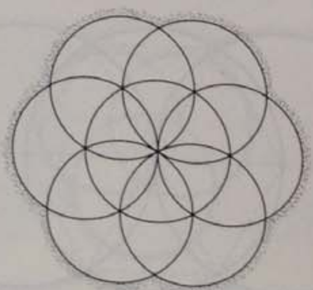
Seis alrededor de uno

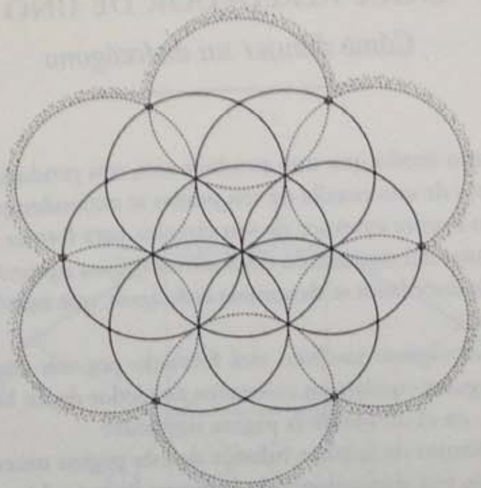
O doce e incluso dieciocho

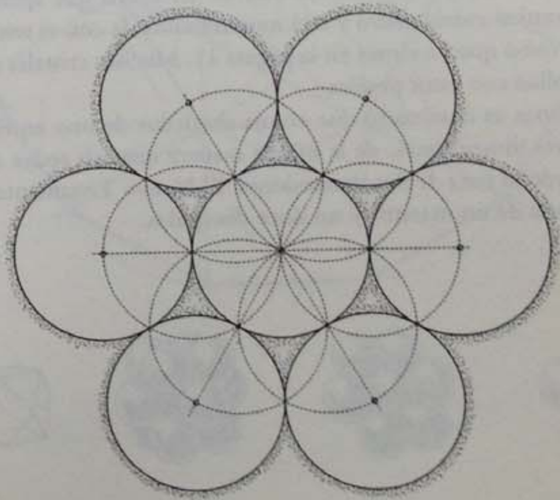
A partir de los seis vértices del hexágono se puede obtener un diseño como el representando en el dibujo de esta página. Otra forma de lograrlo, es hacer que un círculo «de vueltas» alrededor de sí mismo. La mayoría de los niños han tenido esta experiencia en el colegio, bien porque se lo ha sugerido un profesor o bien jugando con un compás.

Mira el dibujo que aparece en la parte de debajo de esta página, ¿cómo se localizan los centros de los seis círculos? Si perfilas suavemente los seis círculos exteriores, como señala el dibujo superior de la página siguiente, lo habrás conseguido. Otra forma sería trazar líneas rectas como se indica en el dibujo inferior. Son dos formas de conseguir el mismo objetivo.

Ahora, observa cómo los seis círculos rodean a uno. Podemos reproducir la misma experiencia juntando naranjas, copas de vino o pelotas de tenis. «Seis alrededor de uno» es el tema que da inicio al Antiguo Testamento de la Biblia: seis días de trabajo y uno de descanso.







Doce alrededor de uno

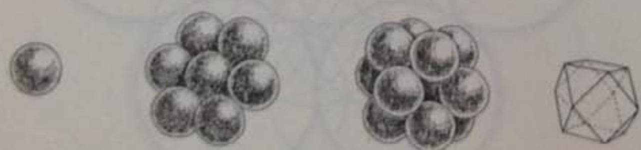
Cómo dibujar un dodecágono

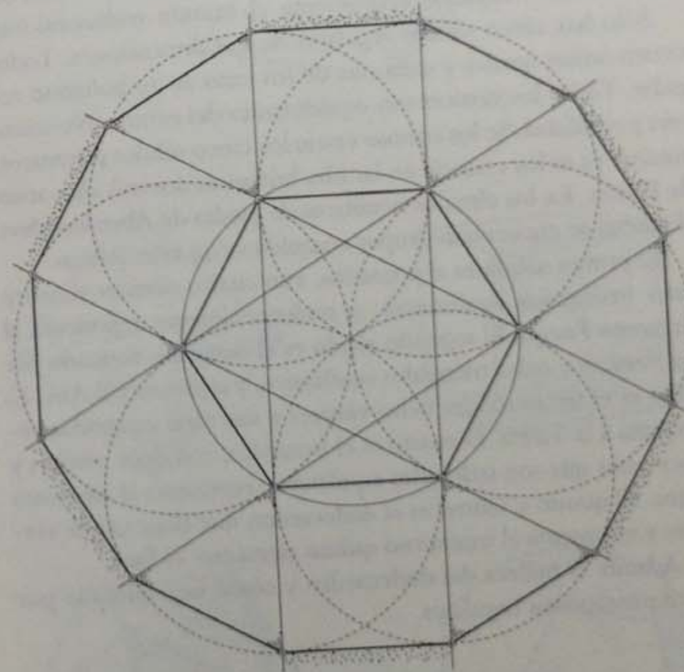
Del mismo modo que uno produce seis, seis producirán doce. Los brazos de una estrella de seis puntas se extienden para intersectar los bordes externos de seis círculos para formar una división regular del espacio, en doce partes *(página siguiente)*. El polígono de doce lados se denomina *dodecágono*, que significa «doce ángulos».

El dodecágono también está formado por seis cuadrados y seis triángulos equiláteros colocados alrededor de un hexágono. ¿Los ves, en el dibujo de la página siguiente?

Los dibujos de la parte inferior de esta página muestran una versión en tres dimensiones de la misma historia. Una bola encaja con naturalidad con otras doce que la rodean, y todas tocan la del centro y cuatro de sus vecinas. La forma que aparece se denomina cuboctaedro y está muy relacionada con el tetraedro y el cubo que ya vimos en la página 11. Muchos cristales se desarrollan con estos perfiles.

Doce es el número que encaja alrededor de uno en el caso de tres dimensiones, de la misma manera que seis rodea a uno cuando se trata de dos dimensiones. El Nuevo Testamento es la historia de un maestro y sus doce discípulos.





Los cinco elementos

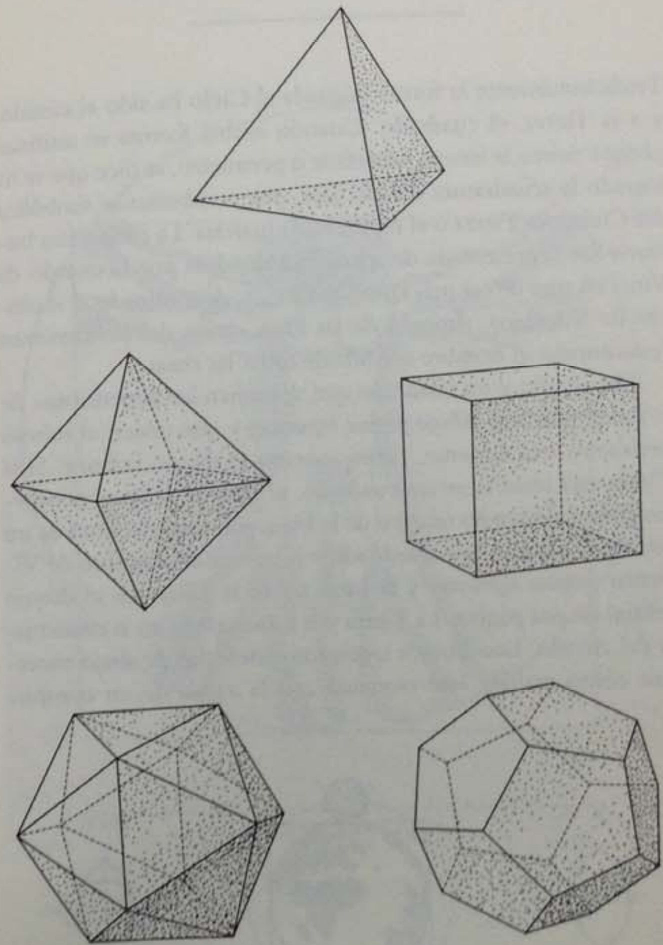
Una breve incursión en tres dimensiones

Aunque este libro trata fundamentalmente de las primeras dos dimensiones espaciales, es importante para nuestra comprensión del número cinco explorar brevemente el mundo tridimensional.

Sólo hay cinco sólidos regulares de tres dimensiones. Todos tienen aristas iguales y cada una de sus caras es un polígono regular. Todos los vértices son equidistantes del centro. No existe otra posibilidad. Se los conoce como los cinco sólidos platónicos, aunque ya se los conocía en las islas británicas dos mil años antes de Platón. En los círculos neolíticos de piedra de Aberdeenshire (Escocia) se encuentran grupos completos con estas formas.

El primer sólido es el tetraedro, con cuatro vértices y cuatro caras (triángulos equiláteros), y tradicionalmente representa al elemento Fuego. El segundo sólido es el octaedro, formado por seis vértices y ocho triángulos equiláteros, y representa al Aire. El cubo es el tercer sólido: ocho vértices y seis caras cuadradas, representa a la Tierra. El cuarto es el icosaedro, con doce vértices y doce caras que son triángulos equiláteros, representa al elemento Agua. El quinto y último es el dodecaedro, que tiene veinte vértices y representa al misterioso quinto elemento: el Éter.

Admira la belleza del dodecaedro y cómo está formado por doce pentágonos regulares.

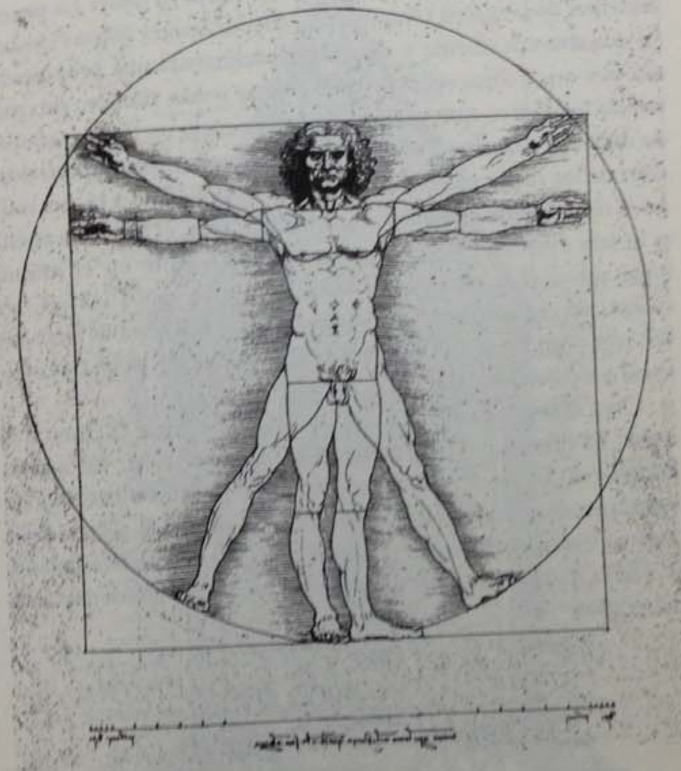


La cuadratura del círculo

La alianza del Cielo y la Tierra

Tradicionalmente la forma asignada al Cielo ha sido el círculo, y a la Tierra, el cuadrado. Cuando ambas formas se unifican porque tienen la misma superficie o perímetro, se dice que se ha logrado la «cuadratura del círculo», una combinación simbólica del Cielo y la Tierra o el espíritu y la materia. La cuadratura humana fue representada de manera espléndida por Leonardo da Vinci en uno de sus más famosos dibujos, denominado el «hombre de Vitrubio», símbolo de las ideas claves del pensamiento renacentista: el hombre medida de todas las cosas.

Un círculo y un cuadrado que delimitan las dimensiones de la figura humana *(dibujo página siguiente)* y que tienen el mismo perímetro exactamente, como muestra el dibujo inferior. Si la Tierra está inscrita en un cuadrado, el círculo de igual perímetro define el tamaño relativo de la Luna con una exactitud de un 99,9%: el espacio que queda sobre la cabeza del hombre de Vitrubio *(página siguiente)* y la Luna sobre la Tierra en el dibujo central de esta página. La Tierra y la Luna celeste en la cuadratura del círculo. Los dibujos izquierdo y derecho de abajo muestran cómo realizar este esquema con la ayuda de un compás.

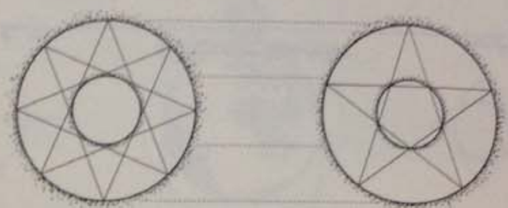


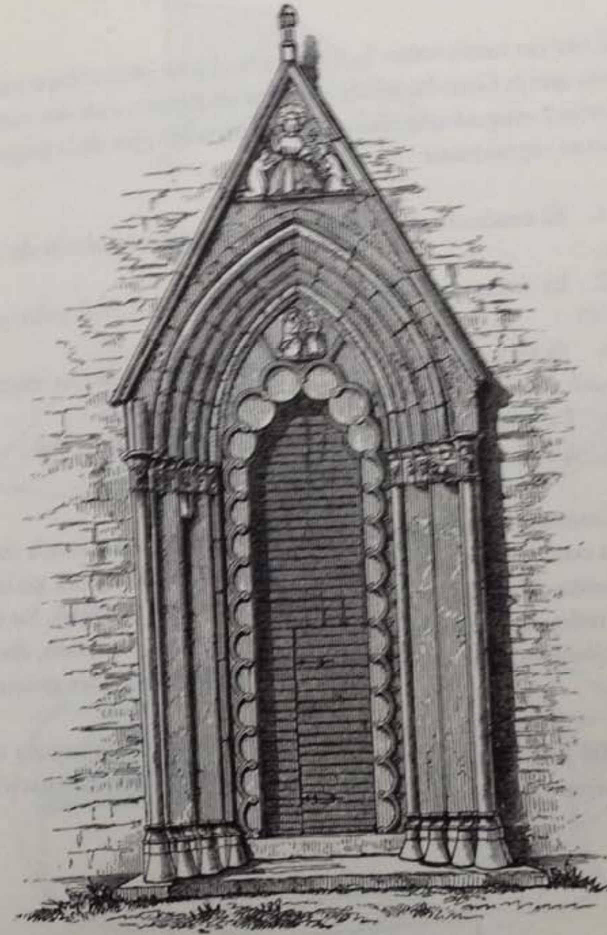
El canon

Los números de los cielos y la Tierra

Si el radio de la Luna es tres, el de la Tierra es once. La puerta principal de la iglesia Gerum en Gotland, Suecia *(página siguiente)* muestra claramente y de manera deliberada una proporción tres por once. Tres veces once es treinta y tres, número de contenido simbólico que aparece con frecuencia en las narraciones de distintas culturas. Treinta y tres guerreros protagonizan muchos de los mitos irlandeses y noruegos. Es la edad a la que murió Cristo. Desde cualquier lugar de la Tierra, el Sol tarda treinta y tres años en volver a elevarse exactamente en el mismo lugar sobre el horizonte. El siete se vincula tanto con el tres como con el once, siendo la inclinación de la Tierra de siete sobre tres y un buen valor para π es 22/7 *(la razón de una circunferencia y su diámetro).*

Otra alianza notable es la que se establece entre el cinco y el ocho. El dibujo inferior representa esta asociación. En ambos dibujos, el círculo interior corresponde al tamaño o la órbita de Mercurio, si el exterior representa el tamaño o la órbita de la Tierra. Venus, aunque no aparece, se localiza entre Mercurio y la Tierra y traza un gran pentagrama a nuestro alrededor cada ocho años.





La tarta pirámide

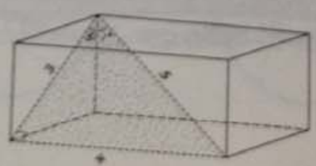
Una alianza de cosas

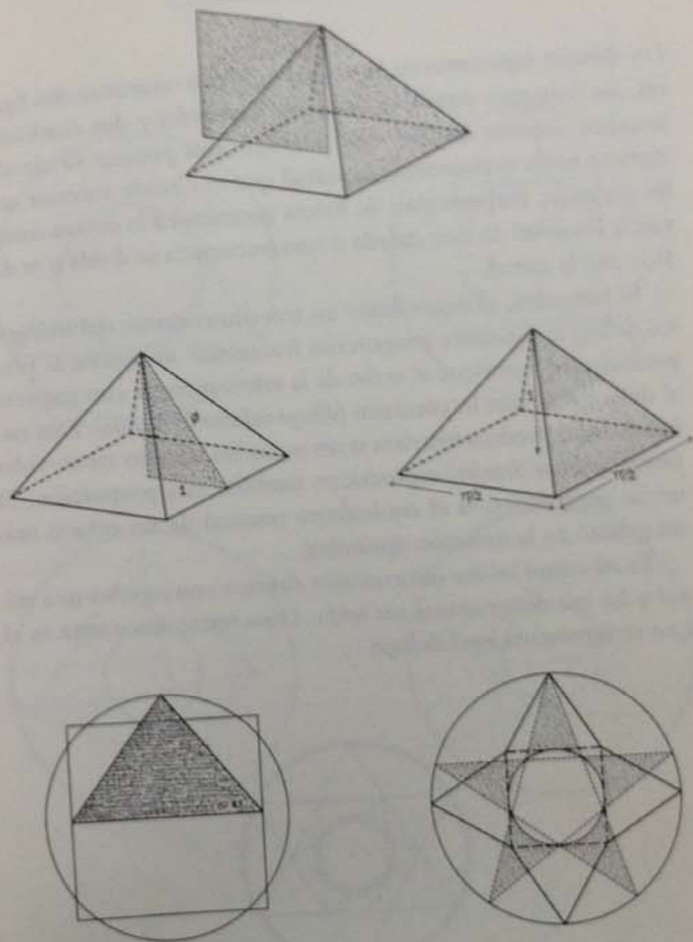
Tal vez no exista sobre la Tierra un objeto geométrico más famoso que la Gran Pirámide de Giza en Egipto, con sus extrañas galerías y enigmáticas cámaras. Los cinco dibujos de la página siguiente representan:

1. El cuadrado de la altura como un área igual a la de cada cara.
2. La *divina proporción* en la pirámide: $\phi = 1{,}618$ *(véase página 30)*.
3. *Pi* en la pirámide. Pi o π define la proporción entre la circunferencia del círculo y su diámetro (3,14159...).
4. La pirámide cuadrando el círculo *(véase página 20)*.
5. Un pentagrama define la «red» de la pirámide.

Geometría significa «medida de la Tierra». La Pirámide funciona como un reloj solar, un observatorio astronómico, un instrumento de planimetría y un canon de pesos y medidas. Su diseño refleja las medidas de la Tierra con enorme precisión, datos astronómicos con gran detalle y estas sencillas lecciones geométricas.

La «Cámara del Faraón» tiene la forma de un triángulo de medidas 3:4:5 y su ángulo es el mismo que el de la inclinación de la segunda pirámide de Giza.





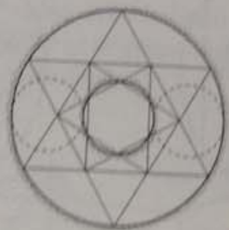
La mitad y el tercio

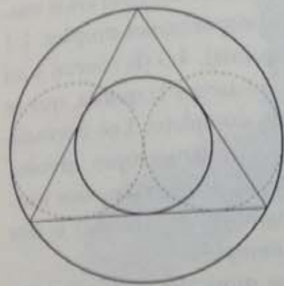
Definidos por triángulos y cuadrados

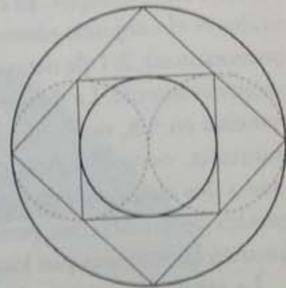
Los dibujos superiores de la página siguiente muestran dos figuras, un triángulo equilátero *(superior izquierdo)* y dos cuadrados inscritos *(superior derecho)*, que son similares porque su círculo interior mide exactamente la mitad que el círculo exterior que las circunda. Representan de forma geométrica la octava musical: la longitud de una cuerda o una frecuencia se dobla o se divide por la mitad.

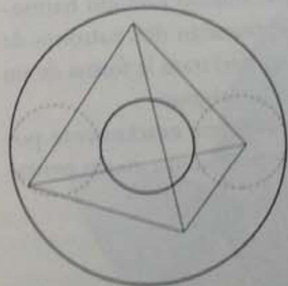
El tetraedro, el equivalente en tres dimensiones del triángulo, define la siguiente proporción fraccional: un tercio; la proporción que mantiene el radio de la esfera interior con respecto al de la esfera que lo contiene *(dibujo inferior izquierdo)*. Dos cubos o dos octaedros inscritos o un octaedro inscrito en un cubo *(dibujo inferior derecho)* reproducen también esta proporción. El tercio geométrico es el equivalente musical de un octavo más un quinto en la notación armónica.

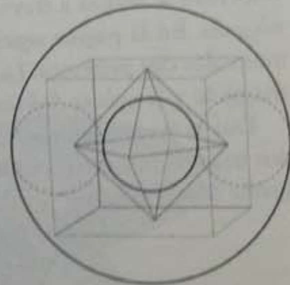
Es así como las *dos* dimensiones definen con rapidez una *mitad* y las *tres* dimensiones un *tercio*. Otro tercio fascinante es el que se representa aquí debajo.











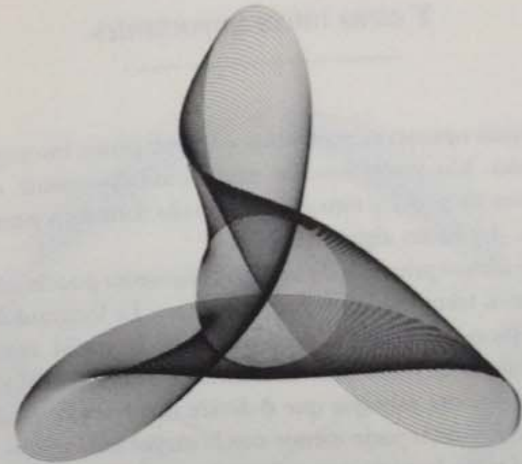
LAS FORMAS DE LOS SONIDOS

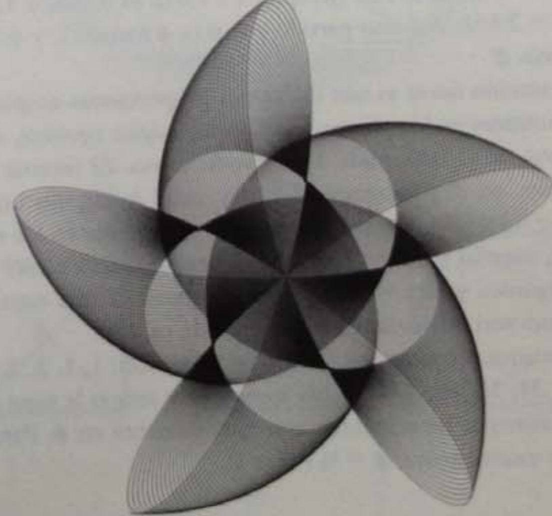
Y los tres cuartos

La geometría es «un número en el espacio» y la música es «un número en el tiempo». El conjunto básico de los intervalos musicales es el conjunto elemental de las proporciones simples: 1:1 (unisonancia), 2:1 (la octava), 3:2 (la quinta), 4:3 (la cuarta) y así progresivamente. La diferencia entre la cuarta y la quinta, que se resuelve en 9:8, es el valor de un tono completo. Los *intervalos* musicales, como las *proporciones* geométricas, siempre involucran a dos elementos en una determinada proporción: dos longitudes de cuerda, dos períodos (longitudes de tiempo) o dos frecuencias (compás por longitud de tiempo).

La representación de los intervalos musicales como formas trazadas por la oscilación de un lápiz sobre un círculo a una velocidad determinada y una tabla en un círculo opuesto a otra velocidad se realiza a través de un mecanismo llamado harmonógrafo. En la página siguiente se representan dos patrones de intervalos casi perfectos. La octava *(superior)* traza la forma de un triángulo y la quinta *(inferior)* la de un pentágono.

Dos octavas o un cuarto pueden definirse exactamente por dos triángulos, cuatro cuadrados o un pentágono en un pentagrama *(dibujo inferior)*.





La sección áurea

Y otras raíces importantes

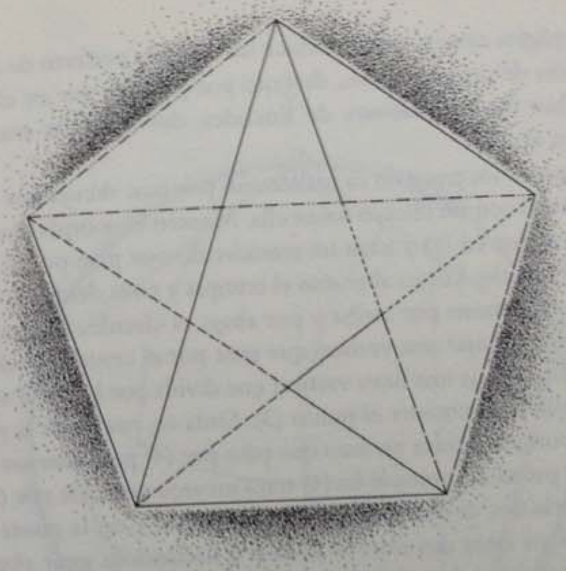
En la página opuesta se representa un pentagrama inscrito en un pentágono. Un nudo sencillo atado cuidadosamente en una cinta o tira de papel y estirado y aplanado forma un pentágono perfecto. ¡Inténtalo alguna vez!

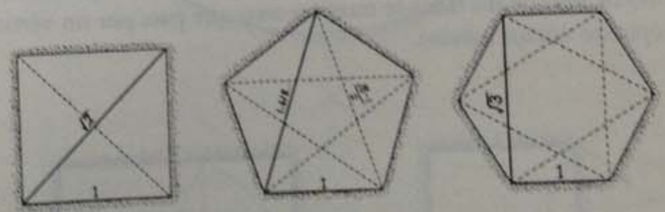
En el dibujo principal de la página siguiente puedes observar los distintos trazados de los pares de líneas. La longitud de cada par de líneas mantiene la proporción de la *sección áurea*, $1{:}\phi$, donde ϕ o *phi* es 1,618 (más exactamente 1,61803399...).

Es importante subrayar que ϕ divide una línea de modo que la proporción de la parte menor con la mayor es la misma que la proporción de la parte mayor con la totalidad. Ninguna otra proporción se comporta de una forma tan elegante en su relación con la unidad. Por ejemplo, 1 : 1,618 es 0,618, y 1,618 × 1,618 = 2.618. Así uno partido por ϕ es ϕ menos 1, y $\phi \times \phi$ es ¡uno más ϕ!

La sección áurea es una de las tres proporciones simples que se encuentran en los primeros polígonos *(página siguiente, dibujos inferiores)*. Si el lado mide 1, se produce una $\sqrt{2}$ interna en el cuadrado, en el pentagrama 1,618 y en el hexágono una $\sqrt{3}$. Aunque $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$ están representados ampliamente en los reinos animal, vegetal y mineral, ϕ aparece predominantemente en la vida orgánica y rara vez en el reino mineral. Todas estas proporciones son utilizadas en los diseños de calidad.

Términos próximos en la serie de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144... *(cada número de la serie es la suma de los dos anteriores)* se incrementan aproximadamente en ϕ. Para expresarlo exactamente, $\phi = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$.





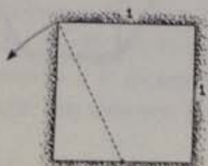
Cómo dibujar un pentágono

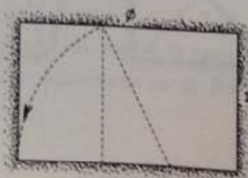
Y un rectángulo con la sección áurea

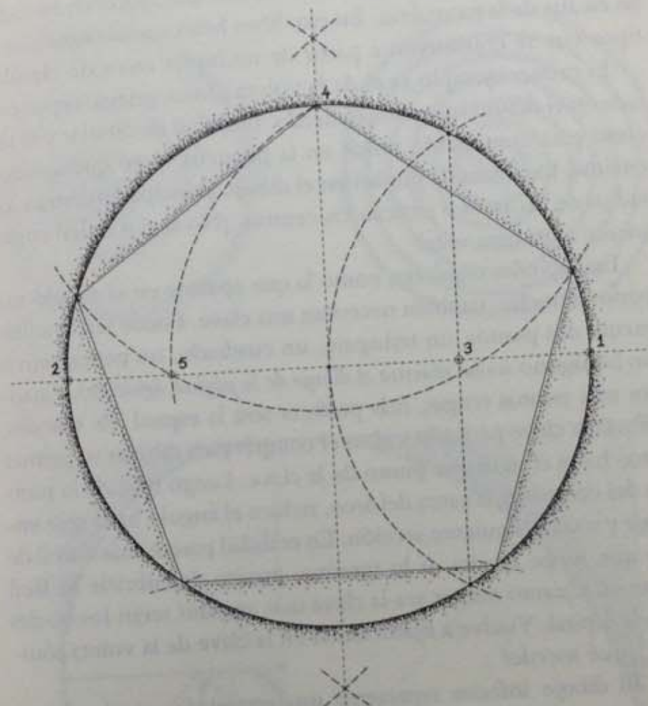
En la página opuesta se reproduce un método perfecto de construcción de un pentágono, descrito por primera vez en el último libro de los *Elementos* de Euclides, dos mil años antes de nuestra era.

Sigamos los pasos de su realización práctica: dibuja una línea horizontal con un círculo sobre ella. Mantén el compás fijo, coloca la punta en (1) y traza un semicírculo que pase por el centro del círculo. Luego abre más el compás y traza desde (1) y (2) arcos que crucen por arriba y por abajo el círculo. Utiliza una regla para dibujar una vertical que pase por el centro del círculo. Ahora dibuja una línea vertical que divida por la mitad el semicírculo para obtener el punto (3). Sitúa en este lugar la punta del compás y traza un arco que pase por (4) para obtener (5). Con la punta del compás en (4) traza un arco que pase por (5) y obtendrás dos de los vértices del pentágono. Con la punta del compás en estos dos nuevos puntos y haciéndolo girar obtendrás los últimos dos vértices del pentágono.

Para construir un rectángulo de sección áurea, muy utilizado en arquitectura, se parte de un cuadrado y desde el punto medio de uno de sus lados se traza un arco que pasa por un vértice opuesto *(dibujo inferior)*.







Espirales diversas

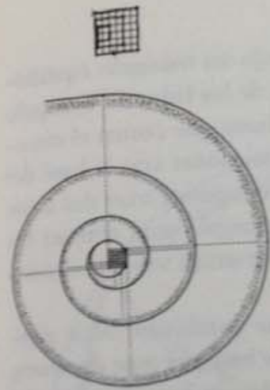
Cómo dibujarlas

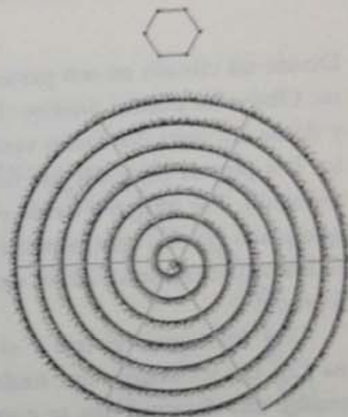
Las espirales son unas formas maravillosas que aparecen en todas las escalas de la naturaleza. En este libro hemos seleccionado tres tipos que se construyen a partir de múltiples arcos de círculo.

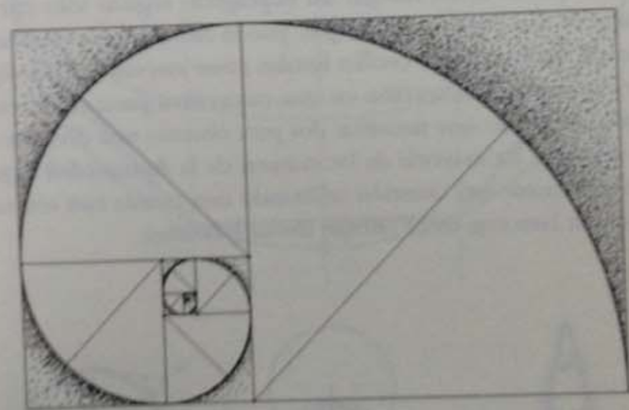
El primer ejemplo es el de la voluta jónica griega, representada en el dibujo superior izquierdo. Es difícil de dibujar y el secreto para conseguirlo reside en la pequeña clave que aparece encima. Las líneas de puntos en el dibujo principal muestran los radios de los arcos e indican los centros. ¡No es tan difícil como parece a primera vista!

Las espirales regulares, como la que aparece en el dibujo superior derecho, también necesitan una clave. Puede ser sencillamente dos puntos, un triángulo, un cuadrado, un pentágono o un hexágono *(como muestra el dibujo de la página siguiente)*. Cuantos más puntos tengas, más perfecta será la espiral. Es sencillo, dibuja la clave pequeña y abre el compás para dibujar tu primer arco hasta el siguiente punto de la clave. Luego traslada la punta del compás más cerca del arco, reduce el ángulo hasta que encaje y traza la siguiente sección. En realidad parece más difícil de lo que luego resulta, si lo intentas, pronto descubrirás lo fácil que es. Cuanto mayor sea la clave más amplios serán los bucles de la espiral. Vuelve a fijarte ahora en la clave de la voluta jónica, ¿qué sucede?

El dibujo inferior representa una espiral de sección áurea, muy frecuente en el mundo natural. Un rectángulo de sección áurea (la puerta central y la ventana de estilo georgiano) tiene la propiedad de que si le quitas un cuadrado queda otro rectángulo de sección áurea, y la espiral se genera aprovechando esto para crear cuartos de arco en cada cuadrado.







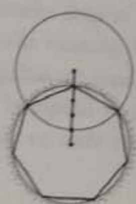
El heptágono

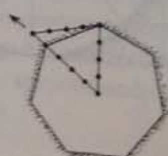
Siete a partir de tres

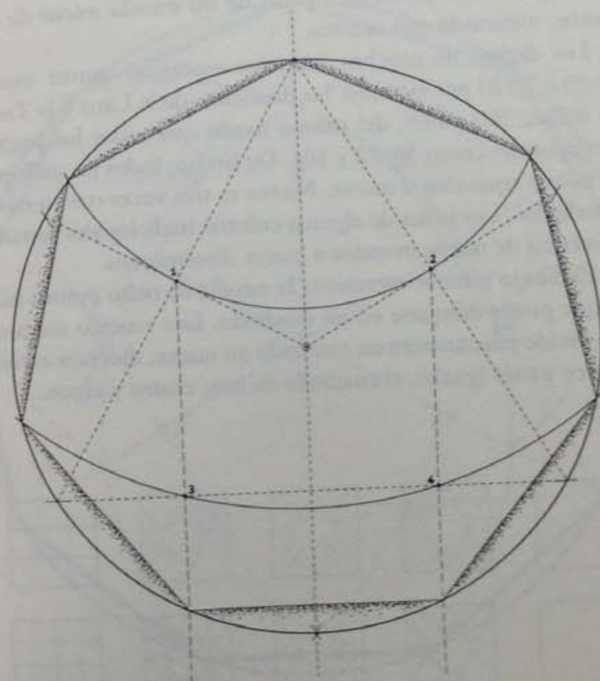
Divide un círculo en seis partes y dibuja un triángulo equilátero. Obtén los puntos medios (1) y (2) de los lados del triángulo y desde ahí traza dos líneas verticales hasta que corten el círculo. Los puntos (3) y (4) son sus intersecciones con la base del triángulo. Por último y desde el vértice superior traza dos arcos que pasen por los cuatro puntos del triángulo para obtener los últimos cuatro puntos de los siete que se sitúan sobre la circunferencia.

Con frecuencia el tres y el siete se combinan *(véase página 22)*. Un rectángulo que mida tres de base por siete de altura, tendrá una diagonal que se corresponde con la inclinación del eje de la Tierra, la misma inclinación que en muchas pinturas antiguas tiene la cabeza del ser sagrado que representan.

Aunque es difícil dibujar un heptágono regular sólo con la ayuda de una regla y un compás, puede hacerse fácilmente utilizando siete varillas o cerillas iguales *(como muestra el dibujo inferior izquierdo)*. Esta sección en una catorceava parte del círculo *exacta*, de modo que necesitas dos para obtener una división de un séptimo. La mayoría de las culturas de la Antigüedad lograron solucionar esta cuestión utilizando una cuerda con seis nudos o un lazo con trece *(dibujos central y derecho)*.







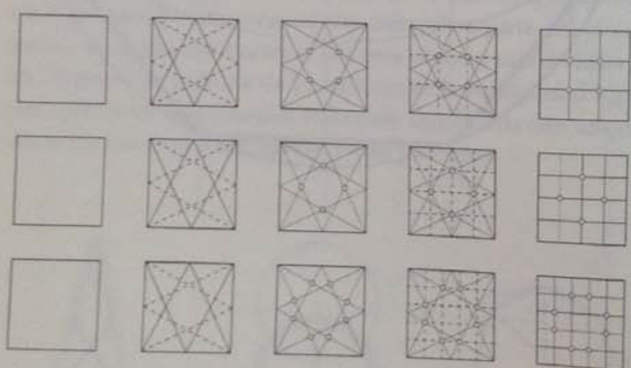
El eneágono

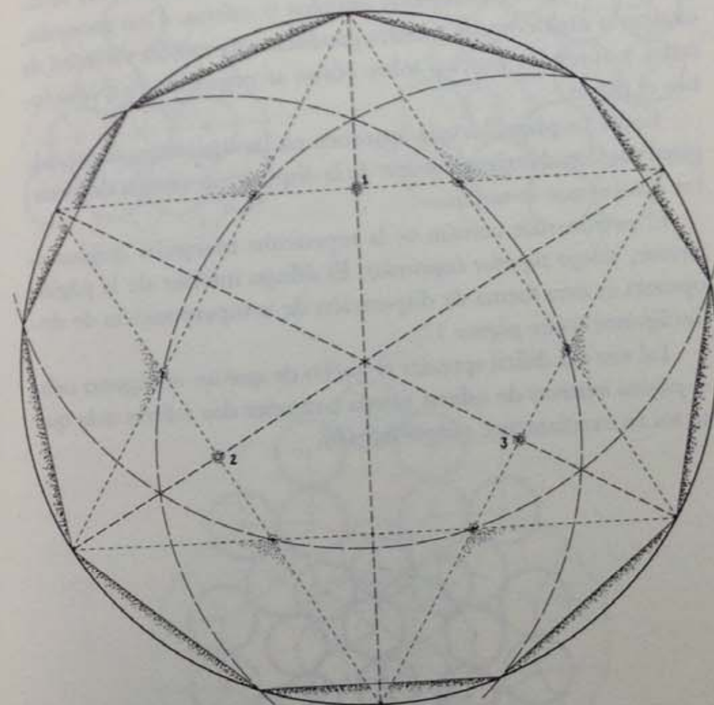
Nueves y cuadrados mágicos

La construcción de la página siguiente divide un círculo en nueve partes casi perfectas a partir de un estrella inicial de seis puntas, utilizando tres centros.

Los dígitos de muchos números especiales suman nueve: 2,160 o 7,920 por ejemplo, los diámetros de la Luna y la Tierra en millas; 360 y 666, del mismo modo que todos los ángulos pentagonales como 36, 72 y 108. De hecho, todos los múltiplos de nueve equivalen a nueve. Nueve es tres veces tres, o tres al «cuadrado». Los mitos de algunas culturas tradicionales narran la existencia de nueve mundos o nueve dimensiones.

El dibujo inferior representa la estrella de ocho puntos básica que puede dibujarse en un cuadrado. Este sencillo mecanismo divide exactamente un cuadrado en nueve, dieciséis o veinticinco partes iguales, el cuadrado de tres, cuatro y cinco.





Círculos con monedas

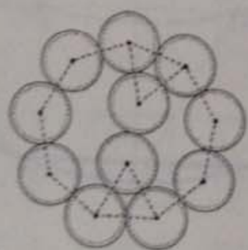
Las estructuras que forman los círculos

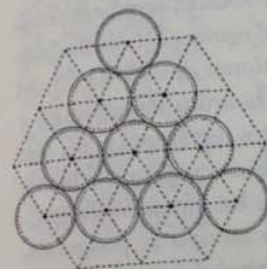
Tanto en dos como en tres dimensiones, los puntos o los vértices pueden ser considerados círculos o esferas. Con monedas, canicas o melocotones puedes producir una amplia variedad de redes y aprender mucho sobre cómo se organiza el espacio sobre el plano.

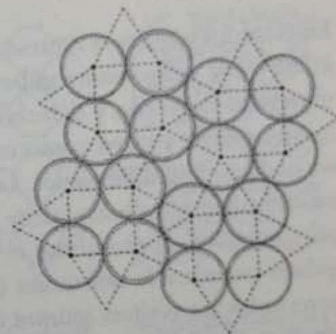
Todas las plantillas que aparecen en las siguientes cuatro páginas pueden dibujarse a partir de la disposición variada de círculos iguales que se tocan.

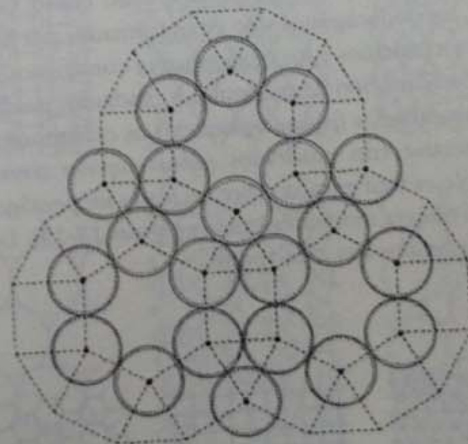
El patrón más común es la repetición triangular *(página siguiente, dibujo superior izquierdo)*. El dibujo inferior de la página opuesta es otra forma de disposición de la superposición de dodecágonos *(véase página 17)*.

Tal vez sea difícil apreciar el hecho de que un eneágono *(véase página anterior)* de esferas pueda contener dos esferas más que se tocan exactamente *(dibujo inferior)*.







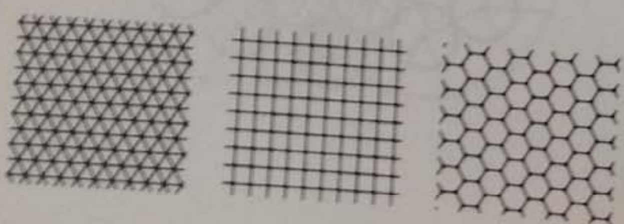


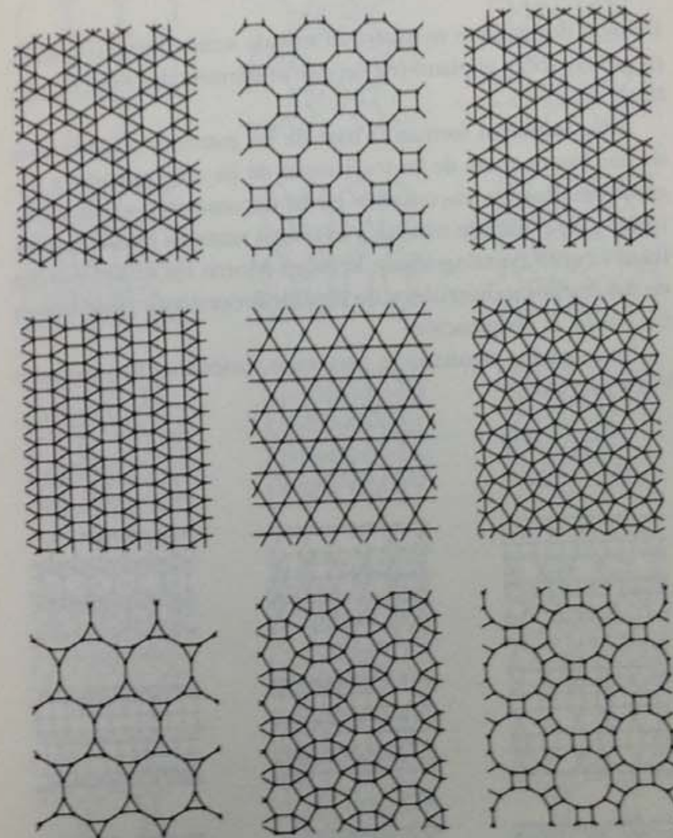
Mosaicos

Patrones repetitivos sobre superficies infinitas

En estas dos páginas se representan tres mosaicos regulares *(dibujo inferior)* y ocho semirregulares *(página siguiente)*. Los modelos superiores izquierdo y derecho son versiones dextro y levo del mismo patrón y valen como uno. Con la ayuda de una regla y un compás es fácil dibujarlos. Los mosaicos regulares son los que están formados exclusivamente por polígonos regulares y llenan por completo un plano. Por el contrario, los mosaicos semirregulares permiten la utilización de más de un tipo de polígonos, pero todos los vértices (puntos de encuentro) deben ser iguales. Por ejemplo, en el mosaico del centro de la página siguiente cada vértice es el encuentro de dos hexágonos y dos triángulos.

Algunos diseños pueden rellenarse más: como vimos en la página 17, los dodecágonos sólo están formados por hexágonos, triángulos y cuadrados y los hexágonos se construyen con triángulos. La combinación de triángulos y cuadrados puede dar formas muy asombrosas *(página siguiente)*. Los octágonos sólo pueden combinarse con cuadrados *(dibujo superior central, página siguiente)*. No es fácil encajar sobre un plano los pentágonos, que prefieren la tercera dimensión *(véanse páginas 18-19)*. Los heptágonos y eneágonos son caso aparte.





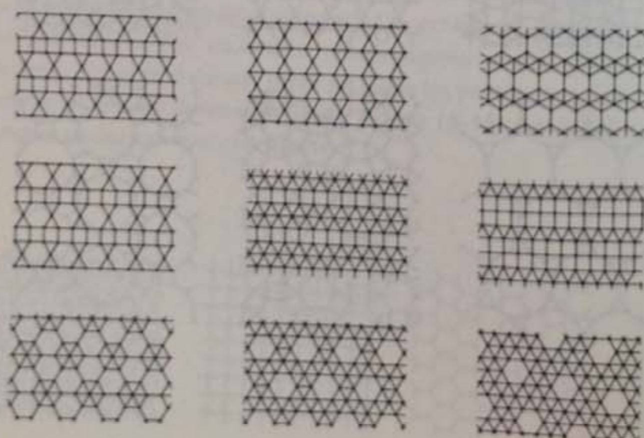
Más mosaicos

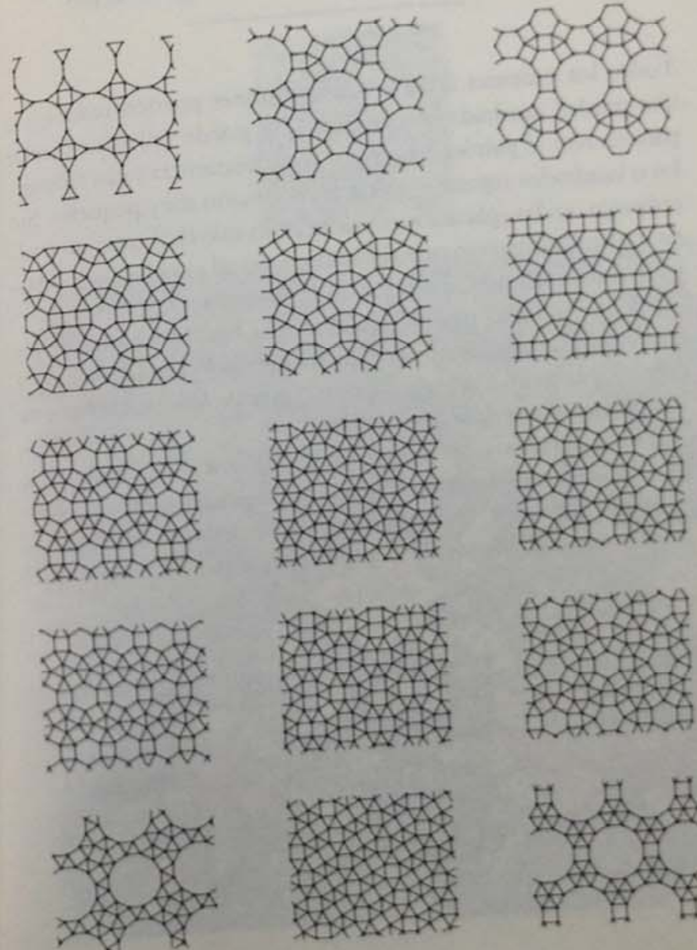
Los catorce patrones demirregulares

En estas dos páginas se muestran más de veinte mosaicos demirregulares sobre el plano (en los que se permite dos tipos de vértice).

Estos mosaicos forman la base de los patrones constructivos de una buena parte de las tradiciones de las artes sagradas y decorativas. Pueden encontrarse en las decoraciones celtas e islámicas y en el mundo natural, y aparecen tanto en estructuras celulares como cristalográficas. William Morris los utilizó mucho en sus diseños industriales y de papeles decorativos. ¡Sólo tienen un límite: la imaginación!

En la página siguiente se presentan varios de estos patrones listos para usar.





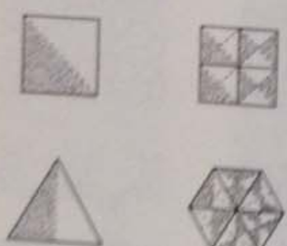
La parte más pequeña

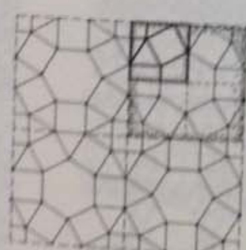
Plantillas reversibles y moldes giratorios

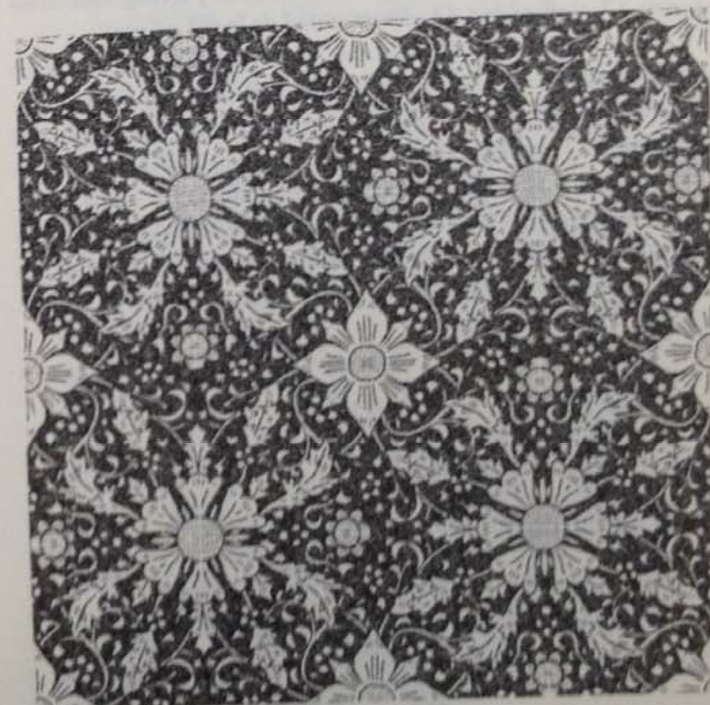
Todos los patrones semi y demirregulares pueden reducirse a una unidad cuadrada o triangular que puede reflejarse o rotar para recrear el patrón completo. Con frecuencia estos triángulos o cuadrados repetitivos tienen un tamaño muy pequeño. Sin embargo, en las aplicaciones prácticas, es más fácil rotar un molde o plantilla impreso que reflejarlo, y en tal caso hay que dibujar una plantilla mayor o tallar un bloque mayor.

El diseño de la página siguiente está basado en uno de los modelos de la página anterior. Se ha obtenido por la rotación y reflejo de la unidad principal *(página siguiente, dibujo superior, y en esta página, dibujo de la derecha).*

Los cuadrados y los triángulos equiláteros pueden dividirse por la mitad para producir unidades triangulares menores *(dibujo inferior izquierdo).* Hay que ser muy cuidadoso para hacer lo mismo con los dibujos de la página siguiente, ¿sabes por qué?







Un diseño islámico

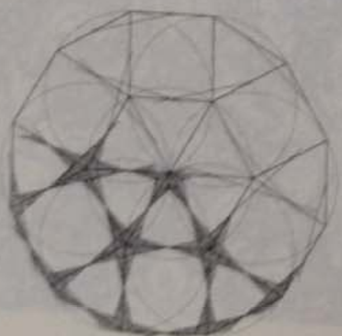
Estrellas a partir de una subplantilla

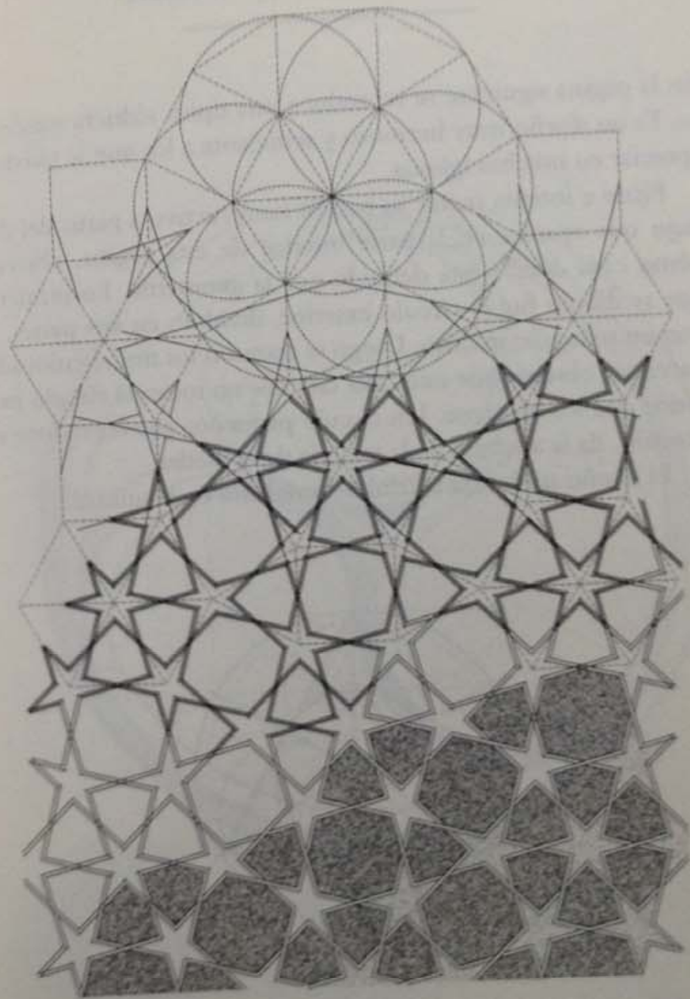
Los mosaicos y patrones islámicos combinan dos elementos básicos: un centro omnipresente y la reflexión sobre el infinito.

El modelo que se reproduce aquí, partiendo de seis círculos alrededor de uno, da pie a una plantilla de dodecágonos que se superponen a partir de triángulos, cuadrados y hexágonos *(véase página 17, y en página 43, dibujo central de la fila inferior)*.

Ahora, los elementos clave son los puntos intermedios de los lados de cada polígono. Se unen de una forma especial y se extienden tal y como se muestra en los dibujos de esta página y la siguiente. La mayoría de los hermosos diseños islámicos están basados en sencillas subplantillas, que se reproducen varias veces.

El arte tradicional rara vez utiliza subplantillas. Se consideran una parte subyacente de la estructura de la realidad, con el cosmos, que significa «ornamentación».





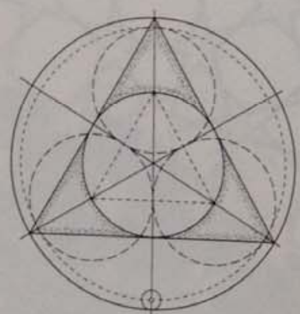
Una vidriera de una iglesia

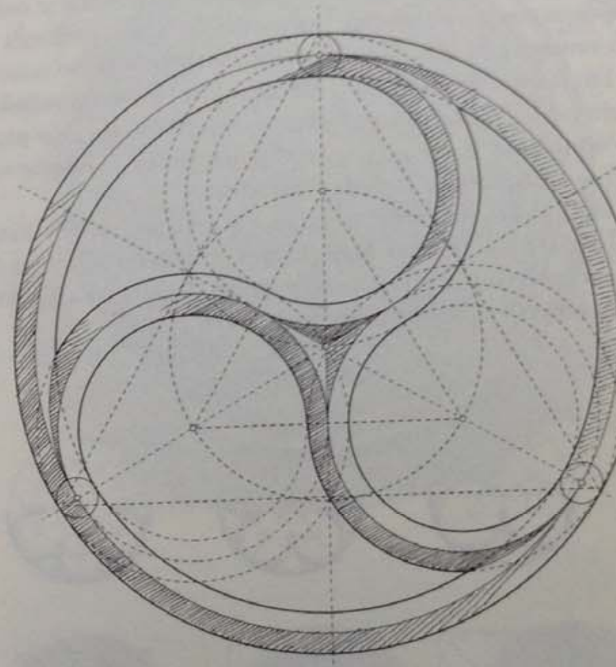
No lejos de la Isla del Hombre

En la página siguiente se reproduce una típica vidriera masónica. Es un diseño muy hermoso y semejante a los que se pueden apreciar en muchas iglesias.

Fíjate e intenta seguir su patrón constructivo a partir del dibujo que aparece en la parte inferior de esta página, observa cómo cada detalle está definido por la geometría. Lo primero que se dibujó fue el círculo exterior, dividido en seis partes, y con un triángulo inscrito. Luego se trazaron los tres círculos adyacentes; observa que estos tres círculos no tocan el círculo exterior que los contiene. Un círculo pequeño, que reproduce el modelo, da la anchura de la tracería de la piedra.

El diseño simboliza la trinidad implícita en la unidad.





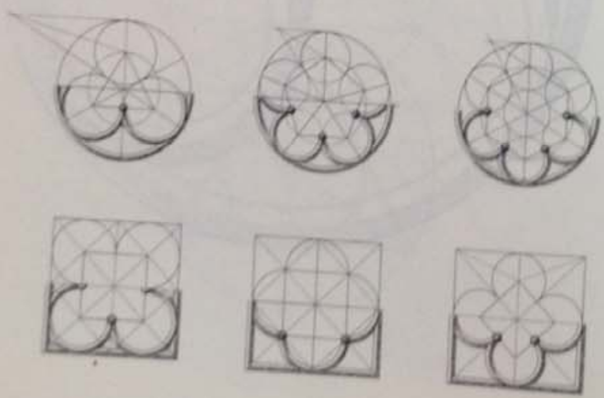
Tréboles y cuatréboles

Y otros detalles de la ornamentación de las iglesias

Todas las cosas están formadas por la luz, toda la materia lo es, y sin materia no habría sonido. Los átomos y los planetas se ordenan de acuerdo con patrones geométricos. Cuán profunda es una ventana para permitir el paso de la luz a un espacio oscuro.

Los diseños de las ventanas de las iglesias son muy variados: se ajustan a diversas pautas, formas y tradiciones. En estas páginas mostramos algunos ejemplos Los más fáciles de dibujar son los tres cuatréboles *(dibujos de la fila inferior)*.

En la página opuesta se reproduce la ventana sur de la catedral de Lincoln, y debajo de ella las tres ventanas occidentales de las catedrales de Chartres, Evreux y Reims. Un diseño que combina con gran equilibrio la línea y la curva.

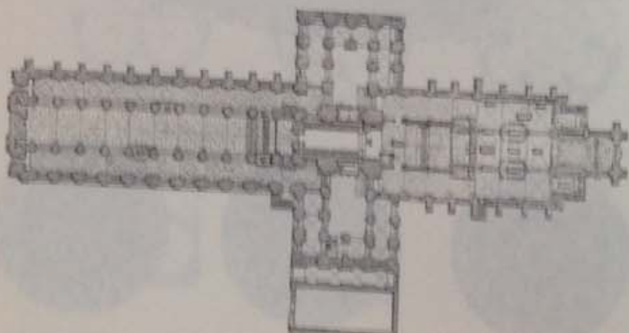


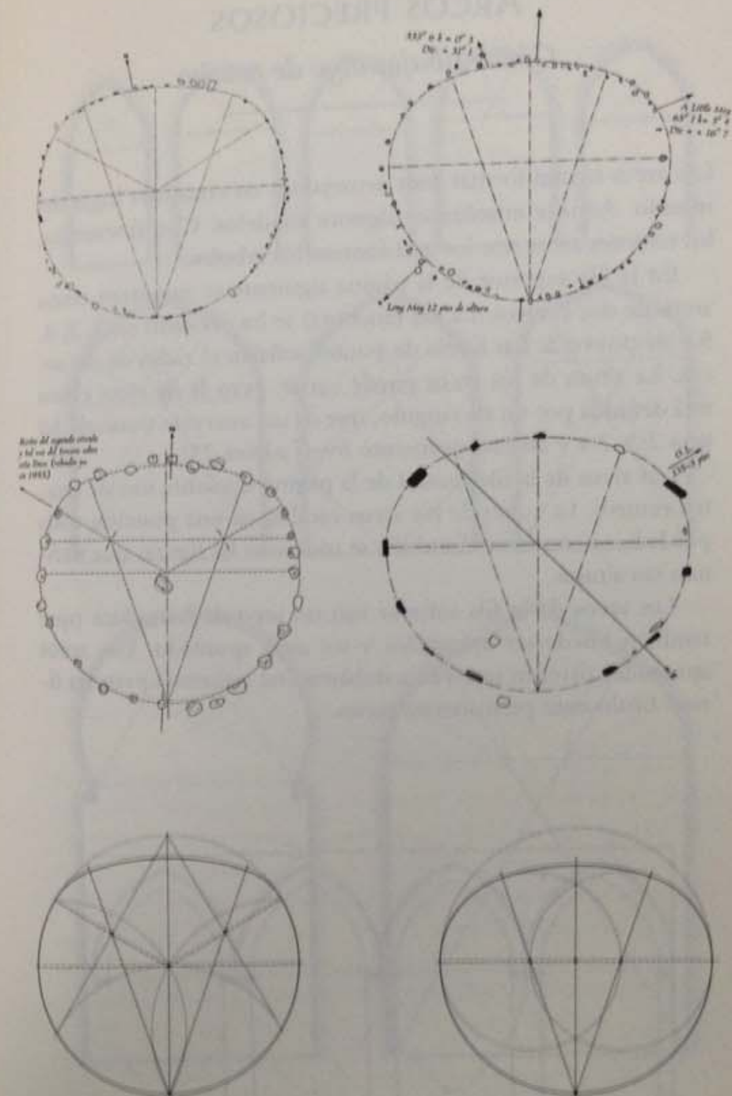
Círculos de piedra e iglesias

Almendras místicas de 4.000 años de antigüedad

En la década de 1960, el profesor Thom descubrió los cuatro círculos de piedra que se representan geométricamente en la página siguiente. En la parte izquierda, los círculos de Dinnever Hill y Cambret Moor, ejemplos del tipo A aplanado; en la zona derecha, están Long Meg y Barbrook, dos ejemplos de círculos de piedra del tipo B aplanado. Estas dos formas geométricas tienen una amplia representación en las islas británicas. En la zona inferior se reproducen dos construcciones con planta de vejiga.

En esta misma página puedes observar la planta de la catedral de Winchester. Un modelo de interacción entre un sistema triangular simple y uno cuadrado: *ad triangulum* y *ad quadratum*, base de la mayor parte de la arquitectura sagrada occidental *(véase página 27, dibujos de la fila superior)*. La vejiga o mandorla (almendra) es la pieza central de la arquitectura eclesiástica.





Arcos preciosos

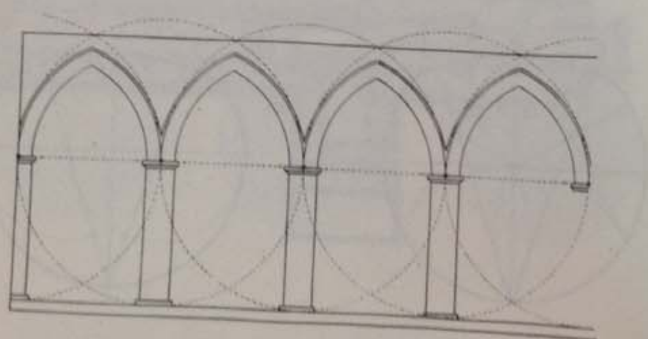
Cómo dibujar algo de mucho

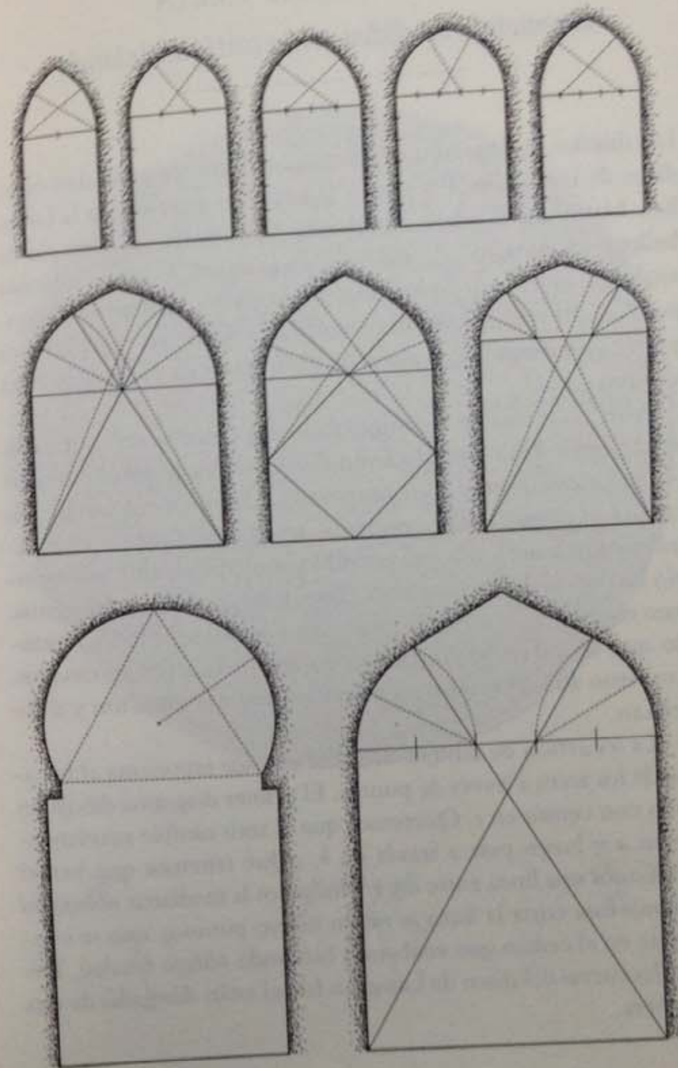
Los arcos tienen formas muy semejantes en cualquier lugar del mundo. Aquí te enseñamos algunos modelos. Con frecuencia, los mejores arcos son los que forman los árboles.

En la fila superior de la página siguiente se muestran cinco arcos de dos centros. La luz (anchura) se ha dividido en 2, 3, 4, 5 y de nuevo 5. Las líneas de puntos señalan el radio de sus arcos. La altura de los arcos puede variar, pero la de estos cinco está definida por un rectángulo, que da un intervalo musical, del tipo 2:3, 3:4 y así sucesivamente *(véase página 28)*.

Los arcos de la fila central de la página siguiente son de cuatro centros. La curva de los arcos cambia en una posición dada por la línea continua. También se muestran las figuras que definen sus alturas.

Los arcos de la fila inferior son un arco de herradura (que también puede ser apuntado) y un arco apuntado. Los arcos apuntados parecen que van a doblarse («el retorno») pero las líneas finalmente permanecen rectas.





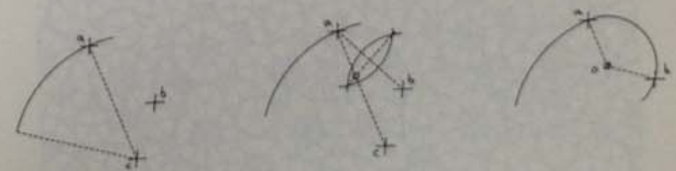
UNA ESPIRAL CELTA

Geometría euclídea en la antigua Irlanda

Los diseños que aparecen en la página siguiente proceden de un disco de bronce de 4 pulgadas (10 cm) encontrado en la Loughan Island, en el norte de Irlanda. Constituye un ejemplo de belleza excepcional de estilo celta antiguo. Como ya hemos analizado en el caso de los círculos de piedra y los arcos, la conjunción sin costuras de arcos múltiples puede ser muy estética y probablemente logró cotas de perfección en el período celta antiguo.

Muchas piezas de la antigüedad celta parecen realizadas con un compás. Para la realización de estos discos son necesarias ¡42 posiciones distintas en las que situar la punta del compás! Es razonable pensar que los maestros artistas que crearon estos diseños comenzaron con una plantilla geométrica básica, por ejemplo un patrón de círculos adyacentes, y luego trazaron las formas, para regresar de nuevo a la geometría para juntarlo todo, logrando que las curvas se conviertan en *arcos*, secciones de círculos. Lograron así hacer trabajar conjuntamente a la intuición y al intelecto.

La secuencia de dibujos de la fila inferior representa el trazado de los arcos a través de puntos. El primer diagrama dibuja un arco con centro en *c*. Queremos que el arco cambie suavemente en *a* y luego pase a través de *b*. ¿Qué tenemos que hacer? Trazamos una línea entre *a* y *b* y hallamos la mediatriz *(dibujo del centro)*. Ésta corta la línea *ac* en un nuevo punto *o*, que se convierte en el centro que estábamos buscando *(dibujo derecho)*. Todas las curvas del disco de Loughan Island están dibujadas de esta manera.

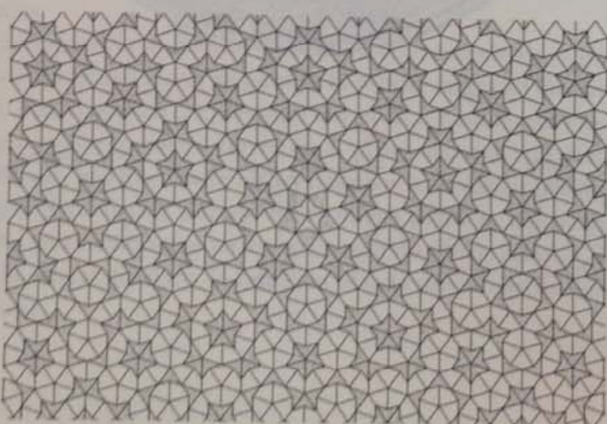


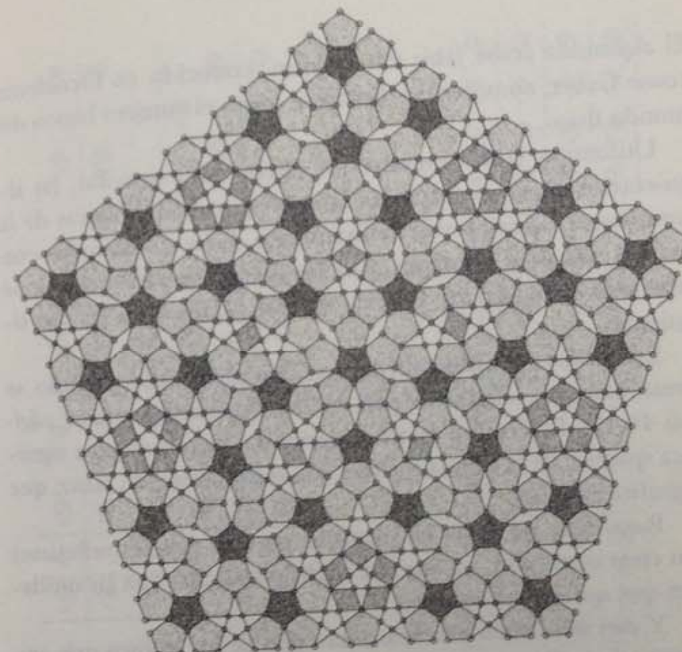
Posibilidades pentagonales

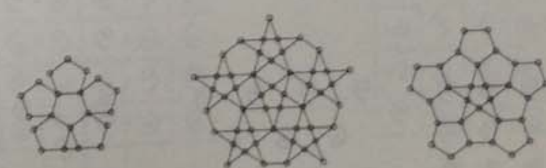
Los fantásticos cincos efervescentes

Aunque con el pentágono no se pueden crear mosaicos en un plano, se pueden hacer otras muchas cosas, que cualquier buen libro de geometría sagrada mencionará siempre. Una de estas cosas es el diseño que se reproduce en la página siguiente, donde un patrón «simiente» parece haber germinado *desde el centro.* Los pentágonos dejan espacios que a su vez son fragmentos de pentagramas y viceversa. El diseño está jalonado de ejemplos de la sección áurea. Ejemplos de las «simientes» se reproducen en la fila inferior.

El matemático Roger Penrose descubrió recientemente el mosaico que se reproduce a continuación. El mosaico está compuesto solamente por dos formas de teselas con las que rellenar el plano. Se ha descubierto hace poco que estos patrones subyacen en la naturaleza de los líquidos. Son intersecciones de estructuras de dimensiones superiores.







Diecisiete simetrías

Desde el deslizamiento, el giro y el espejo

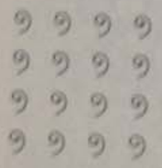
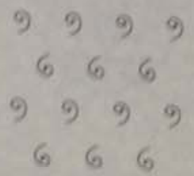
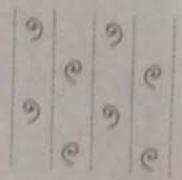
El alquimista árabe Jabir ibn Hayyan, conocido en Occidente como Geber, consideró el diecisiete como el número básico del mundo físico.

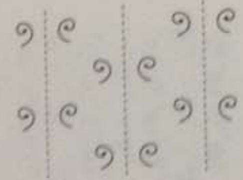
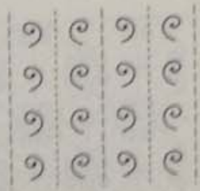
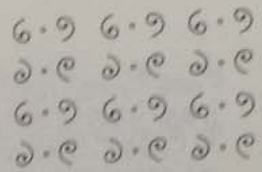
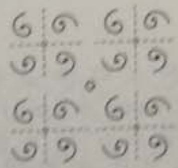
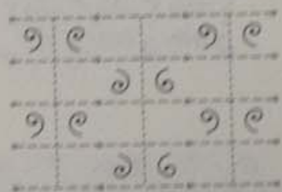
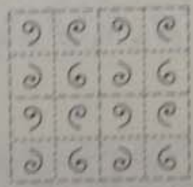
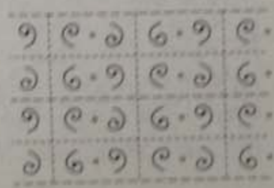
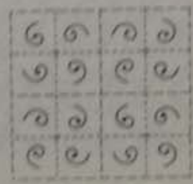
Utilizando como muestra un diseño muy sencillo, las siguientes tres páginas exploran las tres operaciones básicas de la rotación, la reflexión y el deslizamiento. Éstas, combinadas con los tres mosaicos regulares, dan los diecisiete patrones que se reproducen en la parte inferior de esta página y en las dos siguientes.

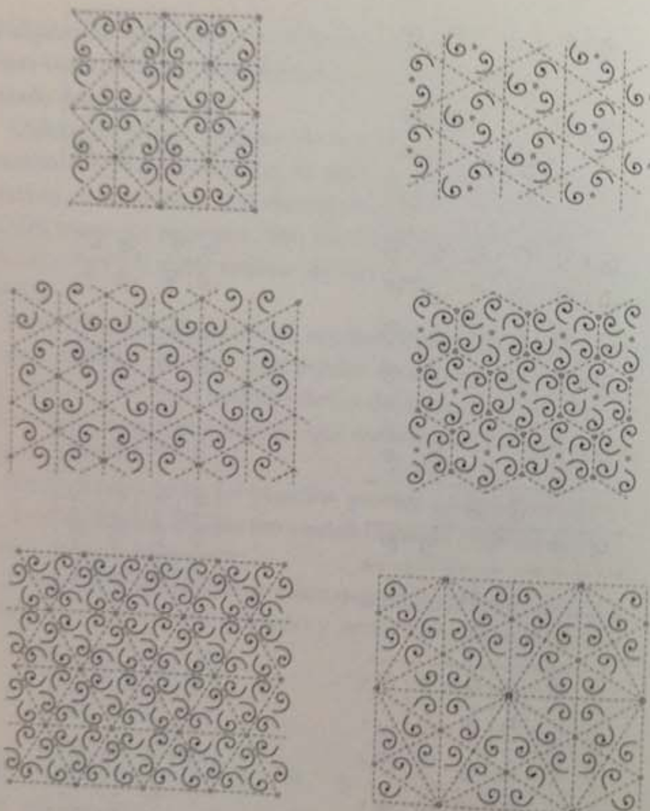
Estas claves visuales pueden resultar muy útiles cuando se crean patrones repetitivos para tejidos o cerámica *(véanse páginas 46-47)*. El término «patrón» deriva del latín *pater*, que significa «padre», de la misma manera que *matriz* viene de *mater*, que significa «madre».

Recuerda, no todas las plantillas pueden girarse (reflejarse) sin crear confusión, así que ten cuidado cuando elijas las unidades que quieres reproducir.

Y con estas notas prácticas sobre uno de los asuntos más antiguos de la Tierra, este pequeño y denso libro alcanza su fin.



LA AVENTURA DE LA CIENCIA

La geometría es –junto con la aritmética, la música y la cosmología– uno de los «productos culturales» comunes a casi todas las culturas que han existido, y en casi todas ellas ha alcanzado la categoría de lo excelso o de lo sagrado. Desde Stonehenge hasta la arquitectura contemporánea, pasando por las pirámides de Egipto y el arte del Renacimiento, la geometría preside, de forma visible o invisible, las más importantes creaciones del hombre, como revelan los esclarecedores textos y las bellísimas ilustraciones de este libro singular.

ISBN 84-9754-132-4
88307
9 788497 541329